Un soupçon de mathématique sans être agressif pour autant

Laurent Claessens
8 avril 2019
Dernière version :
http://student.ulb.ac.be/~lclaesse/smath.pdf



Copyright (c) 2012-2016 Laurent Claessens
Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document under the terms of the GNU Free Documentation License, Version 1.3 or any later version published by the Free Software Foundation ; with no Invariant Sections, no Front-Cover Texts, and no Back-Cover Texts. A copy of the license is included in the chapter entitled “GNU Free Documentation License”.

Vous avez le droit de copier, distribuer et modifier ce document pourvu que vous suiviez les règles de la GNU Free Documentation License. Vous trouverez les sources LaTeX sur github :
https://github.com/LaurentClaessens/smath
Les programmes et feuilles OpenOffice qui sont à côté des fichiers `tex` sont moralement sous licence WTFPL.

Sources et remerciements

Ces notes sont rédigées pour mes classes de seconde, de première STMG et de terminale STL du lycée Jacques Duhamel ainsi que du lycée Jules Haag.

(a) Pour les statistiques descriptives, les fonctions et les systèmes d'équations, j'ai pompé énormément à Pauline Klein [1]. Je lui ai copié de nombreux exercices dans à peu près tous les chapitres.

(b) Certaines idées et définitions proviennent de [1].

(c) Certains exercices pour les STMG ont profité des exemples donnés par madame Colette Perrot (merci)

(d) J'ai pris les fiches [2] sur les statistiques descriptives trouvées sur le site de l'université de Montpelier 3 (Paul Valéry). Je les copie ici avec l'aimable autorisation de Richard Varro.

(e) J'ai pris de nombreux exercices de questions posées sur le forum de l'île des mathématiques.

(f) Pas mal d'exercices proviennent de Guillaume Connan qui a aimablement tout mis sous une licence de documentation libre.

(g) Les mentions légales d'éduscol donnent les documents sous licence Créative Commons. Je ne m'en suis pas privé. Merci à celles et ceux qui y ont mis des choses.

Les personnes citées dans la bibliographie ne sont pas responsables des erreurs et bêtises que j'ai pu introduire dans leurs énoncés en recopiant. J'ai souvent remanié, raccourci ou rallongé les exercices dont je me suis inspiré. Ne pas croire que les personnes citées ont écrit texto ce qui se retrouve ici.

Pour les élèves

Les corrections données dans ce document ne sont pas complètes. Certaines se contentent de donner la réponse finale sans justifications, pour vous permettre de vous contrôler. Recopier mot à mot ce que vous trouvez ici sur une feuille de DM ne vous assure pas (très loin s'en faut) d'avoir une bonne note.

Conseil : les exercices corrigés sont le plus souvent des exercices qui sont arrivés dans des devoirs. Si ils sont arrivés une fois, il peuvent encore arriver.

1. Je tiens à préciser que sa mise en page était plus belle que celle que celle que vous trouverez ici.

Table des matières

I Cinquième **17**

1 Règles de calcul **19**
1.1 Priorité des opérations . . . 19
1.1.a Additions et soustractions . . . 19
1.1.b Priorité de la multiplication . . . 19
1.1.c Avec des parenthèses . . . 20
1.2 Factorisation . . . 20
1.2.a Calcul malin . . . 21
1.2.b factorisation . . . 21

2 Triangles **23**
2.1 Construction connaissant les trois longueurs . . . 23
2.2 Inégalité triangulaire . . . 24
2.3 Connaissant une longueur et deux angles adjacents . . . 25
2.4 Connaissant deux côtés et l'angle qu'ils forment . . . 25
2.5 Reproduire un angle au compas . . . 26

3 Écriture fractionnaire **29**
3.1 Simplification . . . 29
3.2 Approximation numérique . . . 30
3.3 Autour de l'unité . . . 30
3.4 Fraction et proportion . . . 31

4 Méthodologie mathématique **33**
4.1 Conjecture . . . 33
4.2 Réciproque . . . 33

5 Opérations sur les fractions **35**
5.1 Addition et soustraction . . . 35
5.2 Produit . . . 36
5.3 Une «partie de» . . . 37

6 Droites remarquables dans un triangle **39**
6.1 Médiatrice . . . 39
6.2 Cercle circonscrit . . . 40
6.3 Hauteur . . . 41
6.4 Médiane . . . 42

7 Expressions littérales **45**
7.1 Expression «en fonction de x» . . . 45
7.2 Simplification d'écriture . . . 46
7.3 Petites astuces . . . 46
7.4 Développement et simplification . . . 46

8 Symétrie centrale **49**
8.1 Symétrie par rapport à un point . . . 49
8.2 Symétrie centrale et rotation . . . 50
8.3 Symétrique d'une droite . . . 50

9 Nombres relatifs **53**
9.1 Les opposés . . . 53
9.2 Droite graduée . . . 54
9.3 Comparaison de nombres relatifs . . . 54
9.4 Dans le plan . . . 55

10 Angles et parallélisme **57**
10.1 Sécantes et parallèles . . . 57
10.2 Angles correspondants et alternes-internes . . . 58
10.3 Angles internes d'un triangle . . . 59
10.4 Triangle isocèle et équilatéral . . . 59

11 Proportionnalité **61**
11.1 Tableau de proportionnalité . . . 61
11.2 Quatrième proportionnelle . . . 62
11.2.a Propriété additive . . . 62
11.2.b Coefficient multiplicateur . . . 62
11.3 Pourcentage . . . 62
11.4 Types d'écritures . . . 63
11.5 Notes pour moi-même . . . 64

12 Parallélogrammes **65**
12.1 Définitions . . . 65
12.2 Propriétés . . . 66

13 Nombres relatifs : opérations **69**
13.1 Addition . . . 69
13.2 Soustraction . . . 69

14 Longueurs, masses, durées **71**

15 Aires de figures planes **73**
15.1 Aire du parallélogramme . . . 73
15.2 Aire du triangle . . . 74
15.3 Aire du disque . . . 74

16 Prismes et cylindres **75**
16.1 Prisme . . . 75
16.2 Cylindres de révolution . . . 77

17 Représentation de données **79**

18 Statistiques sur les devoirs **85**
18.1 Exemples : les devoirs . . . 85

19 Activités mentales (cinquième) **89**
19.1 Non trié . . . 89
19.1.a Activité mentale 1 . . . 90
19.1.b Activité mentale 2 . . . 96
19.1.c Activité mentale 3 . . . 102
19.1.d Activité mentale 4 . . . 107
19.1.e Activité mentale 5 . . . 112
19.1.f Activité mentale 6 . . . 117
19.1.g Activité mentale 7 . . . 122
19.1.h Activité mentale 8 . . . 127
19.2 Mental 5A . . . 133
19.2.a Activité mentale 1 . . . 134
19.2.b Activité mentale 2 . . . 139
19.2.c Activité mentale 3 . . . 144
19.2.d Activité mentale 4 . . . 149
19.2.e Activité mentale 5 . . . 154
19.3 Mental 5B . . . 159

19.3.a Activité mentale 1 . . . 160
19.3.b Activité mentale 2 . . . 165
19.3.c Activité mentale 3 . . . 170
19.3.d Activité mentale 4 . . . 175
19.3.e Activité mentale 5 . . . 180
19.3.f Activité mentale 6 . . . 185
19.3.g Activité mentale 7 . . . 190
19.3.h Activité mentale 8 . . . 195
19.3.i Activité mentale 9 . . . 200
19.4 En réserve pour plus tard . . . 205
19.4.a Activité mentale 1000 . . . 206

20 Les questions posées en évaluation (cinquième) 213
20.1 29 septembre 2014 . . . 213
20.2 3 octobre 2014 . . . 214
20.3 17 octobre 2014 . . . 215
20.4 Devoir maison . . . 216
20.5 Devoir surveillé, 25 novembre 2014 . . . 216
20.6 Interrogation du 5 décembre 2014 . . . 217
20.7 Interrogation du 9 décembre 2014 . . . 218
20.8 Devoir surveillé, 16 décembre 2014 . . . 218
20.9 Interrogation du 16 janvier 2015 . . . 220
20.10 Devoir surveillé du 23 janvier 2015 . . . 221
20.11 Interrogation du 6 février 2015 . . . 222
20.12 Devoir surveillé du 20 février 2015 . . . 223
20.13 Interrogation du 10 avril 2015 . . . 225
20.14 Devoir surveillé du 15 mai 2015 (et son rattrapage) . . . 225
20.15 Interrogation du 26 mai 2015 . . . 226
20.16 DS 8, 5 juin 2015 . . . 227
20.17 Interrogation 5A et 5B numéro 7, 12 juin 2015 . . . 229
20.18 DS 8 (rattrapage), 19 juin 2015 . . . 230

21 Les exercices (cinquième) 233
21.1 Règles de calcul . . . 233
21.2 Triangles . . . 235
21.3 Méthodologie mathématique . . . 237
21.4 Écriture fractionnaire . . . 238
21.5 Opérations sur les fractions . . . 239
21.6 Droites remarquables dans un triangle . . . 241
21.7 Expressions littérales . . . 244
21.8 Symétrie centrale . . . 246
21.9 Nombres relatifs . . . 247
21.10 Angles et parallélisme . . . 249
21.11 Proportionnalité . . . 251
21.12 Nombres relatifs : opérations . . . 253
21.13 Parallélogrammes . . . 255
21.14 Représentation de données . . . 256
21.15 Équations . . . 257
21.16 Aires de figures planes . . . 257
21.17 Prismes et cylindres . . . 259

22 Exercices rituels (cinquième) 261
22.1 Exercice rituel 1 . . . 262
22.2 Exercice rituel 2 . . . 263
22.3 Exercice rituel 3 . . . 264
22.4 Exercice rituel 4 . . . 265
22.5 Exercice rituel 5 . . . 266
22.6 Exercice rituel 6 . . . 267
22.7 Exercice rituel 7 . . . 268
22.8 Exercice rituel 8 . . . 269
22.9 Exercice rituel 9 . . . 270

22.10Exercice rituel 10 . . . 271
22.11Exercice rituel 11 . . . 272
22.12Exercice rituel 12 . . . 273
22.13Pour plus tard . . . 273
22.14Exercice rituel 13 . . . 274
22.15Exercice rituel 14 . . . 275

23 Autres exercices de cinquième **277**
23.1 Droites remarquables dans un triangle . . . 277
23.2 Expressions littérales . . . 277
23.3 Symétrie centrale . . . 277
23.4 Proportionnalité . . . 278
23.5 Mise à l'échelle . . . 279
23.6 En réserve pour un prochain devoir surveillé . . . 279
23.7 En réserve pour un prochain devoir maison . . . 280
23.8 Feuille de secours numéro 1 . . . 281
23.8.a Priorité des opérations . . . 281
23.8.b Triangles . . . 281
23.8.c Méthodologie mathématique . . . 281
23.8.d Écriture fractionnaire . . . 282
23.8.e Opérations sur les fractions . . . 282
23.9 Feuille de secours numéro 2 . . . 283
23.9.a Écriture fractionnaire . . . 283
23.9.b Triangles . . . 283
23.9.c Expressions littérales . . . 284
23.9.d Nombres relatifs . . . 285
23.10Feuille de secours numéro 3 . . . 285
23.11Salle multimédia 5B, 21 novembre 2014 . . . 285
23.12Multimédia cinquième, 24 avril 2015 . . . 285

II Quatrième **287**

1 Opérations sur les nombres relatifs **289**
1.1 Somme et différence . . . 289
1.2 Produit . . . 290
1.3 Quotient . . . 290
1.4 Vocabulaire . . . 291

2 Initiation à la démonstration **293**

3 Calcul littéral (1) **295**
3.1 Substitution . . . 295
3.2 Développer . . . 296
3.3 Factoriser . . . 296
3.4 Simplification et réduction . . . 297

4 Égalité de Pythagore **299**

5 Grandeurs proportionnelles **303**
5.1 Représentation graphique . . . 303
5.2 Quatrième proportionnelle . . . 304
5.2.a Tableau . . . 304
5.2.b Produit en croix . . . 304
5.3 Vitesse . . . 306
5.4 Pourcentage . . . 306

6 Droite des milieux **309**

7 Opérations en écriture fractionnaire **313**
7.1 Addition et soustraction . . . 313
7.2 Multiplication . . . 314
7.3 Division . . . 314

8 Théorème de Thalès **317**

9 Calcul littéral (2) **319**
9.1 Opposé d'une somme . . . 319
9.2 Factorisation . . . 320
9.3 Double distributivité . . . 320
9.4 Élargissement de rectangle . . . 321

10 Cosinus d'un angle aigu **323**
10.1 Cosinus . . . 323
10.2 Calculatrice . . . 324

11 Puissances **325**
11.1 Puissances positives . . . 325
11.2 Puissances négatives . . . 326

12 Pyramides et cônes **327**
12.1 Pyramide . . . 327
12.2 Volume . . . 328
12.3 Cône de révolution . . . 329
12.4 Note pour moi . . . 329

13 Triangles rectangles **331**
13.1 Cercle circonscrit . . . 331

14 Équations **333**
14.1 Vocabulaire . . . 333
14.2 Résolution d'une équation du premier degré . . . 333
14.3 Interprétation du résultat . . . 334

15 Moyennes **335**

16 Statistiques devoirs **337**
16.1 Exemples : les devoirs . . . 337

17 Activités mentales (quatrième) **339**
17.0.a Activité mentale 1001 . . . 340
17.0.b Activité mentale 1002 . . . 346
17.0.c Activité mentale 1003 . . . 351
17.0.d Activité mentale 1004 . . . 356
17.0.e Activité mentale 1005 . . . 361
17.0.f Activité mentale 1006 . . . 367
17.0.g Activité mentale 1007 . . . 372
17.0.h Activité mentale 1008 . . . 377
17.0.i Activité mentale 1009 . . . 382
17.0.j Activité mentale 1010 . . . 387
17.0.k Activité mentale 1011 . . . 392
17.0.l Activité mentale 1012 . . . 397
17.0.m Activité mentale 1013 . . . 402
17.0.n Activité mentale 1014 . . . 407
17.1 Pour plus tard . . . 412

18 Les questions posées en évaluation (quatrième) 415
18.1 Petite interro . . . 415
18.2 Devoir surveillé, 29 septembre 2014 . . . 415
18.3 Devoir surveillé, 17 octobre 2014 . . . 416
18.4 Petite interro 17 novembre 2014 . . . 417
18.5 Devoir surveillé, 21 novembre 2014 . . . 418
18.6 Petite interro du 9 décembre 2014 . . . 419
18.7 Devoir surveillé du 19 décembre 2014 . . . 419
18.8 Petite interro du 19 janvier 2015 . . . 420
18.9 Devoir surveillé du 23 janvier 2015 . . . 421
18.10 Interrogation du 9 février 2015 . . . 422
18.11 Devoir surveillé du 20 février 2015 . . . 423
18.12 Interrogation du 17 avril 2015 . . . 424
18.13 Devoir surveillé numéro 7 (et son rattrapage) du 24 avril 2015 . . . 424
18.14 Interrogation 4A numéro 7, premier juin 2015 . . . 426
18.15 DS numéro 8 du 8 juin 2015 . . . 427
18.16 D'autres questions posées en évaluation . . . 428

19 Les exercices (quatrième) 429
19.1 Opérations sur les nombres relatifs . . . 429
19.2 Initiation à la démonstration . . . 433
19.3 Calcul littéral . . . 434
19.4 Égalité de Pythagore . . . 436
19.5 Grandeurs proportionnelles . . . 437
19.6 Droite des milieux . . . 439
19.7 Opérations en écriture fractionnaire . . . 441
19.8 Théorème de Thalès . . . 443
19.9 Manipulations littérales . . . 445
19.10 Cosinus d'un angle aigu . . . 446
19.11 Puissances (4A) . . . 448
19.12 Pyramides et cônes (4A) . . . 449
19.13 Triangles rectangles . . . 451
19.14 Équations . . . 453

20 Exercices rituels (quatrième) 455
20.1 Exercice rituel 1 . . . 456
20.2 Exercice rituel 2 . . . 457
20.3 Exercice rituel 3 . . . 458
20.4 Exercice rituel 4 . . . 459
20.5 Exercice rituel 5 . . . 460
20.6 Exercice rituel 6 . . . 461
20.7 Exercice rituel 7 . . . 462

21 Autres exercices de quatrième 463
21.1 Pythagore . . . 464
21.2 Proportionnalité . . . 464
21.3 Opérations en écriture fractionnaire . . . 464
21.4 Cosinus . . . 465
21.5 Feuille de secours numéro 1 . . . 465
21.6 Opérations en écriture fractionnaire . . . 465
21.7 En réserve pour un prochain devoir surveillé . . . 465
21.8 En réserve pour un prochain DM . . . 466
21.9 Salle multimédia 4A, 17 octobre 2014 . . . 466
21.10 Salle multimédia 24 avril 2015 . . . 467
21.11 Autres multimédia . . . 467

III Seconde **469**

1 Repères, distances, milieux **471**
1.1 Repères et coordonnées . . . 471
1.2 Distance entre deux points . . . 472
1.3 Milieu d'un segment . . . 473
1.4 Compléments . . . 473

2 Fonctions : mode graphique **475**
2.1 Objectifs du chapitre . . . 475
2.2 Courbe représentative d'une fonction . . . 476
2.3 Sens de variation, minimum et maximum . . . 477

3 Fonctions affines et linéaires **479**
3.1 Objectifs du chapitre . . . 479
3.2 L'activité . . . 480
3.3 Définitions . . . 480
3.4 Tracer la droite représentative de la courbe . . . 480
3.5 Terminologie . . . 480
3.6 Représentation graphique . . . 481
3.6.a Tableau de signe d'une fonction affine . . . 481

4 Statistique descriptive **483**
4.0 Activité : un peu de spam ? . . . 483
4.1 Les quartiles et la médiane . . . 484
4.2 Représentation graphique d'une série statistique . . . 484
4.2.a Effectifs cumulés croissants . . . 484
4.2.b Graphe des fréquences cumulées croissantes . . . 485
4.2.c Histogramme . . . 486
4.2.d Exemple . . . 487
4.3 Distribution de DS . . . 488

5 Géométrie dans l'espace **489**
5.0 Activité : se poser des questions dans un cube . . . 489
5.1 La perspective cavalière . . . 489
5.2 Ce qui est dans un plan . . . 490
5.3 Position relatives . . . 490
5.3.a Positions relatives de deux plans . . . 490
5.3.b Position relative de deux droites . . . 491
5.3.c Position relative d'une droite et un plan . . . 492

6 Variation de fonctions **495**
6.1 Différentes manières de parler d'une fonction . . . 495
6.1.a Tableau de valeurs . . . 496
6.1.b Tableau de signe . . . 496
6.1.c Tableau de variations . . . 497

7 Vecteurs **499**
7.1 Translation . . . 500
7.2 Somme de vecteurs . . . 500
7.3 Coordonnées d'un vecteur dans un repère . . . 501
7.4 Somme et coordonnées . . . 501

8 Intervalle de fluctuation et de intervalle confiance **503**
8.0 Comptons des petites boules . . . 503
8.1 Intervalle de confiance . . . 504
8.2 Intervalle de fluctuation . . . 504

9 Équations de droites (seconde) 507
9.1 Équation de droite . . . 507
9.2 Déterminer une équation de droite . . . 508
9.3 Intersection de droites . . . 509
9.4 Colinéarité . . . 509

10 Vecteurs : colinéarité 511
10.1 Produit d'un vecteur par un réel . . . 511
10.2 Parallélisme et colinéarité . . . 511
10.3 Milieu d'un segment . . . 512

11 Les fonctions du second degré 513
11.1 Paraboles . . . 513
11.2 Tableau de variation . . . 515
11.3 La fonction carré . . . 515
11.4 Double antécédent et solutions d'équations . . . 515
11.5 Encadrement . . . 515

12 Probabilités 517
12.1 Univers . . . 517
12.2 Intersection, union, complémentaire . . . 517
12.3 Probabilité . . . 518
12.4 Événement élémentaire . . . 520

13 Fonctions homographiques et inverse 521
13.1 Fonction homographique . . . 521
13.1.a Allure de la courbe . . . 521
13.2 Fonction inverse . . . 523
13.3 Inéquations avec la fonction inverse . . . 523

14 Trigonométrie 525
14.1 Activité . . . 525
14.2 Enroulement de la droite numérique sur le cercle . . . 525
14.3 Cosinus et sinus . . . 525

15 Autres choses sur les fonctions 527
15.1 Résolution graphique d'(in)équations . . . 527
15.1.a Résolution graphique d'inéquations . . . 528
15.2 Résolution graphique d'(in)équations . . . 528
15.2.a Lecture graphique des images et des antécédents . . . 528
15.2.b Résolution graphique d'équations . . . 529
15.2.c Tableau de variations . . . 530
15.3 Minimum et maximum . . . 530
15.4 Pour tracer . . . 531
15.4.a Ce qui n'est pas une fonction . . . 532
15.5 Modélisation par une fonction . . . 532
15.6 Sens de variation d'une fonction . . . 533
15.6.a Notion intuitive . . . 533
15.7 Petit tour de magie . . . 534
15.8 Ensemble de définition . . . 538
15.8.a Intermède : pourquoi ne pas diviser par zéro ? . . . 538
15.9 Antécédent . . . 539
15.10 Pour des factorisations . . . 541

16 Rappels de géométrie 543
16.0.a Médianes, hauteurs, médiatrices . . . 543
16.1 Triangles isométriques . . . 544
16.2 Exercices . . . 544

17 Configurations du plan 545

18 Algorithmique **547**
18.0.a Choses basiques . . . 547
18.0.b Instructions conditionnelles . . . 548
18.0.c Boucles . . . 549
18.0.d Autres . . . 549
18.0.e Moyenne et écart-type . . . 550

19 Les épaves **551**
19.1 Statistique descriptive . . . 551
19.1.a Activité : mois de naissance . . . 551
19.2 Dessiner en vraie grandeur . . . 552
19.3 Surfaces dans un cube . . . 553
19.4 Les règles de la perspective cavalière . . . 553
19.5 Exercices . . . 555
19.6 AP sur les problèmes climatiques et de pétrole . . . 556
19.7 Regardons des graphiques . . . 556
19.7.a Émissions par secteurs . . . 557
19.7.b Découvertes de pétrole . . . 557
19.7.c Températures . . . 559
19.7.d Consommation de pétrole . . . 559
19.7.e Orthogonalité . . . 559
19.8 Intervalle de fluctuation . . . 560
19.9 Intervalle de confiance . . . 560
19.10 Vecteurs . . . 562
19.11 Intersection de droites . . . 563
19.12 Vecteur directeur . . . 564
19.13 Systèmes et intersections de droites . . . 565
19.14 Méthode par substitution . . . 565
19.15 Méthode par addition, ou par combinaisons linéaires . . . 565
19.16 Colinéarité . . . 566
19.16.a Le milieu revisité . . . 566
19.16.b Autres conséquences . . . 568

20 Activités mentales (autres) **569**
20.0.a Activité mentale 1015 . . . 570
20.0.b Activité mentale 1016 . . . 578
20.0.c Activité mentale 1017 . . . 586
20.0.d Activité mentale 1018 . . . 593
20.0.e Activité mentale 1019 . . . 599
20.0.f Activité mentale 1020 . . . 606
20.0.g Activité mentale 1021 . . . 612
20.0.h Activité mentale 1022 . . . 618
20.0.i Activité mentale 1023 . . . 624
20.0.j Activité mentale 1024 . . . 631
20.0.k Activité mentale 1025 . . . 637
20.0.l Activité mentale 1026 . . . 644
20.0.m Activité mentale 1027 . . . 649

21 Les questions posées en devoir surveillé **655**
21.1 Repères, distances, milieux . . . 660
21.2 Représentation graphique de fonctions . . . 661
21.3 Fonctions . . . 663
21.4 Fonctions affines et équations de droites . . . 663
21.5 Statistiques descriptives . . . 665
21.6 Géométrie dans l'espace . . . 666
21.7 Vecteurs . . . 666
21.8 Intervalle de confiance et de fluctuation . . . 682
21.9 Exercices mélangés . . . 682
21.10 Type calcul mental . . . 683
21.11 Algorithmique . . . 684

22 Les exercices (seconde) **687**
22.1 Repères, distance et milieu . . . 687
22.2 Fonctions linéaires et affines . . . 690
22.3 Représentation graphique de fonctions . . . 693
22.4 Statistique descriptive . . . 696
22.5 Géométrie dans l'espace . . . 699
22.6 Variations de fonctions . . . 701
22.7 Vecteurs . . . 703
22.8 Équation de droite . . . 706
22.9 Intervalle de confiance et de fluctuation (2A) . . . 709
22.10 Vecteurs : colinéarité (2D) . . . 711
22.11 Le second degré . . . 713
22.12 Probabilités . . . 717
22.13 Fonctions homographiques . . . 720
22.14 Trigonométrie . . . 724

23 Autres exercices **727**
23.1 Statistique descriptive . . . 727
23.2 Repères . . . 730
23.3 Fonctions affines . . . 733
23.4 Fonctions et résolutions . . . 733
23.4.a Image, antécédent . . . 733
23.4.b Exemples de fonctions . . . 733
23.4.c Plus avancés . . . 737
23.5 Comparaison de séries statistiques . . . 737
23.6 Probabilités . . . 740
23.7 Intervalles de confiance et de fluctuation . . . 741
23.8 Géométrie dans l'espace . . . 742
23.8.a Questions de cours . . . 744
23.9 Trigonométrie . . . 744
23.10 Vecteurs . . . 750
23.10.a Colinéarité . . . 754
23.11 Second degré . . . 755
23.12 Systèmes . . . 759
23.12.a Factorisation . . . 761
23.13 Fonction inverse . . . 766
23.14 Techniques de calcul . . . 769
23.14.a Choses basiques . . . 769
23.14.b Calcul algébrique . . . 771
23.15 Équations de droites . . . 771
23.15.a Tableaux de variation et de signe . . . 775
23.15.b Problèmes . . . 775
23.16 Révision de seconde . . . 775
23.17 Algorithmique . . . 788

IV Première STMG **791**

1 Proportions **793**
1.1 Effectifs . . . 793
1.2 Proportions et inclusions . . . 793
1.3 Exercices . . . 795
1.3.a Effectifs et pourcentage . . . 795
1.3.b Proportions et intersections . . . 797

2 Second degré, paraboles **801**
2.1 Définitions . . . 801
2.1.a Symétries, tableau de variations . . . 801
2.2 Tracer une parabole dont l'équation est connue . . . 802
2.3 Donner l'équation d'une parabole dont deux racines sont connues . . . 803
2.4 Équation du second degré . . . 804

2.4.a Exemple quand tout va bien . . . 804
2.4.b Exemple quand tout va mal . . . 805
2.4.c Et si le discriminant est nul ? . . . 805
2.4.d Résumé . . . 805
2.5 Factorisation du trinôme du second degré . . . 806
2.5.a Étude de signe . . . 806
2.6 Résumé de tout ce qu'il faut savoir . . . 808
2.7 Exercices sur le second degré . . . 809
2.7.a Sommet et tableau de variations . . . 809
2.7.b Tableau de signe et inéquations connaissant une factorisation . . . 809
2.7.c Trouver des paraboles vérifiant certaines conditions . . . 810
2.7.d Lecture de graphiques . . . 811
2.7.e Résolution . . . 811
2.7.f Factorisation . . . 812
2.7.g Problèmes . . . 813
2.7.h Théorie . . . 813
2.7.i Équations sans terme indépendant . . . 814

3 Binomiale **821**
3.1 Épreuve de Bernoulli . . . 821
3.2 Schéma de Bernoulli . . . 822
3.3 La loi binomiale . . . 824
3.3.a Définition et formule . . . 824
3.3.b Espérance . . . 824
3.4 Graphiques et tendance à long terme . . . 825
3.4.a Quel graphique voulons-nous tracer ? . . . 825
3.4.b Petites binomiales . . . 825
3.4.c Grandes binomiales . . . 826
3.5 Simuler un schéma de Bernoulli avec un ordinateur . . . 826
3.5.a Les commandes toutes faites . . . 827
3.6 Compléments . . . 828
3.6.a La probabilité n'est en pratique pas toujours connue . . . 828
3.6.b À propos de l'hypothèse de remise . . . 828
3.6.c La formule de la binomiale . . . 830
3.7 Exercices . . . 831
3.7.a Rappels probabilités . . . 831
3.7.b Reconnaître une situation de Bernoulli . . . 831
3.7.c Calculer des probabilités avec un arbre . . . 831
3.7.d Espérance . . . 832
3.7.e Utilisation de la loi binomiale . . . 833

4 Évolutions **841**
4.1 Évolution . . . 841
4.2 La TVA . . . 842
4.3 Exercices . . . 842
4.3.a Évolution : introduction . . . 842
4.3.b Évolution, évolution relative et absolue . . . 843
4.3.c La TVA . . . 844
4.3.d Évolutions successives . . . 844
4.3.e Problèmes . . . 846

5 Statistiques **847**
5.1 Moyenne, écart-type . . . 847
5.2 Calcul de moyenne et écart-type à la calculatrice . . . 848
5.2.a Sur la TI . . . 848
5.2.b Sur la Casio . . . 848
5.2.c Probabilités . . . 848
5.2.d Intervalle de fluctuation . . . 849

6 Comparaison de séries statistiques **851**
6.1 Diagramme en boîtes . . . 851

7 Suites numériques **853**
7.1 Suites numériques . . . 853
7.2 Suites définies par récurrence . . . 853
7.3 Exercices . . . 853
7.3.a Suites numériques . . . 853
7.3.b Suite définie par récurrence . . . 854
7.4 À l'ordinateur . . . 855

8 Suites arithmétiques **857**
8.1 Suites arithmétiques . . . 857
8.2 Exercices . . . 857

9 Équations de droites (1stmg) **859**
9.1 Théorie . . . 859
9.1.a Définitions . . . 859
9.1.b Lecture graphique . . . 859
9.1.c Calculs . . . 859
9.1.d Exercices préliminaires . . . 860
9.1.e Exercices pour s'entrainer . . . 861

10 Nombre dérivé et tangente **863**
10.1 Introduction . . . 863
10.2 Tangente . . . 863
10.3 Exercices . . . 864

11 Suites géométriques **867**
11.1 Exercices . . . 867

12 Troisième degré **869**

13 Fonction dérivée et variations **871**
13.1 Exercices . . . 871

14 Échantillonnage et prise de décision **873**
14.1 Intervalle de fluctuation . . . 873
14.2 Théorie . . . 875
14.3 Exemple . . . 875

V Pour les AP **877**
0.1 Origami . . . 879
0.1.a Théorème de Haga (Pythagore) . . . 882
0.1.b Théorème de Haga (angles) . . . 883
0.1.c Théorème de Haga (proportionnalité) . . . 884

VI Python **885**

1 Généralités **887**
1.0.a La fonction `print` . . . 887
1.1 Listes . . . 887
1.2 Créer des fonctions . . . 889
1.2.a Choses Basiques . . . 889
1.2.b Pour aller plus loin . . . 890
1.3 Tester la divisibilité . . . 891
1.4 Tracer une fonction . . . 891

2 Manipulation de texte **893**
2.1 Manipulation de base . . . 893
2.2 Passer des textes aux listes et inversement . . . 894

3 Un texte qui ressemble à du français **897**
3.1 La boucle `for` . . . 898
3.2 Prendre des choses au hasard . . . 898
3.3 Prendre des lettres au hasard . . . 899
3.4 Prendre des couples de lettres au hasard . . . 900

4 Applications plus ou moins utiles et plus ou moins ludiques **901**
4.1 Algorithmique plus pure . . . 901
4.2 Suite définie par récurrence . . . 901
4.3 Moyenne, médiane, quartiles . . . 903
4.3.a Moyenne . . . 903
4.3.b Premier et troisième quartiles . . . 903
4.4 Simuler un schéma de Bernoulli . . . 904

VII Autres exercices **907**
0.1 Égalité de fonctions . . . 909
0.2 Proportions, pourcentage . . . 910
0.3 À l'ordinateur . . . 910
0.3.a Théorie . . . 912
0.4 Binomiale . . . 912

VIII Autres **931**
0.1 Exercices pour TSTL . . . 933
0.2 Suites arithmétiques . . . 935
0.3 Pour la dérivation . . . 935

1 Les feuilles toutes faites **937**
1.0.a En plus, cinquième et quatrième . . . 952

2 Corrections de certains exercices **959**

3 GNU Free Documentation License **1179**

Bibliographie **1189**

Première partie

Cinquième

Chapitre 1

Règles de calcul

1.1 Priorité des opérations

Sans multiplications

(a) Calculer $A = 12 + 5 - 4$, $B = 12 - 4 + 5$ et $C = 5 - 4 + 12$.

(b) Qu'observe-t-on ?

Avec multiplications

(a) Calculer mentalement $D = 4 \times 5 + 2$, $E = 5 \times 4 + 2$ et $F = 5 + 2 \times 4$.

(b) Recalculer ces expressions en les tapant à la calculatrice exactement comme elles sont écrites.

(c) Qu'observe-t-on ?

Avec des parenthèses

(a) Calculer $G = (7 + 3) \times 3$, $H = 4 \times (30 - 21)$ et $K = (3 \times 4) \times (7 - 2)$.

(b) Dans quel ordre faut-il faire les calculs ?

1.1.a Additions et soustractions

À retenir
Un enchaînement sans parenthèses d'additions et de soustractions s'effectue de gauche à droite.

Exemple

$$\begin{aligned} A &= 12 + 5 - 6 \\ &= 17 - 6 \\ &= 11. \end{aligned}$$

△

1.1.b Priorité de la multiplication

À retenir
Dans un enchaînement sans parenthèses, les multiplications et les divisions sont à effectuer en priorité.

Moyen mnémotechnique : la multiplication passe avant parce que c'est elle qui fait foi.

Exemple

$$5 \times 8 + 7 = 40 + 7 = 47$$

et

$$2 + 6 \times 3 = 2 + 18 = 20$$

△

Remarque 1.5.
Si il y a des multiplication et des divisions mélangées, il faut calculer de gauche à droite.

Exemple

$$12 \times 2 \div 3 = 24 \div 3 = 8.$$

△

Remarque 1.7.
Les fractions sont des quotients avec des parenthèses sous-entendues.

Exemple

$$\frac{13+7}{4+1} = (13+7) \div (4+1) = 20 \div 5 = 4.$$

△

1.1.c Avec des parenthèses

À retenir
Lorsqu'une expression contient des parenthèses, elles sont à effectuer en priorité.

Exemple

$$5 \times (8 + 13) = 5 \times 21 = 105$$

et

$$(8 - 2) \times 15 = 6 \times 15 = 90.$$

△

1.2 Factorisation

Activité : Bertrand vend des pots

Bertrand l'artisan vend des pots sur le marché. Chaque pot lui coûte 2€ de matériel et est revendu 7€.

(a) Pour savoir quel sera son gain en vendant 13 pots, Bertrand fait l'opération suivante :

13	×	7	−	13	×	2

Calculer cette valeur.

(b) Son ami Josef lui fait remarquer qu'il peut plus facilement calculer son bénéfice en calculant d'abord le bénéfice d'un pot et en multipliant ensuite par le nombre de pot.
Proposer, en suivant cette idée, une expression donnant le bénéfice de Bertrand lorsqu'il vend 13 pots.
Vérifier qu'elle fonctionne en recalculant le bénéfice réalisé par la vente de 13 pots.

(c) Calculer mentalement le bénéfice réalisé lors de la vente de 20 pots.

1.2.a Calcul malin

Pour effectuer mentalement

$$102 \times 53,$$

on fait

— $100 \times 53 = 5300$
— $2 \times 53 = 106$
— $5300 + 106 = 5406$.

Autrement dit nous faisons

$$(100 + 2) \times 53 = 100 \times 53 + 2 \times 53.$$

1.2.b factorisation

Si a, x, y sont de nombres quelconques, alors

$$a \times x + a \times y = a \times (x + y)$$
$$a \times x - a \times y = a \times (x - y)$$

Exemple
Pour calculer le bénéfice de vente de 13 pots nous avons fait

$$13 \times 7 - 13 \times 2 = 13 \times (7 - 2).$$

Ce passage s'appelle **factoriser**. △

Exemple
Lorsque nous faisons

$$98 \times 53 = (100 - 2) \times 53 = 100 \times 53 - 2 \times 53,$$

c'est un développement. △

Chapitre 2

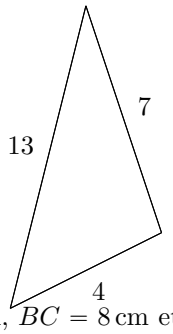
Triangles

Activité : longueurs imposées

Tentatives de construire des triangles de longueurs imposées.

(a) Choisir trois nombres compris entre 2 et 15 et tenter de tracer un triangle dont les côtés ont ces mesures (règle, rapporteur, compas, équerre).

(b) Voyant le triangle ci-contre, Louise s'est exclamée «il est complètement faux !». Essayer de dessiner un triangle correct ayant ces mesures.



2.1 Construction connaissant les trois longueurs

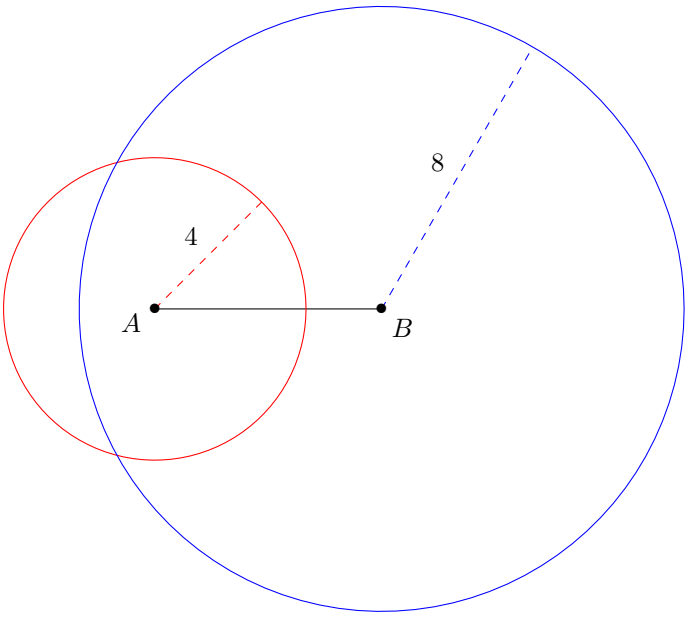
Nous voulons construire un triangle ABC dont les côtés sont de longueurs sont $AB = 6\,\text{cm}$, $BC = 8\,\text{cm}$ et $AC = 4\,\text{cm}$.

(a) Tracer un segment $[AB]$ de longueur 6 cm.

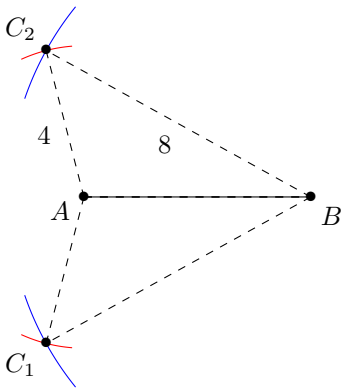


(b) Vu que la distance entre C et A est de 4 cm, tracer un cercle de centre A et de rayon 4 cm.

(c) Vu que la distance entre C et B est de 8 cm, tracer un cercle de centre B et de rayon 8 cm.



(d) Les points d'intersections des deux cercles sont en même temps à 4 cm de A et 8 cm de B ; le point C peut y être placé. Dans le cas présenté ici, il y a deux possibilités :



2.2 Inégalité triangulaire

À retenir
Dans un triangle, la longueur d'un côté est toujours inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Lorsqu'il y a égalité, les trois points sont alignés.

Cela est l'**inégalité triangulaire**.

En pratique faut seulement vérifier que le plus long côté est plus petit que la somme des deux autres.

Exemple
Est- il plus court d'aller de A à B en suivant le segment $[AB]$ ou en passant *via* C ? △

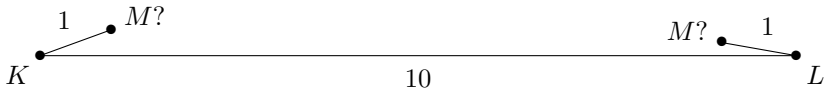
À retenir
L'inégalité triangulaire revient à dire que le trajet le plus court entre deux points est la ligne droite.

Exemple
Est-il possible de construire un triangle COR dont les côtés ont pour mesure $CO = 5\,\text{cm}$, $OR = 6\,\text{cm}$ et $RC = 4\,\text{cm}$?

Le plus long côté est $OR = 6$. Mais $CO + RC = 5 + 4 = 9$, donc $OR < CO + RC$ et il est possible de créer un tel triangle. △

Exemple
Est-il possible de construire un triangle KLM dont les côtés ont pour mesure $KL = 10\,\text{cm}$, $KM = 1\,\text{cm}$ et $LM = 1\,\text{cm}$?

Le plus long côté est KL ; les deux autres ont pour somme 2 et sont donc trop petits. Il n'est pas possible de dessiner créer ce triangle.



△

Exemple
Essayer de créer un triangle avec une règle de 40 cm et deux stylos. △

Combien d'intersections sont possibles ?

(a) Deux. Il y a alors deux possibilités pour construire le triangle. Dans ce cas,

$$AB < AC + CB$$

(b) Une. Les côtés $[AC]$ et $[CB]$ sont «tout juste» suffisant pour aller de A à B. C'est le cas d'égalité

$$AB = AC + CB.$$

Les points A, B et C sont alors alignés.

(c) Aucune. Les côtés $[AC]$ et $[CB]$ ne sont pas assez longs pour joindre A à B. Cas d'inégalité

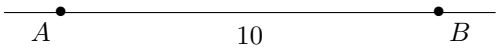
$$AB > AC + CB.$$

2.3 Connaissant une longueur et deux angles adjacents

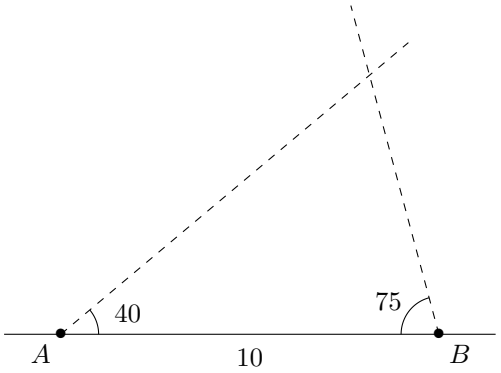
Il faut trouver une autre activité

Comment tracer un triangle ABC sachant que $AB = 10\,\text{cm}$, $\widehat{CAB} = 40°$ et $\widehat{CBA} = 75°$?

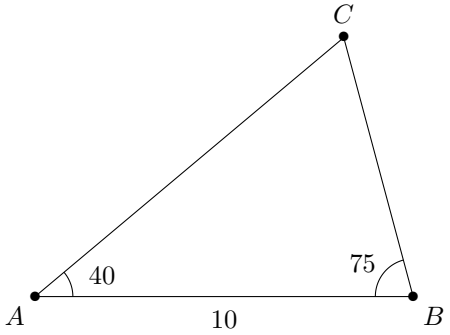
(a) Tracer un segment $[AB]$ de la bonne longueur, en prolongeant des deux côtés pour plus de précision.



(b) Avec le rapporteur, tracer les droites partant de A et B avec les angles donnés par rapport à $[AB]$.



(c) Le point d'intersection des deux droites est le troisième point du triangle.



2.4 Connaissant deux côtés et l'angle qu'ils forment

Nous devons construire un triangle ABC dont nous savons que

(a) AB=3 cm

(b) AC=5 cm

(c) $\widehat{CAB} = 30°$

La méthode est :

(a) Tracer le segment $[AB]$ en le prolongeant pour plus de précision.

(b) Tracer une droite passant par A et formant un angle de 30° avec (AB).

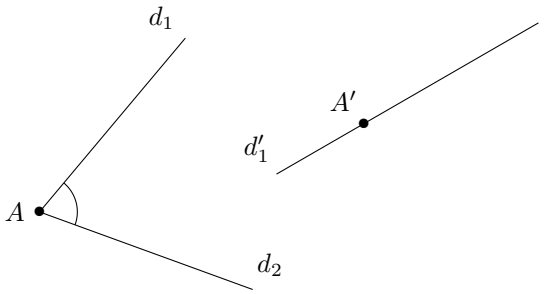
(c) Sur cette droite, reporter la mesure 5 cm à partir de A (il y a une possibilité dans chaque sens).

(d) Le point atteint est le point C.

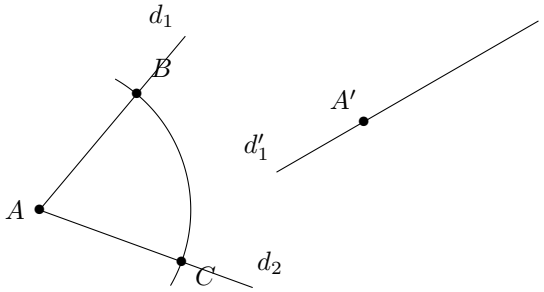
2.5 Reproduire un angle au compas

Le problème est le suivant : étant donné un angle formé des droites d_1 et d_2 et une droite d'_1, être capable de tracer une droite d'_2 coupant d'_1 avec un angle égal à celui des droites d_1 et d_2.

Voici les données :

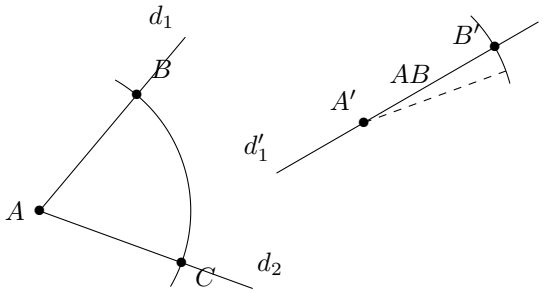


Première étape : choisir des points B et C sur les côtés de l'angle.

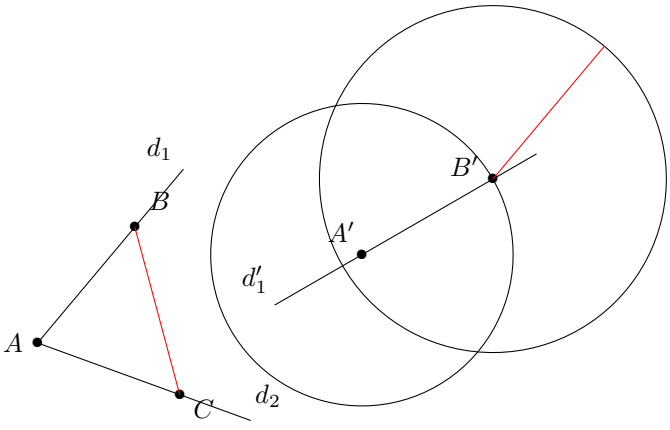


Il s'agit maintenant de reproduire la configuration des points A, B et C en partant de A'. Nous devons trouver des points B' et C'.

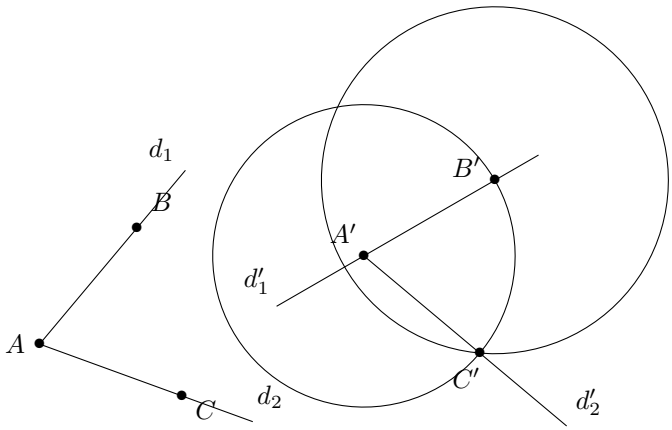
Seconde étape : reporter la longueur AB sur la droite d'_1 à partir de A' et définir ainsi le point B'.



Maintenant le point C' doit être en même temps à distance AC de A' et BC de B'. Il sera donc l'intersection
— du cercle de centre A' et de rayon AC.
— du cercle de centre B' et de rayon BC.



Il y a deux possibilités. Le résultat est :


d_1
B
A
C
d_2
B'
A'
d'_1
C'
d'_2

Chapitre 3

Écriture fractionnaire

Confiture sucrée

Après un bel été bien ensoleillé, Philippe souhaite faire de la confiture pas trop sucrée. En regardant sur l'internet, il trouve trois recettes.

Confiture d'abricots	«500 g de sucre et 500 g d'abricots»
Confiture de fraises	«450 g de sucre et 750 g de fraises»
Confiture de cerises	«800 g de sucre et 2400 g de cerises»

(a) Pour chaque recette, exprimer la proportion de sucre ajouté dans la confiture sous forme de fraction.

(b) Simplifier le plus possible les fractions obtenues à la question précédente.

Philippe cherche à savoir quelle est la recette avec le moins de sucre ajouté. Il fait le raisonnement suivant : « C'est dans la confiture de fraises qu'on retrouve la masse de sucre ajouté la moins importante (450 g), c'est donc dans la confiture de fraises qu'il y a le moins de sucre ajouté. ».

(a) Que penser de ce raisonnement ?

(b) Quelle est la confiture avec le plus petite teneur en sucre ?

De [3]

3.1 Simplification

À retenir
La valeur d'une fraction ne change pas si on multiplie ou divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre.

Exemple

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

Pourquoi ? J'ai un litre que je divise en 4 verres de 250 mL. Si je prends 2 de ces verres, j'ai 500 mL = $\frac{1}{2}$ L. △

Exemple

$$\frac{15}{6} = \frac{5 \times 3}{2 \times 3} = \frac{5}{2}.$$

△

Exemple
Des pizzas sont coupées en huit. J'en mange 2 morceaux. J'ai mangé

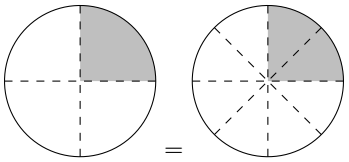
$$\frac{2}{8}$$

pizza. On peut simplifier par 2 :

$$\frac{2}{8} = \frac{2 \div 2}{8 \div 2} = \frac{1}{4}.$$

J'ai mangé un quart de pizza.

Une façon de voir l'égalité $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ est de considérer les diagrammes :



△

Exemple
Un tiers d'une année est composée de 4 mois. En effet 4 mois font

$$\frac{4}{12} \text{ années} = \frac{1}{3} \text{ années}$$

△

3.2 Approximation numérique

À retenir
La fraction $\frac{a}{b}$ représente le quotient $a \div b$. Effectuer la division donne une approximation de la valeur de la fraction.

Exemple
Une approximation de $\frac{9563}{123}$ est

$$9563 \div 123 \simeq 77.74796.$$

Cette fraction vaut donc environ 77 et trois quart. △

Exemple
La fraction

$$\frac{3}{4}$$

vaut 0.75 et ce n'est pas une approximation. △

Activité : mélange

Un verre peut contenir 60 cL. Luc, amoureux des mélanges, y verse un quart de litre de sirop de menthe. Exprimer sous forme de fraction la proportion du verre qui est remplie.

Il y ajoute encore 40 cL d'eau. Exprimer encore par une fraction la proportion remplie du verre.

Est-ce que cette fraction est plus grande que 1 ? Est-ce que le verre déborde ? Quel est le rapport entre ces deux questions ?

3.3 Autour de l'unité

À retenir
Si le numérateur d'une fraction est supérieur à son dénominateur alors le nombre représenté est supérieur à 1.

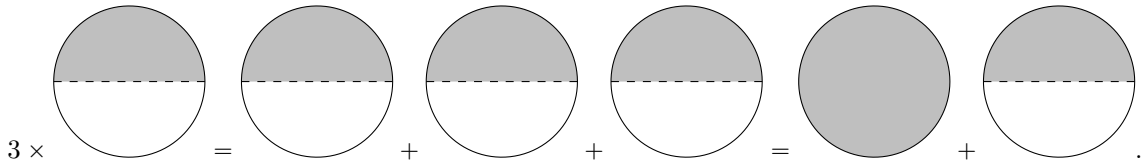
Si son numérateur est inférieur à son dénominateur alors le nombre représenté est inférieur à 1.

Exemple

$$\frac{3}{2} > 1$$

Manger trois demi-pizza revient à en manger plus d'une entière.

Nous pouvons également voir ça sur un dessin. Si une pizza est un cercle entier, une demi-pizza est un demi cercle et nous avons l'égalité imagée



Trois demi-pizzas reviennent à une pizza entière plus encore une demi-pizza :

$$\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}.$$

△

3.4 Fraction et proportion

Exemple

La fraction $\frac{3}{4}$ représente soit

(a) la situation où nous avons *un* kilo de confiture que nous partageons en 4 et dont nous prenons trois morceaux.

(b) la situation où nous avons *trois* kilos de confiture que nous partageons en 4.

△

Chapitre 4

Méthodologie mathématique

Mesurer sur un dessin

Rechercher dans votre cahier d'exercices l'activité «mesure astronomique». Quelle distance avez-vous trouvé entre la Terre et la comète ? Mettons tous les résultats en commun et comparons.

Est-ce que nous pouvons nous fier à un dessin ?

Recherche d'exemples

Si x est un nombre positif, est-il vrai que $x \times x$ est plus grand que x ? (exemple : si $x = 5$ alors $x \times x = 25$, et c'est effectivement plus grand que 5)

4.1 Conjecture

À retenir
Un dessin ne constitue pas une preuve. Il peut cependant donner une idée du résultat.

Définition
Une **conjecture** est une idée que l'on a d'un résultat ou d'une propriété, basée sur des dessins, des essais ou des exemples.

Exemple
Dans le cas de l'activité «distance astronomique», les dessins et les mesures faites sur les dessins permettent de **conjecturer** que la distance entre la comète et la Terre est entre 400 et 500 millions de kilomètres. △

Dans le cas de la recherche d'exemples, nous avons pu conjecturer que $x \times x > x$. Mais c'est faux. Par exemple avec $x = 0.1$ nous avons $x \times x = 0.1 \times 0.1 = 0.01$.

À retenir
Une conjecture, même appuyée par beaucoup d'exemples, peut être fausse.

4.2 Réciproque

En mathématique, les énoncés sont souvent écrits sous la forme « **Si** *condition* **alors** *conséquence* ».

Définition
La **réciproque** d'un énoncé s'obtient en inversant la condition et la conséquence.

Exemple

Énoncé «**Si** le dernier chiffre d'un nombre est «6» **alors** il est divisible par 2.»

Réciproque «**Si** un nombre est divisible par 2 **alors** son dernier chiffre est «6»

Note : même si un énoncé est vrai, sa réciproque peut être fausse. △

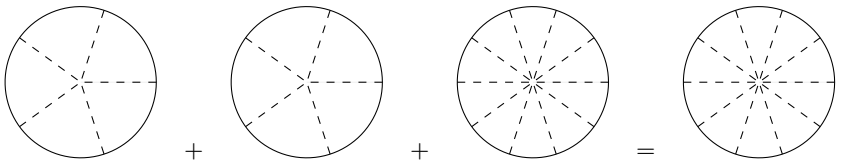
Chapitre 5

Opérations sur les fractions

Activité : secteurs d'émissions

Sur cette planète, un cinquième des émissions de dioxyde de carbone sont dus aux processus industriels, un autre cinquième aux transports et un dixième aux bâtiments.

(a) Colorier l'égalité suivante :



industries transports bâtiments total des 3

(b) Quelle fraction du total des émissions de CO_2 est due à ces trois activités ?

(c) Les centrales énergétiques sont responsables d'un tiers des émissions de dioxyde de carbone. Quel est le total de ces quatre activités ?

Pour plus d'informations, voir http://savoirsenmultimedia.ens.fr/uploads/videos//diffusion/2012_02_09_jancovici.mp4

5.1 Addition et soustraction

À retenir
Pour additionner (ou soustraire) des nombres en écriture fractionnaire :
- on écrit les nombres avec le même dénominateur ;
- on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

Exemple
À calculer :

$$A = \frac{1}{3} + \frac{5}{12}.$$

Nous procédons comme suit.

(a) Le dénominateur commun est 12 parce que 12 est un multiple à la fois de 3 et de 12.

$$\frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{5}{12}$$

(b) La somme à calculer devient :

$$A = \frac{4+5}{12}$$

(c)

$$A = \frac{9}{12}$$

(d) Nous simplifions le résultat :

$$A = \frac{9}{12} = \frac{9 \div 3}{12 \div 3} = \frac{3}{4}.$$

△

Exemple
Parfois le dénominateur commun n'est aucun des deux dénominateurs :

$$B = \frac{5}{6} - \frac{3}{14}.$$

Le plus petit dénominateur commun est 42 : c'est le plus petit nombre à être multiple en même temps de 6 et 14. En choisissant cela,

$$B = \frac{5 \times 7}{6 \times 7} - \frac{3 \times 3}{14 \times 3} = \frac{35}{42} - \frac{9}{42} = \frac{26}{42} = \frac{13}{21}.$$

Dans ce cas, il est peut-être plus simple de choisir le produit 14×6 comme dénominateur commun (ça marche toujours) :

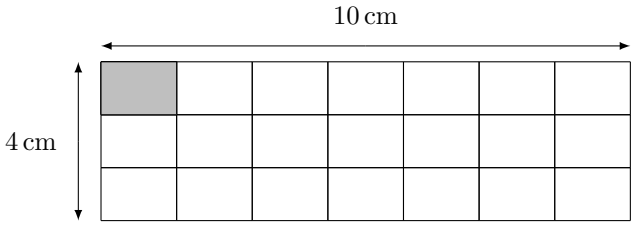
$$B = \frac{5 \times 14}{6 \times 14} - \frac{3 \times 6}{14 \times 6} = \frac{70}{84} - \frac{18}{84} = \frac{52}{84} = \frac{13}{21}.$$

Prendre le produit des dénominateurs fonctionne toujours, mais mène à des calculs sur de plus grands nombres.
△

5.2 Produit

Activité : fraction d'un grand rectangle

Donner la longueur et la largeur du rectangle grisé. Quelle est son aire ?



De [3]

À retenir
Pour multiplier des nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Exemple
Calculer : $A = \frac{8}{7} \times \frac{5}{3}$. On fait :

$$\begin{aligned} A &= \frac{8}{7} \times \frac{5}{3} \\ &= \frac{8 \times 5}{7 \times 3} \\ &= \frac{40}{21}. \end{aligned}$$

△

5.3 Une «partie de»

À retenir
La multiplication de fraction correspond à ce qu'en français on dit «telle partie **de**».

Exemple
Une canette contient 33 cL. Un quart de la canette contient

$$\frac{1}{4} \times 33 = 8.25\,\text{cL}.$$

△

Exemple
Manger les trois quart d'un paquet d'un demi kilo de pâtes revient à manger

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}\,\text{kg} = \frac{3}{8}\,\text{kg}$$

de pâtes.

Pour savoir combien de grammes cela fait nous remarquons qu'un huitième de kilo signifie 125 g et donc trois huitièmes sont

$$3 \times 125 = 375\,\text{g}.$$

Question : que penser du calcul $0.75 \times 0.5 \times 1000$? △

Chapitre 6

Droites remarquables dans un triangle

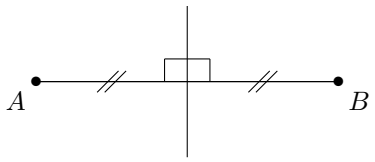
Activité : Napoléon se place

Les Anglais et les Autrichiens ont pris position en deux points A et B distants de 10 km. Napoléon veut pouvoir être à même de les attaquer tous les deux d'égale manière et décide donc de se positionner en un point N qui serait à égale distance de A que de B.

Bien entendu il pourrait se placer au milieu du segment $[AB]$, mais ainsi il se ferait trop facilement attaquer des deux côtés à la fois (pas fou le Corse !). Où peut-il se placer ? Faire un dessin pour l'aider.

6.1 Médiatrice

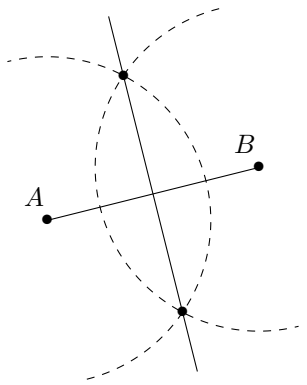
Définition
La **médiatrice** d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.



Propriété
La médiatrice du segment $[AB]$ est l'ensemble des points équidistants de A et B.

Pour tracer la médiatrice du segment $[AB]$,
— tracer un arc de cercle de centre A.
— en gardant le même rayon, tracer un arc de cercle de centre B ;
— la droite passant par les deux intersections est la médiatrice.

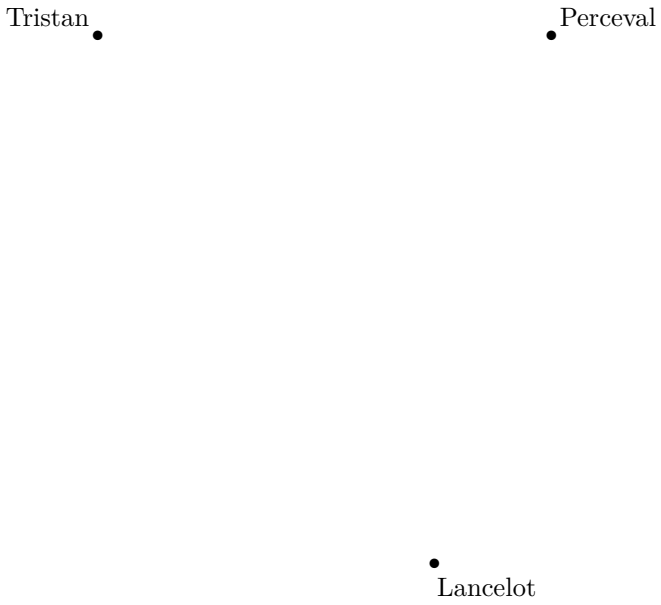
Attention : il faut choisir le rayon assez grand pour qu'il y ait des intersections.



6.2 Cercle circonscrit

Activité : chevaliers de la table ronde

Les chevaliers de la table ronde se sont disputés ; Tristan, Perceval et Lancelot sont allés mettre leurs chaises un peu à l'écart et refusent de bouger. Sur le dessin suivant, l'unité est en mètres. Quel doit être le rayon de la nouvelle table ronde de telle sorte à ce que ces trois chevaliers puissent siéger ?



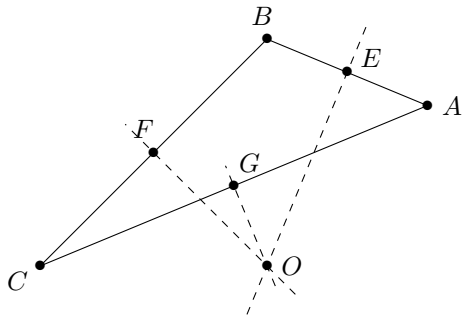
Propriété
Dans un triangle, les trois médiatrices sont concourantes.

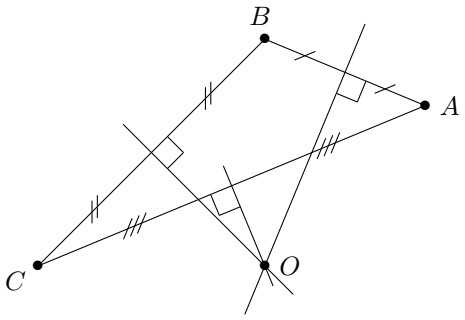
À ce niveau : exercice. Tracer un triangle au hasard et ses trois médiatrices.

Définition
Le **cercle circonscrit** à un triangle est le cercle passant par les trois sommets de ce triangle.

Propriété
Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point d'intersection de ses trois médiatrices.

La figure, avec et sans codage. Celle sans codage est distribuée et le codage se fait en classe en guise d'exercice.

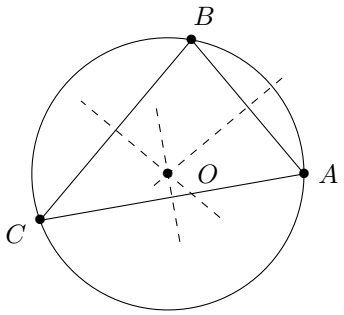




Construction

On ne fait pas la construction en classe dans le cahier de leçon parce qu'elle est déjà traitée dans l'activité et autour de la définition du cercle circonscrit.

En ce qui concerne la construction.



— Tracer les trois médiatrices,
— le centre du cercle circonscrit est le point d'intersections des trois, nommé O
— le rayon du cercle circonscrit est au choix OA, OB ou OC.
Les longueurs OA, OB et OC sont égales. En effet,

(a) $OA = OB$ parce que O est sur la médiatrice du segment $[AB]$.

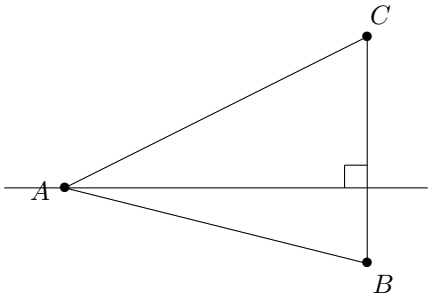
(b) $OA = OC$parce que O est sur la médiatrice du segment $[AC]$.

(c) $OB = OC$parce que O est sur la médiatrice du segment $[BC]$.

6.3 Hauteur

Définition
Dans un triangle, la **hauteur** issue d'un sommet est la droite passant par ce sommet et perpendiculaire au côté opposé.

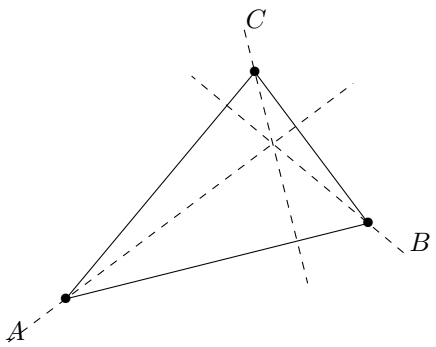
Sur le dessin suivant, nous voyons la hauteur issue du sommet A.

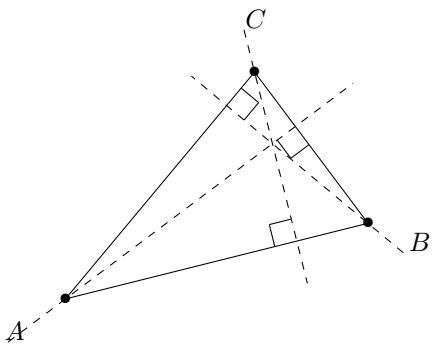


On dit aussi la hauteur **relative** au côté $[CB]$.

Propriété
Dans un triangle, les trois hauteurs sont concourantes.

Encore une fois, la figure à codée et celle codée.





6.4 Médiane

Activité : mêmes aires

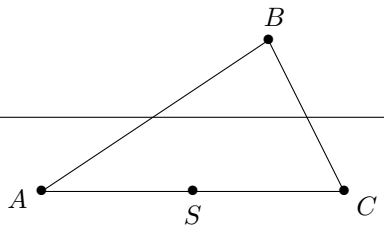
(a) Tracer la hauteur du triangle ABC issue de B.

(b) Quelle est l'aire du triangle ABC ?

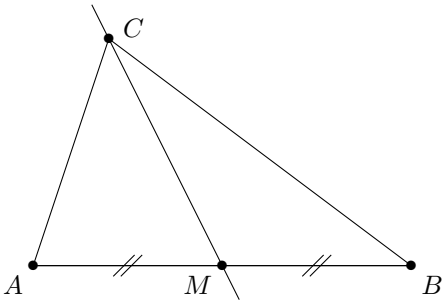
(c) Déterminer les aires des triangles ASB et SBC.

(d) En déduire la position du point S sur le segment $[AC]$.

Définition[4]
Dans un triangle la **médiane** issue d'un sommet est la droite passant par ce sommet et par le milieu du côté opposé.

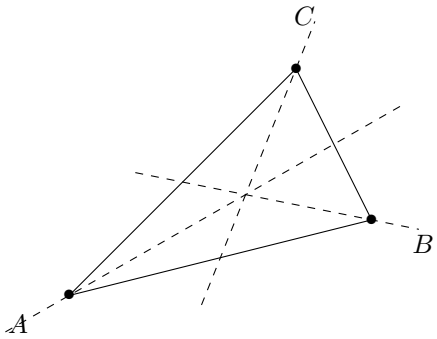


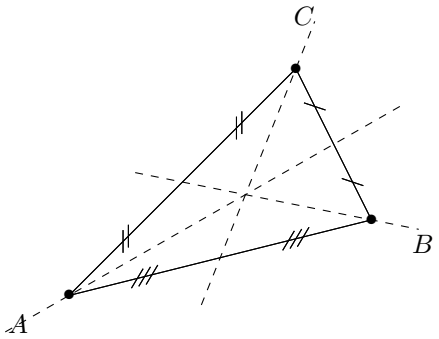
Sur le dessin suivant, nous voyons la médiane issue du sommet C.



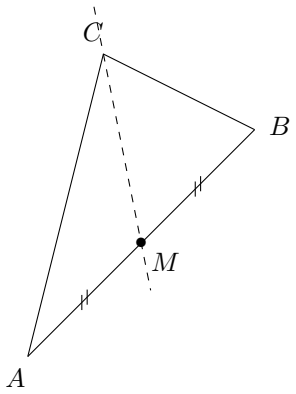
On dit aussi que (CM) est la médiane **relative** au côté $[AB]$.

Propriété
Dans un triangle, les trois médianes sont concourantes.





Propriété
Une médiane partage un triangle en deux parties de même aire.



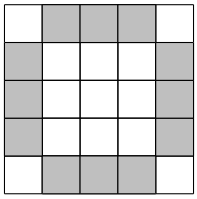
Les triangles AMC et BMC ont même aire.

Chapitre 7

Expressions littérales

Activité : carré sans coins

Un carreleur veut créer le motif suivant :



(a) Combien de carreaux gris lui faudra-t-il ?

(b) Reproduire le dessin pour une fresque de 6×6 au lieu de 5×5. Combien de carreaux gris faut-il alors ?

(c) Même questions pour une fresque 7×7 et 10×10.

(d) Et pour une fresque de taille 100×100 que l'on crée encore selon le même motif ?

(e) Le professeur appelle x le nombre de carreaux d'un côté de la fresque. Pour calculer le nombre de carreaux gris, des élèves ont écrit les expressions suivantes :

- Anis : $A = x \times 4 - 2$
- Basile : $B = x - 2 \times 4$
- Chloé : $C = 4 \times (x - 2)$
- Dalila : $D = (x - 2) \times 4$
- Enzo : $E = 4 \times x - 8$
- François : $F = 4 \times x - 4$

Parmi ces expressions, lesquelles sont fausses ? Pourquoi ? Y a-t-il plusieurs bonnes réponses ? Justifier.

De [3]
Questions subsidiaires : combien de carreaux blancs ?

7.1 Expression «en fonction de x»

Définition
Une expression dans laquelle certains nombres sont représentés par des lettres est une **expression littérale**.

Exemple
Le triple d'un nombre x est noté «$3 \times x$». △

Exemple
La longueur d'un wagon est de 7.35 mètres. La longueur de x wagons est $7.35 \times x$ mètres. △

La triple de x et la longueur des x wagons ont été exprimés **en fonction de** x.

7.2 Simplification d'écriture

À retenir
Si a et x sont des nombre, afin de simplifier les notations, nous écrivons

(a) $3a$ pour $3 \times a$

(b) ax pour $a \times x$.

Exemple
Si $y = 5$ alors

(a) $2y = 2 \times y = 10$

(b) $ay = 5 \times a$

△

7.3 Petites astuces

Quelque «structures» à retenir :

(a) Si n est un nombre entier, alors $n + 1$ est «le suivant».

(b) Les nombres pairs sont les nombres de la forme $2n$ où n est un nombre entier.

(c) La table de 7 est la liste des nombres $7n$ où n prend toutes les valeurs entières positives.

7.4 Développement et simplification

Activité : vente de gâteaux

Bob et Alice vendent des gâteaux pour financer un voyage. Chaque gâteau coûte deux euros à produire et est vendu cinq euros. Bob fait le raisonnement suivant : «si on vend n gâteaux, cela nous a coûté $2n$ euros à produire et rapporté $5n$ euros. Donc le bénéfice est $5n - 2n$». Alice par contre dit : «chaque gâteau rapporte 3 euros ; donc si on en vend n, on gagne $3n$ euros».

(a) Quel est le bénéfice obtenu en vendant 10 gâteaux suivant le raisonnement de Bob ?

(b) Quel est le bénéfice obtenu en vendant 10 gâteaux suivant le raisonnement d'Alice ?

(c) Qui a raison ?

Conclusion : $5n - 2n = (5 - 2)n = 3n$.

Propriété
Pour tout nombres k, x et y nous avons la formule de **développement**

$$k \times (x + y) = k \times x + k \times y$$

notée en abrégé par

$$k(x + y) = kx + ky.$$

On dit qu'on «effectue» le calcul.

Exemple
Si a est un nombre, nous avons :

$$6 \times (a + 3) = 6a + 18.$$

△

Propriété
Pour tout nombres k, x et y nous avons la formule de **factorisation**

$$k \times x + k \times y = k \times (x + y),$$

notée en abrégé par

$$kx + ky = k(x + y).$$

Exemple
$38k + 12k = (12 + 38)k = 50k$.

Plus concrètement,

$$12 \times 38 + 12 \times 62 = 12 \times 100.$$

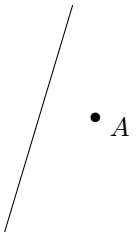
△

Chapitre 8

Symétrie centrale

Activité : symétrie axiale

Construire le symétrique A' de A par rapport à la droite dessinée.



Quel est la médiatrice du segment $[AA']$?

À moins que l'activité se soit mal passée, on ne fait pas la symétrie axiale en classe.

Symétrie axiale

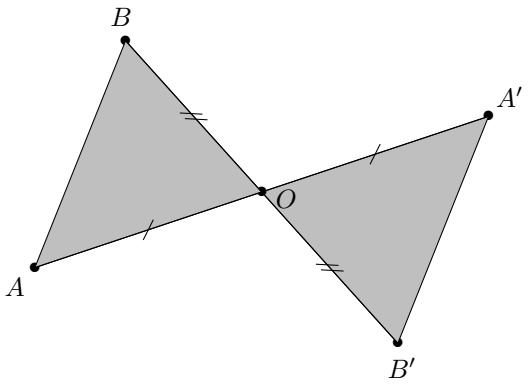
Définition
Soit un point A et une droite (d). Le **symétrique** de A par rapport à la droite (d) est le point A' tel que (d) soit la médiatrice du segment $[AA']$.

Pour construire (ne pas faire écrire au cahier de leçon) :
— Tracer la demi-droite (k) perpendiculaire à (d) et d'origine A.
— Reporter la distance de A à l'axe de l'autre côté.

8.1 Symétrie par rapport à un point

Activité : ne pas tout mesurer

Mesurer les côtés de ces triangles et calculer l'aire totale de la figure grisée.

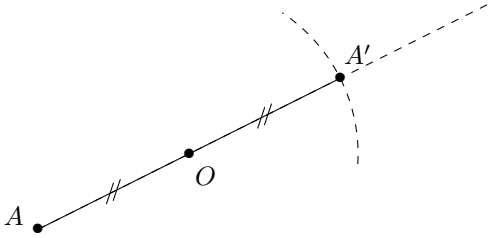


Comparer la longueur AB avec $A'B'$.

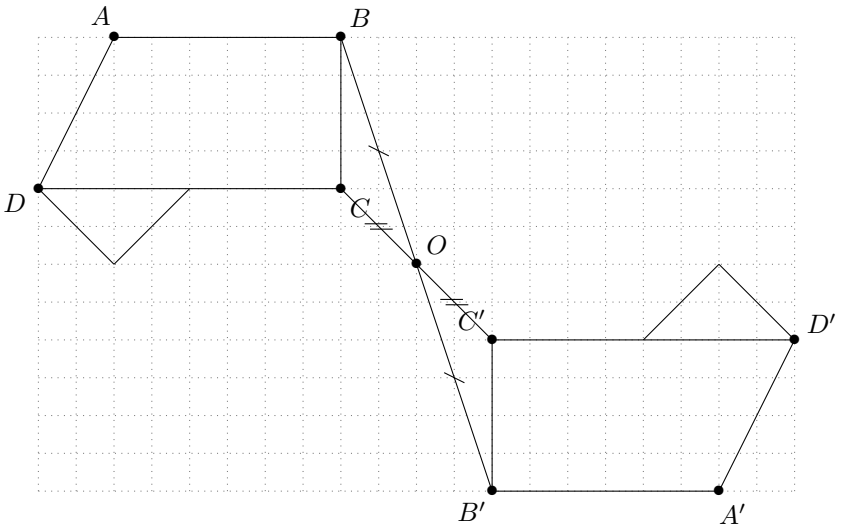
À ce niveau il faut dire que $(AB) \parallel (A'B')$.

Définition
Deux point A et A' sont **symétriques par rapport au point** O lorsque O est le milieu du segment $[AA']$.

Pour la construction du symétrique du point A par rapport à O :
— Tracer la demi-droite $[AO)$
— Reporter la distance AO à partir du point O.
— Ne pas oublier de coder : la distance AO est égale à la distance OA'.



Faire le dessin ensemble en utilisant les carreaux.



Propriété
La symétrie centrale conserve
(a) les longueurs,
(b) les aires,
(c) les angles.

8.2 Symétrie centrale et rotation

Vu sur géogébra : une symétrie centrale est une rotation d'un demi-tour.
Fichier : interact/rotation_sym_cent.ggb

8.3 Symétrique d'une droite

Activité : symétrique d'une droite

Placer trois points alignés A, B, C ainsi qu'un point O n'appartenant pas à la droite (AB). Nous nommons A', B' et C' les symétriques de A, B et C par rapport à O. Sont-ils alignés ?

Deux propriétés admises :

Propriété

(a) Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite parallèle.
(b) Le symétrique d'un segment par rapport à un point est une segment parallèle de même longueur.

Chapitre 9

Nombres relatifs

Activité : quelques situations plus petites que zéro

(a) Fantine a une dette de 15 sous vis-à-vis des Thénardier. Elle parvient à leur envoyer 12 sous, mais ensuite elle contracte une nouvelle dette de 6 sous. Quelle est sa nouvelle situation ?

(b) Le premier Harry Potter a été écrit en 1997. Il y a combien d'année de cela ? Écrire l'opération effectuée. L'odyssée aurait été écrit environ 800 ans avant notre ère. Il y a combien de temps de cela ? Écrire l'opération effectuée.

(c) Un plongeur saute d'un plongeoir situé à 5 m et touche le fond de la piscine de 4 m de profondeur. Quelle a été la distance verticale totale parcourue ? Écrire le calcul effectué.

9.1 Les opposés

Nous connaissons déjà les nombres «positifs» 1, 2, 3, 7.52, $\frac{7}{3}$, etc.

Définition
Nous ajoutons les nombres $-1, -2, -3\,;\ -7.52\,;\ -\frac{7}{3}$, etc.

Pour chaque nombre positif x, on introduit un nouveau nombre noté «$-x$». Nous disons que x et $-x$ sont **opposés** l'un de l'autre.

Exemple

(a) -4 est l'opposé de 4,

(b) -9.43 est l'opposé de 9.43,

(c) 10 est l'opposé que -10.

△

Définition
L'ensemble de tous les nombres positifs et négatifs est l'ensemble des **nombres relatifs**.

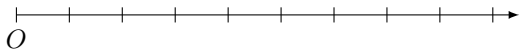
Exemple

— les dettes,
— les étages au sous-sol,
— Les températures.

△

Activité : droite graduée

(a) Tracer une droite graduée d'origine O et y placer les points $A(3)$, $B(4)$ et $D(7)$.



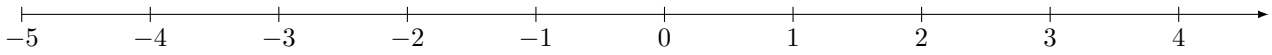
(b) Construire ensuite le point K tel que A soit le milieu de $[BK]$. Quelle est l'abscisse du point K ?

(c) Construire ensuite le point S tel que B soit le milieu de $[AS]$. Quelle est l'abscisse du point S ?

(d) Construire ensuite le point L tel que A soit le milieu de $[DL]$. Quelle est l'abscisse du point L ?

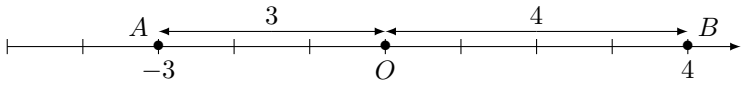
9.2 Droite graduée

Nous étendons la demi-droite graduée pour y ajouter les abscisses «négatives» :



Définition
La **distance à zéro** d'un nombre relatif x est la distance sur la droite graduée entre le point d'abscisse x et l'origine.

Exemple
Sur le dessin suivant est représenté la distance à zéro de -3 et 4.



L'abscisse de A est -3 et celle de B est 4. △

Exemple

(a) La distance à zéro de 4 est 4,

(b) La distance à zéro de $-\frac{7}{3}$ est $\frac{7}{3}$,

(c) La distance à zéro de 7.5 est 7.5,

(d) La distance à zéro de -7.5 est 7.5,

△

Activité : classer des dates

Classer les événements suivants par ordre chronologique.
— Le premier pas sur la Lune (1969).
— La conquête des Gaules (-51)
— Décès de Catule (-54)
— Couronnement de Charlemagne (800)
— Fondation du comté de Bourgogne (986)
— Arrivée d'Aristote à Mytilène (-345)
— Disparition des dinosaures (il y a 65 millions d'années)
— Formation des Pyrénées (il y a 40 millions d'années)

9.3 Comparaison de nombres relatifs

À retenir
Pour comparer des nombres relatifs,
— Un nombre relatif négatif est toujours inférieur à un nombre relatif positif.
— De deux nombres négatifs, le plus grand est le plus proche de zéro.

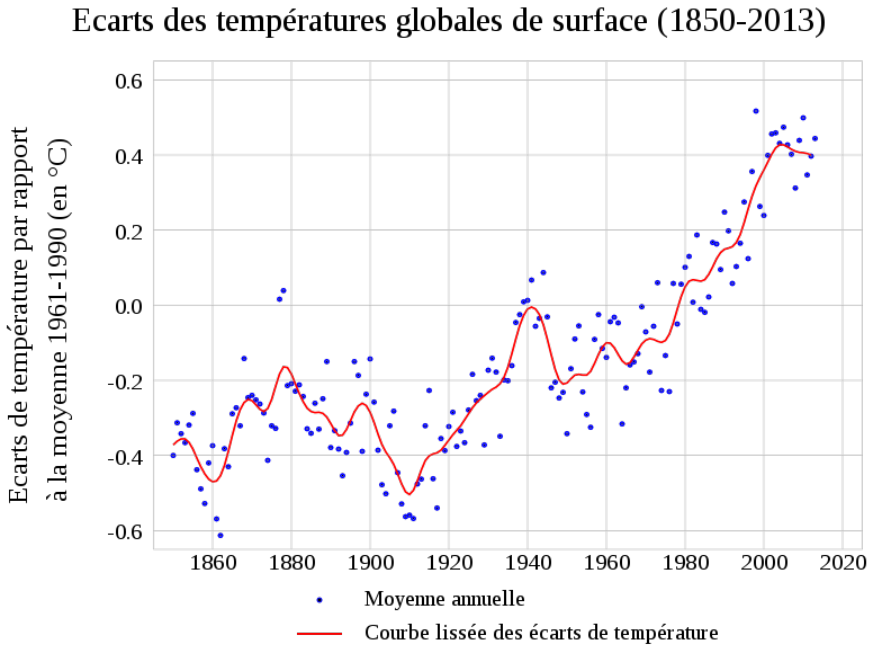
Exemple
Comparer les nombres -9.9 et -7.7.
Ce sont deux nombres négatifs, donc il faut trouver le plus proche de zéro. △

9.4 Dans le plan

Cette activité ne va pas. Il faut trouver un graphique plus simple.

Activité : placer dans un repère

Répondre aux questions en se servant du graphique :



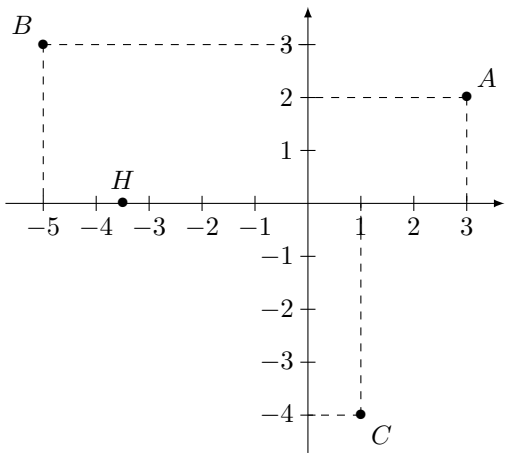
De http://fr.wikipedia.org/wiki/Réchauffement_climatique

(a) Entre 1900 et 1910, on observe une belle dégringolade. De combien de degré environ ?
(b) Quel est l'écart de température entre l'année la plus chaude et la plus froide enregistrée ?
(c) Quelle est l'écart de température entre l'année 1980 et 1920 ?
(d) Donner quelques années pour lesquelles la température ont été (environ) dans la moyenne $1961 - 1990$.

Définition
Deux droites graduées perpendiculaires de même origine est un **repère orthogonal**.

À retenir
Pour repérer un point dans le plan, on donne deux nombre : l'abscisse et l'ordonnée.

Exemple



Sur ce dessin,
- les coordonnées du point A sont $(3;2)$
- les coordonnées du point B sont $(-5;3)$
- les coordonnées du point C sont $(1;-4)$
- les coordonnées du point H sont $(-3.5;0)$

△

Définition

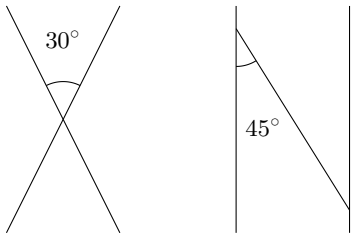
- L'axe horizontal est appelé l'**axe des abscisses**.
- L'axe vertical est appelé l'**axe des ordonnées**.

Chapitre 10

Angles et parallélisme

Activité : graphisme d'un N

Un ébéniste voudrait dessiner un «X» et un «N» de la forme suivante :

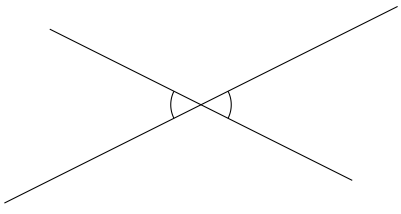


Si il voudrait que l'angle indiqué sur le «X» soit de 30° et celui sur le «N» soit de 45°, quelles sont les mesures des autres angles ?

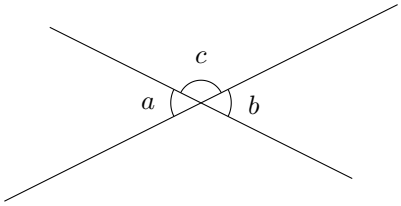
10.1 Sécantes et parallèles

Définition
Des angles **opposés par le sommet** sont deux angles qui ont un sommet commun et qui ont leurs côtés dans le prolongement l'un de l'autre.

Propriété
Deux angles opposés par le sommet ont même mesure.



Démonstration. Sur le dessin suivant, a et b sont deux angles opposés par le sommet et c est un troisième angle :



Nous avons

$$a + c = 180$$

et

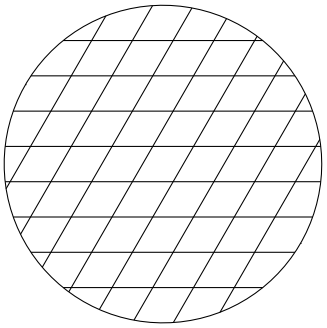
$$b + c = 180,$$

donc $a = b$.

□

Activité : découpe de galette

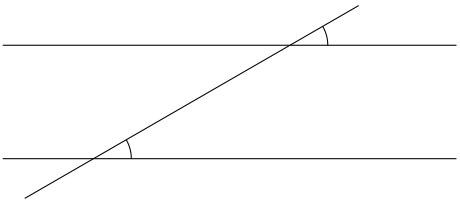
Une galette est découpée selon des lignes parallèles horizontales et diagonales.



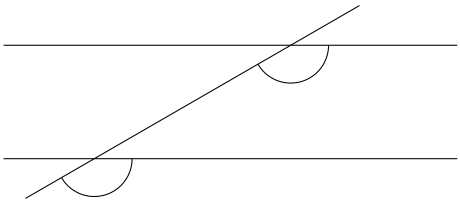
Quelle est la forme des morceaux ainsi obtenus (à part ceux du bord) ? Est-ce qui'ils peuvent se superposer ? Indiquer les angles égaux.

10.2 Angles correspondants et alternes-internes

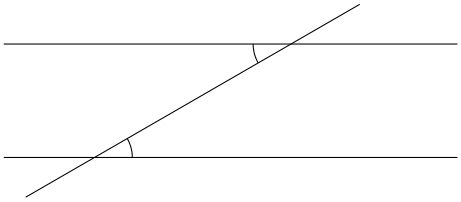
Définition
Lorsque deux droites parallèles sont coupées par une même droite, les angles suivants sont les **angles correspondants** :



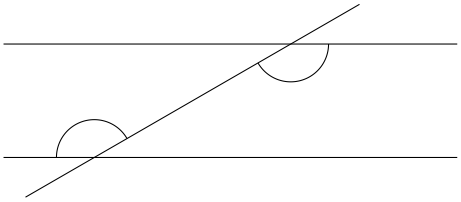
et



et les angles suivants sont dits **alternes-internes** :



et



Nous pouvons vois maintenant une animation géogébra : interact/angles_et_parallèles.ggb

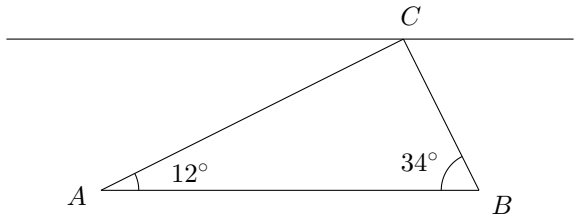
Propriété
Lorsque deux droites parallèles sont coupées par une même droite,

(a) les angles correspondants sont égaux,

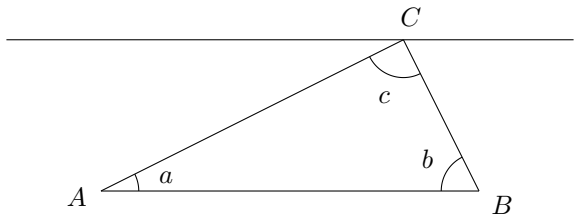
(b) les angles alternes-internes sont égaux.

Activité : angles correspondants et triangle

Sur la figure suivante nous avons tracé un triangle ABC et la droite parallèle à (AB) passant par C. Parmi les trois angles que l'on voit au point C, lequel fait $34°$? Est-il possible de déterminer la mesure des deux autres ?



Sur le dessin suivant, indiquer quels sont les angles égaux à a et à b.

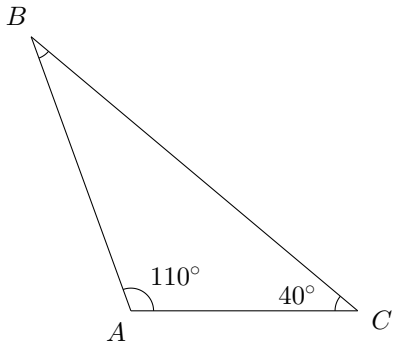


Si a et b étaient connus, comment feriez-vous pour calculer l'angle c ?

10.3 Angles internes d'un triangle

Théorème 10.5 (Angles internes d'un triangle)**.**
La somme des angles internes d'un triangle vaut $180°$.

Exemple
Dans la situation suivante, nous pouvons calculer l'angle $\hat{B}$.



En effet les deux angles déjà connus sont $\hat{A} = 110°$ et $\hat{C} = 40°$. Leur somme vaut

$$\hat{A} + \hat{C} = 110 + 40 = 150.$$

Pour avoir un total de $180°$, il faut donc avoir $\hat{B} = 180 - 150 = 30°$. △

10.4 Triangle isocèle et équilatéral

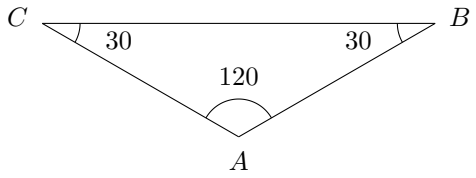
Propriété
Deux cas particuliers :

(a) Les deux angles de la base d'un triangle isocèle sont égaux.

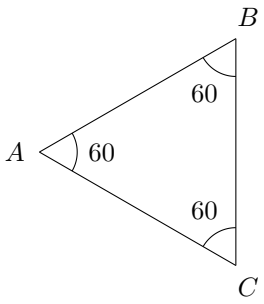
(b) Les angles d'un triangle équilatéral valent tous $60°$.

Exemple

Un triangle isocèle :



et un équilatéral :



△

Chapitre 11

Proportionnalité

Activité : qui a dit «proportionnel» ?

Les situations suivantes relèvent-elles d'une situation de proportionnalité ? Pourquoi ?

(a) Saïd achète 2 mètres de corde pour 4, 60€. Combien coûteraient cinq mètres de corde ?

(b) Abonnement à une revue : 6 mois pour 18€, un an pour 32€ et 2 ans pour 60€. Combien faut-il payer pour s'abonner 3 ans ?

(c) Un piéton se promène à allure régulière le long des quais de la Seine et parcourt 3.5 km en 1 h 30. Quelle distance parcourt-il en une heure ?

(d) Un loueur de DVD propose deux formules. Soit on paye 3 euros par DVD, soit on paye une carte d'adhésion coûtant 10€ et on paye alors 2€ par DVD.

(e) Daniel a planté huit pieds de tomates dans son potager, et en a récolté 14 kg. L'an passé, il en avait planté 12 pieds et en avait récolté 18 kg. L'an prochain, il en plantera 10 pieds ; combien de kilo peut-il espérer récolter ?

De [3]

11.1 Tableau de proportionnalité

À retenir
Un tableau de nombres décrit une relation de **proportionnalité** si un même coefficient (non nul) multiplicateur s'applique dans tout le tableau. On parle alors de **coefficient de proportionnalité**.

Exemple
Un train de marchandises fait la liaison entre Paris et Berlin ; voici le relevé de son avancement en fonction du temps :

temps de parcours (heures)	3	5	6	8
distance parcourue (km)	270	450	540	720

Est-ce une situation de proportionnalité ?

Le coefficient multiplicateur pour la première colonne est :

$$\frac{270}{3} = 90.$$

Vérifions si ce nombre fonctionne pour toutes les colonnes :

(a) $5 \times 90 = 450$

(b) $6 \times 90 = 540$

(c) $8 \times 90 = 720$.

Le tableau proposé est bien un tableau de proportionnalité parce qu'un même coefficient multiplicateur s'applique pour tout le tableau. △

Note pour moi : cette activité est très facultative

Activité : prix en solde

Un magasin fait des soldes «−20%» et donne le tableau suivant pour aider le clients à savoir les prix soldés en fonction du prix non soldé :

prix non soldé	50	70	130	200
prix soldé	40	56	104	160

(a) Le prix soldé est-il proportionnel au prix non soldé ?

(b) Combien coûterait un article dont le prix non soldé est de 120€, et 150€ ?

11.2 Quatrième proportionnelle

Définition
Dans une situation de proportionnalité, la **quatrième proportionnelle** est le quatrième nombre calculé à partir de trois nombres déjà connus.

11.2.a Propriété additive

La pâte à pain coûte 12€ pour 50 kg. Remplir le tableau de prix :

poids (kg)	25	50	75		200
prix (€)		12		30	

11.2.b Coefficient multiplicateur

Pour un médicament, il faut deux doses de sirop pour trois dose d'eau. Quelle quantité d'eau pour 4.5 cL de sirop ?

eau (cL)	3	
sirop (cL)	2	4.5

Résolution :

$$4.5 \times \frac{3}{2} = \frac{4.5 \times 3}{2} = \frac{13.5}{2} = 6.75.$$

11.3 Pourcentage

Activité : des mélanges

Un restaurateur prépare un mélange de jus de fruits : deux litres de jus d'orange pour trois litres de jus de pomme.

(a) Compléter ce tableau :

Volume de jus d'orange	2 L	.....
Volume de mélange	.....	100 L

(b) Exprimer la proportion de jus de pomme dans le mélange sous forme d'une fraction ayant 100 comme dénominateur.

Définition
Un **pourcentage** est une fraction ayant 100 comme dénominateur.

À retenir
Exprimer une proportion en pourcentage revient à l'exprimer avec une fraction ayant 100 comme dénominateur.

Exemple
Sur un sac de 12 pommes, 3 sont vertes.

La proportion de pommes vertes est la fraction $\frac{3}{12}$. Pour trouver le pourcentage de pommes vertes, il faut résoudre

$$\frac{3}{12} = \frac{?}{100}$$

ou encore remplir le tableau de proportionnalité

3	
12	100

△

À retenir
Pour calculer $t\%$ d'un nombre, on le multiplie par $\frac{t}{100}$.

Exemple
Si 8% des personnes sont gauchères, sur 350 personnes, il y aura

$$\frac{8}{100} \times 350 = \frac{8 \times 350}{100} = 28$$

gauchers (environ). △

11.4 Types d'écritures

Un même nombre peut être écrit de plusieurs façons. Les proportions – qui sont des nombres – n'échappent pas à la règle.

situation	écriture fractionnaire	numérique	pourcentage
10 filles sur une classe de 20 élèves	$\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$	0.5	$\frac{50}{100} = 50\%$
trois pommes vertes parmi 12 pommes	$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$	0.25	$\frac{25}{100} = 25\%$

Il est important de noter dans ces exemples que les différentes colonnes sont des façons différentes d'écrire *le même nombre* :

$$\frac{10}{20} = \frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 0.5.$$

Lorsque la proportion ne tombe pas sur un nombre décimal, il peut être nécessaire de recourir à une approximation numérique. Par exemple

$$\frac{3}{7} = 3 \div 7 \simeq 0.428.$$

Nous pouvons ajouter des lignes au tableau :

situation	écriture fractionnaire	numéirque	pourcentage
3 jours de pluie sur une semaine	$\frac{3}{7}$	$\simeq 0.428$	$\simeq \frac{42.8}{100} = 42.8\%$
4 cahiers verts et 5 cahiers rouges (proportion de verts)	$\frac{4}{9}$	$\simeq 0.444$	$\simeq \frac{44.4}{100} = 44.4\%$

Lu sur une étiquette pâte à tartiner au chocolat et noisettes :

Valeurs nutritionnelles moyennes pour 100 g

— Énergie : 609 k ; (2528.4 kJ)

— Matières grasses : 46.7 g ; dont acides gras saturés : 16.3 g
— Glucides : 39.6 g ; dont sucres : 38.8 g
— Fibres : 4.3 g
— Protéines : 5.5 g
— Sel : 0.08 g.

(a) Quelle est la proportion de fibres dans cette délicieuse pâte ?

(b) Bertande la gourmande tartine 20 g de cette pâte sur 50 g de pain. Quelle est la proportion de pain dans ce repas ?

(c) Sachant que ledit pain contient 57.7 g de glucides pour 100 g, quel est le pourcentage de glucides dans ce repas ?

11.5 Notes pour moi-même

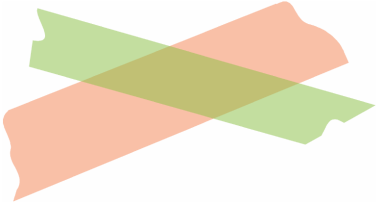
Rappel pour moi-même en ce qui concerne les exercices 240 et 241 : la masse atomique de l'oxygène est 16 (un atome d'oxygène est donc 16 fois plus lourd qu'un d'hydrogène), la France a une population de 66 millions et les USA de 320 millions

Chapitre 12

Parallélogrammes

Activité : bouts de papier

On croise deux bandes de papier et on s'intéresse à l'intersection. Quels quadrilatères peut-on obtenir ?



De [3]

12.1 Définitions

Note pour moi : le but de cette section est de donner les définitions des principaux quadrilatères et de montrer que «tout le reste» sont des propriétés à démontrer.

Définition
Quelque quadrilatères :

(a) Un **parallélogramme** est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles.

(b) Un **losange** est un quadrilatère qui possède quatre côtés de même longueur.

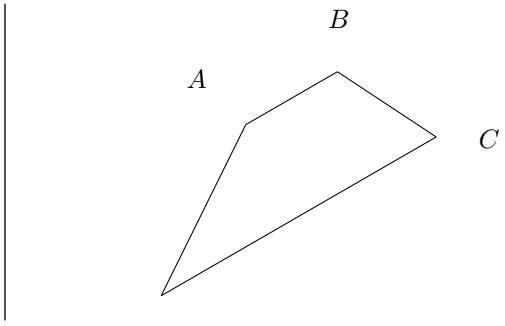
(c) Un **rectangle** est un quadrilatère qui a quatre angles droits.

(d) Un **carré** est un rectangle qui a ses côtés de même longueur.

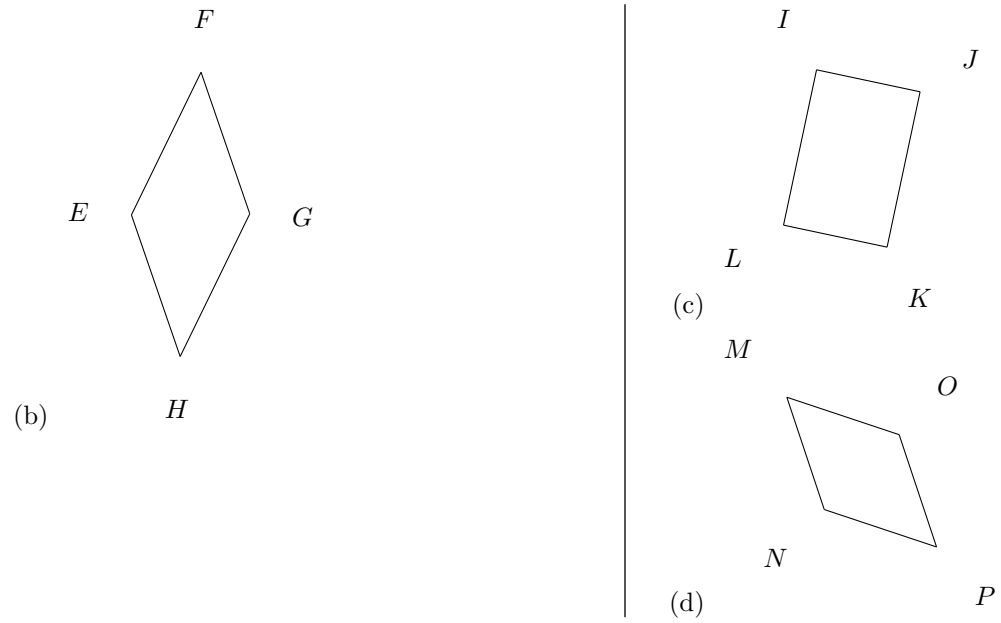
Note pour moi : faire un diagramme de Venn sur rectangle, losange et les carrés en intersection.
À dire à l'oral en ce qui concerne cette activité : exceptionnellement les codages ne sont pas mis. Ce qui semble être perpendiculaire ou de même longueur l'est.

Activité : symétries dans les quadrilatères

Donner les éventuels centres et axes de symétrie des figures suivantes :



(a)

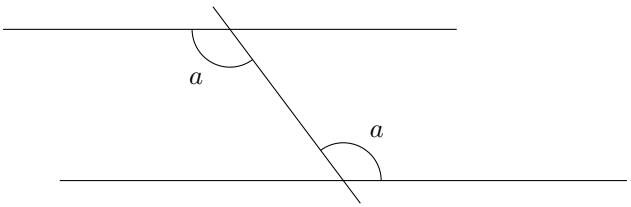


12.2 Propriétés

Les définitions ont été données à partir des côtés des quadrilatères. Nous allons maintenant parler des diagonales.

Note pour moi : cette propriété doit aller dans le bon chapitre pour la prochaine fois.

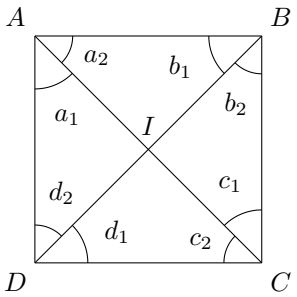
Propriété
Si deux droites sont coupées par une droite de telle sorte que les angles alternes-internes soient égaux alors les deux droites sont parallèles.



Ne pas faire en classe, mais à donner pour ceux qui s'ennuient...

Propriété
Les diagonales d'un carré sont perpendiculaires.

Démonstration. Dessinons un carré :



Par définition un carré a ses côtés de même longueurs, donc le triangle ADC est isocèle en D.

Donc $a_1 = c_2$

Mais comme la somme des angles internes du triangle doit faire 180° et que l'angle $\hat{D}$ en fait 90,

$$a_1 = a_2 = 45^\circ.$$

Le même raisonnement dans les triangles ABC, ADB et CDB donne :

$$a_1 = a_2 = b_1 = b_2 = c_1 = c_2 = d_1 = d_2 = 45^\circ.$$

Dans le triangle DCI, la somme des angles doit faire 180°. Mais les deux angles de base font 45°. Donc le troisième angle doit mesurer 90°.

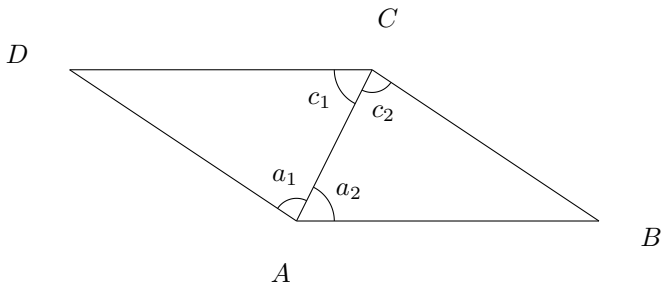
□

Propriété

(a) Les angles opposés d'un parallélogramme ont même mesure.

(b) Les côtés opposés d'un parallélogramme sont de même longueurs.

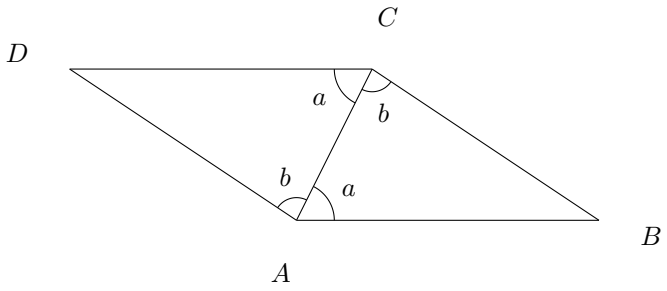
Démonstration. Dans le parallélogramme $ABCD$ nous traçons la diagonale et nous considérons les angles...



Les droites (DA) et (CB) sont parallèles (parce qu'on a un parallélogramme), donc les angles a_1 et c_2 sont alternes-internes et donc égaux.

De la même façon, les angles a_2 et c_1 sont égaux parce qu'alternes-internes aux droites parallèles (DC) et (AB).

Voici la situation actuelle :



Maintenant les triangles CAD et ACB sont égaux parce qu'ils ont deux angles égaux et un côté en commun. Nous en déduisons que les toutes les autres longueurs et angles de ces deux triangles sont égales :

$$CB = DA$$

et

$$DC = AB,$$

et

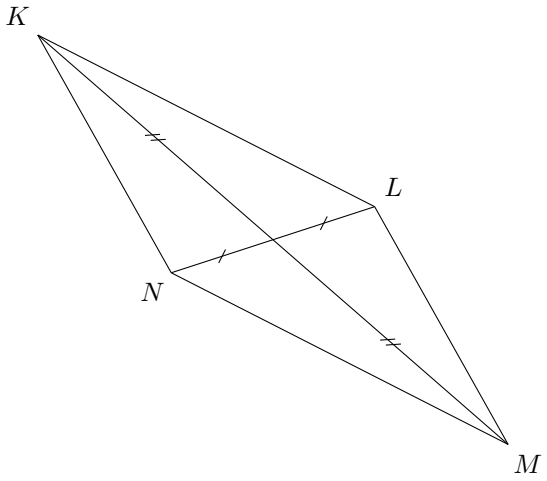
$$\widehat{CDA} = \widehat{ABC},$$

ce qu'il fallait démontrer. □

Propriété

(a) Un quadrilatère est une parallélogramme si et seulement si ses deux diagonales se coupent en leur milieu.

(b) Le centre d'un parallélogramme est centre de symétrie.



Une chouette animation qui montre qu'un parallélogramme dont un angle est droit est un rectangle (les trois autres angles deviennent droit en même temps) et que si deux longueurs consécutives sont égales, alors les deux autres le deviennent automatiquement. interact/parall_rectangle_et_losange.ggb

Chapitre 13

Nombres relatifs : opérations

À faire en groupes de 3 à 4 personnes.

Activité : jeu de cartes

Découper des cartes numérotées de -6 à $+8$.

(a) Calculer la somme de toutes les cartes.

(b) Que devient cette somme si on retire la carte $+5$?

(c) On remet la carte $+5$ et on retire la carte -3. Quelle est la nouvelle somme ?

(d) On reprend le paquet de départ, et on remplace la carte $+4$ par une carte -7. Quelle est la nouvelle somme ?

De : [5]

13.1 Addition

Définition
Pour **additionner** deux nombres relatifs de même signe,
- on prend le signe commun,
- on additionne les distances à zéro.

Pour **additionner** deux nombres relatifs de signes contraires,
- on prend le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro,
- on soustrait les distances à zéro.

Exemple
Pour calculer $(-3)+(-7)$:
- le signe est $-$ (les deux nombres sont négatifs)
- la distance à zéro est $7+3=10$
- donc $(-3)+(-7)=-10$.

Pour calculer $(+5)+(-9)$
- le signe est $-$ (c'est -9 la plus grande distance à zéro)
- on soustrait : $9-5=4$
- donc $(+5)+(-9)=-4$.

△

13.2 Soustraction

Question à la volée : combien fait $(+5)-(-4)$?
Une façon de faire :
- créer des cartes dont la somme est 5 et contenant une carte -4.
- retirer la carte -4

— Calculer la nouvelle somme.

Exemple : le jeu -4, 4, 5. Ou encore le jeu -4, 6, 3.

Définition
Pour **soustraire** un nombre relatif, on additionne l'opposé.

Exemple
$3 - 5 = 3 + (-5) = -2$ △

Bilan : toutes les soustractions sont maintenant possibles.

Chapitre 14

Longueurs, masses, durées

Ce chapitre va être décliné en activités mentales et exercices de début de cours. Du coup il n'y a pas de fiche d'exercices, mais tout est ici.

Chapitre 15

Aires de figures planes

Activité : aire d'un parallélogramme

Tracer un parallélogramme et le découper. Suivre les carreaux :



(a) Avec un seul coup de ciseaux, couper ce parallélogramme de telle sorte à pouvoir reconstituer un rectangle.
(b) Calculer l'aire du rectangle ainsi obtenu.
(c) En déduire l'aire du parallélogramme.

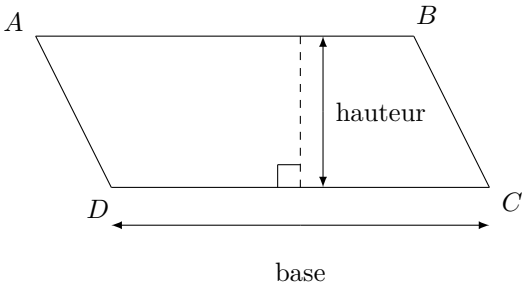
De [6]

15.1 Aire du parallélogramme

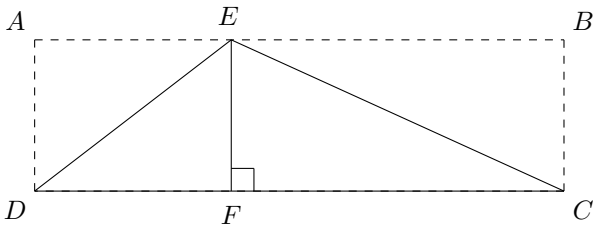
Propriété
L'aire du parallélogramme est donnée par la formule

$$\text{aire} = \text{base} \times \text{hauteur}$$

Démonstration. Voir activité. □



Activité : aire du triangle



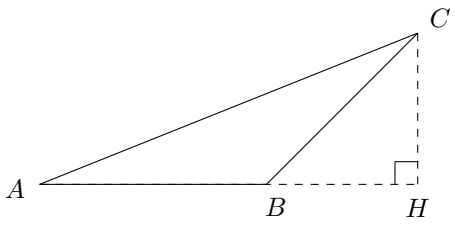
(a) Sachant que $ABCD$ est un rectangle, ajouter tous les codages (angles et longueurs) possibles.
(b) Comparer les triangles AED et DEF.
(c) Quelle est l'aire du triangle DEC ?

15.2 Aire du triangle

Propriété
L'aire du triangle est donnée par la formule

$$\text{aire} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$$

Démonstration. Voir activité. Attention : l'activité ne traite pas le cas



□

15.3 Aire du disque

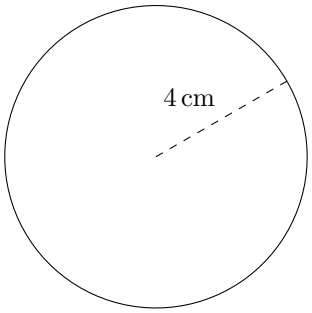
Pour l'aire du disque, il y a une annimation[7] : `interact/airedisque.ggb`

Propriété
L'aire d'un disque de rayon r est donnée par la formule

$$\text{aire} = \pi \times r \times r.$$

Exemple

L'aire de ce cercle



est

$$\text{aire} = \pi \times 4\,\text{cm} \times 4\,\text{cm} = \pi \times 16\,\text{cm}^2 \simeq 50.26\,\text{cm}^2.$$

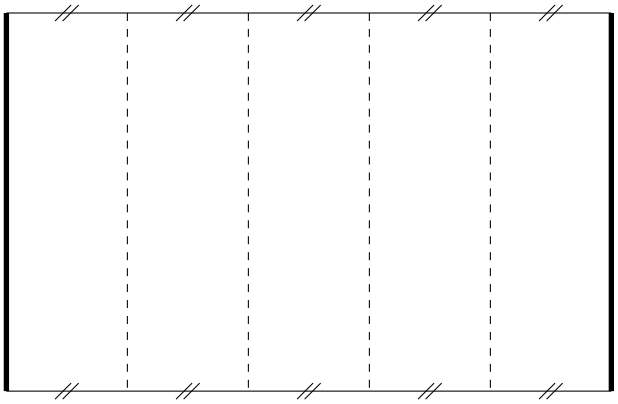
△

Chapitre 16

Prismes et cylindres

Activité : pliage

(a) Prendre une feuille de papier et réaliser des pliages suivant les lignes indiquées :



(b) Refermer le tout en faisant coïncider les deux bords en gras. On obtient ainsi un solide sans «fond» ni «couvercle».

(c) Comment s'appelle le polygone formant les bases ?

(d) Combien de faces comporte le solide (y compris les bases) ?

(e) Quelles sont les formes des autres faces appelées « faces latérales » ?

(f) Combien de sommets comporte ton solide ?

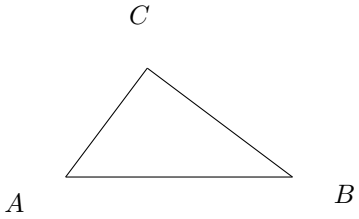
De [3]

16.1 Prisme

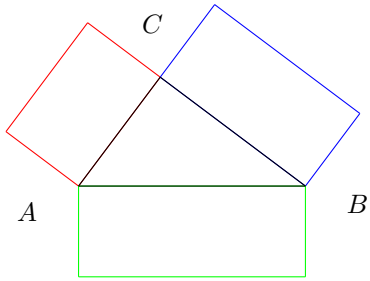
Définition
Un **prisme droit** est un solide composé de deux bases qui sont superposables et parallèles et de faces latérales qui sont des rectangles.

Exemple
Dessiner un patron d'un prisme droit dont la base est un triangle de côtés 5 cm, 4 cm et 3 cm, et dont la hauteur est égale à 2 cm (aide : la base est un triangle rectangle).

(a) D'abord tracer une base :



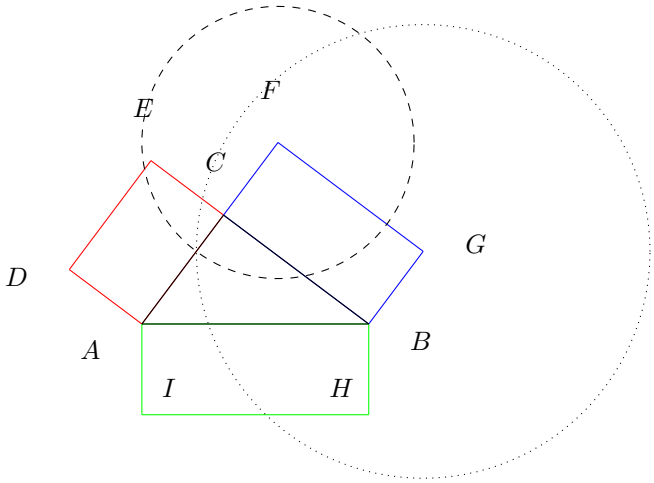
(b) Ensuite les faces latérales sont des rectangles perpendiculaires à la base



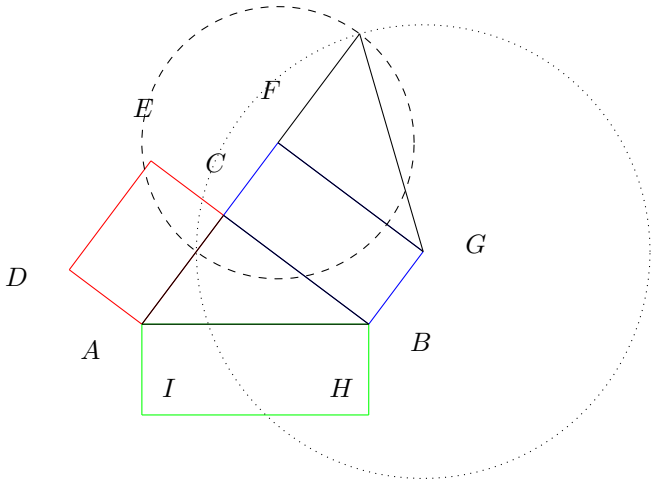
(c) Et enfin on trace la seconde base (le «couvercle»). Le plus simple est de l'accrocher à une des faces latérales.

Si on veut l'attacher au segment $[FG]$, alors le côté du couvercle passant par F devra s'attacher à $[DE]$. Il doit donc en avoir la longueur ; il faut donc tracer un cercle centré en F et de rayon DE.

Le côté passant par G devra s'identifier à $[HI]$. Il faut donc tracer un cercle centré en G et de rayon HI.



Enfin on a :



△

Activité : étiquette d'une boîte de conserve

Une boîte de conserve a souvent une forme de cylindre. Combien de face est-ce qu'une telle boîte possède ?

(a) Si on décolle l'étiquette, quelle forme a-t-elle ?

(b) Si on ouvre une boîte de conserve des deux côtés et qu'on la déplie, on obtient un patron d'un cylindre de révolution. À main levée, tracer un tel patron.



(c) Déterminer le périmètre de la base en fonction du rayon de cette base. En déduire la longueur de la face latérale.

(d) Réaliser un patron d'un cylindre de révolution de hauteur 5 cm ayant pour base un disque de rayon 3 cm.

De [3]

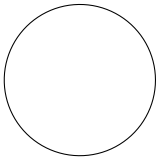
16.2 Cylindres de révolution

Définition
Un cylindre de révolution est un solide engendré par la rotation d'un rectangle autour d'un de ses côtés.

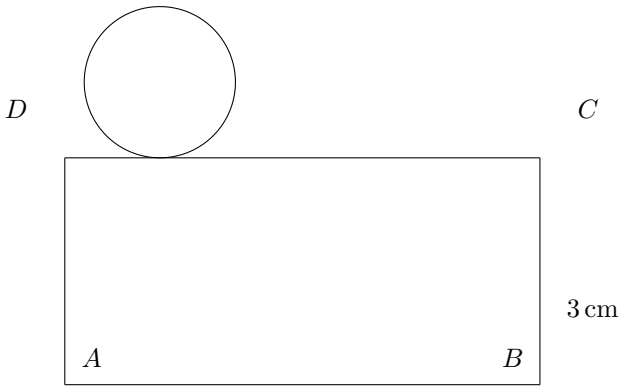
Propriété
Les bases d'un cylindre de révolution sont deux disques identiques.

Exemple
Dessiner un patron d'un cylindre de révolution de hauteur 3 cm ayant pour base un disque de rayon 1 cm.

(a) On dessine une base, c'est à dire une disque de rayon 1 cm.

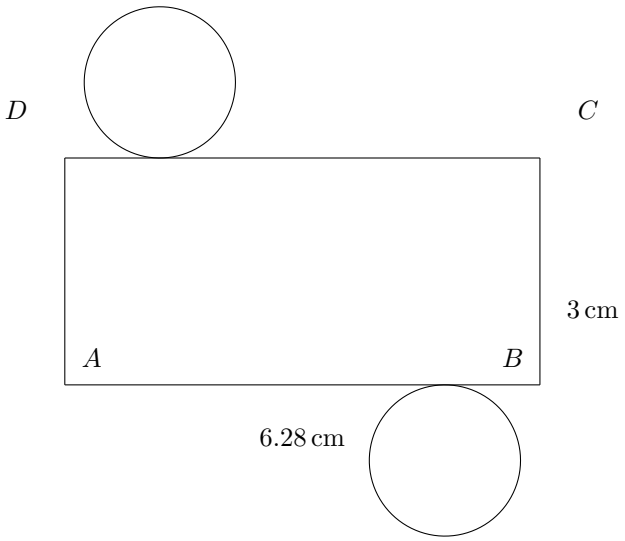


La face latérale est un rectangle dont un côté est la hauteur du cylindre (3 cm) et l'autre est le périmètre du cercle (environ 3.28 cm)



(b) 6.28 cm

(c) La seconde base se colle sur l'autre côté de longueur 3.28 cm de la face latérale.


D
C
3 cm
A
B
6.28 cm

△

Chapitre 17

Représentation de données

Activité : voyages en bus

Un chauffeur de bus effectue la navette entre le camping et la plage. Il est chargé de prendre note du nombre de passagers transporté à chaque voyage, afin que la compagnie de bus puisse savoir le nombre de bus sur la ligne est adéquat. Voici ses résultats :

52	46	32	47	20	31	26	32	40	31	57
33	41	17	44	39	7	36	43	51	24	23
44	51	34	44	54	35	49	30	56		

(a) Combien de voyages a-t-il effectués au total ?

(b) Quel est le nombre minimum de passagers transportés pour un voyage ? Le maximum ?

(c) Combien de voyages a-t-il effectués avec un nombre de passagers compris entre 41 (inclus) et 50 ?

(d) Pour présenter le résultat de son travail à son patron, il aimerait réaliser un tableau et un histogramme permettant de visualiser facilement la répartition globale. Comment faire ?

De [3]

Les feuilles suivantes sont à distribuer aux élèves. Elles proviennent de [3] (licence GNU-FLD 1.1, surement compatible avec la 1.3 que j'utilise).

Méthodes et notions essentielles

Méthode 1 : Regrouper des données par classes

À connaître

Lorsque l'on étudie un **caractère quantitatif** sur une série brute de données, pour **limiter la taille du tableau de données**, on est parfois amené à **regrouper les données par classes** : on détermine alors les effectifs de chaque classe.

Exemple : On a demandé à 28 élèves leur taille en centimètres. La série brute constituée par les résultats de cette enquête est la suivante :

155 151 153 148 155 153 148 152 151 153 156 147 145 156
154 156 149 153 155 152 149 148 152 156 153 148 148 150

La population étudiée est constituée par les élèves de la classe. Son effectif total est 28. Le caractère étudié – leur taille – est quantitatif.

Les tailles allant ici de 145 cm à 156 cm, on décide de regrouper ces données par classes d'amplitude 4 cm.

Taille comprise (en cm)	Entre 145 et 149	Entre 150 et 154	Entre 155 et 159
Effectif	9	12	7

Exercice « À toi de jouer »

1 Une sage-femme a relevé le poids à la naissance des bébés qu'elle a aidés à mettre au monde au cours de son dernier mois de garde (poids en kilogrammes) :

3,97 4,27 2,89 3,09 4,17 2,31 2,57 3,44 4,13 2,27 3,5
4,14 2,5 3,11 4 2,6 2,92 3,97 3,46 2,75

Regroupe ces données par classes dans le tableau suivant.

Poids p du nourrisson (en kg)	$2 \leqslant p < 2{,}5$	$\ldots \leqslant p < \ldots$	$\ldots \leqslant p < \ldots$	$\ldots \leqslant p < \ldots$	$\ldots \leqslant p < \ldots$
Effectif					

Méthode 2 : Calculer une fréquence

À connaître

La fréquence d'une valeur est le quotient : $\dfrac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}}$.

Elle peut être exprimée sous forme décimale (exacte ou approchée) ou fractionnaire. Dans le cas de pourcentage, on parle de **fréquence en pourcentage**.

Exemple : Dans une classe de 30 élèves, il y a 12 filles. Calcule la fréquence puis la fréquence en pourcentage des filles dans cette classe.

Il y a dans la classe **12** filles **sur 30** élèves : la fréquence des filles est donc $\frac{12}{30}$.

Or $\frac{12}{30} = \frac{4\times3}{10\times3} = \frac{4}{10} = \frac{40}{100}$. Donc 40 % des élèves de cette classe sont des filles.

Méthodes et notions essentielles

Exercice « À toi de jouer »

2 À l'école maternelle Jean Moulin, il y a 120 enfants dont 36 en grande section, 54 en moyenne section et 30 en petite section. À l'école maternelle Alphonse Daudet, il y a 63 enfants en grande section, 72 en moyenne section et 45 en petite section. Calcule, pour chacune de ces deux écoles, la fréquence en pourcentage de chaque catégorie d'enfant.

Méthode 3 : Construire un diagramme circulaire

À connaître

L'angle de chaque secteur angulaire d'un diagramme circulaire (ou semi-circulaire) est **proportionnel** à l'effectif correspondant.

L'effectif total correspond à **un angle de 360°** (180° pour les semi-circulaires).

On obtient l'angle en degrés en multipliant la fréquence par 360 (ou 180).

Exemple : Le recensement de l'INSEE de 1999 (sur la population française) montre que :

- 14 951 165 personnes ont moins de 20 ans ;
- 32 555 443 ont entre 20 et 59 ans ;
- 12 680 597 ont plus de 60 ans.

On présente les calculs dans un tableau (valeurs arrondies au centième pour les fréquences et au degré pour les angles) :

Tranche d'âge	Moins de 20 ans	Entre 20 et 59 ans	Plus de 60 ans	Total
Effectif	14 951 165	32 555 443	12 680 597	60 187 205
Fréquence	0,25	0,54	0,21	1
Angle (°)	90	194	76	360

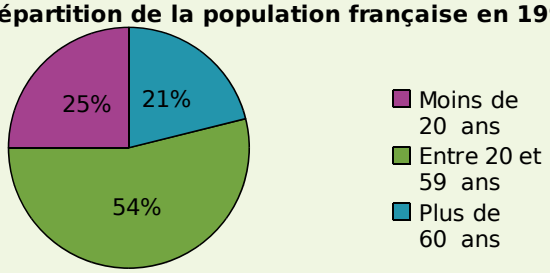
× 360

Par exemple, pour les moins de 20 ans, la fréquence est :

14 951 165 ÷ 60 187 205 ≈ 0,25 donc l'angle vaudra : 0,25 × 360° = 90°.

On construit ensuite le diagramme à l'aide d'un rapporteur.

Répartition de la population française en 1999



Exercice « À toi de jouer »

3 À la fin de l'année scolaire 2002/03, l'orientation des élèves de 3e a donné les résultats suivants (source INSEE) :

3e (Doublement)..... 38 898
2nde..... 362 573
BEP..... 151 736
CAP..... 36 626
Autres..... 456

Construis un diagramme semi-circulaire représentant ces données.

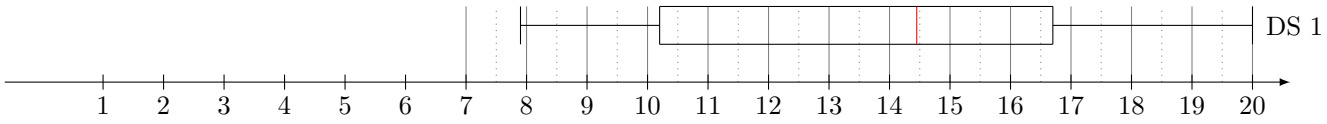
Chapitre 18

Statistiques sur les devoirs

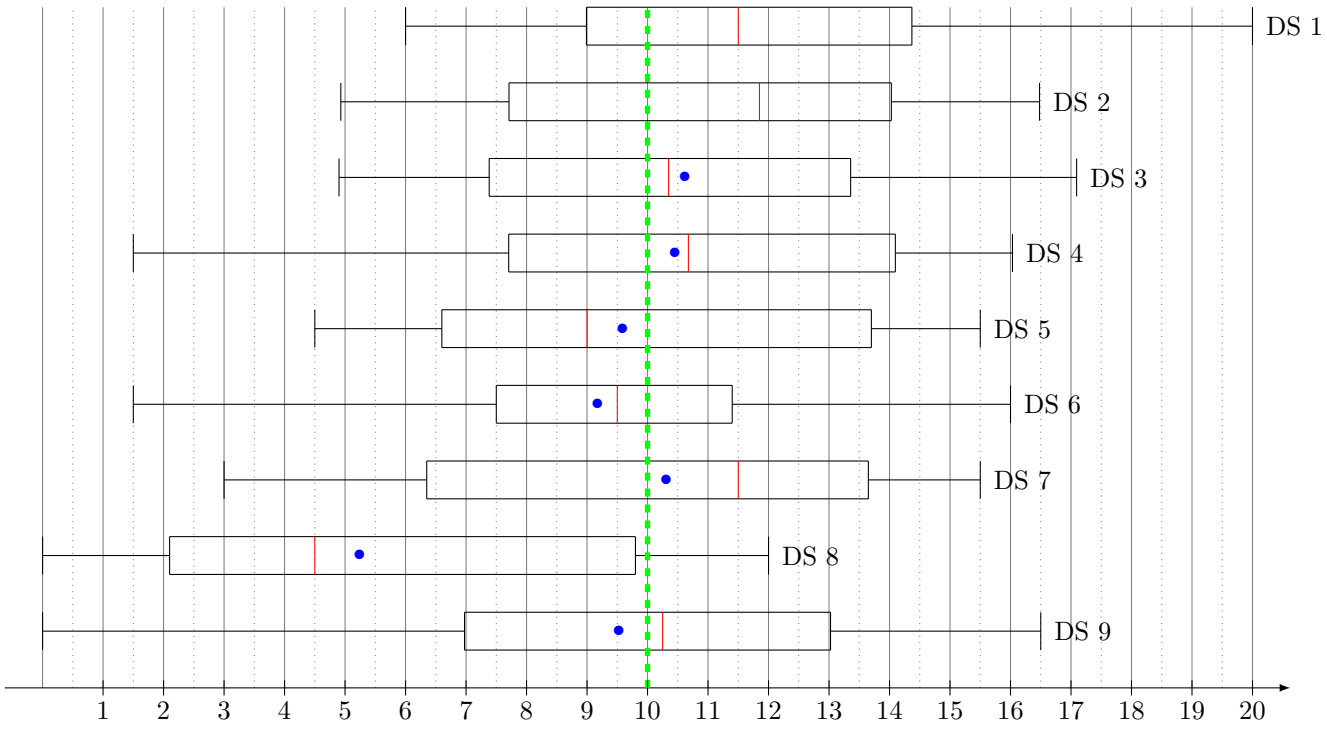
18.1 Exemples : les devoirs

Quelque statistiques sur les devoirs.

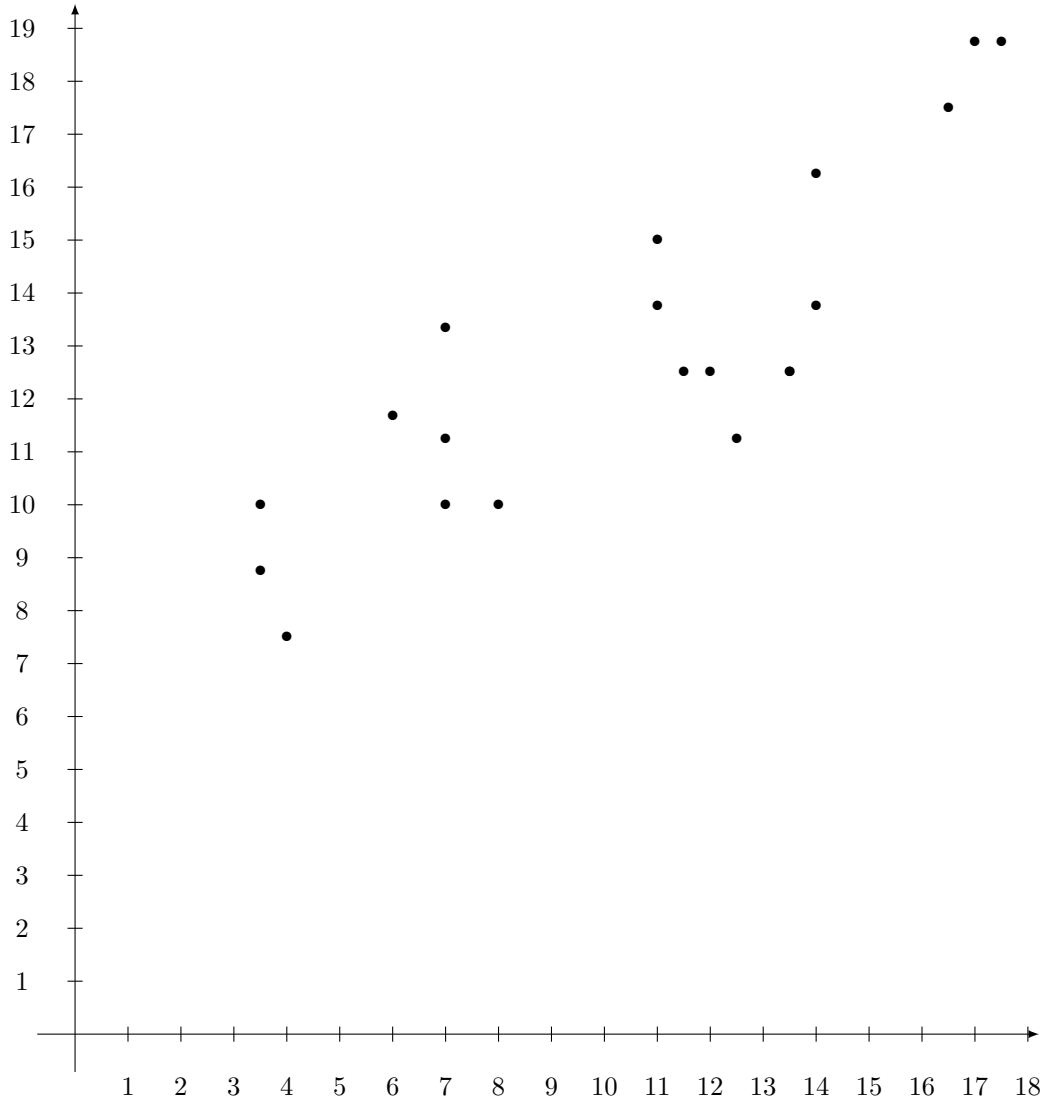
Pour les 5A :



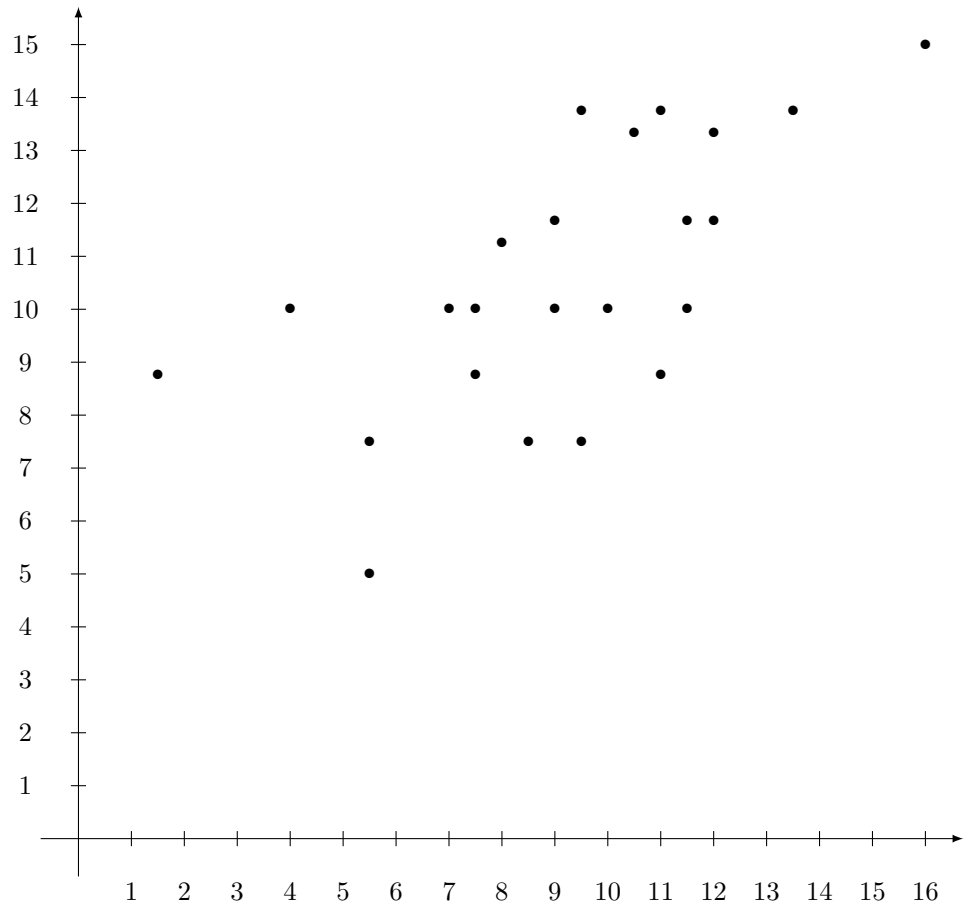
Pour les 5B



Le couplage barème/compétences du DS numéro 6, 5A :



Le couplage barème/compétences du DS numéro 6, 5B :


15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

Chapitre 19

Activités mentales (cinquième)

19.1 Non trié

19.1.a Activité mentale 1

Activité mentale 1

Question 1

Calculer :

(a) $18 - 12 + 3$

(b) $3 \times 8 + 2$

(c) $3 \times (8 + 2)$

Activité mentale 1

Question 2

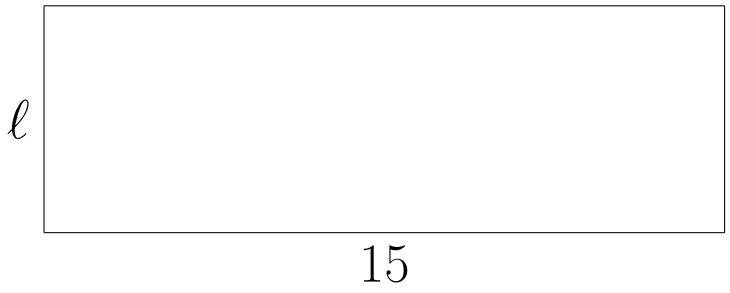
Vrai ou faux ?

(a) $3 \times (8 + 57) = 3 \times 8 + 57$

(b) $12 \times (32 + 3) = 12 \times 32 + 12 \times 3$

Activité mentale 1

Question 3



Le périmètre du rectangle est

(a) $2 \times 15 + \ell$

(b) $15 \times \ell$

(c) $2 \times (15 + \ell)$

Activité mentale 1

Question 4

(a) $250\,\mathrm{cm} = \ldots\,\mathrm{m}$

(b) $1\,\mathrm{L} = \ldots\,\mathrm{dm}^3$

(c) $1\,\mathrm{h} = \ldots\,\mathrm{s}$

C'est tout pour aujourd'hui

19.1.b Activité mentale 2

Activité mentale 2

Question 1

Dire si les mesures suivantes sont les mesures d'un triangle (préciser si il est plat).

(a) $AB = 5$, $BC = 7$, $AC = 10$

(b) $KL = 9$, $KT = 1$, $LT = 11$

Activité mentale 2

Question 2

Quelle est la circonférence d'une cercle de rayon 2 cm ? (rappel : la formule est $2 \times \pi \times R$) ?

Activité mentale 2

Question 3

Compléter :

(a) $3 \times 7 - \ldots = 15$

(b) $\dfrac{5 \times 5 \times 67}{25} = \ldots$

(c) $(100 - 5) \times 8 = \ldots \times 100 - \ldots \times 5$

(d) $\dfrac{\ldots}{4 + 6} = 100$

Activité mentale 2

Question 4

Trouver deux façons de compléter les mesures pour que les points A, B et C soient alignés :

$$AB = 5\,\text{cm}$$
$$BC = \ldots\,\text{cm}$$
$$AC = 4\,\text{cm}$$

C'est tout pour aujourd'hui

19.1.c Activité mentale 3

Activité mentale 3

Question 1

Soit le programme de calcul

— Choisir un nombre ;
— soustraire 32 ;
— diviser par 3

(a) De combien faut-il partir pour obtenir 6 ?

(b) Combien obtient-t-on en partant de 101 ?

Activité mentale 3
Question 2

Compléter les pointillés :

(a) $5 \times \ldots + 5 = 30$

(b) $\dfrac{12 \times 124}{\ldots} = 124$

(c) Le triangle de côtés $AB = 12$, $BC = 1$, $AC = \ldots$ est isocèle.

Activité mentale 3

Question 3

Calculs

(a) Combien vaut $7 \times a$ si $a = 9$?

(b) Combien vaut $2 \times b + 5$ si $b = 3$?

(c) Combien vaut $7 \times a + b$ si $a = 2$ et $b = 6$?

C'est tout pour aujourd'hui

19.1.d Activité mentale 4

Activité mentale 4

Question 1

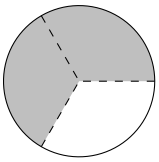
Quelle fraction va avec quel dessin ?

(a) $\frac{5}{4}$

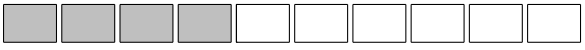
(b) $\frac{2}{5}$

(c) $\frac{2}{3}$

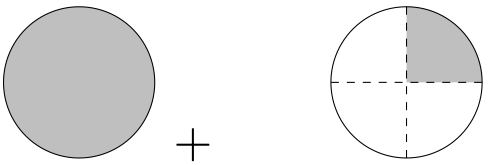
(a)



(b)



(c)



Activité mentale 4

Question 2

Écrire la réciproque des énoncés

(a) Si un triangle a deux angles égaux, alors il est isocèle.

(b) Un nombre pair se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.

Activité mentale 4

Question 3

(a) Combien vaut $3 \times a + 7$ si $a = 3$?

(b) Pour quelle valeur de a est-ce que $4 \times a = 16$?

(c) Pour quelle valeur de x est-ce que $2 \times x + 3 = 13$?

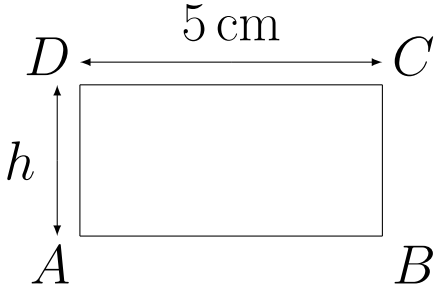
C’est tout pour aujourd’hui

19.1.e Activité mentale 5

Activité mentale 5

Question 1

L'aire de ce rectangle est de $20\,\text{cm}^2$.



Que vaut sa hauteur h ?

Activité mentale 5

Question 2

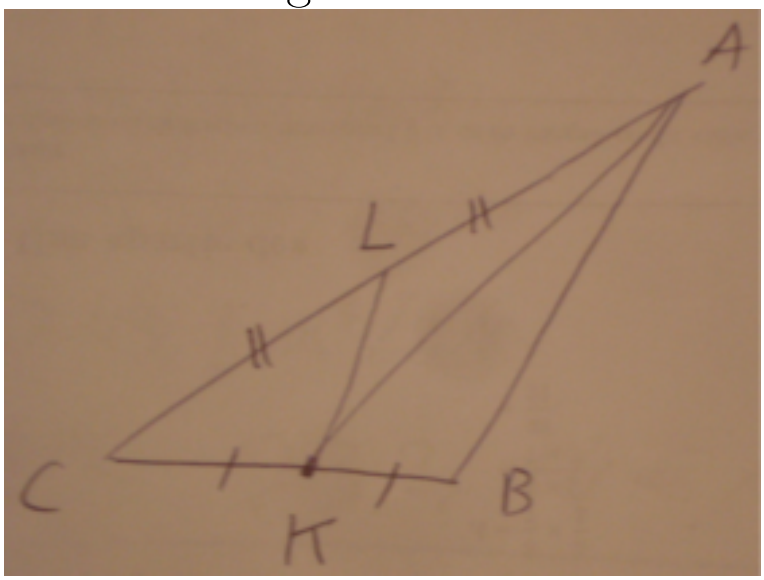
Calculer :

(a) 103×12

(b) $7 \times 0.81 + 0.19 \times 7$.

Activité mentale 5
Question 3

L'aire du triangle ABC est $30\,\text{cm}^2$.



Quelle est l'aire de CKL ?

C'est tout pour aujourd'hui

19.1.f Activité mentale 6

Activité mentale 6

Question 1

Calculer :

(a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

(b) $\frac{5}{6} - \frac{1}{12}$.

Activité mentale 6

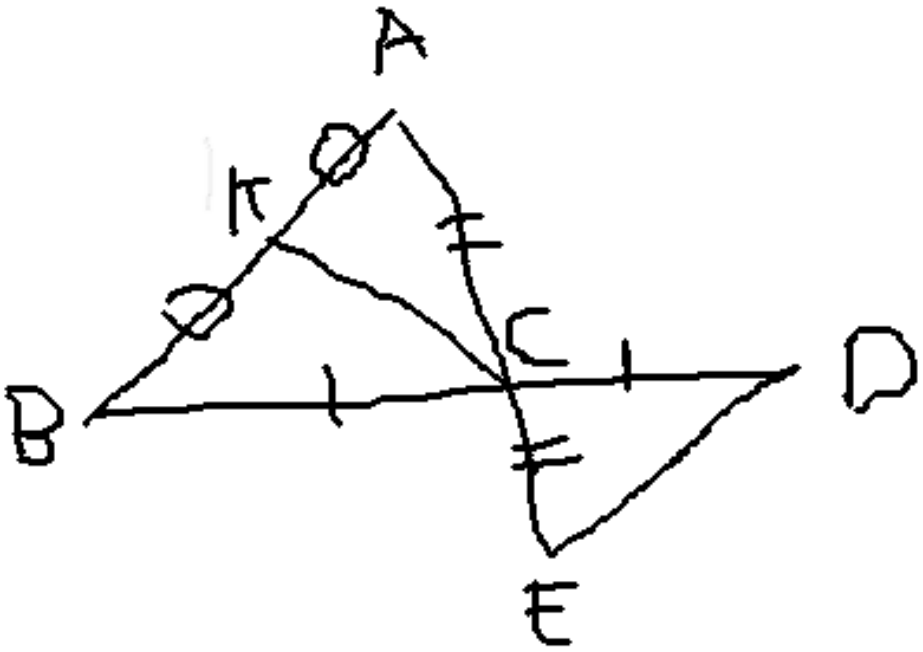
Question 2

Un gaulois meurt en l'an 13 à l'âge de 35 ans. Quelle est son année de naissance ?

Activité mentale 6

Question 3

Le segment $[DE]$ mesure 7 cm. Quelle est la longueur de $[BK]$?



C'est tout pour aujourd'hui

19.1.g Activité mentale 7

Activité mentale 7

Question 1

Calculer

(a) $\frac{5}{7} + \frac{2}{7}$

(b) $1 + \frac{5}{7}$

Activité mentale 7

Question 2

Compléter les pointillés :

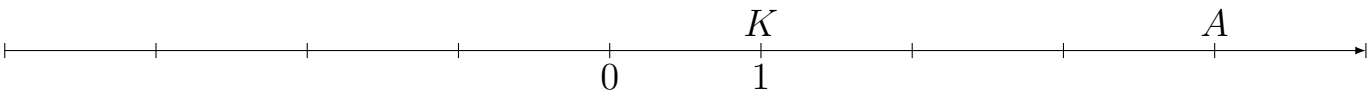
(a) $-3 > \ldots$

(b) $\frac{4}{10} + \frac{\ldots}{10} = \frac{1}{2}$

Activité mentale 7

Question 3

Quelle est l'abscisse du symétrique du point A par rapport au point K ?



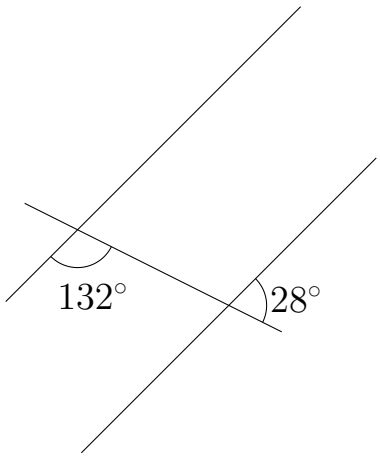
C'est tout pour aujourd'hui

19.1.h Activité mentale 8

Activité mentale 8

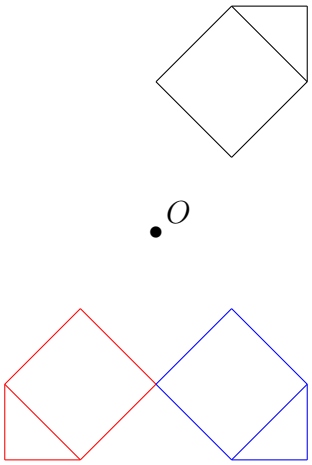
Question 1

Est-ce que les droites sont parallèles ?



Activité mentale 8
Question 2

Lesquelles des deux maisons sont symétriques l'une de l'autre par rapport au point O ?



Activité mentale 8
Question 3

Si 6 paquets de bonbons coûtent 3 euros et 5 paquets en coûtent 2.5,

(a) combien coûtent 10 paquets de bonbons ?

(b) combien coûtent 11 paquets de bonbons ?

Activité mentale 8
Question 4

Compléter avec l'entier le plus proche :

(a) $5.3 > \ldots$

(b) $-10 < \ldots$

(c) $-5.3 < \ldots$

C'est tout pour aujourd'hui

19.2 Mental 5A

19.2.a Activité mentale 1

Activité mentale 1

Question 1

Développer :

$$5 \times (12 - x)$$

Activité mentale 1

Question 2

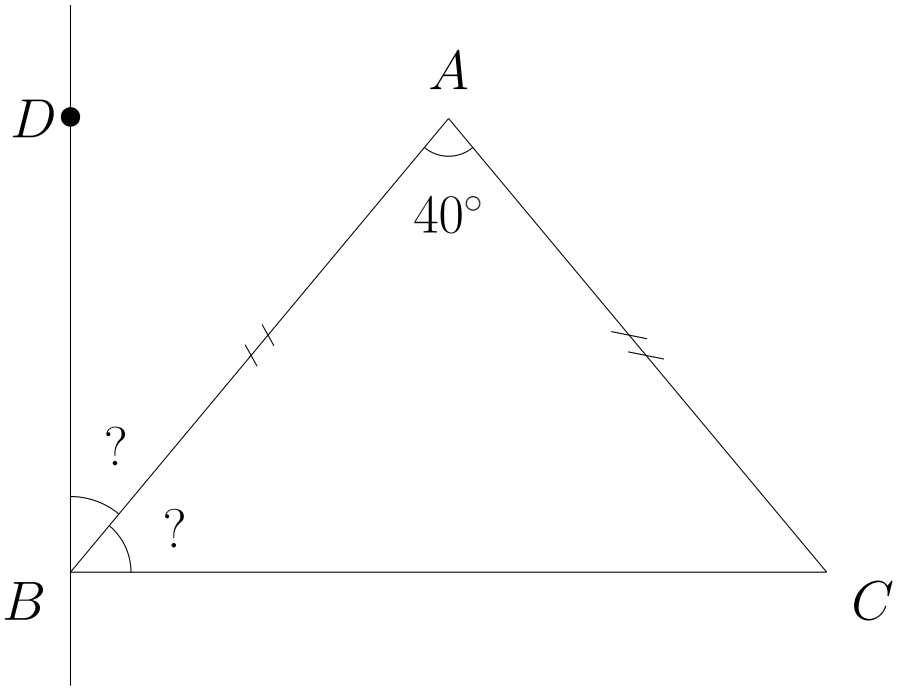
Compléter le tableau de proportionnalité :

prix en euro	5	10	...
prix en wuz	20	40	100

Activité mentale 1

Question 3

Sur ce dessin, (BD) est perpendiculaire à (BC).



C'est tout pour aujourd'hui

19.2.b Activité mentale 2

Activité mentale 2

Question 1

Calculer :

(a) $\frac{2}{6} + \frac{1}{6}$

(b) $\frac{2}{6} + \frac{4}{6}$

Activité mentale 2

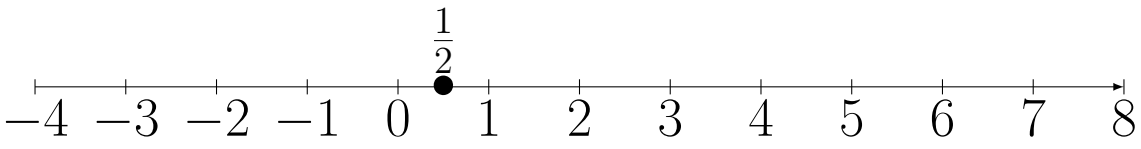
Question 2

Calculer :

(a) $7 - 5$

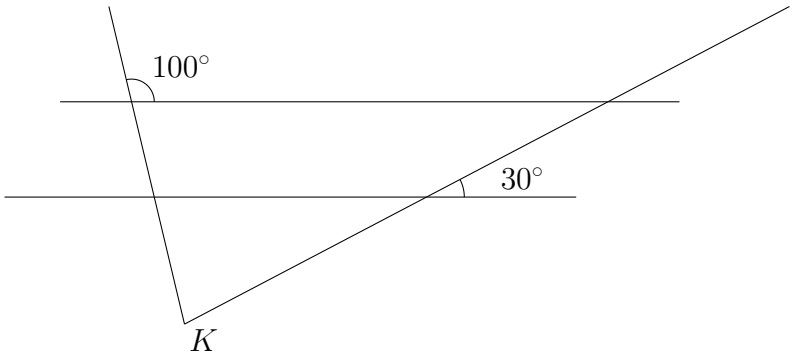
(b) $5 - 7$

(c) $\frac{1}{2} - 1$



Activité mentale 2

Question 3



$\hat{K} = \ldots$

C’est tout pour aujourd’hui

19.2.c Activité mentale 3

Activité mentale 3

Question 1

(a) Combien d'euros et de centimes dans 1.5€ ?

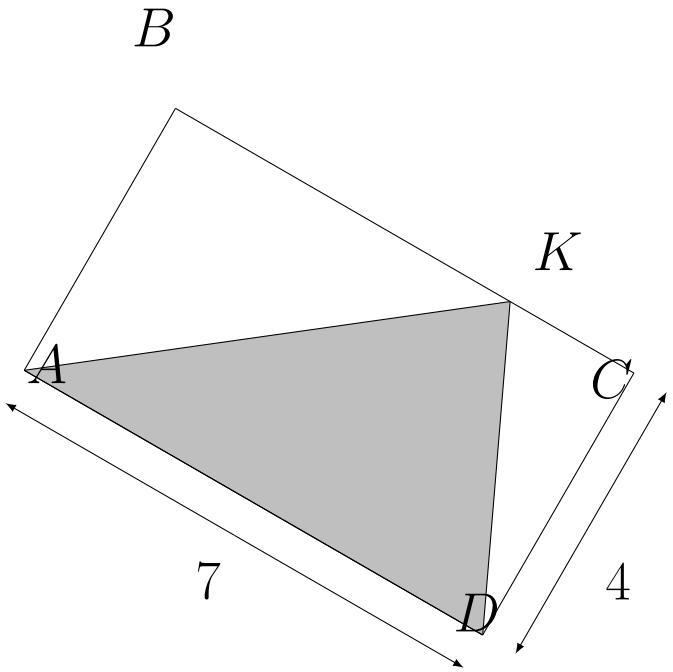
(b) Combien d'heures et de minutes dans 1.5 h ?

(c) Combien de kilos et de grammes dans 1.5 kg ?

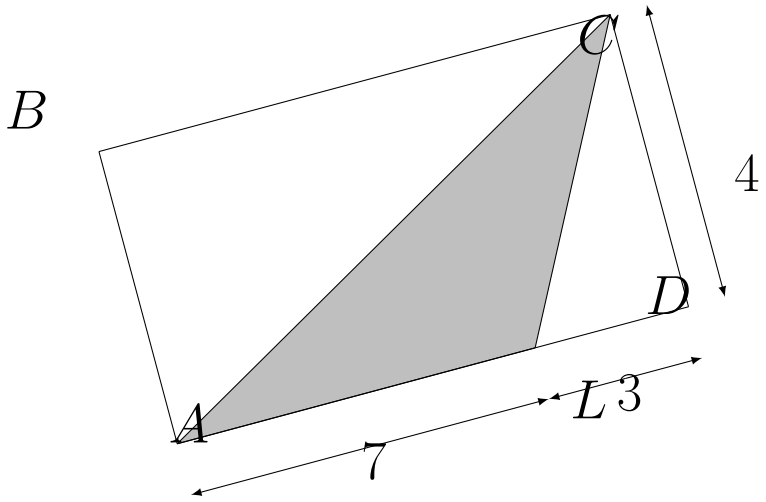
Activité mentale 3

Question 2

$ABCD$ est un rectangle



$ABCD$ est un rectangle



Aire des surfaces grisées ?

Activité mentale 3

Question 3

Laquelle de ces deux égalités est correcte si $x = -100$?

(a) $100 - x = 0$

(b) $x + 100 = 0$

C'est tout pour aujourd'hui

19.2.d Activité mentale 4

Activité mentale 4

Question 1

Voici les éphémérides d'une éclipse[8].

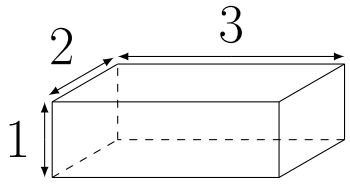
Entrée dans l'ombre	6h58
Commencement de la totalité de l'éclipse	8h06
Maximum de l'éclipse	8h45
Fin de la totalité de l'éclipse	9h24
Sortie de l'ombre de la Terre	10h33

Pendant combien de temps l'éclipse est-elle totale ?

Activité mentale 4

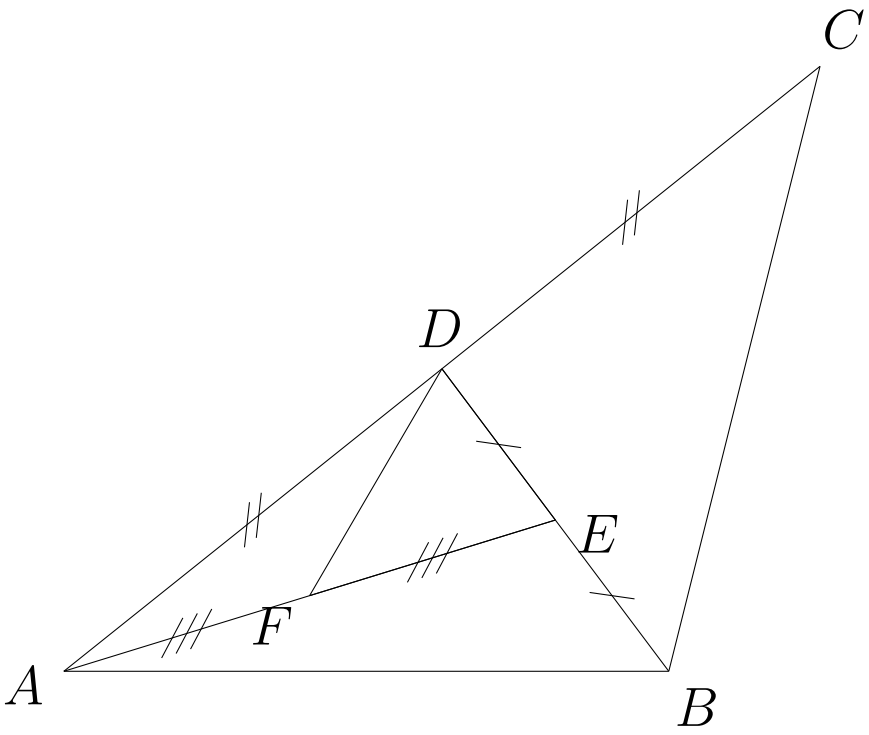
Question 2

Quelle est la longueur totale des arrêtes ?



Activité mentale 4
Question 3

Aire DEF : $5\,\mathrm{m}^2$.



Aire ABC ?

C'est tout pour aujourd'hui

19.2.e Activité mentale 5

Activité mentale 5

Question 1

Compléter avec l'entier le plus proche possible :

(a) $-5 < \ldots$

(b) $\ldots < 8.2$

(c) $-1.9 > \ldots$

Activité mentale 5

Question 2

Quel est l'intrus ?

(a) 25%

(b) $\frac{1}{25}$

(c) 0.25

(d) $\frac{25}{100}$

(e) $\frac{50}{200}$

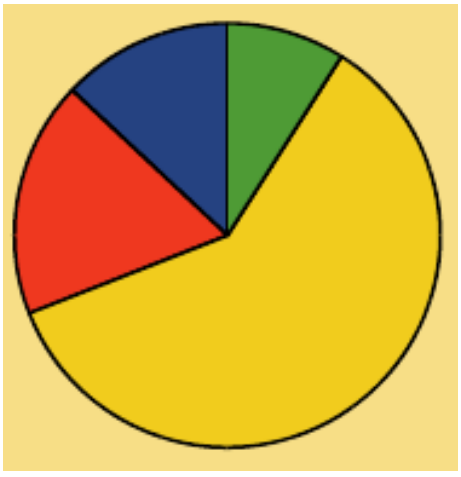
Activité mentale 5
Question 3

Répartition des animaux dans un zoo :

proportion (en %)	type
13	reptiles
...	oiseaux
60	mammifères
9	poissons

(a) Compléter le tableau

(b) Laquelle des deux représentations est correcte ?





C'est tout pour aujourd'hui

<++>

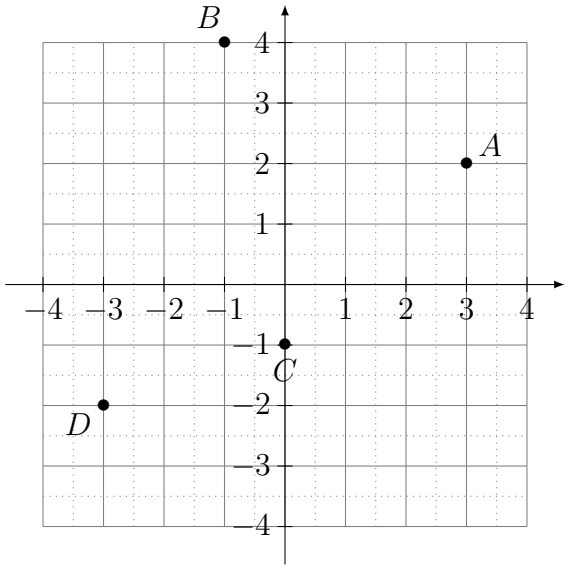
19.3 Mental 5B

19.3.a Activité mentale 1

Activité mentale 1

Question 1

Quelles sont les coordonnées des points A, B, C et D ?



Activité mentale 1

Question 2

Compléter les pointillés :

(a) $7a + 3a = \ldots \times a$

(b) $7 \times 54 + \ldots \times 54 = 540$

Activité mentale 1

Question 3

Développer et réduire :

(a)

$$5 \times (12 - x)$$

(b)

$$5 \times (12 - x) + x$$

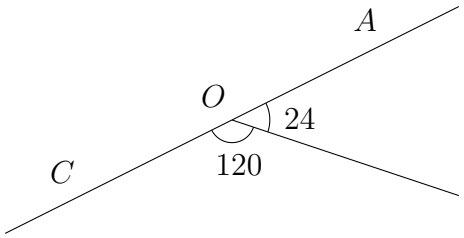
C'est tout pour aujourd'hui

19.3.b Activité mentale 2

Activité mentale 2

Question 1

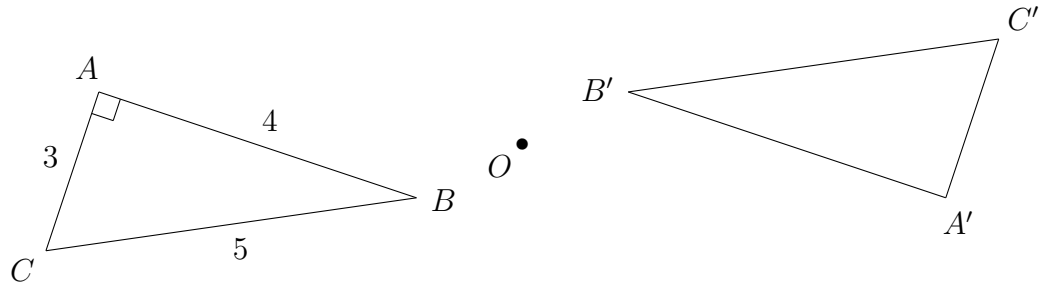
Est-ce que les points A, O et C sont alignés ?



Activité mentale 2

Question 2

Les points A', B' et C' sont symétriques de A, B et C par rapport au point O.



Quelle est l'aire du triangle $A'B'C'$?

Activité mentale 2

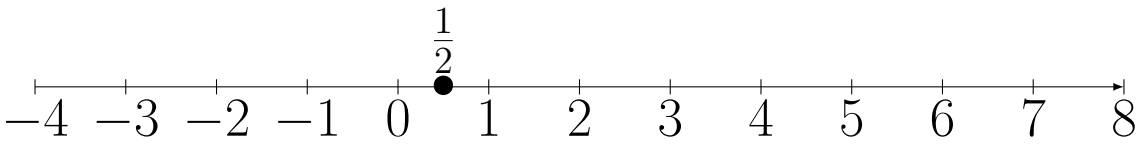
Question 3

Calculer :

(a) $7 - 5$

(b) $5 - 7$

(c) $\frac{1}{2} - 1$



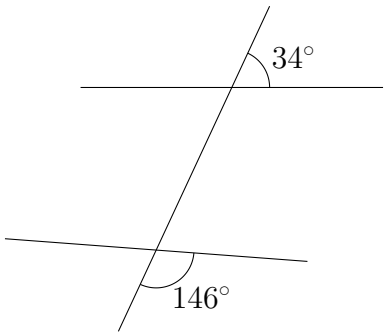
C’est tout pour aujourd’hui

19.3.c Activité mentale 3

Activité mentale 3

Question 1

Est-ce que les deux droites sont parallèles ?



Activité mentale 3

Question 2

Développer :

(a) $5 \times (x + 3)$

(b) $5 \times (2x + 3)$

Activité mentale 3

Question 3

Si 200 g de chocolat coûtent un euro, combien coûtent 1.5 kg ?

C'est tout pour aujourd'hui

19.3.d Activité mentale 4

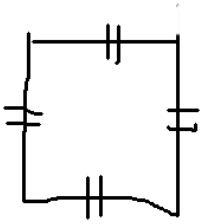
Activité mentale 4

Question 1

Quelle distance parcout-t-on en marchant à vitesse constante pendant 90 minutes à 5 km/h ?

Activité mentale 4

Question 2



Parallélogramme, losange, rectangle ou carré ?

Activité mentale 4

Question 3

Calculer :

(a) $5 - 3$

(b) $3 - 5$

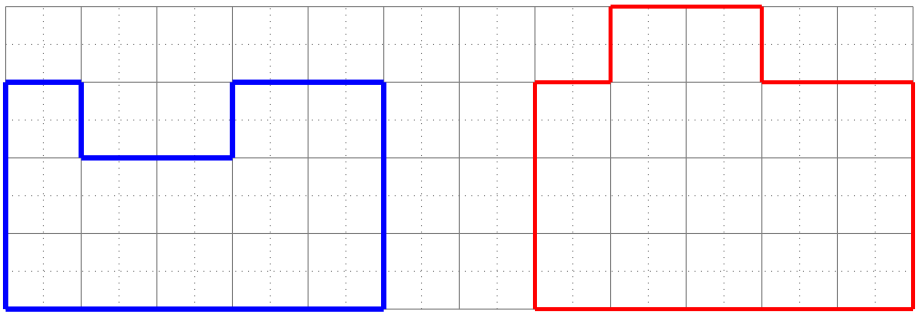
(c) $-3 + 5$

C’est tout pour aujourd’hui

19.3.e Activité mentale 5

Activité mentale 5

Question 1



(a) Lequel des deux périmètres est le plus grand ?

(b) Laquelle des deux aires est la plus grande ?

Activité mentale 5
Question 2

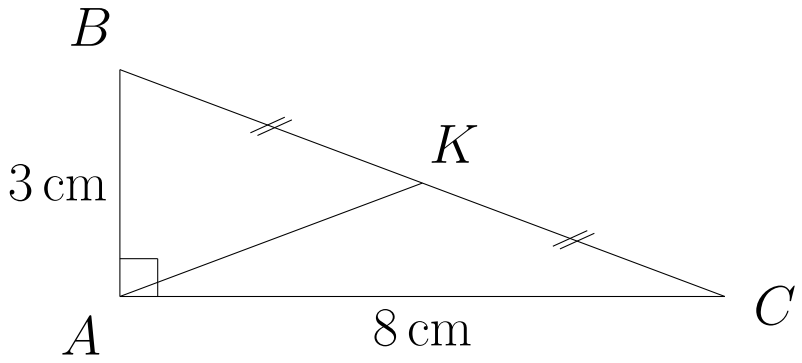
Vrai ou faux ?

(a) Si $x > 10$ alors $x + 5 > 14$

(b) Si x est un nombre quelconque alors $x+3$ est plus grand que 2.

Activité mentale 5

Question 3



Aire de $AKC = \ldots$

C'est tout pour aujourd'hui

19.3.f Activité mentale 6

Activité mentale 6

Question 1

(a) Combien d'euros et de centimes dans 1.5€ ?

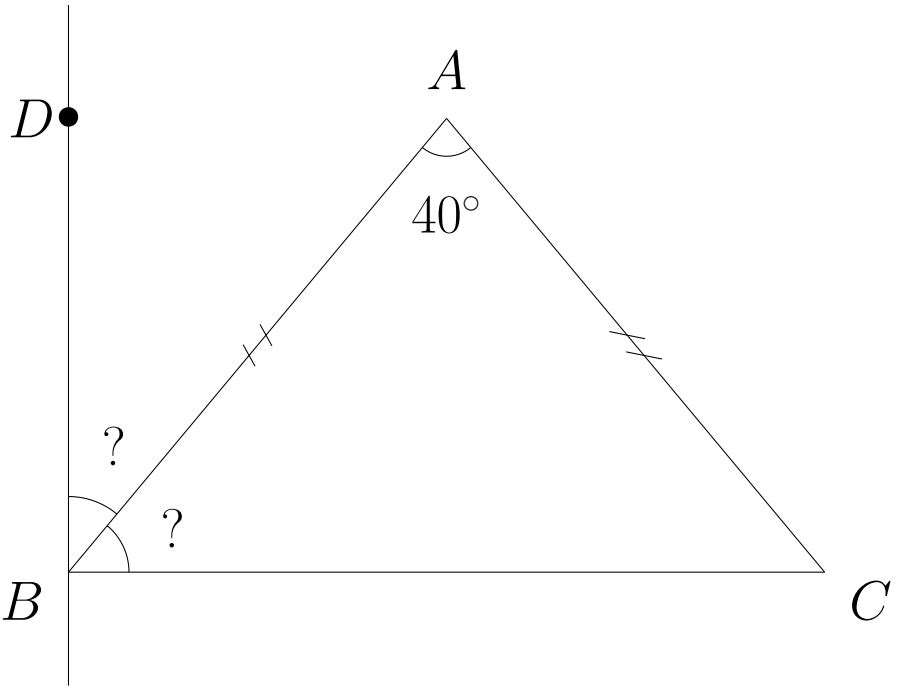
(b) Combien d'heures et de minutes dans 1.5 h ?

(c) Combien de kilos et de grammes dans 1.5 kg ?

Activité mentale 6

Question 2

Sur ce dessin, (BD) est perpendiculaire à (BC).



Activité mentale 6

Question 3

Laquelle de ces deux égalités est correcte si $x = -100$?

(a) $100 - x = 0$

(b) $x + 100 = 0$

C’est tout pour aujourd’hui

19.3.g Activité mentale 7

Activité mentale 7

Question 1

Exprimer sous forme de fractions :

(a) $3 \times \dfrac{7}{5}$

(b) $5 \times \dfrac{9}{15}$

Activité mentale 7

Question 2

Quel est le plus grand ?

(a) 1 h50 min ou 150 min ?

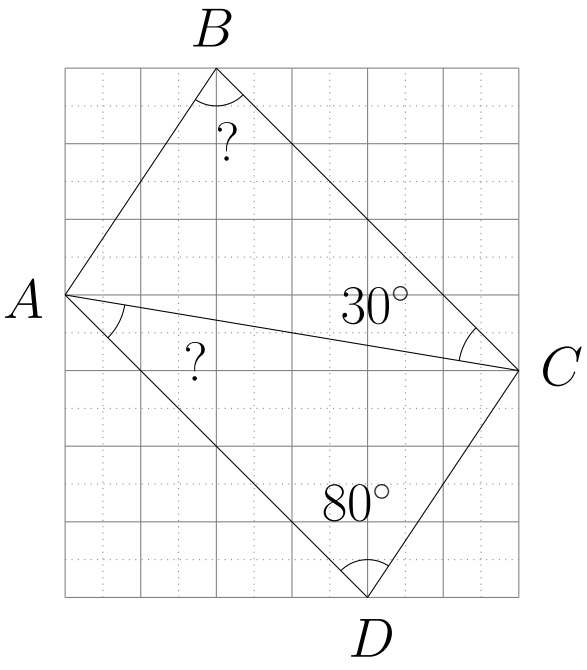
(b) 15 £ ou 150 centimes ?

(c) $1\,\mathrm{m}^2$ ou $100\,\mathrm{cm}^2$?

Activité mentale 7

Question 3

$ABCD$ est un parallélogramme.



C'est tout pour aujourd'hui

19.3.h Activité mentale 8

Activité mentale 8

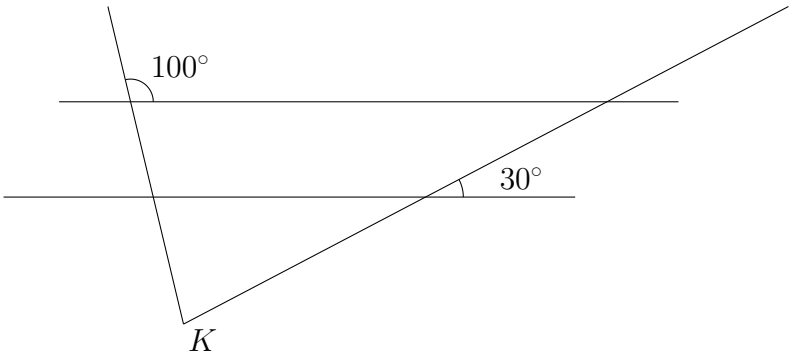
Question 1

Voici les éphémérides d'une éclipse[8].

Entrée dans l'ombre	6h58
Commencement de la totalité de l'éclipse	8h06
Maximum de l'éclipse	8h45
Fin de la totalité de l'éclipse	9h24
Sortie de l'ombre de la Terre	10h33

Pendant combien de temps l'éclipse est-elle totale ?

Activité mentale 8
Question 2



$\hat{K} = \ldots$

Activité mentale 8

Question 3

Quel est l'intrus ?

(a) 25%

(b) $\dfrac{1}{25}$

(c) 0.25

(d) $\dfrac{25}{100}$

(e) $\dfrac{50}{200}$

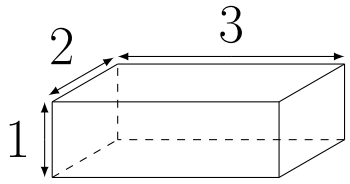
C’est tout pour aujourd’hui

19.3.i Activité mentale 9

Activité mentale 9

Question 1

Quelle est la longueur totale des arrêtes ?



Activité mentale 9

Question 2

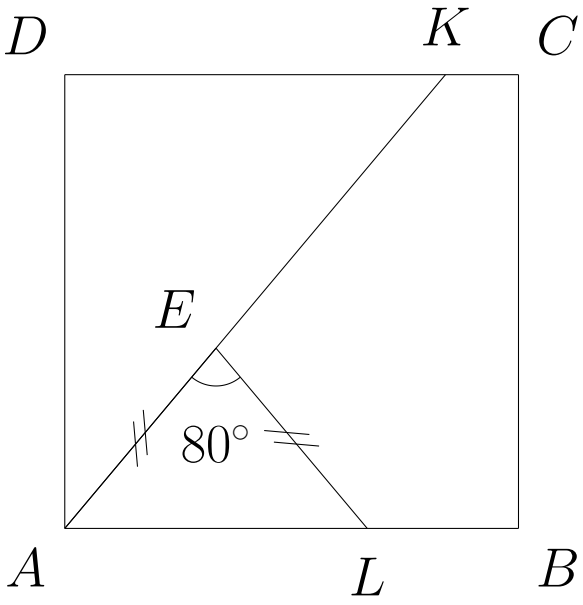
Dire $x = 4$ est solution de l'équation

$$2x + 7 = 15$$

<++>

Activité mentale 9
Question 3

$ABCD$ est un carré, et $\widehat{AEL} = 80°$.



$\widehat{AKD} = ?$

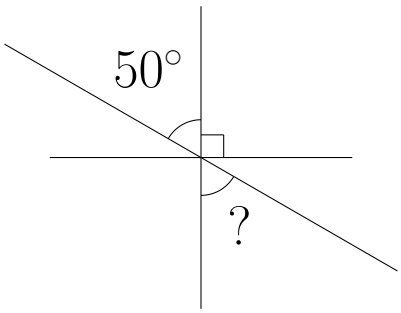
C'est tout pour aujourd'hui

19.4 En réserve pour plus tard

19.4.a Activité mentale 1000

Activité mentale 1000

Question 1



Activité mentale 1000

Question 2

Quelle durée s'écoule entre 15h57 et 17h08 ?

(a) 1h11

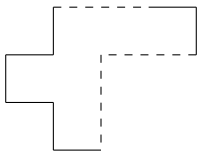
(b) 2h11

(c) 1h51

Activité mentale 1000

Question 3

Sur cette figure[3], les traits en pointillés mesurent 2a cm et les traits pleins mesurent a cm.



(a) Exprimer le périmètre en fonction de a.

(b) Calculer ce deux périmètres pour $a = 1.5$.

Activité mentale 1000

Question 4

Xavier va se coucher à $22h12$ et doit régler la temporisation de sa machine à laver de telle sorte qu'elle démarre à $5h$ du matin. Que doit-il faire ?

C'est tout pour aujourd'hui

Chapitre 20

Les questions posées en évaluation (cinquième)

ceci sont les énoncés et les corrections des questions posées en évaluation. attention : certaines questions ont pu être modifiées par rapport à l'énoncé exact donné aux élèves ; cela pour clarifier certaines questions qui n'ont pas été bien comprises.

20.1 29 septembre 2014

Exercice 1
Calculer :

(a) $8 - 3 \times 2 = \ldots$

(b) $\dfrac{16 + 4}{5} = \ldots$

(c) $\ldots \times 4 + 12 = 40$

(d) $(8 - 3) \times 2 = \ldots$

(e) $7 \times 35 + 7 \times 24 = 7 \times (\ldots + \ldots)$

Correction à la page 959.

Exercice 2
Calculer :

(a) $17 - 4 \times 4 = \ldots$

(b) $\dfrac{12 + 6}{2} = \ldots$

(c) $\ldots \times 6 + 5 = 41$

(d) $(10 - 6) \times 9 = \ldots$

(e) $14 \times 8 + 6 \times 8 = 8 \times (\ldots + \ldots)$

Correction à la page 959.

Exercice 3
Calculer :

(a) $40 - 6 \times 6 = \ldots$

(b) $\dfrac{100 + 4}{4} = \ldots$

(c) $\ldots \times 2 + 6 = 30$

(d) $(9 - 5) \times 8 = \ldots$

(e) $23 \times 11 - 9 \times 11 = 11 \times (\ldots - \ldots)$

Correction à la page 959.

Exercice 4
Calculer :

(a) $\dfrac{16 - 4}{4} = \ldots$

(b) $\ldots \times 3 + 16 = 40$

(c) $(9 + 7) \times 2 = \ldots$

(d) $5 \times 12 + 5 \times 97 = 5 \times (\ldots + \ldots)$

(e) $7 - 2 \times 3 = \ldots$

Correction à la page 959.

20.2 3 octobre 2014

Exercice 5

(a) Ajouter des parenthèses dans l'expression $8 \times 5 - 1$ de telle sorte à obtenir 32.

(b) Calculer $3 \times 7 - 7 \times 2$.

(c) Ajouter des parenthèses à l'expression $3 \times 7 - 7 \times 2$ de façon à obtenir 0.

Correction à la page 959.

Exercice 6

Compléter les pointillés :

(a) $6 \times 3 + \ldots = 23$

(b) $4 \times \ldots + 4 = 20$

(c) $\dfrac{9 \times 4}{2 \times 3} = \ldots$

(d) $\dfrac{39 \times 125}{\ldots} = 125.$

Correction à la page 960.

Exercice 7

(a) Tracer, avec la règle et un compas, un triangle KLM dont les longueurs sont $KL = 10\,\text{cm}$, $LM = 6\,\text{cm}$ et $KM = 6\,\text{cm}$. Laisser les traits de construction.

(b) Mesurer les angles avec le rapporteur, et les noter sur le dessin.

(c) Pour un devoir Alysée doit calculer la somme des angles d'un triangle ABC dont les mesures sont $AB = 12\,\text{cm}$, $AC = 25\,\text{cm}$ et $BC = 10\,\text{cm}$. Que pensez-vous de ce devoir ?

Correction à la page 960.

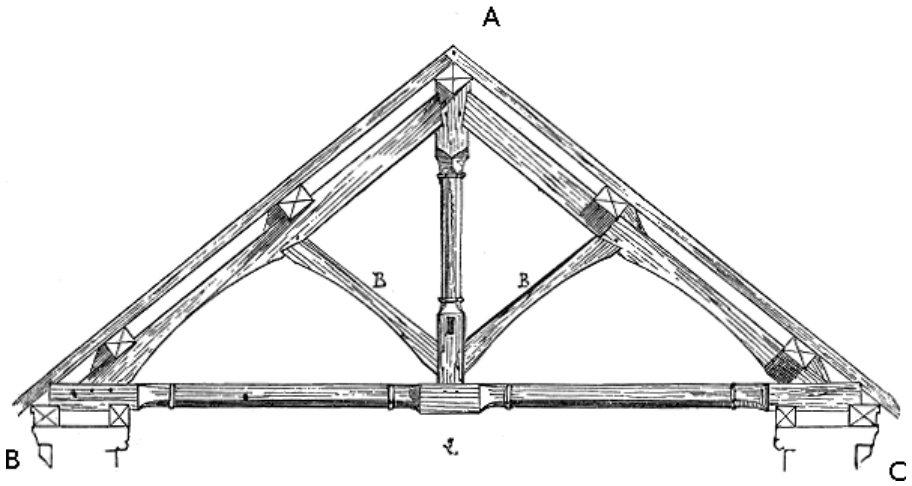
Exercice 8

Un charpentier doit couper des poutres de bonne longueur pour créer un triangle isocèle. La poutre transversale horizontale fait 8 m et l'inclinaison du toit est de 40°.

(a) Dessiner un schéma à l'échelle. Préciser l'échelle choisie (par exemple 1 cm sur la feuille représente 1 m dans la réalité).

(b) En déduire la longueur des poutres inclinées.

Vous pouvez vous inspirer du dessin suivant[9] (qui n'est pas à l'échelle)



Sur ce dessin nous aurions la longueur $BC = 8\,\text{m}$ et les angles $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 40°$. Les poutres inclinées dont nous voulons savoir la longueur sont $[AB]$ et $[AC]$.

Correction à la page 961.

Exercice 9

(a) Sébastien a écrit l'égalité $3 + 9 \times 2 = 24$. Où a-t-il oublié des parenthèses ?

(b) Calculer $3 \times 12 + 12 \times 7$.

(c) Est-il possible de dessiner un triangle dont les mesures sont $RS = 23\,\text{cm}$, $ST = 15\,\text{cm}$ et $TR = 6\,\text{cm}$?

Correction à la page 961.

Exercice 10

Aux États-Unis et dans quelques autres pays, on utilise les degrés Fahrenheit (°F) plutôt que des degrés Celsius (°C) pour mesurer des températures. Il faut soustraire 32 à une température en °F puis diviser par $1,8$ pour la connaître en °C.

(a) À quelle température en °C correspond 100 °F ?

(b) Adèle, en voyage aux USA veut régler son thermostat sur 20 °C. Hélas, le thermostat est gradué en Fahrenheit. À quelle température doit-elle le régler ?

(c) Adèle essaye de suivre une recette dans un terrible livre de cuisine ramené de son voyage aux USA. Il y est demandé de chauffer de l'eau à 212°F. À quelle température doit-elle chauffer son eau ?

Correction à la page 961.

Exercice 11

Compléter les pointillés :

(a) $7 \times \ldots + 7 = 28$

(b) $95 \times 67 = 100 \times 67 - \ldots \times 67$

(c) $\dfrac{9+3}{2\times 3} = \ldots$

(d) $\dfrac{\ldots \times 32}{15} = 32.$

Correction à la page 962.

20.3 17 octobre 2014

Exercice 12

Construire, en laissant les traits de construction, un triangle FGH tel que $\widehat{FGH} = 45°$, $FG = 6\,\text{cm}$ et $GH = 7\,\text{cm}$.

Mesurer les angles de votre triangle, et les reporter sur le dessin.

Correction à la page 963.

Exercice 13

Un biscuit coûte 1 euro et une bouteille d'eau coûte 2.5 euros. Sarah souhaite constituer 12 sacs contenant chacun deux biscuits et une bouteille d'eau.

Lesquelles parmi les expressions suivantes donnent le bon résultat ? Justifier vos choix.

(a) $A = 12 \times (2 + 2.5)$

(b) $B = 12 + 24 \times 2.5$

(c) $C = 12 \times 4.5$

(d) $D = 12 \times 2.5 + 2$

Expliquer brièvement vos choix.

Correction à la page 964.

Exercice 14 [10]

Pour faire un gâteau, on a pris les ingrédients suivants :

— 300 grammes de farine
— 150 grammes de sucre
— 100 grammes de chocolat
— Un verre de lait (100 grammes)

Calculer la proportion de chocolat dans ce gâteau. L'exprimer sous forme d'une fraction simplifiée.

Correction à la page 964.

Exercice 15

Vrai ou faux (justifier) ?

(a) Si un quadrilatère possède 4 côtés de même longueurs, alors c'est un carré.

(b) Si un nombre est plus grand que 17 alors il est plus grand que 20.

(c) Tout nombre plus grand que 20 est plus grand que 17.

Correction à la page 964.

Exercice 16

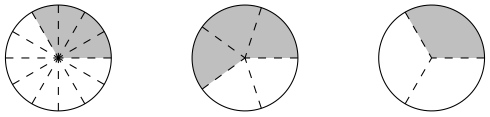
Remplir les pointillés (a représente un nombre entier quelconque) :

(a) $4 - \frac{10}{5} = \ldots$
(b) $5 \times 10 + 10 = \ldots.$
(c) $(12 + 88) \times 30 = \ldots$
(d) $\frac{33 \times 44}{44} = \ldots$
(e) $60 \times a = 6 \times \ldots \times a$

Correction à la page 964.

Exercice 17

Sur une classe de 24 élèves dont 14 filles, huit élèves ont raté un devoir. Quel(s) diagramme(s) indique(nt) cette proportion ?



Justifier vos choix.

Quelle est la proportion de garçons dans cette classe ?

(a) $\frac{8}{24}$ (b) $\frac{14}{10}$ (c) $\frac{10}{24}$. (d) $\frac{5}{12}$

Indiquer toutes les réponses possibles.

Correction à la page 965.

20.4 Devoir maison

Exercice 18

Quelque questions à propos de division, de fractions et de nombres décimaux. Rappel : un nombre est **décimal** lorsque son écriture s'arrête. Il faut que la suite des chiffres derrière la virgule s'arrête.

(a) Poser la division $25 \div 33$ et calculer 7 chiffres derrière la virgule. Est-ce que le nombre $\frac{25}{33}$ est décimal ?

(b) Poser la division $17 \div 50$ et l'effectuer. Est-ce que le nombre $\frac{17}{50}$ est décimal.

(c) Quel est le 34^{e} chiffre derrière la virgule dans le nombre $\frac{123}{999}$?

Correction à la page 965.

20.5 Devoir surveillé, 25 novembre 2014

Exercice 19 ...../4

Une bouteille de sirop de menthe indique qu'il faut «verser une dose de sirop pour 8 doses d'eau».

(a) Jean-Luc met 3 cL de sirop. Quelle quantité d'eau doit-il ajouter ?

(b) Quelle est la proportion d'eau dans son verre ?

(c) Julie, plus gourmande, met 5 cL de sirop. Quelle quantité d'eau doit-elle ajouter ? Quelle est la proportion d'eau dans son verre ?

Correction à la page 965.

Exercice 20 ...../3

Parmi les fractions suivantes, lesquelles représentent des nombres plus grands que 1 ?

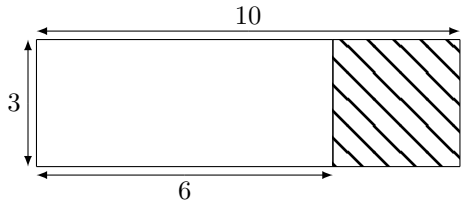
(a) $\frac{3}{2}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{12}{10}$

Pour justifier, rappeler la règle qui détermine si une fraction est plus grande que 1.

Correction à la page 966.

Exercice 21 ...../4

Norbert le propriétaire possède un terrain de 3 m de la large et 10 m de long. Il décide de consacrer 6 mètres à une terrasse et le reste à une piscine.



Répondre en justifiant aux questions suivantes.

(a) Exercice de lecture de l'énoncé : sur le dessin, la piscine est-elle la partie blanche ou hachurée ? Justifier en citant le texte.

(b) Laquelle des expressions suivantes donne l'aire de la piscine ?

(b1) $30 - 6$

(b2) $300 + 18$

(b3) $3 \times (10 - 6)$.

Correction à la page 966.

Exercice 22 ...../5

Calculer les sommes et produits suivants ; donner les réponses sous forme de fractions simplifiées :

(a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ | (b) $\frac{11}{12} - \frac{2}{3}$ | (c) $\frac{3}{5} \times \frac{6}{7}$ | (d) $\frac{8}{9} \times \frac{3}{8}$.

Correction à la page 966.

Exercice 23 ...../4

Pour chacune des deux situations suivantes, tracer le triangle demandé, ou expliquer pourquoi vous n'y parvenez pas. Laisser les traits de construction.

(a) Le triangle ABC dont les mesures sont $AB = 5\,\text{cm}$, $BC = 10\,\text{cm}$ et $AC = 7\,\text{cm}$.

(b) Le triangle KLM dont les mesures sont $KL = 5\,\text{cm}$, $LM = 15\,\text{cm}$ et $KM = 7\,\text{cm}$.

Correction à la page 967.

Exercice 24 ...../4

(a) Tracer un triangle KLM avec $KL = 6\,\text{cm}$ et les autres longueurs au choix.

(b) Tracer ensuite la médiane issue de K et la hauteur issue de L.

(c) Ajouter les codages sur votre figure.

Correction à la page 968.

Exercice 25 ...../5

Pour chacune des deux situations suivantes, tracer le triangle ABC et son cercle circonscrit, ou expliquer pourquoi vous n'y parvenez pas. Laisser les traits de construction.

(a) le triangle ABC dont les mesures sont $AB = 5\,\text{cm}$, $BC = 10\,\text{cm}$ et $AC = 7\,\text{cm}$.

(b) le triangle KLM dont les mesures sont $KL = 5\,\text{cm}$, $LM = 15\,\text{cm}$ et $KM = 7\,\text{cm}$.

Correction à la page 968.

20.6 Interrogation du 5 décembre 2014

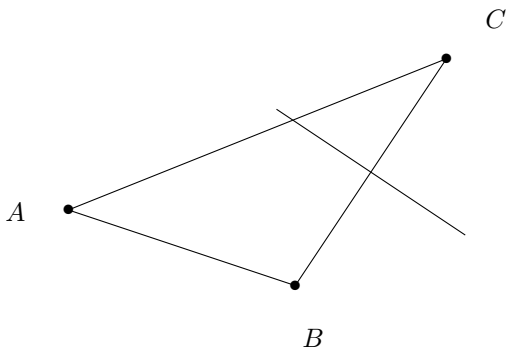
Exercice 26

La droite dessinée est une médiatrice du triangle ABC.

(a) Ajouter les codages correspondants.

(b) Tracer la hauteur issue de A.

(c) Tracer la médiane issue de B.



Correction à la page 969.

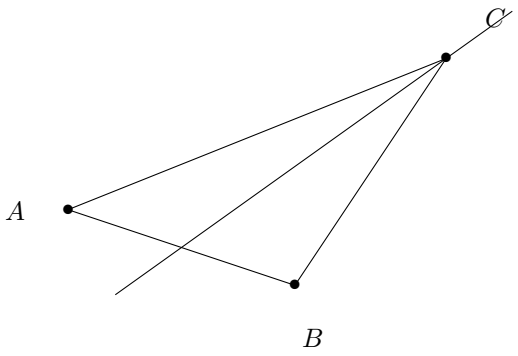
Exercice 27

La droite dessinée est une médiane du triangle ABC.

(a) Ajouter les codages correspondants.

(b) Tracer la hauteur issue de A.

(c) Tracer la médiatrice du côté $[AC]$.



Correction à la page 969.

20.7 Interrogation du 9 décembre 2014

Exercice 28

Calculer :

(a) $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$

(b) $\frac{1}{20}-\frac{1}{10}$

(c) $\frac{6}{4}\times\frac{8}{12}$

Correction à la page 969.

Exercice 29

Calculer :

(a) $\frac{1}{5}+\frac{1}{10}$

(b) $\frac{1}{5}-\frac{1}{10}$

(c) $\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}$

Correction à la page 970.

20.8 Devoir surveillé, 16 décembre 2014

Exercice 30 . . . . . /4

Louis et Capucine se partagent un gâteau : ils le coupent en six morceaux. Louis prend deux parts et Capucine une.

(a) Écrire sous forme de fraction la proportion du gâteau mangée par Louis et celle mangée par Capucine.

(b) Quelle part du gâteau ont-ils mangée à eux deux ?

(c) Si le gâteau pesait 300 g, combien reste-t-il ?

Correction à la page 970.

Exercice 31 . . . . . /3

Compléter les pointillés :

(a) $\frac{24}{\ldots}=8$

(b) $5\times(18+27)=5\times\ldots+5\times\ldots$

(c) $12\times34+12\times66=\ldots$

(d) $4\times\ldots+2=30$

Correction à la page 970.

Exercice 32 . . . . . /4

Donner la valeur des expressions suivantes lorsque $z=4$:

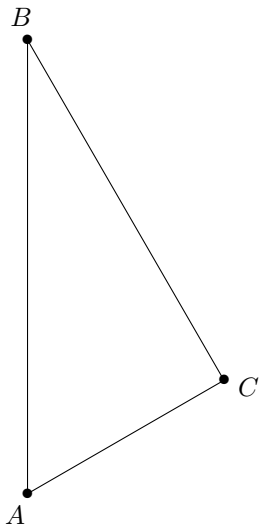
(a) $z+3$ | (b) $5z$ | (c) $6\times(z+3)$ | (d) $6\times z+3$

Quelle valeur faut-il donner à a pour avoir $4a=12$?

Correction à la page 970.

Exercice 33 ...../4

Dessiner une hauteur, une médiatrice et une médiane du triangle suivant.



Indiquer clairement quelle droite est quoi, et ajouter les codages.

Correction à la page 970.

Exercice 34 ...../3

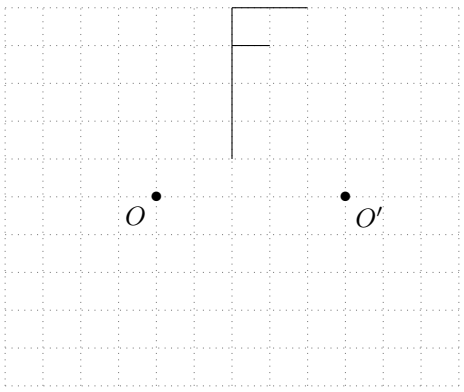
Calculer les sommes et produits suivants ; donner les réponses sous forme de fractions simplifiées :

(a) $\frac{12}{7}-\frac{6}{7}$ | (b) $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$ | (c) $\frac{12}{5}\times\frac{10}{3}$ | (d) $\frac{8}{9}-\frac{3}{18}$.

Correction à la page 970.

Exercice 35 ...../5

Tracer le symétrique de la figure suivante, d'abord par rapport au point O et ensuite par rapport au point O'.



Laisser les traits de construction et les codages pour la figure symétrique par rapport au point O. Aucune justification n'est demandée pour le tracé du symétrique par rapport au point O'.

Correction à la page 970.

Exercice 36 ...../3

Calculer les sommes et produits suivants ; donner les réponses sous forme de fractions simplifiées :

(a) $\frac{13}{5}-\frac{6}{5}$ | (b) $\frac{1}{5}+\frac{1}{10}$ | (c) $\frac{15}{2}\times\frac{10}{3}$ | (d) $\frac{8}{7}-\frac{3}{14}$.

Correction à la page 970.

Exercice 37 ...../3

Compléter les pointillés :

(a) $\frac{27}{\ldots} = 9$ | (b) $5\times(32+12) = 5\times\ldots+5\times\ldots$ (c) $13\times 24+13\times 76 = \ldots$ | (d) $2\times\ldots+4=30$

Correction à la page 970.

Exercice 38 ...../4

Louis et Capucine se partagent un gâteau : ils le coupent en 12 morceaux. Louis prend trois parts et Capucine une.

(a) Écrire sous forme de fraction la proportion du gâteau mangée par Louis et celle mangée par Capucine.

(b) Quelle part du gâteau ont-ils mangée à eux deux ?

(c) Si le gâteau pesait 300 g, combien reste-t-il ?

Correction à la page 971.

Exercice 39 ...../5

L'affirmation suivante est fausse : « Dans un triangle ABC, la médiatrice du côté $[BC]$ passe par le sommet A ».

(a) Dessiner un contre-exemple à l'affirmation (c'est à dire un triangle dont la médiatrice de $[BC]$ ne passe pas par A).

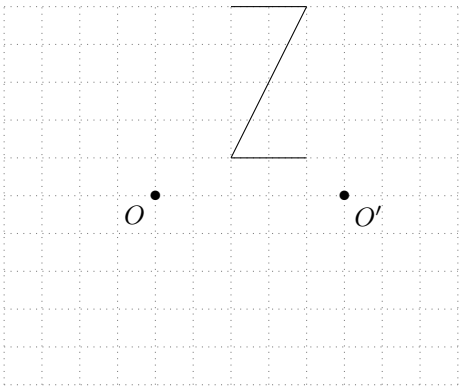
(b) Tracer un triangle ABC pour lequel la médiatrice du côté $[BC]$ passe par le sommet A.

(c) Tracer, en laissant les traits de construction, le cercle circonscrit au triangle tracé pour la question (a) ou (b) au choix.

Correction à la page 971.

Exercice 40 ...../5

Tracer le symétrique de la figure suivante, d'abord par rapport au point O et ensuite par rapport au point O'.



Laisser les traits de construction et les codages pour la figure symétrique par rapport au point O. Aucune justification n'est demandée pour le tracé du symétrique par rapport au point O'.

Correction à la page 971.

20.9 Interrogation du 16 janvier 2015

Exercice 41

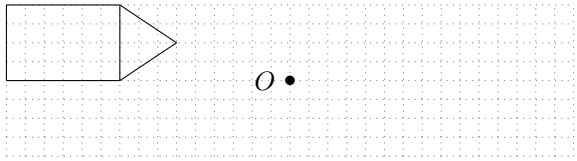
Si $b = 5$, quelle sont les valeurs des expressions suivantes :

(a) $b+7$ | (b) $6b$ | (c) $b\times b$

Correction à la page 971.

Exercice 42

Construire le symétrique par rapport à O de la figure suivante.



Correction à la page 971.

Exercice 43

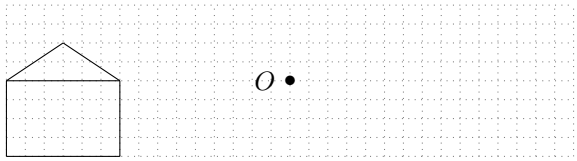
Si $t = 6$, quelle sont les valeurs des expressions suivantes :

(a) $3t$ | (b) $t-2$ | (c) $t \times t$

Correction à la page 971.

Exercice 44

Construire le symétrique par rapport à O de la figure suivante.

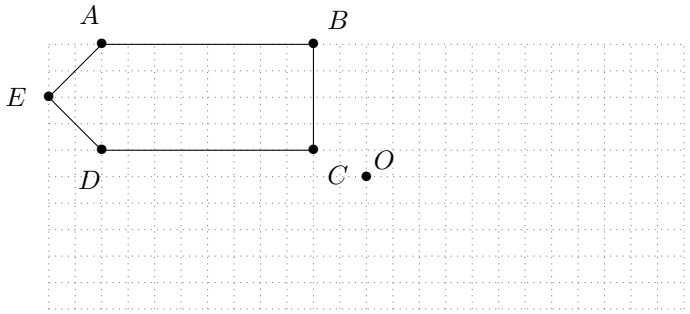


Correction à la page 971.

20.10 Devoir surveillé du 23 janvier 2015

Exercice 45 ..... /4

Tracer la symétrique de cette figure par rapport au point O. Laisser suffisamment de traits de construction pour que la démarche soit claire.



Correction à la page 971.

Exercice 46 ..... /4

Passées les fêtes de fin d'année, une épicerie fait des réductions de prix sur ses biscuits. Pour 3€, on peut acheter une boîte contenant deux sachets de biscuits accompagnés de 4 biscuits «gratuits».

(a) Combien de sachets et de biscuits «gratuits» a-t-on pour 15 euros ?

(b) Développer l'expression $5 \times (2x+4)$.

(c) Quel est le lien entre ces deux questions ?

Correction à la page 971.

Exercice 47 ..... /4

Laquelle des expressions suivantes est égale à $\frac{3}{7}$?

(a) $\frac{21}{49}$ | (b) $\frac{7}{3}$ | (c) $\frac{3+2}{7+2}$ | (d) 0.42857142857143

Laquelle des expressions suivantes n'est pas égale à $\frac{3}{7}$?

(a) $\frac{1.5}{3.5}$ | (b) $\frac{3 \times 124}{7 \times 124}$ | (c) $\frac{1}{2}+\frac{2}{5}$ | (d) $\frac{5}{7}-\frac{2}{7}$

Correction à la page 971.

Exercice 48 ..... /5

(a) Sébastien dit que le nombre $7 \times n$ n'est dans la table de 3 pour aucune valeur entière de n. A-t-il raison ? Pourquoi ?

(b) Max veut faire un tour de magie et demande à Sophie : « choisis un nombre quelconque, multiplie-le par 4, et ajoute 2 au résultat». Sophie dit alors avoir obtenu 4. Max accuse alors Sophie de s'être trompée dans ses calculs, ce que Sophie dément. Est-il possible que Sophie ne se soit pas trompée ? Qu'a-t-elle fait ?

Correction à la page 971.

Exercice 49 ...../3

Dans laquelle de ces deux situations vous avez le plus à manger ? Dans la première situation vous êtes six à vous partager un gâteau, mais votre voisin vous donne sa part. Dans la seconde situation, vous n'êtes que 3 à partager le gâteau, mais chacun mange sa part.

Correction à la page 971.

Exercice 50 ...../4

Soient deux points A et B ; nous nommons M le milieu du segment $[AB]$. Nous considérons un point I (hors de $[AB]$) tel que la droite (MI) soit perpendiculaire à (AB).

(a) Tracer un dessin à main levée respectant ces conditions, et y ajouter les codages correspondants.

(b) Si $AI = 17\,\text{cm}$, quelle est la longueur de BI ? Citer une propriété vue au cours.

Correction à la page 971.

Exercice 51 ...../3

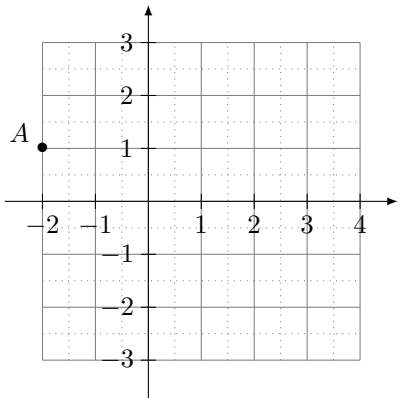
Compléter les suites suivantes en donnant les trois termes suivants :

(a) $13\,;10\,;\,7\,;\,4\,;\,1\,;\ldots$

(b) $-3.3\,;\,-3.2\,;\,-3.1\,;\ldots$

Correction à la page 971.

Exercice 52 ...../5



(a) Quelles sont les coordonnées du point A ?

(b) Placer les points $B(4;1)$ et $C(2;-3)$ dans ce repère :

(c) Tracer la hauteur du triangle ABC issue du sommet C.

(d) Donner les coordonnées du point d'intersection entre cette hauteur et la droite (AB).

Note : si vous ne parvenez pas à placer les points B et C comme demandé en (b), placez-les où vous voulez et continuez l'exercice.

Correction à la page 971.

Exercice 53 ...../3

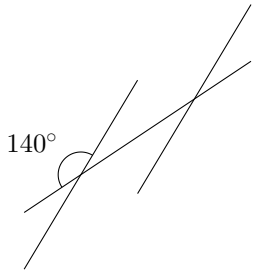
Dès le mois de novembre, la Cigale doit emprunter 10€ à la Fourmi ; et pour finir l'hiver, elle doit lui emprunter 13€ supplémentaires. Au printemps, la Fourmi fraude à l'entrée d'un récital de la Cigale et doit payer une amende de 30€. Est-ce que la Cigale et la Fourmi en sont quitte ? Sinon quelle dette l'une a encore envers l'autre ?

Correction à la page 971.

20.11 Interrogation du 6 février 2015

Exercice 54

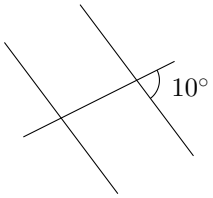
Déterminer tous les angles de la figure suivante, en citant les propriétés utilisées.



Correction à la page 972.

Exercice 55

Déterminer tous les angles de la figure suivante, en citant les propriétés utilisées.



Correction à la page 972.

Exercice 56

(a) Développer et réduire $5 \times (3x - 2)$

(b) Donner trois valeurs de x pour lesquelles $3x$ est un multiple de 4.

Correction à la page 972.

Exercice 57

Placer les nombres suivants sur un axe gradué :

$$0.5 \ / \ -1 \ / \ -0.9 \ / \ 0 \ / \ 3 \ / \ -2 \ / \ -2.5.$$

Correction à la page 972.

Exercice 58

(a) Développer et réduire $7 \times (2x - 4)$

(b) Donner trois valeurs de n pour lesquelles $7n$ est un multiple de 3.

Correction à la page 972.

Exercice 59

Placer les nombres suivants sur un axe gradué :

$$3.5 \ / \ 4 \ / \ -2.7 \ / \ -2.5 \ / \ -2 \ / \ 0 \ / \ -1$$

Correction à la page 972.

20.12 Devoir surveillé du 20 février 2015

Exercice 60 ...../4

(1) Placer les points suivants sur une droite graduée :

(a) le point A d'abscisse 3

(b) le point B d'abscisse -2

(c) le point C d'abscisse 1.5

(d) le point D d'abscisse -1.5

(2) Donner la distance entre les points C et D.

(3) Placer un point dont la distance à B est 4.

Correction à la page 972.

Exercice 61 ...../3

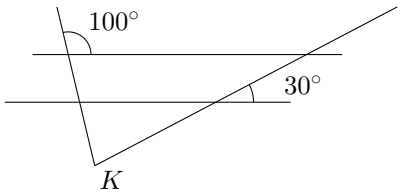
Donner la valeurs des expressions suivantes lorsque $k = \dfrac{1}{2}$.

(a) $k \times 2$ | (b) $1 + k$ | (c) $k - 1$

Correction à la page 972.

Exercice 62 ...../4

Donner la mesure de tous les angles de la figure suivante. Citer les propriétés utilisées.



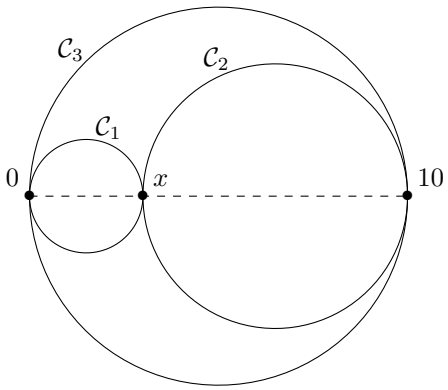
Note : les deux droites tracées sont parallèles. Attention : ne pas oublier l'angle de sommet K.

Correction à la page 972.

Attention : l'énoncé ici a été modifié par rapport à celui donné en devoir. Dans le devoir il était question de *demi*-cercles ; pour simplifier nous parlons ici de cercles entiers.

Exercice 63 ...../5

Trois cercles sont représentés sur le dessin ci-contre. Le diamètre de $\mathcal{C}_3$ est 10, et celui de $\mathcal{C}_1$ est x.



(a) Quel est le diamètre du cercle $\mathcal{C}_2$?

(b) Donner en fonction de x les circonférences des trois cercles tracés.

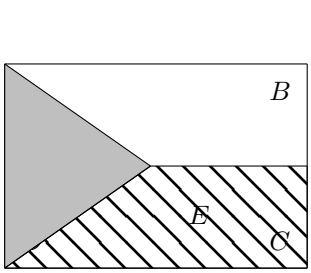
(c) Calculer la somme des circonférences de $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$. Qu'est-ce que l'on remarque ?

Pour rappel, la circonférence d'un cercle de rayon r est $2 \times \pi \times r$ ou encore $\pi \times$ diamètre.

Correction à la page 972.

Exercice 64

Le drapeau de la République Tchèque est comme ceci :



Sachant que l'angle de la partie bleue en E mesure 70°, déterminer les deux autres angles de sommet E.

Aide : une façon de faire est de suivre les étapes suivantes :

(a) Déterminer les angles en A et B.

(b) Prolonger le segment $[DE]$ et nommer K le point d'intersection avec (AB).

(c) Déterminer les angles en K.

Correction à la page 973.

Exercice 65 ...../4

Vrai ou faux ?

(a) Si y est n'importe quel entier positif, alors $4y$ est dans la table de 2.

(b) Si A' et B' sont les symétriques des points A et B par rapport au point O, alors la droite (AA') est parallèle à la droite (BB').

(c) Si x est un nombre dont la distance à zéro est plus grande que 5 alors $x > 3$.

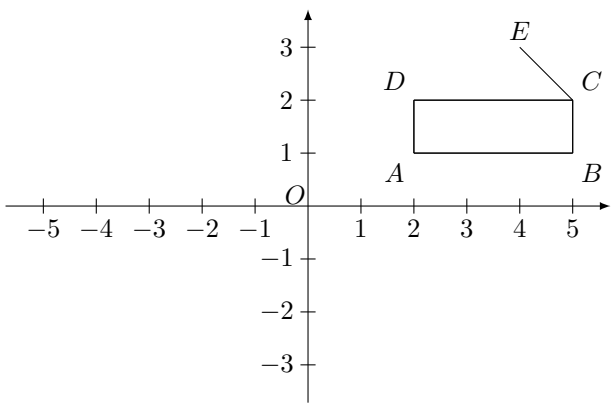
Correction à la page 974.

Exercice 66 ...../4

(a) Tracer le symétrique de la figure ci-contre par rapport au point O.

(b) Quelles sont les coordonnées du point A ?

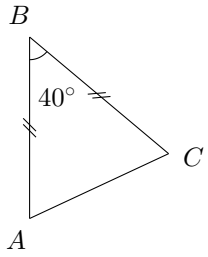
(c) Quelles sont les coordonnées du point A' ?



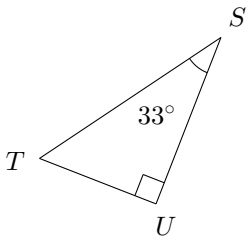
Correction à la page 974.

20.13 Interrogation du 10 avril 2015

Exercice 67
Donner les valeurs des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACB}$. Justifier en citant des propriétés vues au cours.



Correction à la page 974.
Exercice 68
Douze gros œufs en chocolat sont vendus 14€. Combien coûtent neuf tels œufs ?
Correction à la page 974.
Exercice 69
Donner la mesure de l'angle $\widehat{STU}$. Justifier en citant des propriétés vues au cours.



Correction à la page 974.
Exercice 70
Vingt pieds de tomates produisent 26 kilos par an. Combien produisent 15 pieds de tomates ?
Correction à la page 974.
Exercice 71
Si s est l'âge de Louis,

(a) quel est l'âge de son père, né 27 ans avant lui ?

(b) nous supposons maintenant que Louis a 14 ans. Quel est l'âge de son père ?

Correction à la page 974.
Exercice 72
Un petit sachet de biscuit contient 7 biscuits en moins qu'un grand sachet.

(a) Si x est le nombre de biscuits dans un grand sachet, combien de biscuit a-t-on dans un petit ?

(b) Calculer ce nombre lorsqu'il y a 13 biscuits dans un grand sachet.

Correction à la page 974.

20.14 Devoir surveillé du 15 mai 2015 (et son rattrapage)

Exercice 73 . . . . . /5
Un kilo de carottes coûte 2€, deux kilos de pommes de terre coûtent 2,60€. Un plat pour bébé consiste en un mélange de ces deux ingrédients à parts égales. Quel est le prix des ingrédients si on veut préparer 1 kg de ce plat ?
Correction à la page 974.
Exercice 74 . . . . . /3
Vrai ou faux ? (justifier)

(a) Le petit chaperon rouge traverse la forêt et prend des notes sur son avancement :

Temps écoulé	30 minutes	60 minutes	deux heures
Distance parcourue	2 km	4 km	6 km

Elle a marché à vitesse constante.

(b) Si x est un nombre quelconque alors $x+5$ est plus grand que 11.

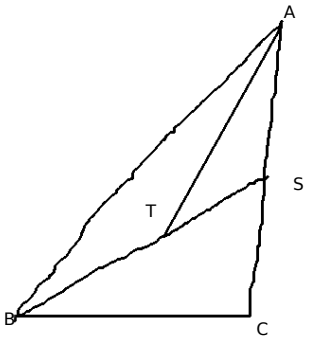
(c) Si ABC est un triangle équilatéral, alors la somme des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$ vaut 120°.

Correction à la page 974.

Exercice 75 ...../3

Ajouter des codages de telle sorte que l'aire du triangle STA représente 25% de l'aire du triangle ABC.

Justifier en citant des propriétés vues au cours.



Correction à la page 974.

Exercice 76 ...../4

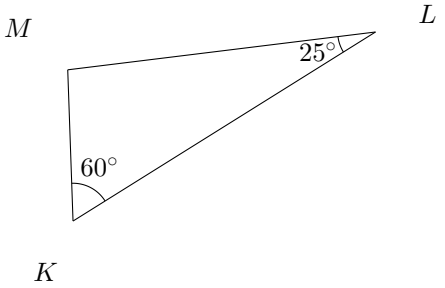
(a) Placer les nombres suivants sur une droite graduée :
1/ 1.7/ -1/ -3/ -2.5/ $\frac{3}{4}$/ $-\frac{3}{4}$.

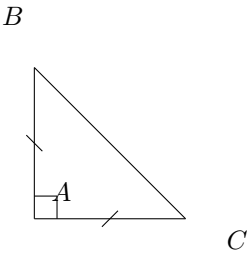
(b) Donner un nombre entier entre -12.7 et -13.9.

Correction à la page 975.

Exercice 77 ...../4

Déterminer les angles manquants dans les triangles suivants (citer les propriétés utilisées) :





Correction à la page 975.

Exercice 78 ...../4

Vrai ou faux ? (justifier)

(a) Le petit chaperon rouge traverse la forêt et prend des notes sur son avancement :

Temps écoulé	30 minutes	60 minutes	deux heures
Distance parcourue	2 km	4 km	8 km

Elle a marché à vitesse constante.

(b) Si x est un nombre quelconque alors $x-5$ est plus petit que 10.

(c) Si ABC est un triangle équilatéral, alors la somme des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$ vaut 120°.

Correction à la page 975.

Exercice 79 ...../4

(a) Classer les nombres suivants dans l'ordre croissant :
1/ -1.7/ -2/ -3/ $\frac{3}{4}$/ $-\frac{3}{4}$.

(b) Donner un nombre entier entre -5.7 et -4.2.

Correction à la page 975.

20.15 Interrogation du 26 mai 2015

Exercice 80

Calculer :

(a) $7-3$

(b) $3-7$

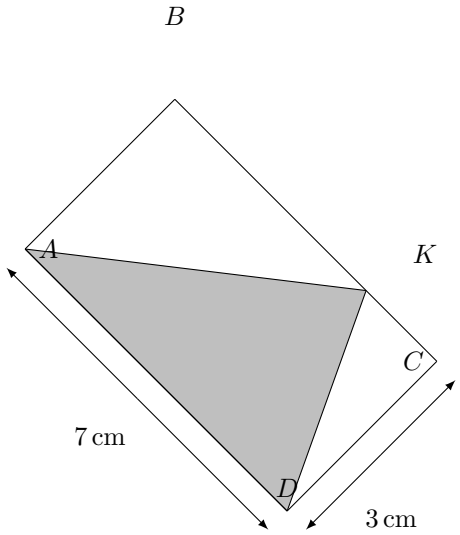
(c) $-3+5$

(d) $4-(-1)$

Correction à la page 975.

Exercice 81

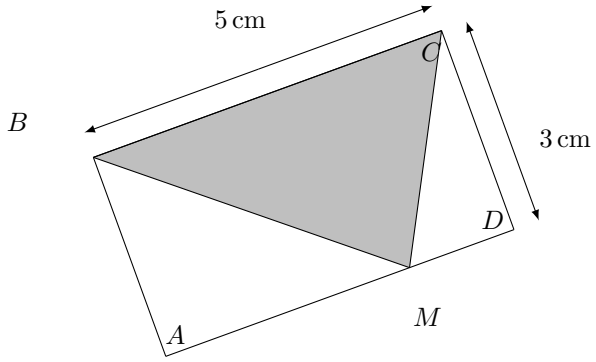
Calculer l'aire de la partie grisée :



Correction à la page 975.

Exercice 82

Calculer l'aire de la figure grisée :



Correction à la page 975.

Exercice 83

Calculer :

(a) $6-4$
(b) $4-6$
(c) $-4+7$
(d) $8-(-2)$

Correction à la page 975.

Exercice 84

Sur 1000 boulons produits par une machine, 25 sont défectueux.

(a) Quelle est la proportion de boulons défectueux ?

(b) Exprimer cette proportion en pourcentage.

Correction à la page 975.

Exercice 85

Une compote (avec sucres ajoutés) contient 24 g de glucides, dont 20 g de sucres.

(a) Quelle est la proportion de sucres parmi les glucides ?

(b) Exprimer cette proportion en pourcentage.

Correction à la page 975.

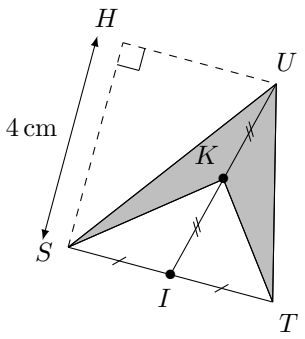
20.16 DS 8, 5 juin 2015

Exercice 86

Sachant que $SI = 3\,\text{cm}$, quelle est l'aire de la partie grisée ?

Justifier en citant des propriétés vues au cours.

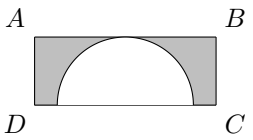
Aide : commencer par calculer l'aire du triangle STU.



Correction à la page 975.

Exercice 87

Sachant que $ABCD$ est un rectangle avec $AB = 8\,\text{cm}$ et $BC = 3\,\text{cm}$, quelle est l'aire grisée ?



Correction à la page 975.

Exercice 88

Dans un texte écrit en français, on observe les nombres d'apparitions de lettres suivants :

lettre	nombre d'apparitions
a	2326
e	3982
w	28
autres	21262

(a) Quelle est la proportion de «e» dans ce texte ? Donner une approximation en pourcentage.

(b) Quelle est la proportion de «w» dans ce texte ? Donner une approximation en pourcentage.

(c) Après ajout d'un nouveau chapitre, l'auteur a ajouté 1000 lettres dont 200 «e». Quelle est la proportion de lettres *autre* que «e» dans l'ajout ?

(d) Quelle est la proportion de «e» dans le texte complet ?

Correction à la page 976.

Exercice 89

Vrai ou faux ? (justifier)

(a) Si le cercle $\mathcal{C}_1$ a un rayon double de celui du cercle $\mathcal{C}_2$, alors son aire est le double.

(b) Si le cercle $\mathcal{C}_1$ a un rayon double de celui du cercle $\mathcal{C}_2$, alors son périmètre est le double.

(c) Quel que soit le nombre x, le nombre $4 + x$ est plus grand que 4.

Correction à la page 976.

Exercice 90 . . . . . /3[8]

Dessiner si possible, ou expliquer pourquoi ce n'est pas possible.

(a) Un triangle rectangle équilatéral.

(b) Un triangle rectangle isocèle.

(c) Un triangle isocèle dont un angle mesure 60° et un autre 70°.

Correction à la page 977.

Exercice 91 . . . . . /4

(a) Dessiner un axe gradué de -5 à 5.

(b) Placer les points suivants sur un axe gradué : $A(3)$, $B(-3)$, $C(4)$, $D(-\frac{3}{4})$, $E(-4)$.

(c) Donner deux points dont la distance est donnée par chacun des calculs suivants :

(c1) $4-(-3)$

(c2) $\frac{3}{4}+3$

(c3) $4-3$

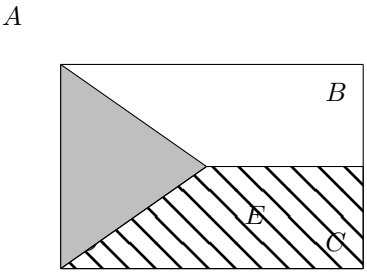
(c4) $4+3$

Note : vous devez graduer chaque unité votre axe gradué, et il doit être à l'échelle !

Correction à la page 977.

Exercice 92 [8]

Le drapeau de la République Tchèque est comme ceci :



Sachant que l'angle $\widehat{AED}$ mesure 70°, déterminer les deux autres angles de sommet E.

Correction à la page 977.

20.17 Interrogation 5A et 5B numéro 7, 12 juin 2015

Exercice 93

Le système solaire contient 8 planètes dont 4 gazeuses et 4 rocheuses ; trois plus petites que la Terre.

(a) Quelle est la proportion de planètes rocheuses dans le système solaire ?

(b) Parmi les planètes autres que la Terre, quelle est la proportion de planètes plus petites que la Terre ?

Correction à la page 978.

Exercice 94

Tracer un patron d'un prisme à base rectangulaire (5 cm × 7 cm) et de hauteur 3 cm.

Vous pouvez tracer à main levée tant que vous mettez le codages corrects.

Correction à la page 978.

Exercice 95

Tracer un patron d'un prisme dont la base est un triangle équilatéral (5 cm de côté) et de hauteur 4 cm.

Vous pouvez tracer à main levée tant que vous mettez le codages corrects.

Correction à la page 978.

Exercice 96

Un élève a 8 croix dans son carnet dont 4 en math, 3 en anglais et une en SVT. Six de ces croix sont pour le comportement et le reste pour l'oubli de matériel.

(a) Quelle est la proportion de croix due aux math ?

(b) Quelle est la proportion de croix d'oubli de matériel ?

Correction à la page 978.

Exercice 97

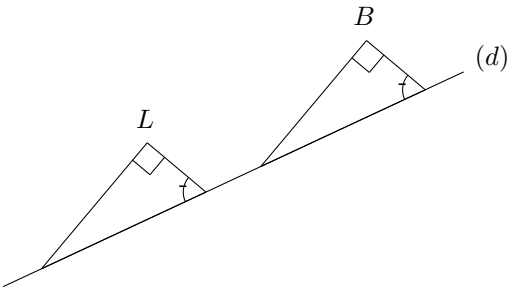


Tracer une figure respectant les mêmes codages, mais qui ne soit pas pas un parallélogramme. Préciser quelles droites sont parallèles et quelles droites ne sont pas parallèles.

Correction à la page 978.

Exercice 98

Sur la figure suivante, dire quelles sont les droites parallèles et pourquoi (justifier à partir des codages donnés et de ce que l'on peut en déduire).



Correction à la page 978.

20.18 DS 8 (rattrapage), 19 juin 2015

Certains des exercices du rattrapage étaient dans le DS8. Ils ne sont pas répétés ici.

Exercice 99 ...../4

Voici la liste des ingrédients nécessaires à la fabrication du mystérieux beignet syldave aux pommes.

Ingrédients	quantité
farine	50 g
sucre	20 g
pomme	200 g
ingrédient syldave secret	30 g

(a) Pour quelle quantité de beignet (en grammes) cette liste est-elle établie ?

(b) Quelle est la proportion de farine dans ce beignet ? Donner une approximation en pourcentage.

(c) Quelle est la proportion d'ingrédient secret dans ce beignet ?

(d) Michel respecte toutes les quantités, sauf qu'il mets 40 g de sucre au lieu de 20 g. Quelle sera la proportion de sucre dans son beignet ?

Correction à la page 978.

Exercice 100 ...../5

Sur ce dessin $ABCD$ est un rectangle, l'angle $\widehat{AED}$ mesure 70°, et les points D, E, K sont alignés.

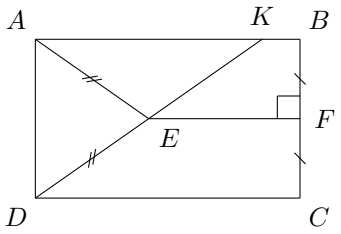
(a) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{AEK}$?

(b) Déterminer tous les angles du triangle AED.

(c) Déterminer tous les angles du triangle AEK.

(d) En déduire la mesure de l'angle $\widehat{DEF}$.

Justifier vos réponses en citant des propriétés vues au cours.



Correction à la page 978.

Exercice 101 ...../2

Compléter par un nombre entier : $-3.2 <$ ..... et ..... > -10.5

Correction à la page 978.

Exercice 102 ...../4

QCM. Une seule réponse correcte (justifier).

(a) Si $ABCD$ et $STUV$ sont des carrés tels que AB soit le double de ST, alors l'aire de $ABCD$ est

(a1) La même que celle de $STUV$

(a2) Le double de celle de $STUV$

(a3) Le quadruple de celle de $STUV$.

(b) Albert est né en -102 et il est mort en -55 à l'âge de

(b1) 47 ans.

(b2) 57 ans

(b3) 53 ans.

(c) Lorsque y est un nombre, le nombre $2 \times y$ est un nombre pair

(c1) jamais

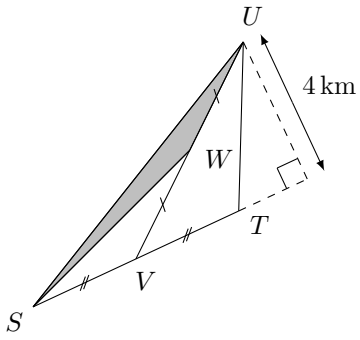
(c2) toujours

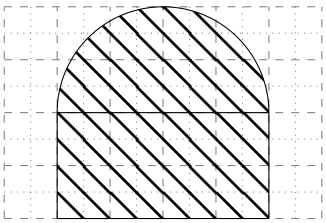
(c3) seulement pour certaines valeurs de y.

Correction à la page 978.

Exercice 103 ...../6

On donne : $SV = 3$ km, et le grillage est en centimètres. Calculer les aires grisées, justifier.





Correction à la page 978.

Chapitre 21

Les exercices (cinquième)

Ce chapitre recense les exercices des feuilles distribuées en classe, avec certaines modifications, ajouts et suppressions. Ce sont donc plutôt les exercices qui seront sur les feuilles l'année prochaine.

21.1 Règles de calcul

Exercice 104
Entourer en vert le premier calcul à effectuer, et calculer :

(a) $A = 11 + 18 - 2$
(b) $B = 17 - 9 - 2$
(c) $C = 3 \times 8 + 2$
(d) $D = 27 - 18 + 2$
(e) $E = 7 + 3 \times 5$
(f) $F = 12 - 2 \times 5$

Correction à la page 979.
Exercice 105
Calculer $A = 9 \times 6 \div 3$, $B = 9 \div 3 \times 6$ et $6 \div 3 \times 9$.
Correction à la page 979.
Exercice 106
Entourer en vert le premier calcul à effectuer, et calculer :

(a) $G = 30 \div 5 + 5$
(b) $H = 10 - 8 \div 2$
(c) $I = 3 + 18 \div 3$
(d) $J = 30 \div 2 \times 5$

Correction à la page 979.
Exercice 107
Entourer en vert l'opération à faire en premier et calculer :

(a) $A = \dfrac{36 + 9}{3}$
(b) $B = \dfrac{9 \times 4}{8 - 2}$
(c) $C = \dfrac{86 - 14}{8 \times 2}$
(d) $D = 3 + \dfrac{10}{5}$
(e) $E = \dfrac{3}{2 + 1} - 5$

Correction à la page 979.
Exercice 108

(a) Ajouter des parenthèse dans l'expression $3 \times 9 + 3$ de telle sorte à obtenir 36.
(b) Calculer $7 \times 5 - 5 \times 3$ puis ajouter des parenthèses de façon à obtenir zéro.

Correction à la page 979.
Exercice 109
Compléter les pointillés :

(a) $\ldots + 4 \times 6 = 30$,
(b) $5 \times 4 + \ldots = 30$,
(c) $\ldots \times 3 + 3 = 9$,
(d) $6 \times \ldots + 3 = 15$.

Correction à la page 979.

Exercice 110

Rafaël a fait installer des panneaux solaires et une citerne de récupération d'eau de pluie dans sa maison. À la fin de l'année, son système solaire combiné avec du gaz lui a permis d'économiser 642.52 € en eau chaude et chauffage. En un an, il a aussi utilisé 65 m^3 d'eau de pluie de sa citerne de récupération. Dans sa ville, un mètre cube d'eau de distribution coûte 5, 44 €.

(a) Écris une expression qui permet de calculer l'économie réalisée chaque mois. Calcule-la.

(b) Tous ses travaux lui ont coûté 9837.94 €. Au bout de combien de mois aura-t-il économisé cette somme ?

(c) Quelle hypothèse sur les prix as-tu faite ?

Note non mathématique : le fait d'avoir consommé 65 m^3 d'eau de pluie ne signifie pas nécessairement avoir *économisé* 65 m^3 d'eau du robinet. Rafaël a très bien pu profiter de son eau de pluie gratuite pour augmenter la taille de son parterre de fleurs à arroser.

Correction à la page 979.

Exercice 111

Aux États-Unis et dans quelques autres pays, on utilise les degrés Fahrenheit (°F) plutôt que des degrés Celsius (°C) pour mesurer des températures. Il faut soustraire 32 à une température en °F puis diviser par 1, 8 pour la connaître en °C.

(a) Écrire une expression qui permet de calculer la température en °C correspondant à 59 °F.

(b) Écrire une expression qui permet de calculer la température en °F correspondant à 10 °C.

(c) Lorsqu'un américain dit qu'il fait «30 degrés», est-ce qu'il fait chaud ?

Correction à la page 979.

Exercice 112

Une sortie théâtre est organisée pour les 47 élèves de 6e et les 32 élèves de 5e du collège. Chaque place coûte 6 €.

(a) Lucas a tapé la séquence suivante sur sa calculatrice :

$$\boxed{47}\ \boxed{+}\ \boxed{32}\ \boxed{\times}\ \boxed{6}\ \boxed{=}$$

Est-ce correct ?

(b) Quelle séquence de touches de calculatrice faut-il faire pour calculer le coût total à payer pour la collège ?

(c) Finalement, combien coûte cette sortie ?

Correction à la page 979.

Exercice 113

Voici un programme de calcul : « Multiplier par 4, soustraire 12, multiplier par 3.»

(a) Écrire une expression qui permet de trouver le nombre obtenu à la fin du programme, si on part du nombre 5. Quel est ce nombre ?

(b) Recommence avec 7,5 comme nombre de départ.

Correction à la page 979.

Exercice 114

(a) « J'ai choisi un nombre. Je l'ai divisé par 4 puis j'ai ajouté 13 au résultat. Je trouve 20. »
Écrire une expression qui permet de trouver mon nombre de départ. Quel est ce nombre ?

(b) « J'ai choisi un second nombre. J'y ai ajouté 4 puis j'ai divisé le résultat par 13. Je trouve 20. »
Écrire une expression qui permet de trouver mon second nombre de départ. Quel est ce nombre ?

Correction à la page 979.

Exercice 115

Un biscuit coûte 1 euro et une bouteille d'eau coûte 2.5 euros. Sarah souhaite constituer 12 sacs contenant chacun un biscuit et une bouteille d'eau.

(a) Donner une expression donnant le prix total.

(b) Lesquelles parmi les expressions suivantes donnent le bon résultat ?

(b1) $A = 12 + 12 \times 2.5$

(b2) $B = 12 \times 2.5 + 1$

(b3) $C = 12 \times 3.5$.

Correction à la page 979.

Exercice 116

Compléter les égalités suivantes :

(a) $7 \times 35 + 7 \times 24 = 7 \times (\ldots + \ldots)$

(b) $7 \times 35 - 7 \times 24 = 7 \times (\ldots - \ldots)$

(c) $12 \times 5 + 8 \times 12 = \ldots \times (5 + 8)$

(d) $3 \times 1.4 - 3 \times 0.8 = (1.4 \ldots 0.8) \ldots 3$

Correction à la page 979.

Exercice 117

Pour calculer 102×34, Jacques propose de calculer

$$100 \times 34 + 2 \times 34.$$

Est-ce correct ?

Sur le même modèle, calculer 53×6 en détaillant les étapes.

Correction à la page 979.

Exercice 118

Calculer mentalement 99×34.

Correction à la page 979.

Exercice 119

Recopier et compléter le tableau suivant :

a	b	c	$a-b-c$	$a-(b+c)$
5	6	7		
3	-1	6		
-1	2	4		
-0.4	7.9	0.1		

Correction à la page 979.

Exercice 120

Calculer mentalement :

(a) 98×30

(b) $\times 104 \times 12$

Correction à la page 980.

Exercice 121

Sans effectuer de calculs, laquelle des expressions suivantes est égale à 30×86 ?

(a) $2 \times 15 \times 86$.

(b) $(27 + 3) \times 86$.

(c) $28 \times 86 + 2$.

(d) $30 \times 80 + 30 \times 6$.

Correction à la page 980.

21.2 Triangles

Exercice 122 [11]

La fausse équerre ou sauterelle est une équerre mobile, composée de deux règles de même longueur et assemblées, par l'un de leurs bouts, en charnière, comme un compas, de sorte que les deux éléments étant mobiles, elle sert à prendre et tracer toutes sortes d'angles.

Quelle est la distance maximale que l'on puisse mettre entre les deux extrémités d'une fausse équerre dont les bras ont une longueur de 25 cm ?

Anatole a une fausse équerre cassé dont un bras fait 25 cm et l'autre seulement 10 cm. Quelle est la distance maximale qu'il puisse mettre entre les deux extémités ? Et la distance minimale ?

Correction à la page 980.

Exercice 123

Parmi les proposition suivantes de longueurs, lesquelles correspondent à des triangles possibles ?

(a) $AB = 3\,\text{cm}$, $AC = 4\,\text{cm}$, $BC = 6\,\text{cm}$.

(b) $RS = 10\,\text{m}$, $ST = 3\,\text{m}$, $RT = 14\,\text{m}$

(c) $KL = 5\,\text{km}$, $LM = 300\,\text{m}$, $KM = 4\,\text{km}$

Correction à la page 980.

Exercice 124

8 cm	5 cm	12 cm	2 cm
10 cm	12 cm	15 cm	10 cm
9 cm	3 cm	5 cm	7 cm

Choisis trois nombres du tableau correspondant aux longueurs des côtés d'un triangle :

(a) non constructible ;
(b) quelconque ;
(c) isocèle ;
(d) de périmètre 13 cm

Correction à la page 980.

Exercice 125 [3]

Nous considérons trois points B, U et S.

(a) Nous supposons que $BU = 7$, $US = 16$ et $SB = 9$. Les points B, Uet S sont-ils alignés ? Si oui, dans quel ordre ?

(b) Nous supposons à présent que $BU = 5$, $US = 13$ et $SB = 7$. Les points B, U et S sont-ils alignés ? Si non, quelle longueur devons nous modifier pour que B appartienne au segment $[US]$?

Correction à la page 980.

Exercice 126 [3]

Marie a recopié l'exercice de mathématiques à faire pour demain. En voici l'énoncé :

ABCD est un quadrilatère tel que : $AB = 3$ cm ; $BC = 5$ cm ; $AC = 7$ cm ; $CD = 3$ cm et $BD = 1$ cm.

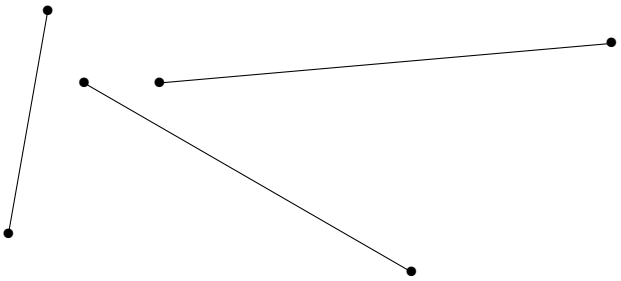
Après plusieurs essais sans succès, Marie réalise qu'une des longueurs est fausse. Laquelle ? La modifier pour qu'il soit possible de placer les quatre points.

Tracer le quadrilatère en respectant les données modifiées que vous proposez.

Correction à la page 980.

Exercice 127

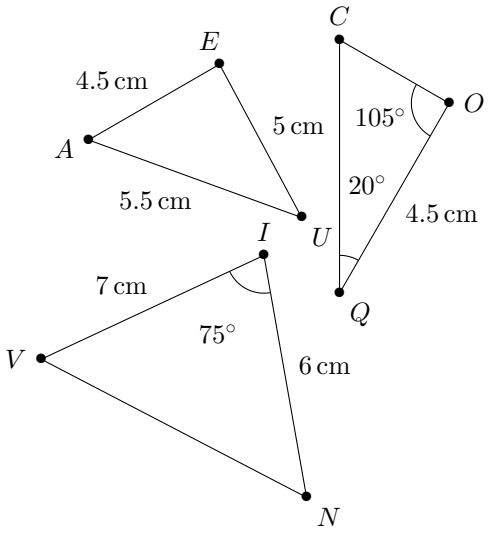
Voici trois segments. Á l'aide de la règle et du compas, les reporter sur le cahier et reconstituer un triangle.



Correction à la page 980.

Exercice 128

Reproduire en vraie grandeur les triangles suivants.



Correction à la page 980.

Exercice 129

Le triangle ABC est isocèle en C ; nous savons la longueur $AB = 5\,\text{cm}$ et l'angle $\widehat{CAB} = 20°$. Le dessiner en vraie grandeur.

Correction à la page 980.

Exercice 130

Dessiner un triangle équilatéral de 4 cm de côté.

Correction à la page 980.

Exercice 131

Un charpentier doit couper des poutres de bonne longueur pour créer un triangle isocèle. La poutre transversale horizontale fait 7 m et l'inclinaison du toit est de 30°. Dessiner un schéma à l'échelle (par exemple 1 cm sur la feuille représente 1 m dans la réalité), et en déduire la longueur des poutres inclinées.

Correction à la page 980.

21.3 Méthodologie mathématique

Exercice 132

La somme des chiffres du nombre 42 est égale à 6. Le nombre 42 lui-même est un multiple de 6. De même le nombre 510 a la somme de ses chiffres qui est égale à 6, et est divisible en 6. Est-il vrai que tout nombre dont la somme des chiffres est égale à 6 soit un multiple de 6 ?

Correction à la page 980.

Exercice 133 [12]

La somme de deux multiples de 7 est-elle un multiple de 7 ?

Correction à la page 980.

Exercice 134

Vrai ou faux (justifier)

(a) Si un quadrilatère possède 4 côtés de même longueur, alors c'est un carré.

(b) Le carré d'un nombre divisible par 3 est un nombre divisible par 3.

Correction à la page 980.

Exercice 135

Exprimer les phrases suivantes sous la forme «si ... alors ... »

(a) Lorsqu'il pleut, il y a des nuages.

(b) Un parallélogramme a deux diagonales de même longueurs.

En s'appuyant sur les affirmations précédentes, répondre si possible aux questions suivantes.

(a) Le 5 avril, il y a eu des nuages. Est-ce qu'il a plu ?

(b) Les segments $[AC]$ et $[BD]$ sont de même longueur. Peut-on affirmer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme ?

Correction à la page 980.

Exercice 136

Tous les rectangle possèdent deux diagonales de même longueurs. Mais est-il vrai que tout quadrilatères possédant deux diagonales de même longueurs est un rectangle ?

Correction à la page 981.

Exercice 137

Démontrer que si un nombre est multiple de 60 alors il est multiple de 6.

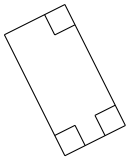
Correction à la page 981.

Exercice 138 [13]

« Si un quadrilatère possède deux angles droits alors c'est un rectangle.» Lesquelles des figures suivantes sont des contre-exemples à cette affirmation (fausse) ? Expliquer vos choix.

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

Correction à la page 981.

Exercice 139

Est-il vrai que pour tout $x > 16$ nous ayons $x \geqslant 17$?

Correction à la page 981.

Exercice 140

Pour chacun des énoncés suivants, dire s'il est vrai ou faux ; énoncer ensuite sa réciproque et dire si elle est vraie ou fausse.

(a) **Si** un nombre se termine par 3 **alors** il est divisible par 3.

(b) **Si** un nombre est divisible par 3 **alors** il est divisible par 9.

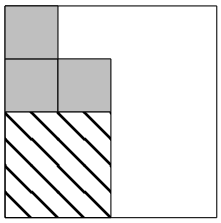
(c) **Si** un quadrilatère est un carré **alors** il a ses quatre côtés de même longueur.

Correction à la page 981.

21.4 Écriture fractionnaire

Exercice 141 [3]

Répondre aux questions à partir du dessin ci-contre.



(a) L'aire de la région hachurée représente $\frac{1}{\ldots}$ de l'aire totale.

(b) L'aire de la région remplie représente $\frac{3}{\ldots}$ de l'aire totale.

(c) Ensemble, ces deux régions forment $\frac{\ldots}{\ldots}$ de l'aire totale.

Correction à la page 981.

Exercice 142

Quelle est la proportion des voyelles dans l'alphabet ?

Correction à la page 981.

Exercice 143

Un célèbre(?) réseau social revendique un milliard d'utilisateurs. Exprimer par une fraction simplifiée la proportion des humains à l'utiliser.

Correction à la page 981.

Exercice 144

Le nombre 7.2 est égal à $\frac{72}{100}$, $\frac{83}{9}$, $\frac{17}{50}$, $\frac{72}{10}$. Une seule bonne réponse.

Correction à la page 981.

Exercice 145

Recopier les fractions ci-dessous en regroupant celles qui sont égales.

$$\frac{7}{8}; \frac{5}{2}; \frac{8}{6}; \frac{1}{2} : \frac{4}{3}; \frac{21}{24}; \frac{30}{12}; \frac{12}{9}; \frac{25}{10}.$$

Écrire cinq fractions égales à $\frac{7}{4}$. Quelle est l'écriture décimale de ce nombre ?

Correction à la page 981.

Exercice 146 [3]

Dans les parkings, la loi exige que, sur 50 places, au moins une soit réservée aux personnes handicapées. Un parking de 600 places contient 10 places pour handicapés. Le gérant du parking respecte-t-il la loi ?

Correction à la page 981.

Exercice 147

Cette années, il a plu 50 jours. Exprimer sous forme de fraction simplifiée la proportion de jours pluvieux de cette année.

Correction à la page 981.

Exercice 148

Pour une grande fête nous avons cuisiné 1.6 kg de pâtes auxquelles nous avons ajouté 0.7 kg de sauce tomate. Exprimer par une fraction la proportion de tomates dans la préparation.

Correction à la page 981.

Exercice 149

Un verre peut contenir 60 cL. Luc, amoureux des mélanges, y verse un quart de litre de sirop de menthe. Exprimer sous forme de fraction la proportion du verre qui est remplie.

Il y ajoute encore 40 cL d'eau. Exprimer encore par une fraction la proportion remplie du verre.

Est-ce que cette fraction est plus grande que 1 ? Est-ce que le verre déborde ? Quel est le rapport entre ces deux questions ?

Correction à la page 981.

Exercice 150 [3]

Lors d'une élection, les deux candidats ont obtenu respectivement : 40% des voix exprimées pour Paul et 20 voix pour Jean. Peut-on savoir lequel des deux a obtenu le meilleur score ?

Correction à la page 982.

Exercice 151

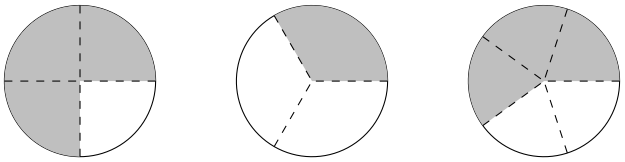
Parmi les fractions suivantes, lesquelles sont des nombres plus grands que 1 ?

(a) $\frac{3}{4}$ | (b) $\frac{4}{3}$ | (c) $\frac{17}{20}$ | (d) $\frac{60}{100}$ | (e) $\frac{15}{10}$

Correction à la page 982.

Exercice 152

Environ les trois cinquièmes de l'énergie consommée en France est d'origine fossile (gaz, pétrole, charbon). À quel graphe est-ce que cela correspond ?



À quelle fraction cela correspond-il ? $\frac{60}{100}$, $\frac{5}{100}$, $\frac{30}{100}$.

Pour en savoir plus, lire http://manicore.com/documentation/equivalences.html

Correction à la page 982.

Exercice 153

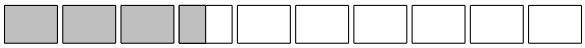
Écrire les nombres suivants sous forme de fractions simplifiées :

(a) $\frac{10}{20}$
(b) $\frac{72}{6}$
(c) 4.64
(d) $\frac{4}{1.2}$
(e) $\frac{33}{3}$

Correction à la page 982.

Exercice 154

Leslie copie des fichiers de son ordinateur vers sa clef USB. Sa barre de progression est la suivante :



Si le total des fichiers à copier représente 20 GiB, combien a-t-il déjà copié ?

Correction à la page 982.

Exercice 155

Dans l'interprétation de Furtwangler en 1951 à Bayreuth, la neuvième symphonie de Beethoven dure une heure, quatorze minutes et vingt trois secondes. L'Ode à la joie dure 11 min,40 s. Exprimer par une fraction la proportion qu'occupe l'Ode à la joie dans cette symphonie.

Donner une approximation sous la forme $\frac{\cdots}{100}$.

Correction à la page 982.

21.5 Opérations sur les fractions

Exercice 156 [3]

Effectuer les opérations suivantes :

(a) $\frac{2}{3}+\frac{8}{3}$
(b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$
(c) $\frac{5}{6}+\frac{5}{12}$
(d) $\frac{13}{14}+\frac{5}{7}$
(e) $\frac{6}{7}+\frac{2}{35}$
(f) $\frac{11}{81}+\frac{1}{9}$

Correction à la page 982.

Exercice 157

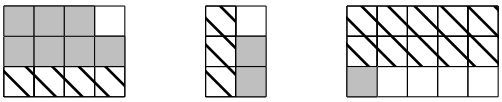
Effectuer les soustractions suivantes :

(a) $\frac{12}{13} - \frac{7}{13}$
(b) $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$
(c) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$
(d) $\frac{9}{5} - \frac{5}{15}$
(e) $\frac{5}{6} - \frac{3}{48}$
(f) $\frac{9}{7} - \frac{64}{63}$
(g) $\frac{19}{99} - \frac{1}{11}$

Correction à la page 982.

Exercice 158 [3]

Lequel des dessins suivants illustre l'égalité $\frac{1}{3} + \frac{7}{12} = \frac{11}{12}$?



Quelles égalités sont illustrées par les autres ?

Correction à la page 982.

Exercice 159

Calculer et simplifier

(a) $\frac{3}{4} + \frac{7}{4}$
(b) $\frac{1}{8} - \frac{1}{16}$
(c) $\frac{2}{7} - \frac{1}{100}$
(d) $\frac{5}{6} + 8.$
(e) $1 - \frac{1}{10}.$

Correction à la page 982.

Exercice 160 [3]

Compléter

(a) $\frac{25}{3.8} = \frac{\ldots}{38}$
(b) $\frac{3.7}{14} = \frac{\ldots}{140}$
(c) $\frac{7.3}{4.9} = \frac{\ldots}{49}$
(d) $\frac{5}{36.2} = \frac{\ldots}{\ldots}$
(e) $\frac{6.34}{9} = \frac{634}{\ldots}$
(f) $\frac{8.865}{98} = \frac{\ldots}{\ldots}$
(g) $\frac{5.03}{\ldots} = \frac{\ldots}{12066}$

Correction à la page 982.

Exercice 161 [3]

Jimmy a mangé un quart d'un gâteau. Élise a mangé trois huitièmes du même gâteau.

(a) Quelle part du gâteau ont-ils mangée à eux deux ?
(b) Si le gâteau pesait 500 g, combien reste-t-il ?

Correction à la page 982.

Exercice 162

Dans laquelle de ces deux situations vous avez le plus à manger ? Dans la première situation vous êtes cinq à vous partager un gâteau, mais votre voisin vous donne sa part. Dans la seconde situation, il y a deux gâteaux (identiques à celui de la première situation) à partager en cinq personnes, mais votre voisin garde sa part.

Correction à la page 982.

Exercice 163

Trois frères achètent ensemble un jeu vidéo coûtant 36 euros. Le premier paye 9 euros, le second en paye 12 et le troisième paye le reste. Ils veulent partager le temps de jeu au prorata de la fraction du prix payé. Si ils jouent 12 heures par jour en tout, combien de temps pourront jouer chacun de ces trois frères ?

Correction à la page 982.

Exercice 164

Calculer et simplifier :

(a) $\frac{7}{5} \times \frac{3}{4}.$
(b) $\frac{4}{3} \times \frac{7}{4}.$
(c) $\frac{1}{5} \times \frac{8}{7}.$
(d) $5 \times \frac{7}{2}.$
(e) $\frac{0.7}{6} \times \frac{1}{4}.$

Correction à la page 983.

Exercice 165 [3]

Recopier et compléter les égalités suivantes :

(a) $\frac{7}{3} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{28}{15}$
(b) $\frac{11}{17} \times \frac{\dots}{\dots} = 1$
(c) $\frac{7}{2} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{3}{10}$
(d) $\frac{1.5}{2} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{9}{20}$.

Correction à la page 983.

Exercice 166 [3]

Traduire et calculer les expressions suivantes :

(a) Le tiers d'un gâteau de 600 g ;
(b) Les trois quarts de 940 km ;
(c) le cinquième de la moitié de 60 min ;
(d) la moitié des deux tiers de 27 élèves.

Correction à la page 983.

Exercice 167 [3]

Calculer les expressions suivantes :

(a) $\frac{1}{6} \times \frac{4}{9} + \frac{1}{6} \times \frac{5}{3}$;
(b) $\frac{1}{6} \times (\frac{4}{9} + \frac{5}{3})$;

Que remarque-t-on ? Expliquer.

Correction à la page 983.

Exercice 168

Vrai ou faux ?

(a) Multiplier par $\frac{1}{2}$ revient à multiplier par 0.5.
(b) L'aire d'un rectangle exprimée en cm^2 est toujours plus grande que son périmètre exprimé en cm.
(c) Multiplier par $\frac{1}{3}$ revient à multiplier par 0.33.
(d) Un mètre est la fraction $\frac{1}{1000}$ d'un kilomètre.
(e) Multiplier par $\frac{1}{4}$ revient à diviser par 4.

Correction à la page 983.

Exercice 169

André le cuisinier a une recette pour 12 personnes mais doit cuisiner pour 5. Par quelle fraction doit-il multiplier les doses prescrites ?

Correction à la page 983.

Exercice 170

Cinq bandits dévalisent une banque et parviennent à en prendre les trois quarts de l'argent. Le chef prend la moitié du butin, et les autres se partagent le reste. Quelle fraction de l'argent de la banque reçoit le chef ? Et les autres ?

Pour info : la police les rattrape alors qu'ils se battent à propos du partage :(

Correction à la page 983.

21.6 Droites remarquables dans un triangle

Exercice 171

Dans les cas suivants, construire le triangle ABC et son cercle circonscrit. Les longueurs sont données en centimètres.

(a) $AB = 5$, $AC = 6$, $BC = 6$.
(b) $AB = 2$, $BC = 6$, $AC = 5$
(c) $AB = 3$, $BC = 5$, $AC = 6$
(d) $AB = 5$, $BC = 12$, $AC = 10$

Correction à la page 983.

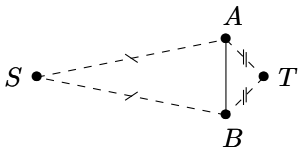
Exercice 172 [3]

Tracer un triangle MEB dont le cercle circonscrit ait un rayon de 5 cm.

Correction à la page 983.

Exercice 173 [14]

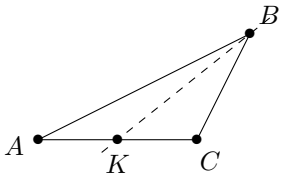
Démontrer que la droite (ST) est perpendiculaire à la droite (AB) :



Correction à la page 984.

Exercice 174

Sur la figure suivante, (BK) est une médiane du triangle ABC. Ajouter les codages correspondant.

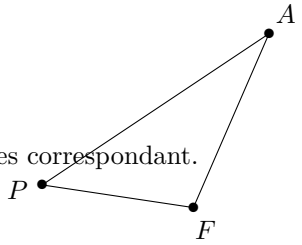


Si le triangle AKB est d'aire $12\,\text{cm}^2$, quelle est l'aire de ABC ?

Correction à la page 984.

Exercice 175

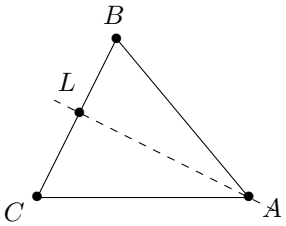
Le triangle PAF a pour aire $26\,\text{cm}^2$. Placer un point E sur le triangle de telle sorte que le triangle FEA ait une aire de $13\,\text{cm}^2$.



Correction à la page 984.

Exercice 176

Sur la figure suivante, (AL) est une hauteur du triangle ABC. Ajouter les codages correspondant.

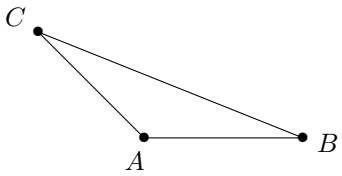


Tracer ensuite les deux autres hauteurs de ce triangle.

Correction à la page 984.

Exercice 177

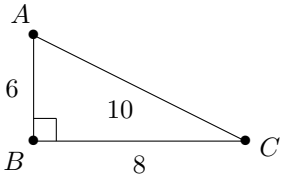
Tracer les trois hauteurs du triangle suivant :



Correction à la page 984.

Exercice 178

Quelle est l'aire du triangle suivant ?



Correction à la page 984.

Exercice 179

Les affirmations suivantes sont toutes fausses. Donner des contre-exemples sous forme de dessins (avec codage).

(a) Le point d'intersection des trois hauteurs d'un triangle est toujours à l'intérieur du triangle.

(b) Chaque médiane d'un triangle est perpendiculaire à un côté.

(c) Chaque médiane d'un triangle isocèle est perpendiculaire à un côté.

(d) Les médiatrices d'un triangles passent par des sommets du triangle.

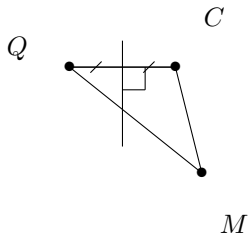
(e) Dans un triangle ABC, la hauteur issue de A intersecte le segment $[BC]$.

Correction à la page 984.

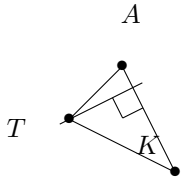
Exercice 180

Dans chacun des cas suivants, dire si la droite dessinée est médiatrice, médiane ou hauteur (une droite peut être plusieurs de ces choses en même temps). Répondre en vous basant sur les codages.

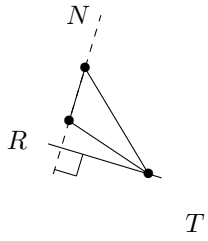
(a)



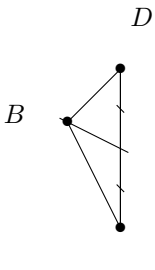
(b)



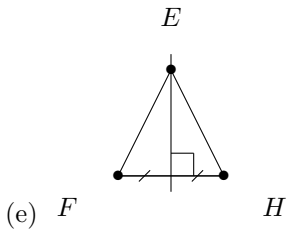
(c)



(d)



(e)



Correction à la page 984.

Exercice 181

Construire un triangle RST tel que $RT = 8\,\text{cm}$, $RS = 7\,\text{cm}$ et et $TS = 3\,\text{cm}$. Construire ensuite dans ce triangle

(a) la hauteur (h) issue de R,

(b) la médiane (n) issue de S,

(c) la médiatrice (d) du côté $[RS]$.

Correction à la page 984.

Exercice 182

Tracer un triangle ABC avec $AB = 7\,\text{cm}$, $\widehat{ABC} = 110°$ et $\widehat{BAC} = 20°$. Ensuite :

(a) tracer en vert la hauteur issue de B,

(b) tracer en noir la médiane passant par C,

(c) tracer en bleu la médiatrice du côté $[AC]$.

Correction à la page 984.

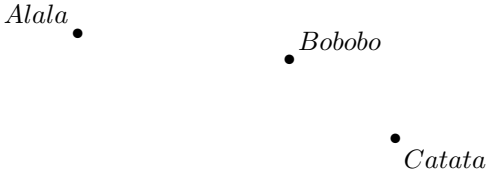
Exercice 183

Tracer un triangle pour lequel une des hauteurs est en même temps médiatrice et médiane.

Correction à la page 984.

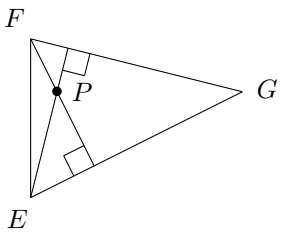
Exercice 184

Un tremblement de terre a touché en même temps les villes Alala, Bobobo et Catata. Peut-on déterminer l'épicentre ?



Correction à la page 984.

Exercice 185 [10]



(a) Que représente la droite (EP) dans le triangle EFG ?

(b) Que représente la droite (FP) dans le triangle EFG ?

(c) En déduire que la droite (PG) est perpendiculaire à la droite (FE).

Correction à la page 984.

21.7 Expressions littérales

Exercice 186
Donner la valeur des expressions suivantes si $a = 3$:

(a) $a + 5$
(b) $2 \times a$
(c) $a + 2$
(d) $5a$
(e) $a \times a$
(f) $9a$

Correction à la page 984.

Exercice 187
Calculer avec $k = 6$.

(a) $2k$
(b) $k + 6$
(c) k^2
(d) $13 - k$
(e) $k^2 - 6$
(f) $5k$

Correction à la page 984.

Exercice 188
Si on note z l'âge en années d'Alexis aujourd'hui, comment note-t-on :

(a) l'âge qu'il aura dans deux ans ?
(b) le double de son âge ?
(c) le triple de l'âge qu'il avait il y a quatre ans ?
(d) la moitié de l'âge qu'il aura dans cinq ans ?
(e) son année de naissance ?

Correction à la page 984.

Exercice 189

(a) Si p est le prix d'un SMS, quel est le prix de 15 SMS ?
(b) Si un SMS coûte 0.1€, quel est le prix de n SMS ?

Correction à la page 985.

Exercice 190

(a) J'ai choisi un nombre x, je l'ai multiplié par 2 et j'ai ajouté 4 au résultat. Exprimer le résultat en fonction de x.
(b) J'ai choisi un nombre x, j'ai ajouté 4 et j'ai multiplié le résultat par 2. Exprimer le résultat en fonction de x.

Est-ce que les deux expressions sont égales ? Essayer en prenant quelque valeurs pour x.

Correction à la page 985.

Exercice 191

(a) Julie dit : «Quel que soit le nombre entier x, le nombre $2x$ est un nombre pair». Qu'en penser ?
(b) Julia dit : «Quel que soit le nombre x, le nombre $2x$ est un nombre pair». Qu'en penser ?
(c) Donner quelque exemples de valeurs de x pour lesquelles $2x$ est un multiple de 4.
(d) Est-il possible de trouver une valeur de x pour laquelle $7x$ est multiple de 3 ?

Correction à la page 985.

Exercice 192

(a) Si n est un nombre entier positif quelconque, est-ce que $3n$ est dans la table de 3 ?

(b) Si n est un nombre entier positif quelconque, est-ce que $3n$ est dans la table de 6 ?

(c) Si n est un nombre entier positif quelconque, est-ce que $6n$ est dans la table de 3 ?

Correction à la page 985.

Exercice 193

Réduire si possible :

(a) $7n - n$

(b) $9k - 4k$

(c) $4x + 5x + 2$

(d) $x + 6 + 6x$

(e) $3 \times (a + 7) - 12 + a$

(f) $12 - (a + 7)$

Correction à la page 985.

Exercice 194

Factoriser :

(a) $2a + 8$

(b) $12 - 4a$

(c) $6a - a^2$

(d) $3 \times k + 9 \times k$

(e) $5 \times k + k \times a$

(f) $7a - 14$.

Correction à la page 985.

Exercice 195

Développer et réduire :

(a) $3 \times (x + 2)$

(b) $2(4 - x)$

(c) $7(1 + 3x)$

(d) $(5 + 6x) \times 8 - 30$

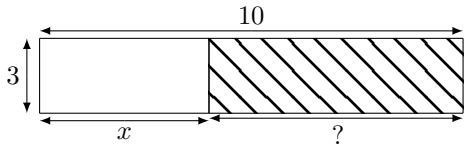
(e) $(5 + 6x) \times 8 - 30x$

(f) $9(x + 1) - 9x$

Correction à la page 985.

Exercice 196

Norbert le propriétaire possède un terrain de 3 m de large et 10 m de long. Il décide de consacrer x mètres à une terrasse et le reste à une piscine. Le but de cet exercice est de déterminer x de telle sorte à avoir une piscine d'au moins $12\,m^2$.



Répondre en justifiant aux questions suivantes.

(a) Exercice de lecture d'énoncé : la piscine est-elle la partie hachurée ou la partie blanche ?

(b) Déterminer la longueur de la piscine en fonction de x.

(c) Déterminer l'aire de la piscine en fonction de x.

(d) Pour quelle valeur de x, l'aire de la piscine vaut $12\,m^2$?

Correction à la page 985.

Exercice 197

Reprendre les données de l'activité «Carré sans coins» et dire quelle est la taille de la fresque réalisable avec 24 carreaux colorés.

Quelle taille de fresque peut-on réaliser avec 2014 carreaux colorés ?

Correction à la page 985.

Exercice 198 [3]

Vanessa a acheté un cahier à 2 € et trois classeurs.

(a) Exprimer le prix total qu'elle a payé en fonction du prix en euros (noté x) d'un classeur.

(b) Compléter les pointillés : $2 + 3 \times \ldots = 23$.

(c) Elle a payé 23 € en tout. Quel est le prix d'un classeur ?

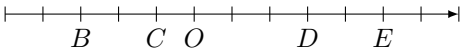
Correction à la page 985.

21.8 Symétrie centrale

Exercice 199
Donner les symétriques

(a) de B et C par rapport à O,

(b) de E par rapport à D,



Correction à la page 985.

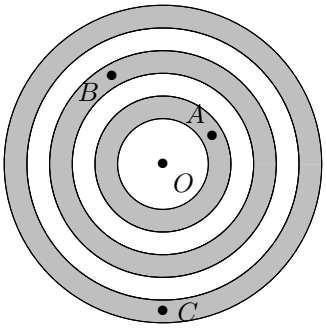
Exercice 200 [15]
Indiquer dans quelle zone est situé chacun des points suivants :

(a) Le symétrique du point A par rapport à O.

(b) Le symétrique du point O par rapport à B.

(c) Le symétrique du point C par rapport à O

(d) Le symétrique du point B par rapport à A



Correction à la page 985.

Exercice 201 [3]

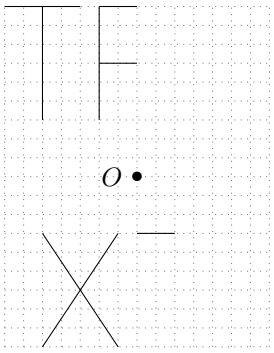
(a) Construire un triangle THE tel que $TE = 4\,\text{cm}$; $TH = 5\,\text{cm}$ et $EH = 6\,\text{cm}$.

(b) Construire le symétrique de la droite (TH) par rapport au point E.

(c) Construire le symétrique du triangle THE par rapport au point E.

Correction à la page 985.

Exercice 202
Compléter le dessin suivant de telle sorte que O soit un centre de symétrie.



Correction à la page 985.

Exercice 203

(a) Tracer une droite (d), un point O appartenant à la droite (d) et un point O' n'appartenant pas à (d).

(b) Construire le symétrique de (d) par rapport au point O.

(c) Construire le symétrique de (d) par rapport au point O'.

(d) Que constate-t-on ?

Correction à la page 985.

Exercice 204 [3]

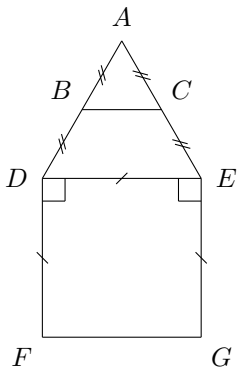
Tracer un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 4\,\text{cm}$ et $BC = 2.5\,\text{cm}$. Tracer le cercle de centre B passant par C. Construire le symétrique de cette figure par rapport au point D.

Calculer l'aire et le périmètre du rectangle symétrique.

Correction à la page 985.

Exercice 205

Recopier le dessin ci-dessous et construire le symétrie par rapport au point C.



Correction à la page 986.

21.9 Nombres relatifs

Exercice 206

On considère que l'altitude zéro est le niveau de la mer, et on la compte en mètres.

(a) Comment noter le niveau de la fosse des Mariannes (11 km de profondeur) ?

(b) Quelle est la différence d'altitude entre cette fosse et le sommet du Mont Blanc (4810 m) ?

Correction à la page 986.

Exercice 207

Placer les nombres suivants sur un axe gradué et donner leurs distances à zéro.

(a) 3	(c) -4	(e) -3.5
(b) 4	(d) 3.5	(f) -0.5

Correction à la page 986.

Exercice 208

(a) Ronald possède 10 euros tandis que Louis en possède 15. Qui a la meilleur situation ?

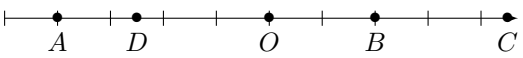
(b) Rufus a une dette de 10 euros et Eudes en a une de 15. Qui a la meilleur situation ?

(c) Rufus veut atteindre la situation de Louis. Combien doit-il trouver ?

Correction à la page 986.

Exercice 209

Quelles sont les abscisses des points sur l'axe gradué suivant ?

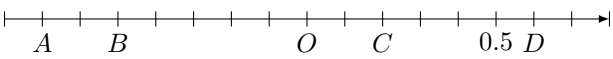


Donner les distances entre A et B et entre C et D.

Correction à la page 986.

Exercice 210

Quelle est l'abscisse de chacun des points A, B, C et$D$?



Correction à la page 986.

Exercice 211

Ce matin, il faisait très froid, mais depuis lors, la température a augmenté de 5 °C, il fait maintenant 3 °C. Est-ce qu'il gelait ce matin ?

Correction à la page 986.

Exercice 212

Le mercure se solidifie à −38 °C. Est-ce qu'un congélateur à −15 °C est suffisant pour congeler du mercure ? Est-il possible de construire un thermomètre à mercure pour mesurer des températures aussi basses que −50 °C ?

Correction à la page 986.

Exercice 213 [3]

Donner les trois termes suivants de chacune des suites suivantes.

(a) 36 ; 35 ; 34 ; ...

(b) −36 ; −35 ; −34 ; ...

(c) −34 ; −35 ; −36

(d) 6 ; 4 ; 2 ; ...

(e) −50 ; −40 ; −30 ;...

(f) 5.5 ; 6 ; 6.5 ; 7 ; ...

(g) −3.7 ; −3.8 ; −3.9 ; ...

(h) −3.3 ; −3.2 ; −3.1 ; ...

Correction à la page 986.

Exercice 214

Compléter avec l'entier le plus proche possible.

(a) ... > 3

(b) 0 > ...

(c) 4 < ...

(d) ... < −4

(e) −3 < ...

(f) −12 > ...

(g) ... > −15

(h) −5.9 > ...

Correction à la page 986.

Exercice 215

Donner les distances entre les points suivants :

(a) A d'abscisse 4 et B d'abscisse 7

(b) C d'abscisse 4.7 et D d'abscisse 4.9

(c) E d'abscisse 5 et F d'abscisse 2.5

(d) G d'abscisse 2 et H d'abscisse −3

(e) K d'abscisse 2.4 et L d'abscisse −10

(f) M d'abscisse −7 et N d'abscisse −4.5

Correction à la page 986.

Exercice 216

Dans chacun des cas suivants, dire quel est le plus grand des deux nombres :

(a) 4 et 4.5

(b) 6 et −6

(c) 4 et −2

(d) 4 et −10

(e) 1 et −3

(f) 0 et 3

(g) 0 et −3

(h) −4 et −4.5

Correction à la page 986.

Exercice 217

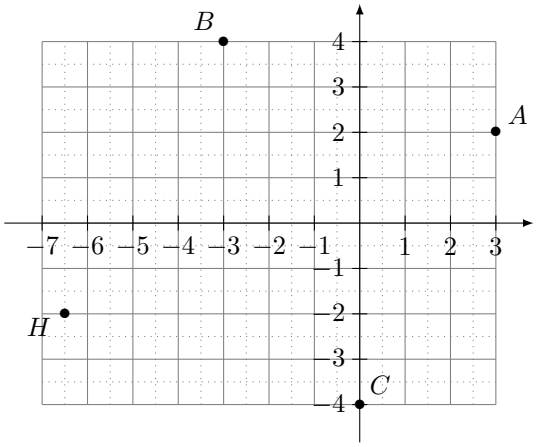
(a) Ranger dans l'ordre croissant : 4/ −1/ 3/ 0/ −5/ −3/ 1.

(b) Ranger dans l'ordre décroissant : 2/ −3/1.5/0/−2/ −40/ 4.

Correction à la page 986.

Exercice 218

Donner les coordonnés des points donnés dans le plan suivant :



Correction à la page 986.

Exercice 219

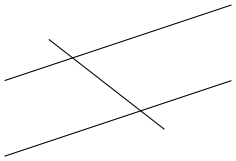
Tracer un système d'axes orthogonal et y placer les points $K(3,3)$, $L(0,-5)$, $M(2,0)$, $S(-1,-4)$, $T(-2,0)$.

Correction à la page 986.

21.10 Angles et parallélisme

Exercice 220

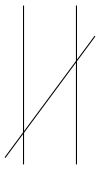
Indiquer sur le dessin suivant les paires d'angles alternes-internes.



Correction à la page 986.

Exercice 221

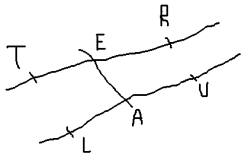
Indiquer sur le dessin suivant les paires d'angles correspondants.



Correction à la page 987.

Exercice 222 [3]

Les droites (TR) et (LU) sont parallèles et $\widehat{REA} = 60°$. Lesquelles des proposition suivantes sont vraies (expliquer en citant les propriétés utilisées) ?



(a) $\widehat{EAL} = 60°$

(b) $\widehat{TEA} = 120°$

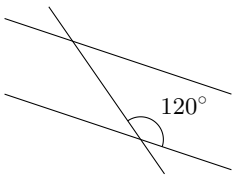
(c) $\widehat{EAU} = 60°$

(d) $\widehat{EAU} = 120°$

Correction à la page 987.

Exercice 223

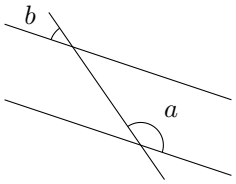
Déterminer tous les angles de la figure suivante, et citer les propriétés utilisées :



Correction à la page 987.

Exercice 224

Déterminer tous les angles de la figure suivante dans les cas suivants :



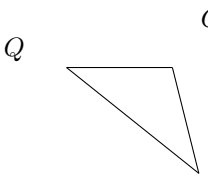
(a) $a = 100°$
(b) $b = 45°$
(c) $a = 130°$
(d) $a = 170°$
(e) $b = 5°$

Correction à la page 987.

Exercice 225

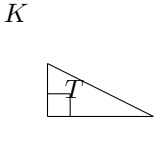
Dans chacune des situations suivantes, ajouter les codages utiles et déterminer les angles manquants.

(a)



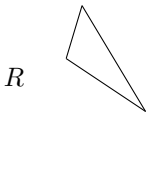
sachant $\widehat{QCM} = 120°$ et $\widehat{CMQ} = 40°$

(b)



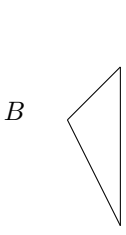
sachant $\hat{K} = 50°$

(c)



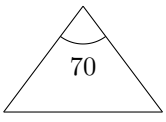
sachant $\hat{R} = 100°$ et $\hat{T} = 20°$.

(d)

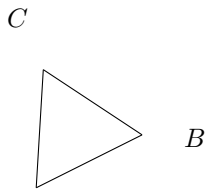


sachant $\widehat{BOD} = 10°$ et $\widehat{OBD} = 95°$.

(e)



sachant $FE = EH$.



(f) sachant que ABC est équilatéral.

Correction à la page 987.

Exercice 226

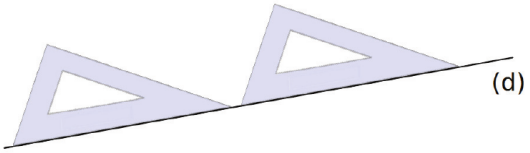
(a) Tracer un triangle EFG tel que $\widehat{EFG} = 48°$, $\widehat{FGE} = 70°$ et $\widehat{GEF} = 62°$.

(b) Julie affirme être capable de tracer un triangle rectangle dont les deux autres angles mesurent 40°. Est-ce que vous y parvenez ?

Correction à la page 987.

Exercice 227 [3]

Arnaud a placé ses deux équerres identiques sur la droite (d) comme l'illustre le schéma ci-dessous :

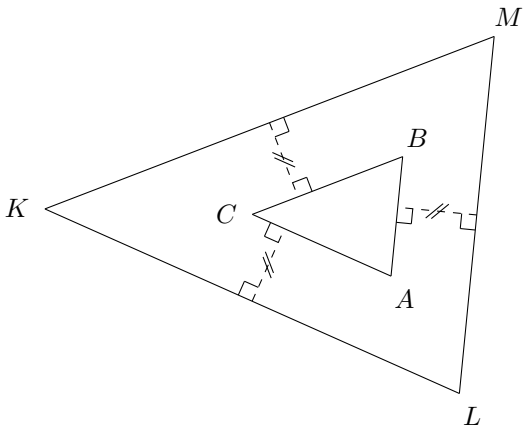


Il affirme que, de cette façon, il peut tracer des droites parallèles. Est-ce vrai et pourquoi ?

Correction à la page 987.

Exercice 228 [16]

Le triangle ABC est-il une réduction du triangle KLM ?



Même question si les longueurs codées ne sont en réalité pas égales.

Correction à la page 987.

21.11 Proportionnalité

Exercice 229

Parmi les situations suivantes, lesquelles sont des situations de proportionnalité ?

(a) À 6 ans, Armand chaussait du 30 et à 18 ans, il chausse du 42.

(b) On peut acheter de l'enduit de lissage par sac de 1 kg, 5 kg et 25 kg. Le mode d'emploi précise qu'il faut 2.5 L d'eau pour 10 kg.

(c) Un commerçant a décidé de faire une journée promotion en baissant tous les prix de 10%.

Correction à la page 987.

Exercice 230

Dire si les tableaux suivants sont des tableaux de proportionnalité :

(a)

1	2	4
4	8	16

(b)

7	20	27
21	60	81

(c)

12	20	25
1.2	2	3

(d)

1	2	3
4	5	6

Correction à la page 987.

Exercice 231

Il faut un litre d'eau pour 100 g de pâtes. Écrire un tableau donnant le nombre de litres en fonction de la quantité de pâtes : 25 g, 50 g, 200 g, 250 g et 1 kg.

Correction à la page 987.

Exercice 232

Les nombres à replacer : 22, 27, 42, 18.

On allume une bougie de ..... cm à ..... h, et lorsqu'on l'éteint à ..... h, elle ne mesure plus que ..... cm. Quelle est le durée totale de la bougie ?

Correction à la page 987.

Exercice 233 [3]

(a) Sur une classe de 25 élèves, trois sont gauchers. Quel est le pourcentage de gauchers dans cette classe ?

(b) Dans un collège de 360 élèves, 171 d'entre eux sont des garçons. Quel est le pourcentage de garçons et de filles dans ce collège ?

Correction à la page 987.

Exercice 234

Quelque calculs de pourcentage ...

(a) Combien de grammes de cacao y a-t-il dans 500 g de chocolat 70% de cacao ?

(b) Un théâtre a un budget mensuel de 3000 euros, dont 35% de la région et le reste de dons privés. Quelle est la somme déboursée par la région ?

(c) Solde de 20% ; combien coûte un pantalon qui coûtait 63 euros avant les soldes ?

(d) Quelle quantité d'alcool y a-t-il dans un verre de 100 mL de vin titré à 12% ?

Correction à la page 987.

Exercice 235 [3]

Déterminer, dans chaque cas, l'échelle utilisée.

(a) Sur une carte routière, la distance entre deux villes est de 15 cm. En réalité, cette distance est de 300 km.

(b) Sur la maquette d'un building, la flèche de l'immeuble mesure 12 cm. En réalité, elle mesure 36 m.

(c) Ceci est la photo d'un pou[17] :



Correction à la page 987.

Exercice 236

Six œufs au chocolat sont vendus 14€. Combien coûtent dix œufs ?

Correction à la page 987.

Exercice 237

Voici les quantités conseillées de sirop de menthe à ajouter en fonction de la quantité d'eau :

quantité d'eau (cL)	15	30	45	50	100
sirop de menthe (cL)	2	4	6	6.5	13

Est-ce une situation de proportionnalité ? Si oui, quelle quantité de sirop de menthe devrait-on mettre pour deux litres d'eau ?

Correction à la page 988.

Exercice 238

Le collège électoral italien devant élire le nouveau président de la république compte 1009 électeurs. Lors du quatrième tour (le 31 janvier 2015), un dépouillement partiel des 660 premiers bulletins donne 430 voix en faveur de Sergio Mattarella.

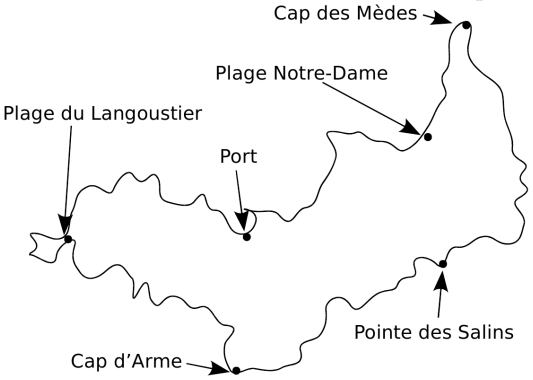
(a) Quel résultat final peut-il attendre ?

(b) Au final il obtient 665 voix et devient ainsi le nouveau président italien. A-t-il cependant obtenu la majorité des deux tiers ?

Correction à la page 988.

Exercice 239 [3]

La carte suivante schématise l'île de Porquerolles.



La distance entre le Cap d'Arme et la Pointe des Salins est de 3 km et 800 m. Quelle est la distance entre le Cap des Mèdes et la plage du Langoustier ?

Correction à la page 988.

Exercice 240

Une molécule d'eau est constituée de deux atomes d'hydrogène pour un atome d'oxygène. Quelle est la masse d'hydrogène dans un litre d'eau ?

Correction à la page 988.

Exercice 241

La France compte 58 réacteurs nucléaires et les USA en comptent 102. Pourquoi dit-on que la France est le pays le plus nucléaire du monde ?

Correction à la page 988.

21.12 Nombres relatifs : opérations

Exercice 242 [3]

Effectuer les additions suivantes.

(a) $(-11) + (-9)$

(b) $(+1) + (+3) + (-2)$

(c) $(+25.2) + (-15.3)$

(d) $(+12) + (-15)$

(e) $(-10.8) + (+2.5)$

(f) $(-21.15) + (+21.1)$

Correction à la page 988.

Exercice 243 [3]

Jean et Saïd vont à la fête foraine. Ils misent la même somme d'argent au départ. Jean perd 2.3 € puis gagne 7.1 €. Saïd gagne 6 € puis perd 1.3 €. Lequel des deux amis a remporté le plus d'argent à la fin du jeu ?

Correction à la page 988.

Exercice 244 [3]

Effectuer ces soustractions :

(a) $(-3) - (+2)$

(b) $(+4) - (+8)$

(c) $(-2.3) - (+7)$

(d) $(+5) - (-6)$

(e) $(+6.1) - (-2)$

Correction à la page 988.

Exercice 245 [3]

Effectuer les soustractions

(a) $(+3) - (-6)$

(b) $(-5) - (+12)$

(c) $(-3) - (-3)$

(d) $(+2.1) - (+4)$

(e) $(+7) - (+3)$

(f) $(-7) - (+8.25)$

Correction à la page 988.

Exercice 246 Programme de calcul[3]

— Choisir un nombre ;
— Lui retrancher 5 ;
— Si le résultat est inférieur à -3, lui ajouter 12, sinon, lui ajouter -9.

(a) Appliquer ce programme à 6 puis à -3.

(b) On obtient 15 comme résultat. Quel est le nombre choisi au départ ?

Correction à la page 988.

Exercice 247

Danièle et Céline doivent calculer $25 + 7 - 17$. Danièle calcule les opérations dans l'ordre : $25 + 7 - 17 = 32 - 17 = 15$. Céline dit que le calcul se fait plus simplement en commençant par $7 - 17 = -10$ et calcule ceci : $7 - 17 + 25 = -10 + 25$. Qui a raison ?

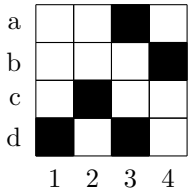
Correction à la page 988.

Exercice 248 [3]

Le nombre n est un entier relatif tel que $-5.8 < n < 12$ et $-18 < n < -4.9$. Qui est n ?

Correction à la page 988.

Exercice 249 [3]



Horizontalement

a : Opposé de 8 ⋄ Positif et négatif à la fois.
b : $-13 + 215 - 7 - 6$
c : Opposé de -5 ⋄ $-(-6 - 6)$
d : $-0.5 + 1.5$ ⋄ Opposé de l'opposé de 6.

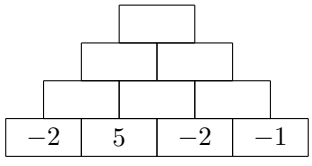
Verticalement

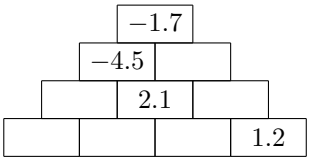
1 : Entier relatif compris entre -15.6 et $-14,9$.
2 : $(-3 + 7) - (4 - 88)$ ⋄ $(-4) - (-5)$
3 : $52 + 34 - (35 - 41) - (8 - 7)$.
4 : $(-3) - (-3)$ ⋄ 2 dizaines et 6 unités.

Correction à la page 988.

Exercice 250 [3]

Recopier puis compléter les pyramides suivantes sachant que le nombre contenu dans une case est la somme des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui.



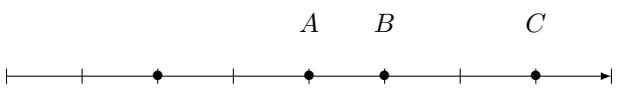


Correction à la page 988.

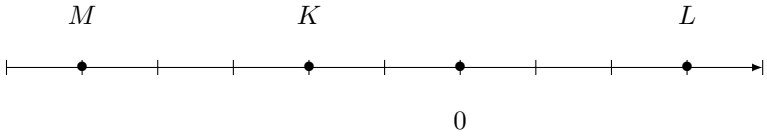
Exercice 251

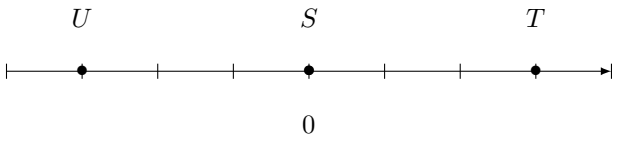
Écrire des égalités en utilisant les abscisses des points donnés :

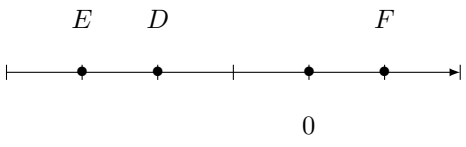
(a)



(b)



(c)


(d)


Correction à la page 988.

Exercice 252

Compléter :

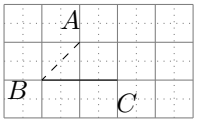
(a) $\ldots - 12 = 30$
(b) $(-5) + (-8) = \ldots$
(c) $2 - (-4) = \ldots$
(d) $6 + (-6) = \ldots$
(e) $4 - \ldots = 7$

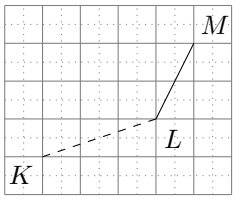
Correction à la page 988.

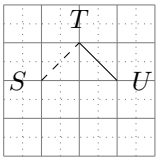
21.13 Parallélogrammes

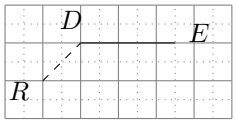
Exercice 253

Dans chacune des situations suivantes, ajouter un point de telle sorte à obtenir un parallélogramme.

(a)


(b)


(c)


(d)


Est-ce possible de placer le point de telle sorte à obtenir un losange ? Un rectangle ?

Correction à la page 989.

Exercice 254

Monsieur Rectangle et madame Losange ont un fils. C'est un carré ; pourquoi ?

Correction à la page 989.

Exercice 255

Quelque exercices de tracé.

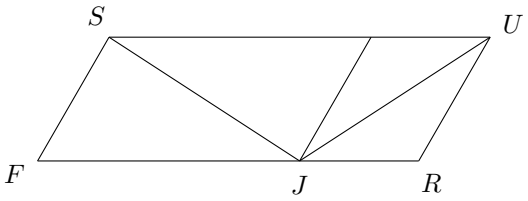
(a) Tracer un parallélogramme dont les côtés mesurent 5 cm et 3 cm.
(b) Tracer un parallélogramme dont la diagonale mesure 4 cm.
(c) Tracer un parallélogramme dont la diagonale mesure 4 cm et un des côtés mesure 2 cm.
(d) Tracer un losange contenant un angle droit.
(e) Tracer un rectangle dont la diagonale mesure 7 cm.

Correction à la page 989.

Exercice 256

Construire une parallélogramme $SURF$ tel que $SU = 8\,\text{cm}$, $UR = 3\,\text{cm}$ et $\widehat{FSU} = 120°$. Placer ensuite un point J sur $[FR]$ avec $FJ = 5.5\,\text{cm}$.

Comparer les longueurs SJ et JU.



Question supplémentaire : à quelle échelle est ce dessin ?

Correction à la page 989.

Exercice 257 [18]

Placer trois points non alignés A, B et O.

(a) Construire les symétriques A' et B' par rapport à O.

(b) Quelle est la nature du quadrilatère $ABA'B'$? Expliquer.

Correction à la page 989.

Exercice 258 [18]

Tracer un losange $PLIC$ dont les diagonales mesurent 4 cm pour $[PI]$ et 6 cm pour $[LC]$.On appelle A le point d'intersection des diagonales.

(a) Quels sont les symétriques des points L et I par rapport à A ?

(b) Quels sont les symétriques des segments $[IC]$ et $[LI]$ par rapport à A ?

(c) Nommer les axes et le centre de symétrie de la figure.

Correction à la page 989.

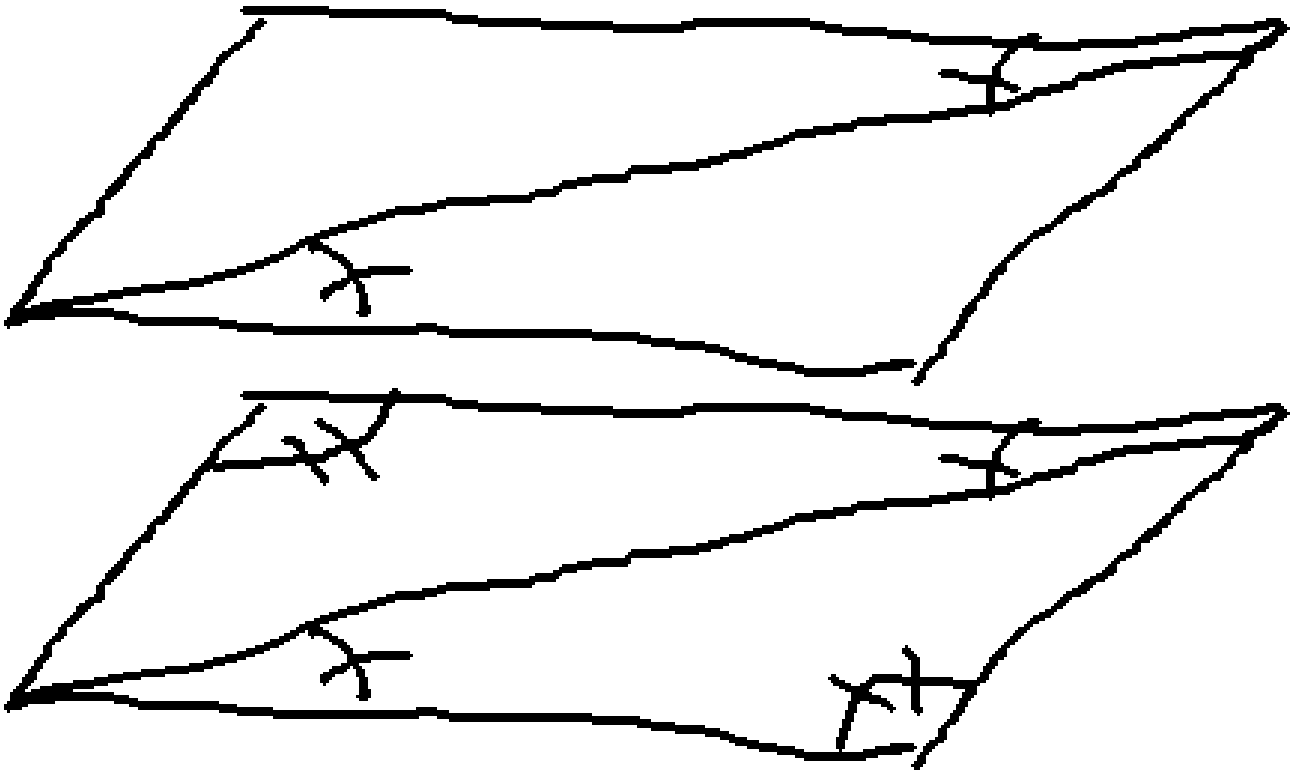
Exercice 259 [19]

Soient deux cercles concentriques $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ ainsi que deux diamètres $[AB]$ et $[CD]$. Montrer que $ACBD$ est un parallélogramme.

Correction à la page 989.

Exercice 260

Estelle dit que les deux dessins suivants sont des parallélogrammes :



Mais Alisée soutient que seulement le second est un parallélogramme. Ce à quoi Estelle répond que le second est en réalité un losange.

Peut-on démêler le vrai du faux dans tout cela ?

Correction à la page 989.

Exercice 261

Reprendre le second dessin de l'exercice 260, et y ajouter du codage de telle sorte que la figure soit un rectangle.

Correction à la page 989.

21.14 Représentation de données

Exercice 262 [3]

Lors d'un sondage télévisé, 50% des personnes interrogées ont répondu « oui », 25% ont répondu « non » et le reste ne s'est pas prononcé. Représenter les résultats de cette enquête à l'aide d'un diagramme circulaire.

Correction à la page 989.

Exercice 263 [3]

Voici le relevé des quatre tarifs appliqués aux visiteurs de la Tour Eiffel au cours de la première heure d'un jour donné.

Tarif	Adulte	Enfant	Étudiant	Groupes
Fréquence	0.45		0.1	0.2

(a) Reproduire et compléter ce tableau.

(b) Ajouter une ligne pour indiquer la fréquence en pourcentage.

(c) Ajouter une nouvelle ligne et calcule l'effectif de chaque catégorie sachant qu'il y a eu 1700 visiteurs au total.

Correction à la page 989.

Exercice 264 [3]

Lors de vendanges, chaque tombereau est pesé à la cave coopérative avant d'être déversée dans les cuves à raisins. Voila ce qu'à relevé le caviste le premier jour (en kilogrammes) :

740	1243	827	327	977	352
685	1025	1221	690	475	605
401	893	799	723	469	552
717	985	799	581	787	898
361	963	1213	752	804	605
293	473	677	313	520	732
963	522	1209	993	928	547

Regrouper ces données en quatre classes même amplitude et réaliser l'histogramme correspondant.

Correction à la page 989.

Exercice 265

Lorsqu'on trace un diagramme circulaire, une proportion de f est représentée par un angle de :

(a) $\dfrac{360}{f}$

(b) $\dfrac{f}{360}$

(c) $360 \times f$

Correction à la page 989.

21.15 Équations

Exercice 266 [13]

Hervé a obtenu lors des trois premiers devoirs les notes suivantes : 8 ; 5 et 14 (sur 20). Quelle note minimale doit-il obtenir au dernier devoir pour avoir la moyenne ce trimestre ?

Correction à la page 989.

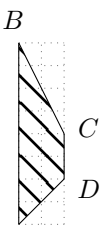
21.16 Aires de figures planes

Note pour moi : il faut des aires des parallélogramme dès le début des exercices.

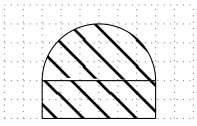
Exercice 267

En se servant du quadrillage, calculer les aires des figures suivantes.

(a)



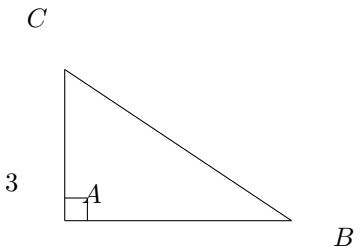
(b)



Correction à la page 989.

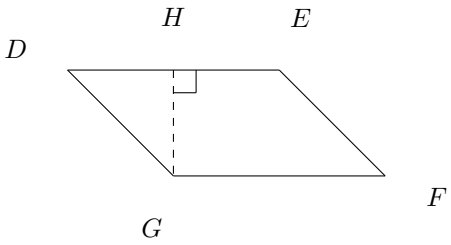
Exercice 268

Calculer l'aire des figures suivantes :

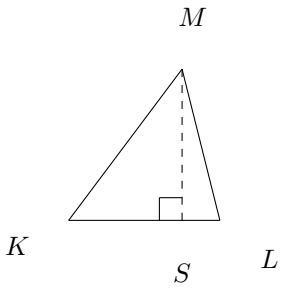


(a)

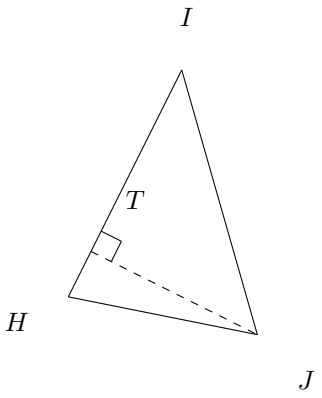
(b) $DEFG$ est un parallélogramme, $GF = 3$ et $HG = 2$.



(c) $KM = 3.5\,\text{cm}$, $MS = 2\,\text{cm}$ et $KL = 3\,\text{cm}$.



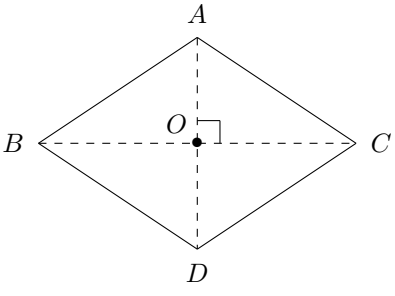
(d) $HI = 3.3\,\text{mm}$, $IJ = 3.6\,\text{mm}$, $JH = 2.5\,\text{mm}$ et $TJ = 2.4\,\text{mm}$.



Correction à la page 989.

Exercice 269

Calculer l'aire du losange $ABCD$ sachant que $AD = 4\,\text{cm}$ et $BO = 3\,\text{cm}$.



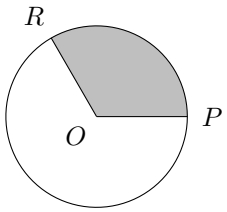
Correction à la page 990.

Exercice 270

On donne l'angle $\widehat{ROP} = 120°$ et la longueur $RO = 3\,\text{cm}$.

(a) Quelle est la proportion grisée du cercle ?

(b) Quelle est l'aire de la partie grisée ?



Correction à la page 990.

Exercice 271 [20]

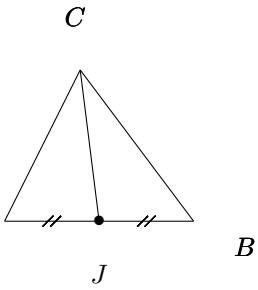
Nous considérons deux cercles concentriques de rayons 6 et 10. Quelle est l'aire de la surface contenue entre les deux cercles ?

Correction à la page 990.

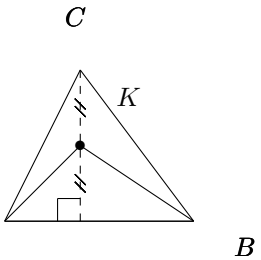
Exercice 272 [20]

Dans lesquels des cas suivants l'aire du triangle ABC a-t-elle été divisée en deux parties égales ?

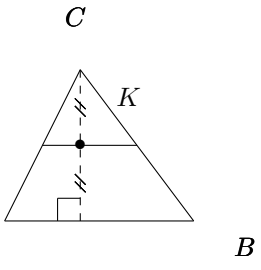
(a)



(b)



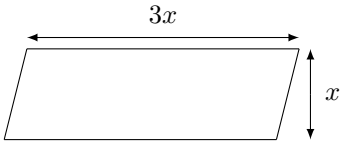
(c)



Correction à la page 990.

Exercice 273

Est-il possible de choisir une valeur de x de telle sorte à ce que l'aire de ce parallélogramme soit de $48\,\text{cm}^2$?

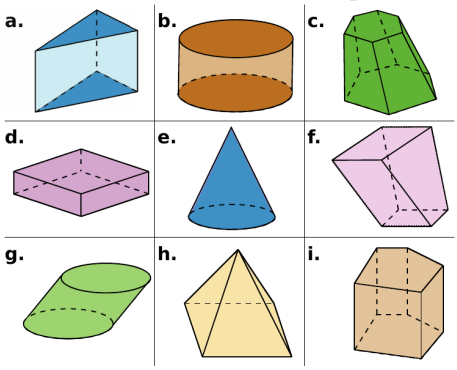


Correction à la page 990.

21.17 Prismes et cylindres

Exercice 274 [3]

Parmi les solides suivants, lesquels sont des prismes ?



Correction à la page 990.

Exercice 275

Combien de faces et d'arêtes possède un prisme dont la base est un

(a) triangle

(b) carré

(c) polygone à 7 côtés

(d) polygone à n côtés.

Correction à la page 990.

Exercice 276 [3]

Pour chaque question, tracer un prisme droit en perspective cavalière, décrire les faces, et tracer un patron.

(a) Il a cinq faces dont une est un rectangle de 6 cm sur 4 cm et une autre est un triangle de côtés 3 cm, 4 cm et 5 cm.

(b) Il a six faces dont une est un parallélogramme de côtés 5 cm et 7 cm, et dont une autre est un carré de 5 cm de côté.

(c) Il a huit faces dont six d'entre elles sont des rectangles de 3 cm sur 4 cm et un côté de la base mesure 3 cm.

Correction à la page 990.

Exercice 277

Parmi les solides de la question 274, lesquels sont des cylindres ?

Correction à la page 990.

Exercice 278 [3]

Un cylindre de révolution de hauteur 7 cm a pour base un disque de rayon 2 cm.

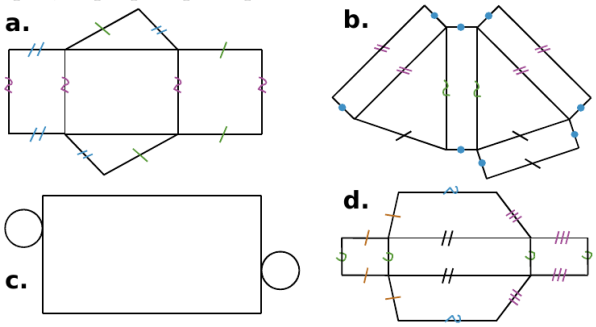
(a) À main levée, dessiner ce cylindre en perspective puis reporter les longueurs données sur les dessins.

(b) Construire deux patrons non superposables de ce cylindre.

Correction à la page 990.

Exercice 279

Parmi les patrons suivants, lesquels sont des patrons de prismes droits ? De cylindres ? Pour ceux qui ne le sont pas, expliquer pourquoi.



Correction à la page 990.

Chapitre 22

Exercices rituels (cinquième)

22.1 Exercice rituel 1

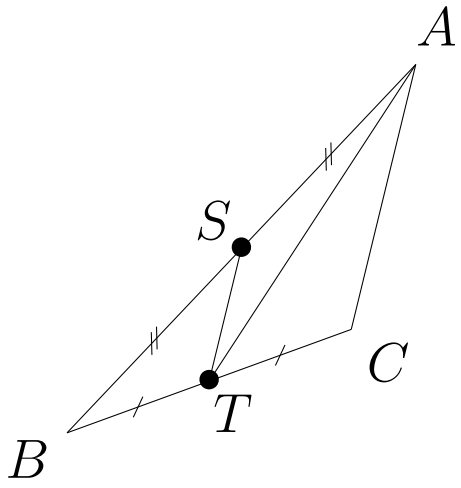
Exercice rituel numéro 1

(a) Une entreprise fait une enquête de satisfaction auprès de 500 de ses clients. Elle obtient 125 réponses satisfaites. Quel est le pourcentage de clients satisfaits ?

(b) Son concurrent fait la même enquête et obtient 200 réponses satisfaites, sur 650 personnes sondées. Quelle est l'entreprise qui satisfait le plus ses clients ?

22.2 Exercice rituel 2

Exercice rituel numéro 2



Quel est le pourcentage de l'aire de ABC contenu dans STA ?

22.3 Exercice rituel 3

Exercice rituel numéro 3

Pour faire un quatre-quarts, on a besoin de
— farine
— sucre
— œuf
— beurre
à parts égales.

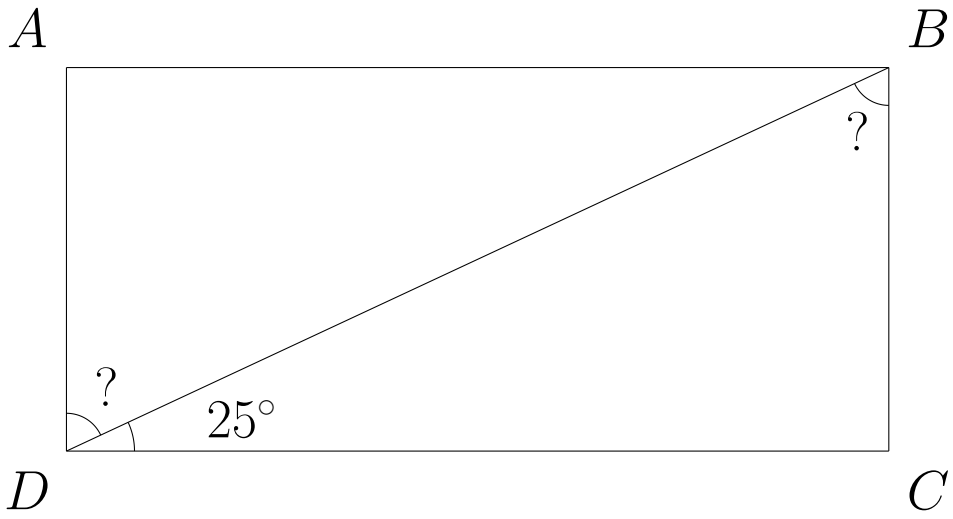
(a) Pour faire 1.6 kg de quatre-quarts, combien de farine faut-il ?

(b) De la farine est vendue par sacs de deux kilos pour 1.4 euros. Quel est le prix de la farine dans ces 1.6 kg de quatre-quarts ?

22.4 Exercice rituel 4

Exercice rituel numéro 4

$ABCD$ est un rectangle.



22.5 Exercice rituel 5

Exercice rituel numéro 5

Calculer :

(a) $7 - 5$

(b) $5 - 7$

(c) $3 + (-2)$

(d) $1 - (-4)$

22.6 Exercice rituel 6

Exercice rituel numéro 6

Parmi les expressions suivantes, dire lesquelles sont égales à

$$\frac{5 \times 7}{3 \times 11}.$$

(a) $5 \times \dfrac{7}{3 \times 11}$

(b) $3 \times \dfrac{5 \times 7}{11}$

(c) $\dfrac{5 \times 7}{11} \div 3$

(d) $\dfrac{5}{33} \times 7$

22.7 Exercice rituel 7

Exercice rituel numéro 7

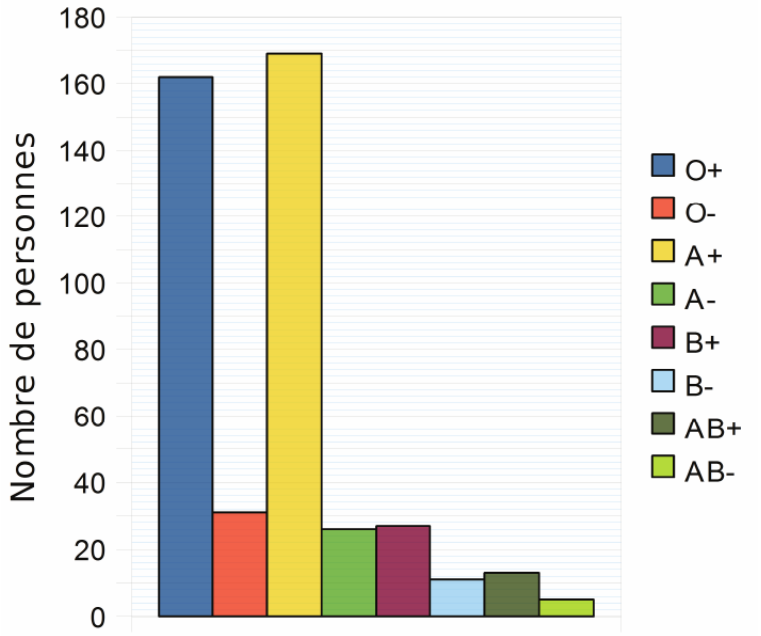
Compléter :

$$
\begin{aligned}
5+4&=\ldots & 5-3&=\ldots\\
5+3&=\ldots & 5-2&=\ldots\\
5+2&=\ldots & 5-1&=\ldots\\
5+1&=\ldots & 5-0&=\ldots\\
5+0&=\ldots & 5-(-1)&=\ldots\\
5+(-1)&=\ldots & 5-(-2)&=\ldots\\
5+(-2)&=\ldots & 5-(-3)&=\ldots\\
5+(-3)&=\ldots & 5-(-4)&=\ldots
\end{aligned}
$$

22.8 Exercice rituel 8

Exercice rituel numéro 8

Voici la répartition en groupes sanguins des salariés d'une entreprise.



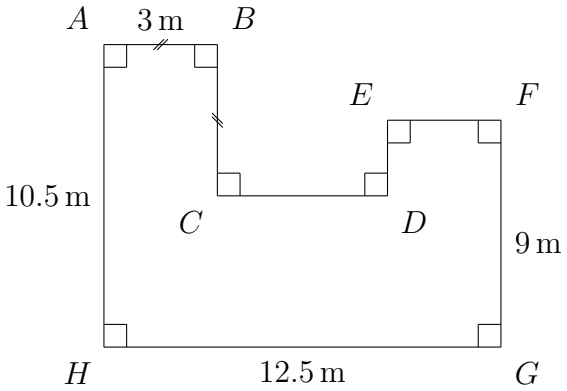
(a) Quel est le groupe sanguin le plus répandu ? Le moins répandu ?

(b) Combien de salariés compte l'entreprise ? (environ)

22.9 Exercice rituel 9

Exercice rituel numéro 9

Voici le plan d'un terrain que l'on veut fermer à l'aide d'une clôture coûtant 7.4€ le mètre[8].

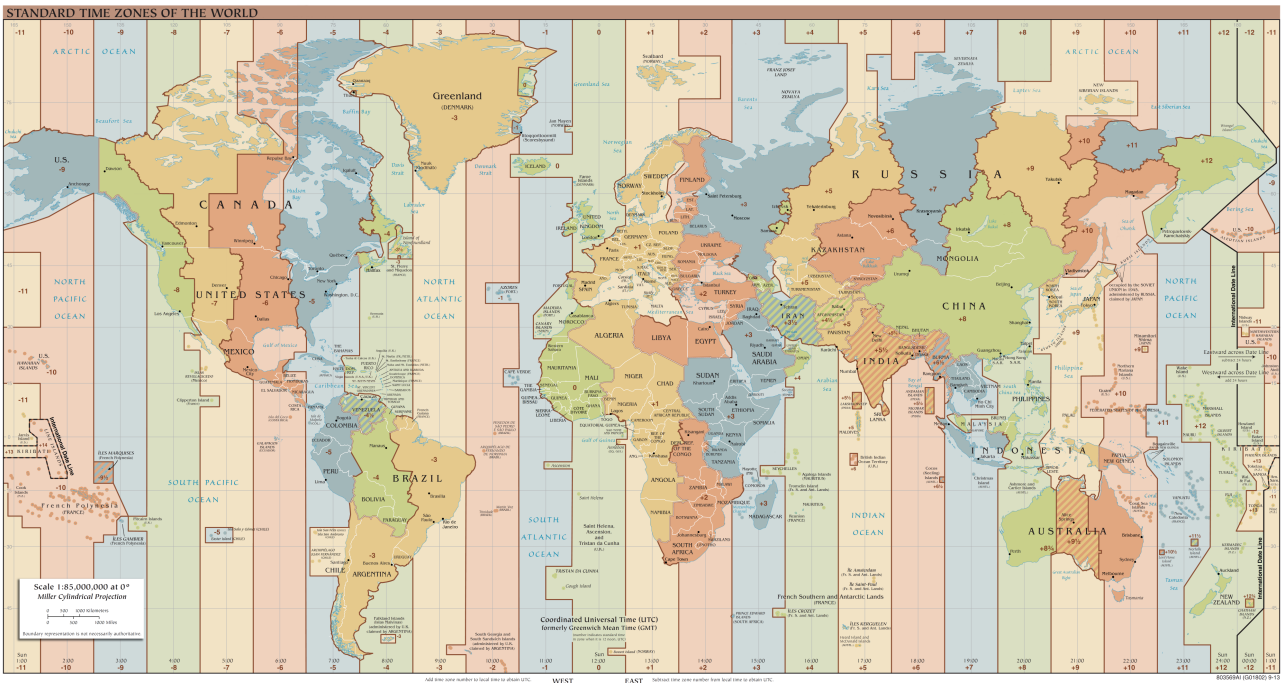


Quel prix faudra-t-il payer ?

22.10 Exercice rituel 10

Exercice rituel numéro 10

Un vol Paris-Tokyo dure $11h$ et décolle à $17h30$ (heure de Paris). À quelle heure (de Tokyo) atterrit-il ?

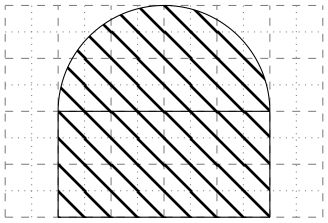


Creative Commons paternité – partage à l'identique 3.0 (non transposée))

22.11 Exercice rituel 11

Exercice rituel numéro 11

Quelle est l'aire hachurée ?



22.12 Exercice rituel 12

Exercice rituel numéro 12

Utilisation du disque dur d'Arthur :

Vidéos	84 GB
Musique	40 GB
Documents	9 GB
Photos	22 GB
Espace libre	45 GB

(a) Quel est la taille totale de son disque ?

(b) Quelle est la proportion utilisée ? Donner une approximation en pourcentage.

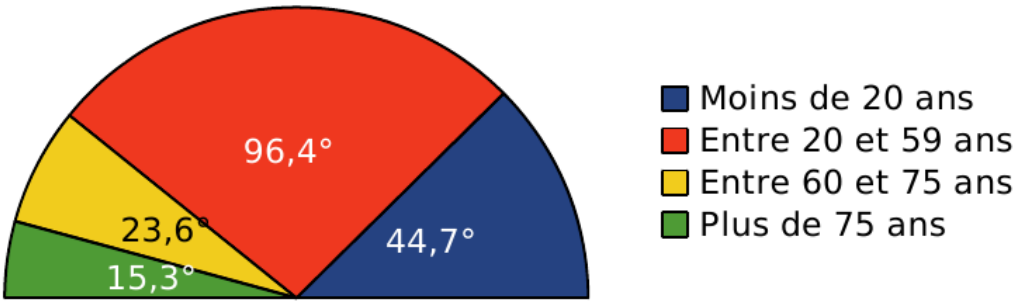
(c) Après avoir ajouté 5 GB de photos, quelle est la proportion des photos sur la partie utilisée de son disque ?

22.13 Pour plus tard

22.14 Exercice rituel 13

Exercice rituel numéro 13

Voici le diagramme semi-circulaire représentant la répartition de la population française par tranches d'âge en 2008 (INSEE).



Sachant qu'en 2008 il y avait environ 63,7 millions d'habitants en France, construire le tableau des effectifs représentant ces catégories.

22.15 Exercice rituel 14

Exercice rituel numéro 14

Louis pense que la formule donnant le périmètre d'un cercle est $\pi \times r$. À l'aide d'une corde il trace une cercle de rayon 10 cm dont un mesure le périmètre : environ 63 cm.

Est-ce que la formule à laquelle Louis pense est correcte ?

Chapitre 23

Autres exercices de cinquième

Exercice 280

L'agriculture est responsable de 40% des émissions de méthane et de 62% des émissions d'oxydes d'azote. Au total, l'agriculture produit 12% des émissions de gaz à effet de serre. Comment est-ce possible que ce 12 soit plus petit que le 40 et le 62 ?

Correction à la page 990.

23.1 Droites remarquables dans un triangle

Exercice 281

Tracer un triangle STU quelconque. Construire la hauteur d_1 issue du sommet S ainsi que la médiatrice d_2 du segment $[TU]$. Prouver que les droites d_1 et d_2 sont parallèles.

Correction à la page 990.

Exercice 282

Démontrer que la médiatrice d'une corde d'un cercle passe par le centre du cercle.

Correction à la page 990.

23.2 Expressions littérales

Exercice 283

Prouver que la somme de deux nombres pairs est un nombre pair.

Correction à la page 990.

Exercice 284

Recopier et compléter les pointillés :

(a) $2 \xrightarrow{\times x} \ldots \xrightarrow{-1} \ldots \xrightarrow{\times 3} \ldots \xrightarrow{-4} \ldots$

(b) $-x \xrightarrow{\times 3} \ldots \xrightarrow{\times 5} \ldots \xrightarrow{+2} \ldots \xrightarrow{\times 4} \ldots$

(c) $2 \xrightarrow{\times \ldots} 2x \xrightarrow{\ldots} 2x+3 \xrightarrow{\ldots} 7(2x+3)$

(d) $\ldots \xrightarrow{-x} 1-x \xrightarrow{\ldots} 6(1-x) \xrightarrow{\ldots} 4-6x$

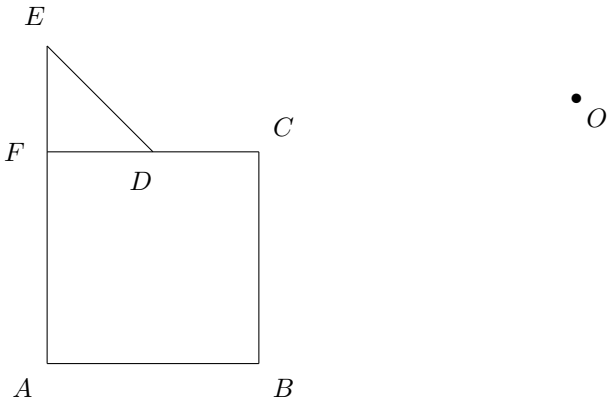
(e) $\ldots \xrightarrow{\times \ldots} \ldots \xrightarrow{-\ldots} \ldots \xrightarrow{\ldots} (5x-2)\times 7$

Correction à la page 990.

23.3 Symétrie centrale

Exercice 285

Tracer le symétrique ce cette figure par rapport à O.



Correction à la page 991.

23.4 Proportionnalité

Exercice 286 [3]

Un carton de 6 bouteilles de jus de fruit coûte 4, 20€. Recopier puis compléter le tableau de proportionnalité en justifiant par un calcul.

Nombre de bouteilles	6	1	4	
Prix (€)	4.2			13.3

Correction à la page 991.

Exercice 287

Une ville possède deux collèges. Dans le premier, il y a 350 élèves et 40% d'entre eux sont des demi-pensionnaires. Dans le deuxième, il y a 620 élèves dont 124 demi-pensionnaires.

(a) Compléter le tableau suivant :

	nombre de demi-pensionnaires	pourcentage de demi-pensionnaires
premier collège		
deuxième collège		

(b) Quel est le pourcentage de demi-pensionnaires dans les deux établissements réunis ?

Correction à la page 991.

Exercice 288 [3]

Un kilo de carottes coûte 0.35€, 2 kg de tomates coûtent 2, 60€ et 5 kg de pommes de terre 2€. Une ratatouille « flèchoise » est un plat constitué de ces trois légumes à parts égales. Avant cuisson, les ingrédients pèsent 1.2 kg. Quel est le prix du plat préparé ?

Correction à la page 991.

Exercice 289 [3]

Sur 204 pays qui ont participé aux phases éliminatoires pour la qualification à la coupe du monde de football 2010 en Afrique du Sud, seuls 31 pays y ont pris part, le trente-deuxième étant le pays organisateur. Quel est le pourcentage de pays qualifiés pour cette compétition ?

Correction à la page 991.

Exercice 290 [21]

Un champ rectangulaire a pour dimensions 120 m × 75 m. Sur un plan, la longueur du champ est 8 cm. Quelle est sa largeur ?

Correction à la page 991.

23.5 Mise à l'échelle

Activité : mesure astronomique

Des astronomes veulent mesurer la distance approximative entre la Terre et une comète. La technique consiste à mesurer à 6 mois d'écart l'angle formé entre les droites Terre-comète et Terre-Soleil. Pour la facilité (nous ne sommes pas des astronomes professionnels) nous allons supposer que la comète ne se soit pas beaucoup déplacée en 6 mois(En réalité la technique décrite ici est utilisée pour mesurer des distance avec des étoiles proches, mais les angles ne sont alors pas possible à dessiner avec un rapporteur, étant de l'ordre de 89.999772°. Les nombres donnés ici sont choisis pour que l'exercice soit possible, plutôt que pour le réalisme.)

Lors de la première mesure, l'angle obtenu est 80° tandis que la seconde mesure a donné 60°. Quelle est la distance entre la comète et la Terre ?

23.6 En réserve pour un prochain devoir surveillé

Exercice 291

Pour chacune des deux situations suivantes, tracer le triangle demandé et son cercle circonscrit, ou expliquer pourquoi vous n'y parvenez pas. Laisser les traits de construction.

(a) le triangle ABC dont les mesures sont $AB = 5\,\text{cm}$, $BC = 10\,\text{cm}$ et $AC = 4\,\text{cm}$.

(b) le triangle KLM dont les mesures sont $KL = 5\,\text{cm}$, $LM = 10\,\text{cm}$ et $KM = 10\,\text{cm}$.

Correction à la page 991.

Exercice 292

Voici un énoncé : «Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses deux diagonales sont de même longueurs».

(a) Écrire la réciproque.

(b) Est-ce que la réciproque est vraie ? Justifier en citant une propriété de géométrie ou un dessin.

Correction à la page 991.

Exercice 293

Voici quelque énoncés :

(a) Si un nombre est divisible par 3 alors il est divisible par 30.

(b) Si un triangle est équilatéral, alors chacun de ses angles mesure 60°.

(c) Si un quadrilatère a ses diagonales de même longueurs alors c'est un rectangle.

Pour chacun de ces trois énoncés, répondre aux questions suivantes.

(a) Est-il vrai ? Si non, justifier par un exemple ou un dessin.

(b) Écrire la réciproque.

(c) Est-ce que la réciproque est vraie ?

Correction à la page 991.

Exercice 294

Lors d'une élection mettant cinq candidats en compétition, Marte a obtenu 35% des voix, tandis que Jacques a obtenu 70 voix.

(a) Est-il possible que Marte ait gagné ?

(b) Est-il possible que Jacques ait gagné ?

(c) Est-il possible que ce soit un autre qui ait gagné ?

Justifier les réponses.

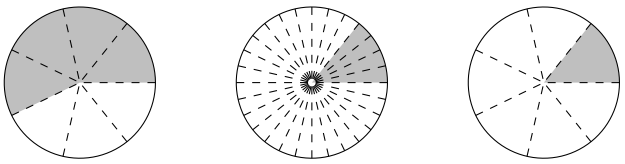
Correction à la page 991.

Exercice 295

L'école de Poudlard organise 7 niveaux (de la sixième à la terminale), et contient 4 classes de chaque niveau.

(a) Cette école contient 250 filles et 200 garçons. Quelle est la proportion de filles dans l'école ? Donner la réponse sous forme de fraction.

(b) Quel(s) diagramme(s) exprime(nt) la proportion de classes de troisième à Poudlard ?



Justifier vos choix. (le second diagramme est divisé en 28 secteurs)

(c) Parmi les classes de sixième à terminale, lesquelles sont celles du collège ? Laquelle des fractions suivantes donne la proportion de classes de collège à Poudlard ? $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{1}{2}$ Justifier.

(d) Donner une approximation numérique de cette proportion.

Correction à la page 991.

Exercice 296

Est-il possible de tracer un triangle isocèle dans lequel une médiane n'est perpendiculaire à aucun côté ? Si oui, en dessiner un (avec les codages), sinon expliquer pourquoi c'est impossible en citant des propriétés vues au cours.

Correction à la page 991.

Exercice 297 [3]

Activité : encore des confitures

Voici quelque ingrédients utilisés pour des confitures.

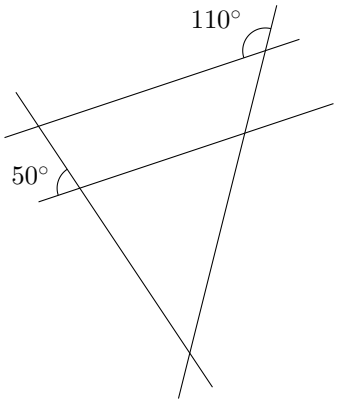
Confiture d'abricots	«500 g de sucre et 500 g d'abricots»
Confiture de fraises	«450 g de sucre et 750 g de fraises»
Confiture de cerises	«800 g de sucre et 2400 g de cerises»

Est-ce que la quantité de sucre ajoutée est proportionnelle à la quantité de fruits ?

Correction à la page 991.

Exercice 298

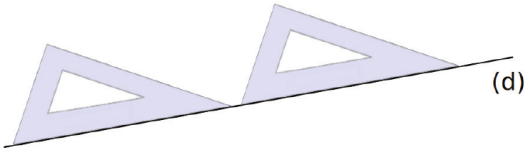
Déterminer tous les angles de la figure suivante, en citant les propriété utilisées.



Correction à la page 991.

Exercice 299 . . . . . /4[3]

Arnaud a placé ses deux équerres identiques sur la droite (d) comme l'illustre le schéma ci-dessous :



Il affirme que, de cette façon, il peut tracer des droites parallèles. Est-ce vrai et pourquoi ?

Correction à la page 991.

23.7 En réserve pour un prochain devoir maison

Exercice 300 [10]

Antoine a une collection de 126 petites voitures. Les $\frac{2}{9}$ des voitures sont vertes, les $\frac{5}{7}$ des voitures sont rouges et les autres sont bleues.

(a) Quelle fraction de sa collection représente les petites voitures bleues ?

(b) Combien a-t-il de voitures rouges, vertes et bleues ?

Correction à la page 991.

23.8 Feuille de secours numéro 1

23.8.a Priorité des opérations

Exercice 301
Entourer en vert le premier calcul à effectuer, et calculer :

(a) $A = 4 \times 8 + 3$

(b) $B = (5 + 3) \times 2 + 10$

(c) $\dfrac{9 \times 4}{18}$

(d) $\dfrac{12}{4 \times 7}$

(e) $\dfrac{3}{2 + 1} + 4$

(f) $1 - \dfrac{10}{5}$

Correction à la page 992.

Exercice 302
Compléter les pointillés.

(a) $5 \times 10 + \ldots = 60$

(b) $\dfrac{9 \times 134}{\ldots} = 134$

(c) $\dfrac{9 \times 2}{5 + 4} = \ldots$

(d) $12 \times 7 + 88 \times 7 = 7 \times (\ldots + \ldots)$

(e) $7 \times \ldots + 9 = 30$

Correction à la page 992.

23.8.b Triangles

Exercice 303
Parmi les propositions suivantes, lesquelles décrivent un triangle possible ?

(a) $AB = 3\,\text{cm}$, $BC = 5\,\text{cm}$, $AC = 7\,\text{cm}$

(b) $FG = 20\,\text{cm}$, $HG = 12\,\text{cm}$, $HF = 5\,\text{cm}$

(c) $KL = 15\,\text{cm}$, $LM = 20\,\text{cm}$, $MK = 40\,\text{cm}$

Correction à la page 992.

Exercice 304
Le triangle IJK est isocèle en J ; la longueur IK est 5 cm et l'angle $\widehat{JIK}$ mesure 35°. Le dessiner en vraie grandeur.

Correction à la page 992.

23.8.c Méthodologie mathématique

Exercice 305
Si a et b sont des multiples de 5, est-ce que la somme $a + b$ est un multiple de 5 ? Est-ce que le produit $a \times b$ est un multiple de 5 ?

Correction à la page 992.

Exercice 306 [22]
Voici quelque énoncés :

(a) Si deux angles sont opposés par le sommet, alors leurs mesures sont égales.

(b) Si un triangle est équilatéral, alors chacun de ses angles mesure 60°.

(c) Si un quadrilatère a ses diagonales de même longueurs alors c'est un rectangle.

Pour chacun de ces trois énoncés, répondre aux questions suivantes.

(a) Est-il vrai ? Si non, donner un contre-exemple.

(b) Écrire la réciproque.

(c) Est-ce que la réciproque est vraie ?

Correction à la page 992.

Exercice 307
Soit l'énoncé «Un nombre dont la somme des chiffres vaut 6 est un multiple de 6». Lesquels des nombres suivants en sont des contre-exemples ?

(a) 12
(b) 30
(c) 15
(d) 123
(e) 1230

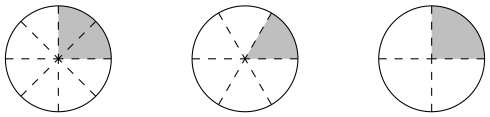
Correction à la page 992.

23.8.d Écriture fractionnaire

Exercice 308
Une classe contient 12 filles pour 15 garçons. Quelle est la proportion de filles dans la classe ?
Correction à la page 992.
Exercice 309
Écrire les nombres suivants sous forme de fractions simplifiées :

(a) $\frac{2}{4}$ | (b) $\frac{2}{12}$ | (c) $\frac{15}{21}$ | (d) $\frac{24}{46}$

Correction à la page 992.
Exercice 310
Deux classes sur huit au collège de Clerval sont des classes de cinquièmes. Lequel des diagrammes suivants représente cette proportion ?



Quelle est la proportion de classes de niveaux pairs au collège ?

(a) $\frac{4}{8}$ | (b) $\frac{1}{3}$ | (c) $\frac{2}{6}$. | (d) $\frac{1}{2}$

Correction à la page 992.

23.8.e Opérations sur les fractions

Exercice 311
Écrire sous forme fractionnaire :

(a) $\frac{25}{3.8} = \frac{\dots}{38}$
(b) $\frac{3.7}{14} = \frac{\dots}{140}$
(c) $\frac{7.3}{4.9} = \frac{\dots}{49}$
(d) $\frac{5}{36.2} = \frac{\dots}{362}$
(e) $\frac{6.34}{9} = \frac{634}{\dots}$
(f) $\frac{5.03}{10} = \frac{\dots}{10000}$
(g) $\frac{1}{2} = \frac{\dots}{6.4}$

Correction à la page 992.
Exercice 312
Vrai ou faux ?

(a) Multiplier par 0.5 revient à diviser par 2.
(b) Un tiers de 33 cL vaut 11 cL.
(c) J'ai une recette pour 12 personnes mais je dois cuisiner pour 3. Je dois alors multiplier toutes les doses par $\frac{1}{4}$.

Correction à la page 992.
Exercice 313
Effectuer les produits suivants :

(a) $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$
(b) $\frac{7}{12} \times 2$
(c) $\frac{7}{12} \times \frac{1}{2}$
(d) $\frac{8}{4} \times \frac{6}{12}$

Correction à la page 992.

Exercice 314

Cinq bandits dévalisent une banque et parviennent à en prendre les trois quarts de l'argent. Ils se partagent le butin équitablement. Quelle fraction de l'argent de la banque chacun va recevoir ?

Correction à la page 992.

23.9 Feuille de secours numéro 2

23.9.a Écriture fractionnaire

Exercice 315

Simplifier les fraction suivantes :

(a) $\frac{3}{6}$,
(b) $\frac{2}{4}$
(c) $\frac{15}{3}$,
(d) $\frac{21}{14}$
(e) $\frac{50}{26}$
(f) $\frac{55}{65}$

Correction à la page 992.

Exercice 316

Effectuer les sommes et différences :

(a) $\frac{1}{5} + \frac{3}{5}$
(b) $\frac{7}{9} - \frac{4}{9}$
(c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$
(d) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$

Correction à la page 992.

Exercice 317

Traduire et calculer les expressions suivantes :

(a) Le tiers d'un gâteau de 600 g ;
(b) Les trois quarts de 940 km ;
(c) le cinquième de la moitié de 60 min ;
(d) la moitié des deux tiers de 27 élèves.

Correction à la page 993.

23.9.b Triangles

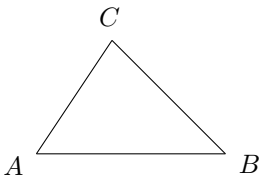
Exercice 318

Tracer un segment $[KL]$ de longueur 5 cm. Construire un point M situé à 6 cm à la fois de K et de L. Quelle est la nature du triangle KLM ?

Correction à la page 993.

Exercice 319

Tracer les trois hauteurs du triangle suivant :



Correction à la page 993.

Exercice 320

Tracer un triangle ABC de mesures $AB = 8$ cm, $BC = 3$ cm et $AC = 6$ cm. Tracer ensuite le cercle circonscrit au triangle ABC.

Correction à la page 993.

23.9.c Expressions littérales

Exercice 321

Calculer la valeur des expressions suivantes si $t = 12$.

(a) $2 \times t$
(b) $5t$
(c) $t + 2$
(d) $t \div 4$
(e) $\dfrac{120}{t}$

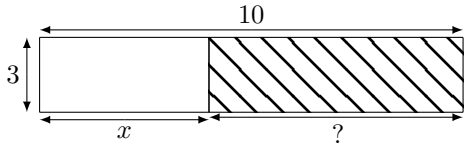
Correction à la page 993.

Exercice 322

(a) Est-il possible de trouver une valeur de a de telle sorte que $3 \times a$ soit dans la table de 2 ?
(b) Peut-on trouver une valeur de k de telle sorte que $k + 1$ soit plus grand que 10 ?
(c) Peut-on trouver une valeur de k de telle sorte que $k + 5$ soit plus petit que 10 ?

Correction à la page 993.

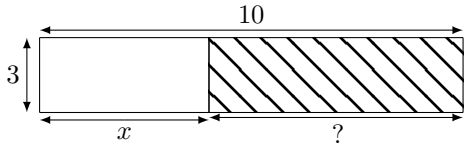
Exercice 323



Si $x = 4$, quelle est l'aire de la partie hachurée ?

Correction à la page 993.

Exercice 324



(a) Par quelle expression peut-on remplacer le point d'interrogation ?
  (a1) $10 - x$
  (a2) $x - 3$
  (a3) 6
(b) Exprimer en fonction de x l'aire blanche et l'aire hachurée.

Correction à la page 993.

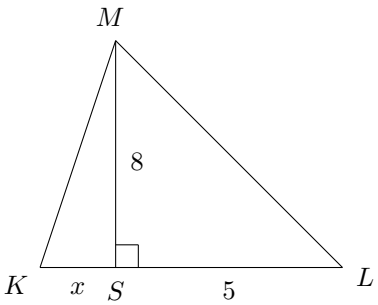
Exercice 325

En voyant l'expression $3 \times (2x + 5)$, le prof de math dit souvent «trois boîtes contenant chacune deux sachets de bonbons et 5 biscuits».

(a) Que dirait le prof de math en voyant l'expression $6 \times (x + 3)$?
(b) Combien de sachets de biscuits et de bonbons le prof voit-il au total dans $4 \times (6x + 3)$?
(c) Développer l'expression $4 \times (6x + 3)$.

Correction à la page 993.

Exercice 326



(a) Exprimer la longueur KL en fonction de x
(b) Donner l'aire du triangle SLM.
(c) Exprimer l'aire du triangle KLM en fonction de x.

Correction à la page 993.

23.9.d Nombres relatifs

Exercice 327
Classer les nombres suivants dans l'ordre croissant :

(a) 0	(c) -1.5	(e) -4.2
(b) 4	(d) -4	(f) -3.8

Correction à la page 993.

23.10 Feuille de secours numéro 3

Exercice 328 [23]
Soient les points K, L et M avec $LK = 9\,\text{cm}$, $ML = 16\,\text{cm}$ et $KM = 7\,\text{cm}$. Préciser si les points K, L et M sont alignés. Justifier la réponse.
Correction à la page 993.
Exercice 329
Dessiner un triangle isocèle dont la base fait $AB = 3\,\text{cm}$ et les deux côtés de même longueurs sont $AC = BC = 6\,\text{cm}$.
Correction à la page 993.
Exercice 330
Construire un triangle dont les côtés ont mesure $AB = 5\,\text{cm}$, $AC = 6\,\text{cm}$ et $BC = 6\,\text{cm}$. Tracer ensuite un cercle passant par les points A, B et C.
Correction à la page 993.

23.11 Salle multimédia 5B, 21 novembre 2014

Exercice 331
Avec Geogebra. Dans le plan, placer trois points A, B et C, non alignés.

(a) Construire la médiatrice du segment $[AB]$.

(b) Construire le cercle circonscrit au triangle ABC.

(c) Lorsque c'est fait, bouger les points A, B et C et vérifier que le cercle s'adapte automatiquement.

Correction à la page 993.
Exercice 332
Le client d'un architecte demande de construire une pièce carré dont l'aire serait $25\,\text{m}^2$. L'architecte prévoit donc des plans dont les murs ont une longueur de 5 m. Pourquoi ?
Le client change d'avis et veut une pièce plus grande : $30\,\text{m}^2$.

(a) L'architecte comprend qu'il faudra des murs dont la longueur sera entre 5 et 6 mètres. Pourquoi ?

(b) Est-ce que la longueur des murs à construire sera plus grande ou plus petite que 5.5 m ?

(c) Dans un tableur, mettez en colonne tous les nombres de 5 à 5.5 avec un intervalle de 0.1. Faites calculer les carrés. Donner un nouvel encadrement, à 0.1 près, de la longueur du mur.

Correction à la page 993.

23.12 Multimédia cinquième, 24 avril 2015

Questions pour aller en salle multimédia, 24 avril 2015 (5A,5B)

Exercice 333
D'abord sur papier, ensuite au tableur.

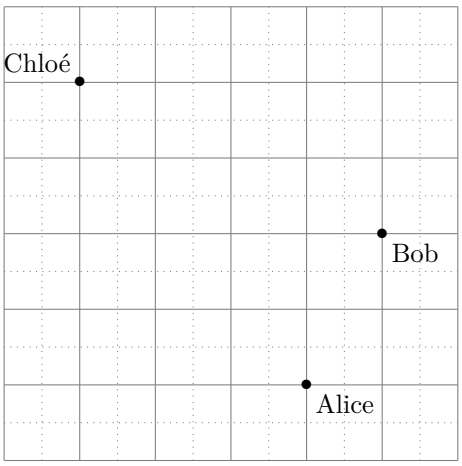
(a) Développer l'expression $3 \times (a + 4)$.

(b) Faire calculer dans deux colonnes face à face les valeurs de $3 \times (a + 4)$ et de $3 \times a + 12$ pour des valeurs de a entre -10 et 10.

(c) Que remarque-t-on ?

(d) Faire de même avec $10 \times (3 - y)$

Correction à la page 994.
Exercice 334



Sur ce dessin, le quadrillage a un côté de 100 m.

Fernand habite à la même distance de Alice que de Bob ; il habite à 300 m de Chloé, mais il habite tout de même plus près de Bob que d'elle.

Effectuer un schéma de la situation (géogebra conseillé), et déterminer la position de Fernand.

Correction à la page 994.

Deuxième partie

Quatrième

Chapitre 1

Opérations sur les nombres relatifs

Activité : multiplication de nombres relatifs

Nous considérons le nombre $B = (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2)$.

(a) Combien vaut B ?

(b) Écrire B sous forme d'un produit.

(c) Écrire sous forme d'une somme et calculer :

(c1) $(-6) \times 4$

(c2) $(-21) \times 5$

(c3) $(-1.5) \times 3$.

Compléter le tableau de produits suivant :

$\times$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-4					0				
-3									
-2									
-1					0				
0								0	
1									
2									
3									12
4						4			

1.1 Somme et différence

Propriété

(a) Pour la somme de deux nombres relatifs **de même signe**,
— nous conservons le signe commun
— nous additionnons les distances à zéro.

Exemple

(a1) $(+4) + (+8) = 4 + 8 = 12$

(a2) $(-5) + (-6) = -(5 + 6) = -11$

△

(b) Pour la somme de deux nombres relatifs **de signes différents**,
— nous prenons le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro,
— nous calculons la différence des distances à zéro.

Exemple

(b1) $(-3)+(+7)=+(7-3)=4$
(b2) $(-9)+(+1)=-(9-1)=-8$

△

(c) **Soustraire** un nombre relatif revient à additionner son opposé.

Exemple

(c1) $(-4)-(-8)=(-4)+(+8)=+(8-4)=4$
(c2) $(+7)-(+3)=7+(-3)=+(7-3)=4$

△

1.2 Produit

Propriété
Pour le produit de deux nombres relatifs **de signes contraires** :
— nous prenons le signe −
— nous calculons le produit des distances à zéro.

Exemple

(a) $(-3)\times 4=-(3\times 4)=-12$
(b) $6\times(-5.5)=-(6\times 5.5)=-33$

△

Pour le produit de deux nombres relatifs **de même signes** :
— nous prenons le signe +
— nous calculons le produit des distances à zéro.

Exemple

(a) $2.5\times 3=4.5$
(b) $(-3)\times(-7)=21$

△

1.3 Quotient

Nous savons déjà depuis longtemps (et c'est la définition) que

$$\frac{1}{2}\times 2=1 \qquad \frac{1}{4}\times 4=4$$
$$\frac{1}{34}\times 34=34 \qquad \frac{1}{7}\times 7=7.$$

Le nombre $\frac{1}{-2}$ est un nombre vérifiant

$$\frac{1}{-2}\times(-2)=1.$$

Il est donc un nombre négatif. L'opposé de $\frac{1}{-2}$ est un nombre positif qui, multiplié par 2, donne 1. Donc l'opposé de $\frac{1}{-2}$ est égal à $\frac{1}{2}$. En conclusion,

$$\frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}.$$

À retenir
Pour effectuer le quotient de deux nombres relatifs (dont le dénominateur est non nul),

(a) le signe est le signe du produit

(b) la distance à zéro est le quotient des distances à zéro.

Exemple

$$\frac{10}{-5} = -2$$

ou

$$\frac{-25}{-5} = 5.$$

△

Remarque 1.10.
Nous avons les égalités

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}.$$

1.4 Vocabulaire

Définition

— L'**opposé** d'un nombre s'obtient en changeant son signe.
— L'**inverse** d'un nombre x est le quotient $\frac{1}{x}$.

Exemple

(a) L'opposé de 3 est -3.
(b) L'opposé de $-\frac{3}{7}$ est $\frac{3}{7}$
(c) L'inverse de 4 est $\frac{1}{4}$
(d) L'inverse de -5 est $-\frac{1}{5}$

△

Chapitre 2

Initiation à la démonstration

En mathématique, les énoncés sont souvent écrits sous la forme « **Si** *condition* **alors** *conséquence* ».

Définition
La **réciproque** d'un énoncé s'obtient en inversant la condition et la conséquence.

Exemple

Énoncé «**Si** le dernier chiffre d'un nombre est «6» **alors** il est divisible par 2.»
Réciproque «**Si** un nombre est divisible par 2 **alors** son dernier chiffre est «6»
Note : même si un énoncé est vrai, sa réciproque peut être fausse. △

À retenir
Un énoncé vrai est une **propriété**.

Exemple

(a) Si un nombre est multiple de 12 alors il est multiple de 3.
(b) Si un quadrilatère est un carré, alors il a des diagonales de même longueurs.

△

Définition
Un **contre-exemple** à un énoncé est un exemple pour lequel un énoncé est faux.

Exemple

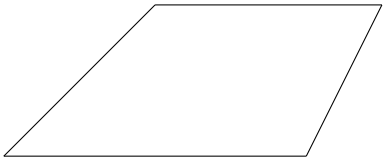
Énoncé Toutes les fables de La Fontaine parlent d'animaux.
Contre-exemple Faux ! «Le Chêne et le roseau» ne parle pas d'animaux.

△

Exemple

Énoncé Si un quadrilatère a deux côtés parallèles, alors c'est un parallélogramme.

Contre-exemple Faux ! Ceci a deux côtés parallèles mais n'est pas un parallélogramme :



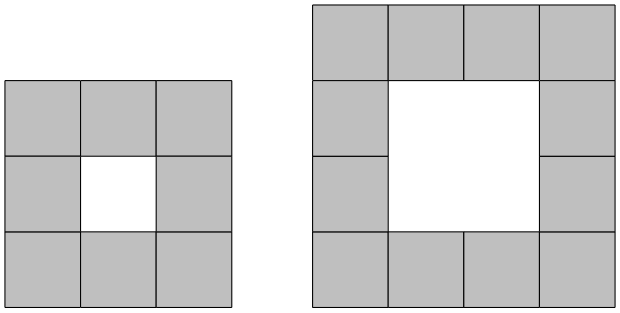
△

Chapitre 3

Calcul littéral (1)

Petits et grands carrés

Nous découpons le bord d'un grand carré en petits carrés comme indiqué sur les dessins :



(a) Réaliser une figure avec cinq petits carrés sur un côté et indiquer le nombre total de carrés coloriés. Recommencer avec une figure de six petits carrés de côté.

(b) S'il y a 100 petits carrés sur le côté, combien y-a-t-il de carrés coloriés au total ?

(c) Nous appelons n le nombre de petits carrés d'un côté du grand carré, et nous voulons trouver une formule donnant le nombre total de carrés coloriés. Valérian dit :

« Il y a 4 côtés et n carrés par côtés, donc $4n$ petits carrés.»

Laureline n'est pas d'accord :

« Tu en as trop !»

Qui a raison ? Pourquoi ? Donner une formule correcte.

De [13]

3.1 Substitution

À retenir
Pour calculer une valeur numérique d'une expression contenant une lettre dont on connaît la valeur, on lui substitue sa valeur numérique.

Exemple
Dans l'activité, la formule donnant le nombre de petits carrés était

$$4 \times n - 4.$$

Pour savoir le nombre de petits carrés dessinés lorsqu'on en a 12 par côté, on écrit «12» à la place de n :

$$4 \times 12 - 4 = 48 - 4 = 44.$$

△

Exemple
Lorsque $x = 7$, l'expression $A = 4 \times x - 3$ vaut $4 \times 7 - 3 = 25$. Lorsque $x = -5$ l'expression A vaut

$$4 \times (-5) - 3 = -20 - 3 = -23.$$

△

3.2 Développer

À retenir
Si a, b et k sont des nombres quelconques, alors la formule

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

est encore valable en quatrième.
Cette opération s'appelle **développer** ou **distribuer**.

Exemple
Pour calculer mentalement 43×102, on fait $43 \times 100 + 43 \times 2$. Plus généralement

$$43 \times (100 + x) = 43 \times 100 + 43 \times x.$$

△

Exemple
Pour calculer le périmètre d'une rectangle de largeur ℓ et de longueur L on peut faire soit

$$2\ell + 2L$$

soit

$$2(\ell + L).$$

△

3.3 Factoriser

À retenir
La **factorisation** est la formule

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b).$$

Une expression est **factorisée** lorsqu'elle est écrite sous forme d'un produit.

Exemple

(a) $2\ell + 2L$ n'est pas factorisé
(b) $2(\ell + L)$ est factorisée.
(c) $3x + 2$ n'est pas factorisé.
(d) $(2x - 5) \times 3$ est factorisé.
(e) $(-x + 9) \times (a + 8)$ est factorisé.

△

3.4 Simplification et réduction

Définition

— Nous notons $x \times x$ par x^2, qui se prononce «x au carré».
— Nous notons $x \times x \times x$ par x^3, qui se prononce «x au cube».

À retenir
Réduire une expression, c'est l'écrire avec le moins de termes possibles.

Exemple

(a) $3x + 5x = 8x$ parce que

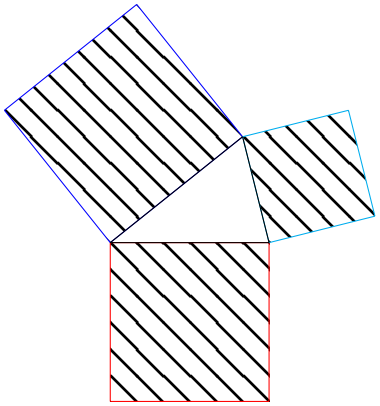
$$\begin{aligned} x + 1 + 3x &= x + 3x + 1 && \text{regrouper} \\ &= x(1 + 3) + 1 && \text{factoriser} \\ &= 4x + 1 && \text{effectuer.} \end{aligned}$$

(b) $3(x + 4) - 6x + 4 = 3x + 12 - 6x + 4 = -3x + 16$.

△

Chapitre 4

Égalité de Pythagore



Découper sur une feuille dix carrés dont les mesures des côtés sont entières et valent de 1 cm à 10 cm. Indiquer à l'intérieur de chacun d'eux son aire en cm^2. Vous pouvez en découper plusieurs de la même mesure.

Essayer de les assembler de façon à créer un triangle comme sur la figure ci-contre.

Lorsqu'un triangle est formé, aller au tableau écrire

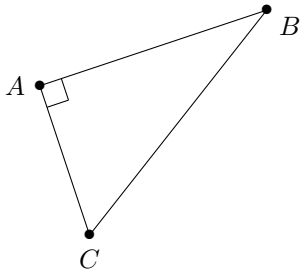
— les mesures.
— les aires.
— la nature du triangle.

De [13]

Définition
Dans un triangle rectangle, l'**hypoténuse** est le côté opposé à l'angle droit.

Remarque 4.2.
L'hypoténuse est le côté le plus long du triangle rectangle.

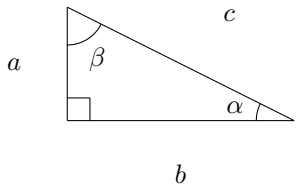
Exemple
Sur ce triangle, c'est le côté BC.



△

Activité : démonstration du théorème de Pythagore

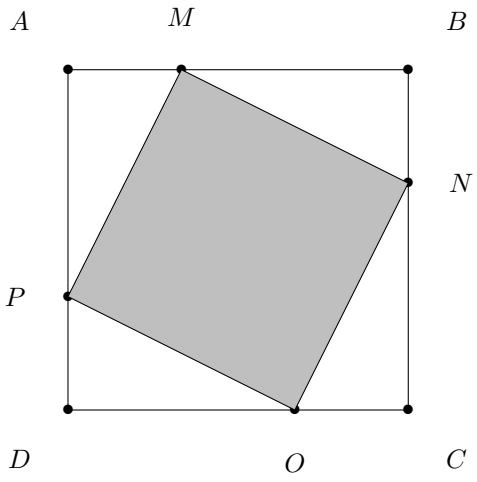
Nous considérons un triangle rectangle de côtés a, b et c :



(a) Quelle égalité voulons-nous montrer, en termes de a, b et c ?

(b) $\alpha + \beta = \ldots$

Ensuite nous disposons quatre de ces triangles pour constituer un carré de cette façon-ci :



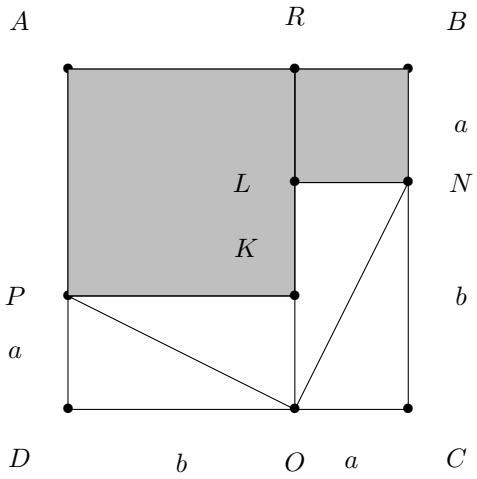
(a) Pourquoi peut-on affirmer que le quadrilatère $MNOP$ est-il un losange ?

(b) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{PMN}$?

(c) Quelle est la nature exacte du quadrilatère $MNOP$?

(d) Exprimer son aire en fonction de c.

Maintenant nous replaçons les quatre triangles rectangles (identiques) de façon un peu différente :



(a) Quelle est l'aire du carré $RBNL$?

(b) Quelle est l'aire du carré $ARKP$?

(c) Comparer les aires remplies sur les deux dessins.

(d) Conclure.

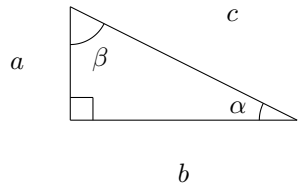
Théorème 4.4 (de Pythagore)**.**
Un triangle est rectangle si et seulement si le carré de la longueur de son plus long côté est égal à la somme des carrés des deux autres longueurs.

Remarque 4.5.
L'expression «si et seulement si» signifie que l'énoncé et sa réciproque sont vrais.

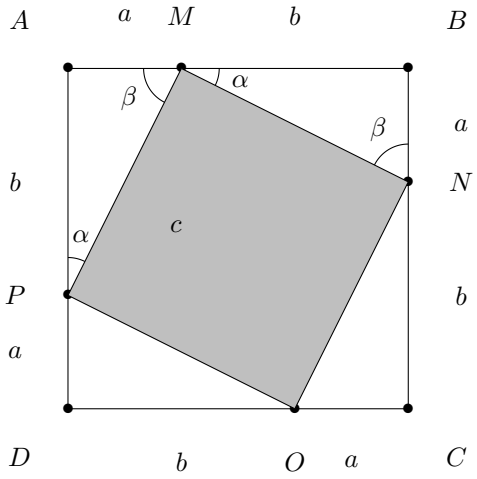
(a) **Si** un triangle est rectangle, **alors** le carré de la plus grande longueur est la somme des deux autres carrés.

(b) **Si** le carré de la plus grande longueur est égale à la somme des deux autres carrés, **alors** le triangle est rectangle.

Démonstration. Nous considérons un triangle rectangle de côtés a, b et c :



Dans ce triangle, nous remarquons que $\alpha + \beta = 90°$.
Ensuite nous disposons quatre de ces triangles pour constituer un carré de cette façon-ci :

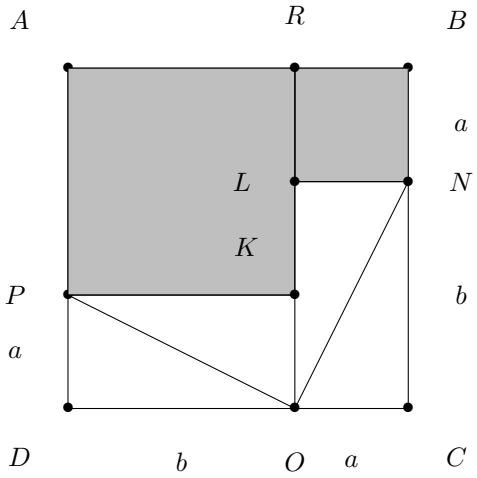


(a) Le quadrilatère $MNOP$ est un losange parce qu'il a quatre côtés de même longueurs.

(b) Vu que $\alpha + \beta = 90°$, $\widehat{PMN} = 90°$ et $MNOP$ est un carré.

(c) L'aire de $MNOP$ vaut c^2.

Maintenant nous replaçons les quatre triangles rectangles (identiques) de façon un peu différente :



(a) Le carré $RBNL$ a pour aire a^2.

(b) Le carré $ARKP$ a pour aire b^2.

(c) La somme des deux correspond au carré $ABCD$ auquel nous avons enlevé quatre triangles, c'est à dire à $MNOP$.

(d) Nous avons donc l'égalité

$$\text{aire}(RBNL) + \text{aire}(ARKP) = \text{aire}(MNOP),$$

qui signifie $a^2 + b^2 = c^2$.

□

Remarque 4.6.
Note pour moi : le premier dessin permet de démontrer sans passer par un découpage. En effet le grand carré a pour aire $(a+b)^2$. L'aire du carré du milieu est c^2 et l'aire d'un des triangles est $\frac{ab}{2}$. Il suffit de sommer ce carré et quatre fois le triangle et d'égaliser avec $(a+b)^2$ pour avoir le résultat.

Cela demande plus de calcul littéral, mais moins de découpage.

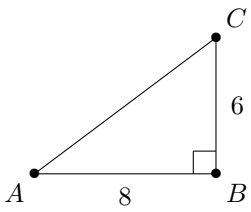
Exemple
Un triangle a pour côtés $AB = 9$, $BC = 12$ et $AC = 15$. Est-il rectangle ?

— Son plus long côté est $AC = 15$. Le carré de cette longueur est 225.

— La somme des carrés des deux autres côtés est : $9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$.

Étant donné que $AC^2 = AB^2 + BC^2$, l'égalité de Pythagore est vérifiée. Donc le triangle ABC est rectangle en B. △

Exemple
Quelle est la longueur de l'hypoténuse du triangle rectangle suivant ?



On sait que le triangle ABC est rectangle en B. Or d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2,$$

c'est à dire

$$AC^2 = 8^2 + 6^2$$

Donc $AC^2 = 64 + 36 = 100$. Vu que $AC^2 = 100$, nous déduisons $AC = 10$. △

Chapitre 5

Grandeurs proportionnelles

Activité : tableaux et représentation graphique

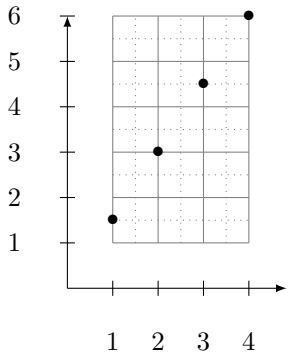
Associer à chaque tableau le graphique qui correspond. Quels sont ceux qui correspondent à des situations de proportionnalité ?

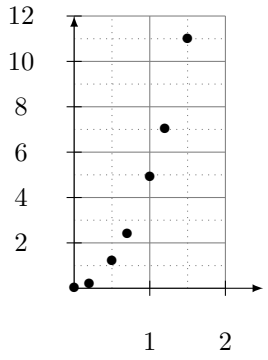
prix en euros	1	2	3	4
prix en wut	1.5	3	4.5	6

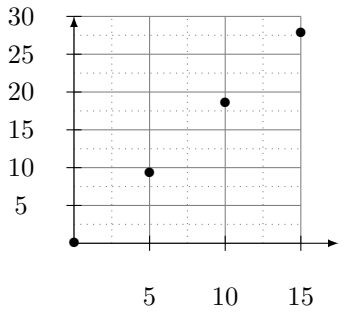
Température en Fahrenheit	14	32	41	59	95
Témpérature en Celsius	−10	0	5	15	35

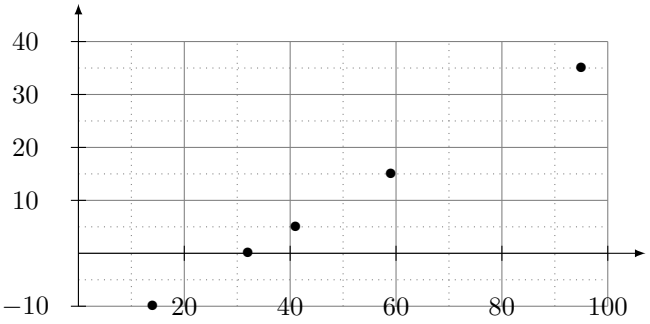
distance en mile marin	0	5	10	15
distance en km	0	9.26	18.52	27.78

Temps de chute libre (s)	0	0.2	0.5	0.7	1	1.2	1.5
Hauteur parcourue (m)	0	0.19	1.22	2.4	4.9	7	11









5.1 Représentation graphique

Propriété
Une situation de proportionnalité est représentée dans un repère par des points alignés avec l'origine.

Exemple
Le périmètre d'un carré est proportionnel à son côté parce que $p = 4 \times c$. Représenter graphiquement le périmètre en fonction du côté.

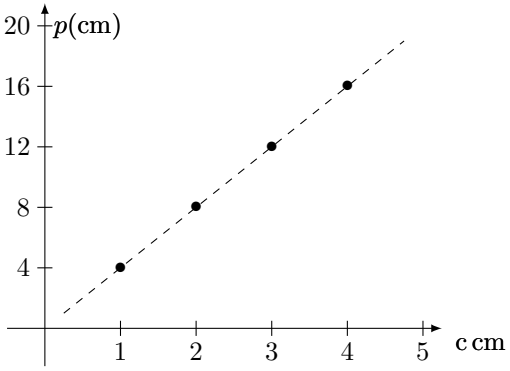
(a) On choisit quelque valeurs pour le côté c

(b) On calcule les valeurs correspondantes pour le périmètre p :

côté	1	2	3	4
périmètre	4	8	12	16

La deuxième ligne est quatre fois la première.

(c) On place ces points dans un repère :



et p cm.

△

Exercice 464.

5.2 Quatrième proportionnelle

5.2.a Tableau

Définition
Dans une situation de proportionnalité, la **quatrième proportionnelle** est le quatrième nombre calculé à partir de trois nombres déjà connus.

Faire copier dans le cahier de leçon et résoudre dans un premier temps dans le cahier d'exercices. La correction au tableau sera prise directement dans le cahier de leçon.

Exemple
Calculer le prix x de trois baguettes à partir du tableau de proportionnalité suivant :

nombre de baguettes	5	3
prix (€)	4.25	x

Le facteur de proportionnalité est $\frac{4.25}{5}$. Donc

$$x = \frac{4.25}{5} \times 3 = \frac{12.75}{5} = 2.55$$

△

Exercices : 467

5.2.b Produit en croix

Activité : quatrième proportionnelle

Compléter les tableaux de proportionnalité suivants (on pourra appeler x la valeur manquante)

(a)

6	10
...	30

(b)

10	...
30	45

(c)

3	...
4	10

Propriété
Il y a égalité des quotients

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{y},$$

si et seulement si

$$a \times y = b \times x.$$

Cette égalité s'appelle l'égalité du **produit en croix**.

Démonstration. **Sens direct** Nous partons de l'égalité

$$\frac{a}{b} - \frac{x}{y} = 0$$

et nous mettons les fractions au même dénominateur :

$$\frac{a \times y}{b \times y} - \frac{x \times b}{y \times b} = 0,$$

ou encore :

$$a \times y = b \times x.$$

Réciproque Nous partons de l'égalité

$$a \times y - b \times x = 0$$

Lorsque quelque chose est nul, cela reste nul lorsqu'on divise par n'importe que nombre. Ici nous divisons par $b \times y$:

$$\frac{a \times y}{b \times y} - \frac{b \times x}{b \times y}$$

et nous simplifions chacune des deux fractions par ce qui convient :

$$\frac{a}{b} - \frac{x}{y} = 0.$$

□

Exemple
Compléter le tableau de proportionnalité :

temps	2 s	3 s	4 s	6 s
distance	5 m	7.5 m	...	15 m

Le coefficient de proportionnalité est le même quelle que soit la colonne sur laquelle on le calcule, donc si nous nommons x la nombre à mettre dans la case manquante,

$$\frac{x}{4} = \frac{5}{2}.$$

L'égalité du produit en croix donne :

$$2x = 5 \times 4$$

et donc $x = 10$. △

Exemple
Compléter le tableau de proportionnalité suivant

6	12	...	27
8	16	28	36

Nous pouvons écrire

$$\frac{8}{6} = \frac{28}{x}.$$

L'égalité du produit en croix donne :

$$8x = 6 \times 28,$$

c'est à dire

$$x = \frac{6 \times 28}{8} = 21.$$

△

Exercices : 469.

5.3 Vitesse

Définition
Si un mobile parcourt une distance d en un temps t, alors la **vitesse moyenne** v de ce mobile est le quotient

$$v = \frac{d}{t}.$$

À retenir
Nous avons aussi les relations

$$d = v \times t$$

et

$$t = \frac{d}{v}.$$

Exemple
Un cycliste roule à 25 km/h. Remplir le tableau suivant qui donne la distance parcourue en fonction du temps :

temps de parcours	$\frac{1}{2}$ h	1 h	3 h	3.5 h
distance parcourue				

Attention : 3.5 h ne sont pas trois heures et cinq minutes mais trois heures et demi, c'est à dire trois heures et trente minutes. △

Exercices : 472.

5.4 Pourcentage

Activité : Pourcentages de deux groupes

Un groupe de 40 filles et 14 garçons de 4e ont effectué un devoir commun. Les filles ont obtenu 60% de réussite et les garçons ont obtenu 50% de réussite. Calculer le pourcentage total d'élèves ayant réussi.

Source : [13]

Indications possibles

— Combien de filles ont réussi ?

— Combien d'élève au total ont passé ce devoir ?

Éléments de réponse :

(a) Commençons par déterminer le nombre de filles ayant obtenu la moyenne : 60% de 40 font

$$\frac{60}{100} \times 40 = \frac{60 \times 40}{100} = 24.$$

(b) Déterminons ensuite le nombre de garçons ayant obtenu la moyenne : 50% de 14 font

$$\frac{50}{100} \times 14 = \frac{1}{2} \times 14 = 7.$$

(c) Donc sur les 54 élèves ayant passé le devoir, 31 ont réussi. Cela fait une proportion de

$$\frac{31}{54} \simeq 0.57$$

ou un pourcentage de 57%.

Exercice 475.

Chapitre 6

Droite des milieux

Activité : droite des milieux

Tracer un triangle quelconque ABC. Nous nommons I le milieu de $[AB]$, J le milieu de $[BC]$ et K le milieu de $[AC]$.

Tracer les droites (IJ), (JK) et (KI). Que remarquez-vous ? Comparer avec votre voisin.

Questions intermédiaires :

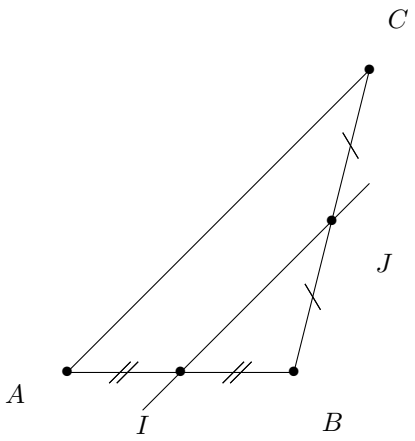
— À quoi ressemble le quadrilatère $KJBI$?

Définition
Une **droite des milieux** d'un triangle est une droite passant par les milieux de deux côtés.

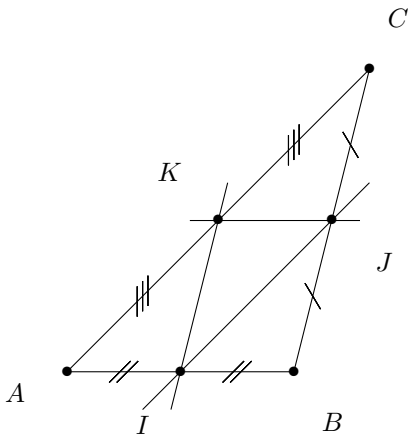
Théorème 6.2 (Théorème des milieux)**.**
Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle, alors elle est parallèle au troisième côté, et de longueur égale à la moitié du troisième côté.

Pour une preuve, voir l'exercice 478(a).

Sur le dessin suivant, $(IJ) \parallel (AC)$.

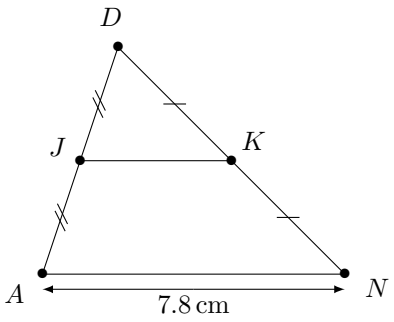


Toutes les droites.



Théorème 6.3.
Si, dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés alors sa longueur est égale à la moitié de celle du troisième côté.

Exemple
Calculer la longueur JK dans le cas suivant :



△

Le segment $[JK]$ joint les milieux de deux côtés du triangle AND. Le théorème des milieux affirme alors que la longueur JK vaut la moitié de celle du troisième côté. Donc

$$JK = \frac{AN}{2} = \frac{7.8}{2} = 3.9\,\text{cm}.$$

Activité : troisième théorème du milieu

Soit un triangle ABC et I le milieu de $[AC]$.

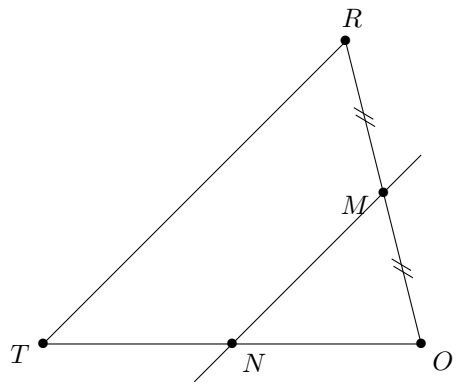
(a) Combien de droites passant par I sont parallèles à (AB) ?

(b) Si nous notons K le milieu de $[BC]$, que dire de la droite (IK) par rapport à (AB) ?

(c) Si une droite parallèle à (AB) passe par le point I, est-ce qu'elle doit obligatoirement passer par K ?

Théorème 6.5.
Si, dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un deuxième côté alors elle passe par le milieu du troisième côté.

Exemple
Soit TOR un triangle tel que M soit le milieu du côté $[RO]$. La parallèle à (TR) passant par M coupe le côté $[OT]$ en N. Démontrer que N est le milieu du côté $[OT]$.



La droite (MN) passe par le milieu du côté $[RO]$ et est parallèle au côté $[RT]$, donc le troisième théorème des milieux implique que la droite (MN) coupe $[TO]$ en son milieu.

Or (MN) coupe $[TO]$ en N. Donc N est le milieu de $[TO]$.

$\triangle$

Chapitre 7

Opérations en écriture fractionnaire

Activité : somme de fractions

Le but de cet exercice est de calculer la somme

$$\frac{1}{4}+\frac{2}{3}.$$

en trouvant un dénominateur commun.

(a) Tracer un quadrillage 3×4,
(b) Combien de cases il y a dans un quart du quadrillage ?
(c) Colorier un quart du quadrillage.
(d) Combien de cases il y a dans un tiers de ce quadrillage ?
(e) Colorier les deux tiers du quadrillage.
(f) Combien de cases sont coloriées ?
(g) Calculer la somme demandée au début.

Autres questions :

(a) Calculer de la même façon la somme $\frac{1}{5}+\frac{9}{2}$ et la différence $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$.
(b) Comment calculer $\frac{15}{38}+\frac{7}{10}$?

7.1 Addition et soustraction

À retenir
Pour additionner (ou soustraire) des nombres en écriture fractionnaire :
— on écrit les nombres avec le même dénominateur ;
— on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

Exemple
Parfois le dénominateur commun n'est aucun des deux dénominateurs :

$$B=\frac{5}{6}-\frac{3}{14}.$$

Le plus petit dénominateur commun est 42 : c'est le plus petit nombre à être multiple en même temps de 6 et 14. En choisissant cela,

$$\begin{aligned} B &= \frac{5\times 7}{6\times 7}-\frac{3\times 3}{14\times 3} \\ &= \frac{35}{42}-\frac{9}{42} \\ &= \frac{26}{42} \\ &= \frac{13}{21}. \end{aligned}$$

Dans ce cas, il est peut-être plus simple de choisir le produit 14×6 comme dénominateur commun (ça marche toujours) :

$$\begin{aligned} B &= \frac{5 \times 14}{6 \times 14} - \frac{3 \times 6}{14 \times 6} \\ &= \frac{70}{84} - \frac{18}{84} \\ &= \frac{52}{84} \\ &= \frac{13}{21}. \end{aligned}$$

Prendre le produit des dénominateurs fonctionne toujours, mais mène à des calculs sur de plus grands nombres. △

7.2 Multiplication

Activité : partie d'un paquet de pâtes

Fabrice veut cuisiner les trois quarts d'un paquet d'un demi-kilo de pâtes.

(a) Combien de grammes de pâtes cela fait ?

(b) Quel est le lien entre la question précédente et le dessin suivant ?



(c) Vérifier que les deux résultats sont identiques.

À retenir
Pour multiplier des nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Exemple
Calculer : $A = \frac{8}{7} \times \frac{5}{3}$. On fait :

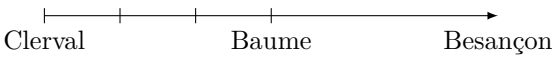
$$\begin{aligned} A &= \frac{8}{7} \times \frac{5}{3} \\ &= \frac{8 \times 5}{7 \times 3} \\ &= \frac{40}{21}. \end{aligned}$$

△

7.3 Division

Activité : division d'une fraction

Baume-les-dames est la moitié du trajet entre Clerval et Besançon.



Quelle proportion du trajet entre Clerval et Besançon représente un tiers du trajet de Clerval à Baume-les-Dames ?

À retenir
Diviser une fraction par un nombre a revient à multiplier le dénominateur par a.

Exemple
Une canette contient un tiers de litre. Combien contient une demi-canette ?

Il s'agit de calculer la division

$$\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}.$$

△

Activité : division par une fraction

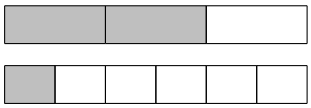
(a) Il faut partager 45 œufs en chocolat en 5 personnes. Combien d'œufs par personne ? Écrire le calcul effectué sous forme de fraction.

(b) Nous avons 45 œufs en chocolat avec lesquels il faut remplir des sachets. Chaque sachet peut contenir 5 œufs. Combien de sachets faut-il ? Écrire le calcul effectué sous forme de fraction.

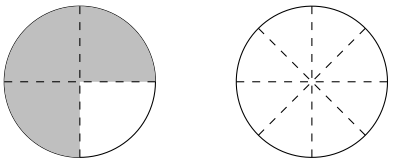
(c) Nous avons 15 L d'eau pour remplir des bouteilles de $\frac{1}{2}$ L. Combien de bouteilles faudra-t-il ?

(d) Combien de fois 5 rentre-t-il dans 15 ?

(e) Combien de fois 1/6 rentre-t-il dans 2/3 ?



(f) Combien peut-on faire de huitièmes de pizzas à partir de trois quarts de pizza ? Pour vous aider, voici un dessin de trois quart de pizzas et un dessin d'une pizza coupée en 8 :



(g) Calculer

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}.$$

À retenir
Diviser une fraction par le nombre $\frac{1}{b}$ revient à multiplier le numérateur par b.

À retenir
Au final la règle de division en écriture fractionnaire est :

$$\frac{a}{b} \div \frac{x}{y} = \frac{a}{b} \times \frac{y}{x}.$$

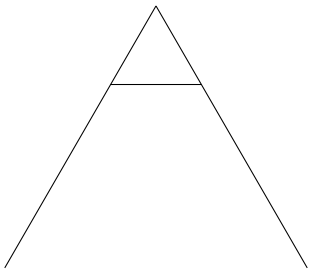
Français	Division	multiplication
Un tiers de 350	$350 \div 3 = \frac{350}{3}$	$350 \times \frac{1}{3}$
Un dixième de 14	$14 \div 10$	$14 \times \frac{1}{10}$
Un trente-deuxième de 4993	$4993 \div 32$	$4993 \times \frac{1}{32}$

Chapitre 8

Théorème de Thalès

Activité : la barre du A

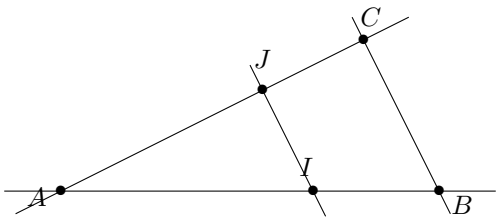
Baptiste le graphiste veut dessiner un «A» ayant à peu près la forme suivante :



À quelle hauteur doit-il placer la barre horizontale de son «A» de telle sorte que sa longueur soit le tiers de la base du «A» ?

Note : mettre les parallèles en couleur.

Théorème 8.1 (Théorème de Thalès)**.**
Les droites (IJ) *et* (CB) *sont parallèles et coupent les droites* (AC) *et* (AB)*.*



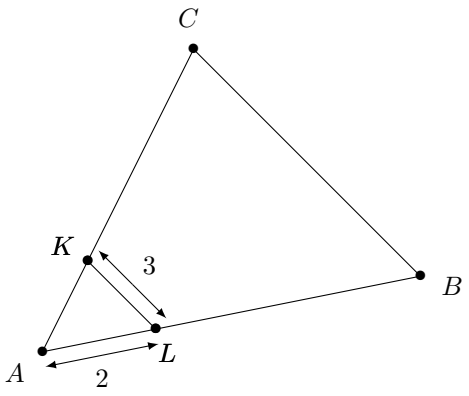
Alors nous avons les rapports de longueurs suivants :

$$\frac{AJ}{AC} = \frac{AI}{AB} = \frac{JI}{CB}.$$

Ce théorème permet de trouver quelque longueurs en en connaissant d'autres.

Exemple

Sur le dessin suivant, $AB = 12$ et la droite (KL) est parallèle à la droite (BC).



Quelle est la longueur du segment $[CB]$?

Nous écrivons les égalités du théorème de Thalès :

$$\frac{BA}{AL} = \frac{CB}{KL} = \frac{AB}{AL}$$

et nous remplaçons les données :

$$\frac{BA}{AL} = \frac{CB}{3} = \frac{12}{2}.$$

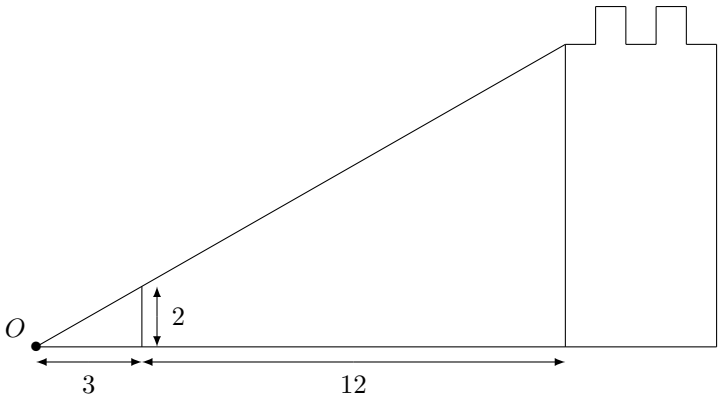
Donc $\frac{CB}{3} = 6$, ce qui donne $CB = 18$.

△

Activité : mesure de la hauteur d'une tour

Un architecte veut mesurer la hauteur d'une tour en ruine dont l'entrée est interdite. Il ne lui est donc pas possible d'accéder ni au pied de la tour ni au sommet de cette tour. À neuf heures, l'ombre de la tour arrive en un point O situé à 14 m de la base de la tour. L'architecte prend alors un bâton de 1 m de haut et remarque qu'en avançant de trois mètres, le haut du bâton reçoit tout juste les rayons du Soleil.

Le dessin suivant illustre la situation sans être à l'échelle.



Quelle est la hauteur de la tour ?

Chapitre 9

Calcul littéral (2)

9.1 Opposé d'une somme

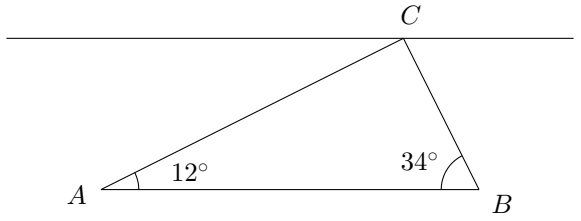
Activité : un peu de calcul mental

Activité à ne pas distribuer : écrire au tableau au fur et à mesure
Calculer mentalement :

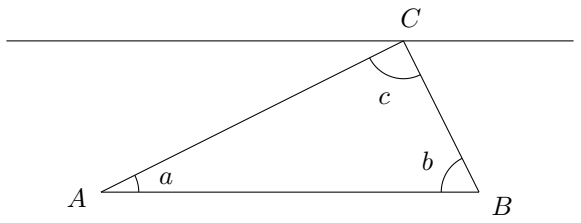
(a) $200 - 41$
(b) $100 - 34$
(c) $500 - 49$
(d) $330 - 31$

Activité : soustraire une somme

Sur la figure suivante nous avons tracé un triangle ABC et la droite parallèle à (AB) passant par C. Parmi les trois angles que l'on voit au point C, lequel fait $34°$? Est-il possible de déterminer la mesure des deux autres ?



Sur le dessin suivant, indiquer quels sont les angles égaux à a et à b.



Si a et b étaient connus, comment feriez-vous pour calculer l'angle c ?

À retenir

Ajouter une somme revient à ajouter chacun des termes :

$$a + (b + c) = a + b + c$$

pour tout nombres a, b et c.

Soustraire une somme revient à ajouter l'opposé de chacun des termes :

$$a - (b + c) = a - b - c.$$

Attention :

$$a + (b - c) = a + b - c$$

et

$$a - (b - c) = a - b + c.$$

Exemple

(a) $-(4 + 7) = -(11)$ et $-4 - 7 = -11$.
(b) $12 - (3 + 4) = 12 - 3 - 4 = 9 - 4 = 5$.
(c) $3x - (5 + x) = 3x - 5 - x = 2x - 5$.

△

Exemple

$$15 - (a + b) = 15 - a - b.$$

△

Activité : boîtes de bonbons et de biscuits

(a) On possède 36 bonbons et 18 biscuits, et on veut les emballer dans des boîtes identiques. Quel serait le contenu d'une boîte, et combien de telles boîtes pourra-t-on faire ?
(b) Parmi les expressions suivantes, lesquelles sont égales à $18a + 36b$?
  (b1) $6(6a + 3b)$.
  (b2) $18(a + b)$
  (b3) $18a \times (a + 2b)$
  (b4) $18(a + 2b)$

9.2 Factorisation

Activité : un peu de calcul mental

Activité à ne pas imprimer, mais à écrire au fur et à mesure au tableau :
Calculer

(a) 30×21
(b) 32×21

Cette activité est à faire en groupe :

Activité : le produit du milieu

Soit le petit programme de calcul
— Écrire quatre nombres entiers consécutifs,
— calculer le produit du plus grand par le plus petit,
— calculer que le produit des deux nombres du milieu,
— soustraire le premier produit au second.

(a) Effectuer ce programme pour quelque choix de nombres.
(b) Émettre une conjecture.
(c) Démontrer.

de [24]

9.3 Double distributivité

Propriété
Si a, b, c et d sont des nombres, alors

$$(a+b)(c+d) = ac + ad \quad + \quad bc + bd.$$

Démonstration. Il s'agit d'utiliser plusieurs fois la formule de distribution :

$$\begin{aligned} (a+b) \times \boxed{(c+d)} &= a \times \boxed{(c+d)} && + && b \times \boxed{(c+d)} \\ &= ac + ad && + && bc + bd. \end{aligned}$$

□

Exemple
Pour calculer 32×23 on peut faire

$$\begin{aligned} 32 \times 21 &= (30+2) \times (20+3) \\ &= 30 \times 20 + 30 \times 3 + 2 \times 20 + 2 \times 3 \\ &= 600 + 90 + 40 + 6 \\ &= 736 \end{aligned}$$

△

9.4 Élargissement de rectangle

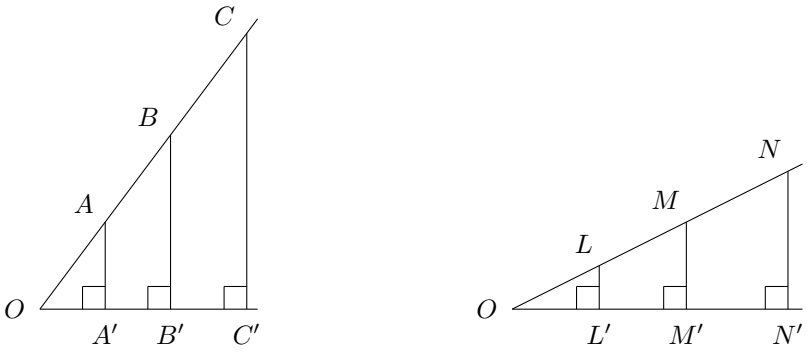
Parler ici du fameux dessin de rectangle élargi dans les deux sens sur lequel on voit les quatre termes de la double distributivité.

Chapitre 10

Cosinus d'un angle aigu

Activité : mieux que Thalès ?

À propos des dessins suivants,



Marte a écrit :

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OC'}{OC}$$

(a) Est-ce correct ?
(b) Quelle égalité du même type peut-on écrire pour le second dessin ?
(c) Est-ce que les deux séries de deux égalités que nous venons d'écrire sont égales entre elles ?

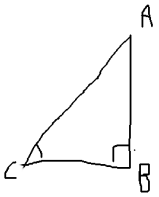
Montrer avec géogébra : interact/cosinus_triple.ggb

10.1 Cosinus

D'abord un peu de vocabulaire

Définition[13]
Dans un triangle rectangle,
(a) l'**hypoténuse** est le côté opposé à l'angle droit (c'est le plus long des trois côtés) ;
(b) le côté **adjacent** à un angle aigu est le côté de cet angle qui n'est pas l'hypoténuse.

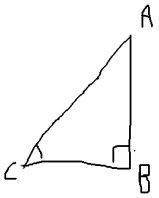
Exemple
Dans le triangle



Le côté adjacent à l'angle $\hat{C}$ est le côté $[CB]$. △

Définition[13]
Dans un triangle rectangle, le **cosinus** d'un angle aigu est le quotient de la longueur du côté adjacent à cet angle par la longueur de l'hypoténuse.

Exemple
Dans le triangle



le cosinus de l'angle $\widehat{ACB}$ est le nombre

$$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{CB}{CA}.$$

△

Activité : un toboggan pas trop incliné

(a) Un concepteur de toboggan aquatique veut en faire un particulièrement raide : une descente de 5 m de long avec un angle de 52° avec l'horizontale. À quelle hauteur doit commencer la descente ?

(b) Un concepteur de jeu pour enfant veut créer un toboggan dont la longueur sera de 3 m pour un dénivelé (vertical) de 1.5 m. Quel sera l'angle de descente ?

10.2 Calculatrice

À retenir
Pour savoir le cosinus d'un angle, il y a la touche `cos` de la calculatrice. Pour savoir l'angle dont le cosinus est donné, il y a la touche `cos^-1`.

Afin de vérifier si la calculatrice est en degré, vérifier une des égalités suivantes :

(a) $\cos(90) = 0$. En radian cela donne environ -0.448.

(b) $\cos(60) = 0.5$. En radian cela donne environ -0.952.

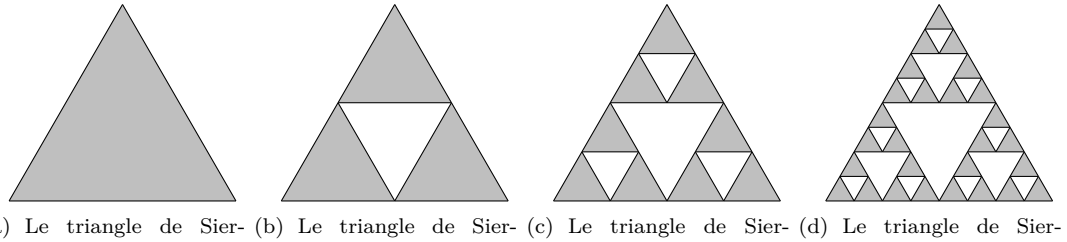
Chapitre 11

Puissances

Activité : triangle de Sierpiński

Les triangles de Sierpiński se construisent de la façon suivante : le triangle de Sierpiński numéro zéro est un simple triangle gris. Les suivants s'obtiennent en supprimant à chaque étape le triangle «central» de chacun de triangles gris formant l'étape précédente.

En voici quelque uns :

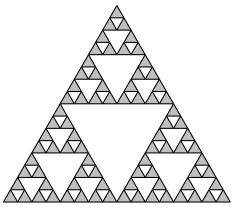


(a) Le triangle de Sierpinski numéro 0

(b) Le triangle de Sierpinski numéro 1

(c) Le triangle de Sierpinski numéro 2

(d) Le triangle de Sierpinski numéro 3



(e) Le triangle de Sierpinski numéro 4

FIGURE 11.1 – Quelque triangles de Sierpiński

(a) De combien de triangles gris est formé le triangle de Sierpiński numéro 1, 2, 3 ?

(b) De combien de triangles gris est formé le triangle de Sierpiński numéro 5, 10, 20 ?

11.1 Puissances positives

Définition
Pour tout nombre entier positif n et tout nombre relatif a, on note

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}.$$

Propriété
Si a est un nombre relatif et si n et m sont positifs,

$$a^n \times a^m = a^{m+n}.$$

Activité : puissances négatives

(a) Par combien doit-on diviser 5^8 pour obtenir 5^7 ?
(b) Combien vaut $3^{12} \div 3^4$?
(c) Combien vaut $7^6 \div 7^6$?

11.2 Puissances négatives

Pour la cohérence, on définit :

Définition
Pour tout nombre a, on définit

$$a^0 = 1.$$

et pour tout entier positif n,

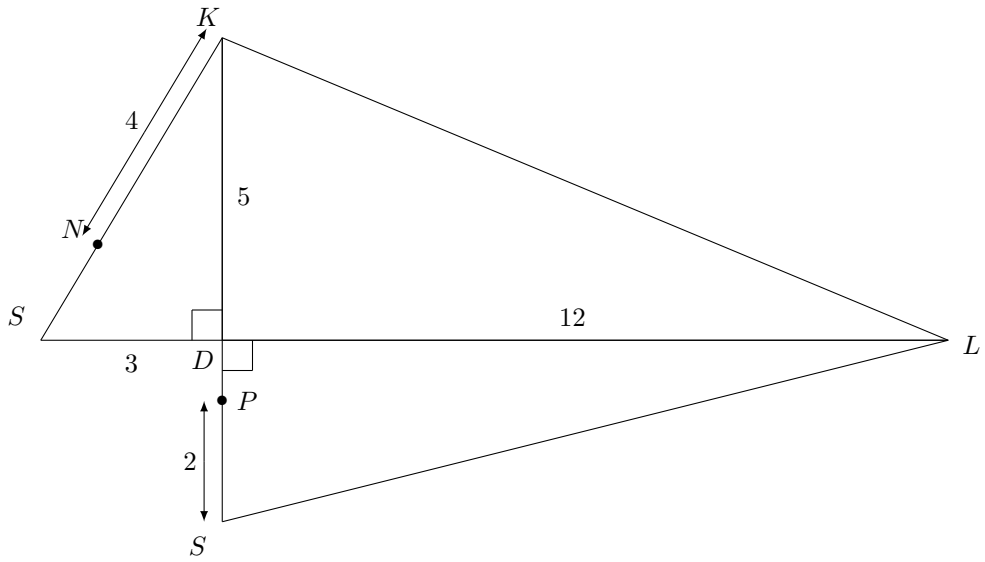
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Chapitre 12

Pyramides et cônes

Activité : Sur une pyramide

Recopier et compléter le patron suivant de pyramide.



Quelle est la distance à parcourir *sur la pyramide* pour aller de P à N ?

12.1 Pyramide

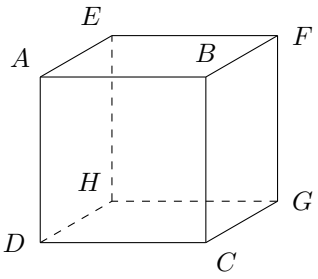
Définition[13]
Une **pyramide** est un solide dont :
- une face est un polygone appelée la **base** de la pyramide ;
- les autres faces, appelées faces latérales, sont des triangles qui ont un sommet commun, appelé le sommet de la pyramide.

Définition[13]

- La hauteur d'une pyramide est le segment issu de son sommet et perpendiculaire à la base.
- Une arête latérale est un segment joignant les sommets de la base au sommet de la pyramide.

Volume d'une pyramide

Ceci est un cube de 5 cm de côté.



(a) Construire un patron de la pyramide dont la base est la face $HGCD$ et dont le sommet est F.

(b) Combien de telles pyramides peut-on faire rentrer dans le cube ?

(c) Quel est le volume de la pyramide ?

De [13]

12.2 Volume

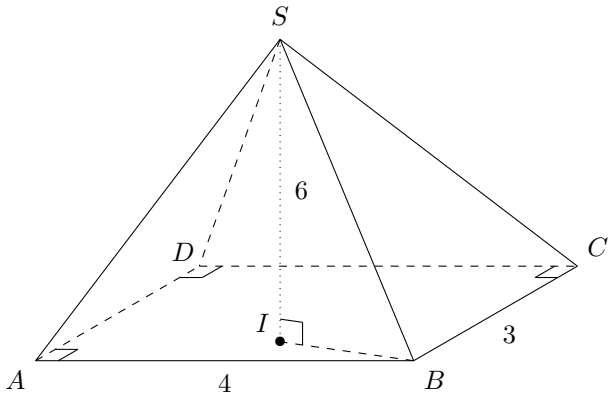
Propriété
Le volume d'une pyramide est donné par la formule

$$\text{Volume} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}.$$

Cette formule fonctionne pour toutes les pyramides, mais aussi pour les cônes.

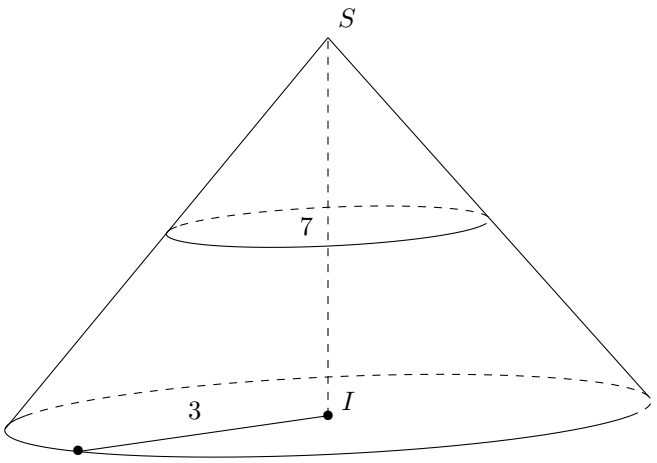
Exemple
Le volume d'une pyramide à base rectangulaire de dimensions $4\,\text{cm} \times 3\,\text{cm}$ et de hauteur $6\,\text{cm}$.

— Aire de la base :
— Hauteur :
— Volume :



△

Exemple
Le volume de



— L'aire de la base est $\pi \times 3^2 = 9\pi$,
— la hauteur est 7,
— le volume est :

$$\frac{9 \times \pi \times 7}{3} = 21\pi.$$

△

Activité : Patron d'un cône

Ceci est un petit cône en papier :



(a) Comment réalise-t-on ce pliage ? Le faire.
(b) Comment découper le papier pour obtenir au bout du compte un cône dont le rayon de la base soit 3 cm et la hauteur 4 cm ?

12.3 Cône de révolution

Définition[13]
Un **cône de révolution** est un solide généré par un triangle rectangle en rotation autour d'un des côtés de son angle droit.

12.4 Note pour moi

Indice pour l'exercice 535(b). Quelle est la nature du triangle CGI ? Déterminer toutes ses mesures, et surtout sa hauteur.

Chapitre 13

Triangles rectangles

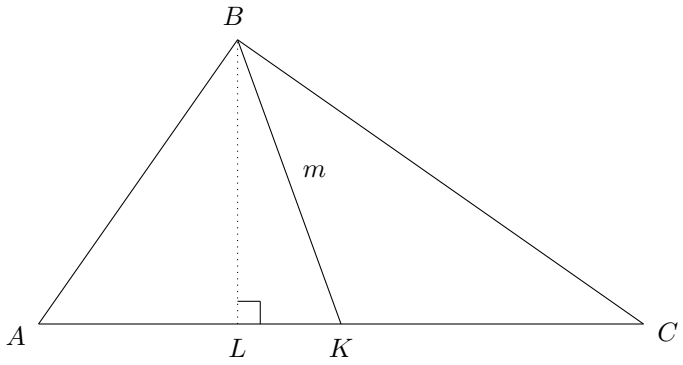
Activité : des triangles rectangles

Tracer un segment sur une feuille de papier. Êtes-vous capable de tracer un triangle rectangle dont ce segment est l'hypoténuse ? Un autre ? Encore un autre ? Et encore et encore ...

Faire la construction géogébra en direct, et dire que la démonstration est disponible pour qui veut.

Activité : la démonstration pour ceux que ça intéresse

Voici un triangle rectangle en B :



Le point K est le milieu de l'hypoténuse $[AC]$. Nous donnons les longueurs $AC = 2$, $LK = x$ et $LB = y$.
Le but est de montrer que m est le moitié de l'hypoténuse, c'est à dire $m = 1$.

(a) Exprimer les longueurs AL et KC en fonction de x et y.

(b) Quel segment a pour carré de la longueur le nombre $x^2 + y^2$?

(c) Exprimer les longueurs AB et BC en termes de x et y. (écrire les égalités de Pythagore dans ALB et LCB)

(d) Écrire l'égalité de Pythagore dans le triangle ABC.

(e) Remplacer dans l'égalité de Pythagore toutes les mesures en termes de x et y.

(f) Calculer beaucoup et déduire que $m = 1$.

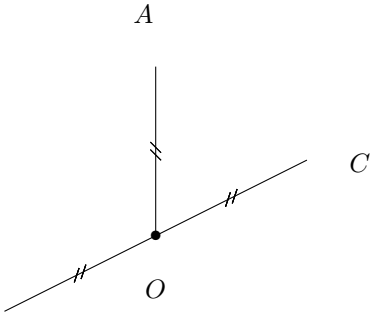
Aide : on peut utiliser l'égalité $(1 - x)^2 + (1 + x)^2 = 2 + 2x^2$.

13.1 Cercle circonscrit

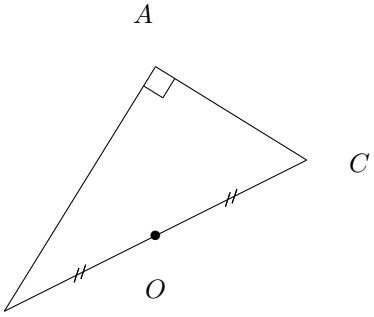
Propriété
Un triangle ABC est rectangle en A si et seulement si le point A est sur le cercle de diamètre $[BC]$.

Autrement dit :

— Un triangle ABC est rectangle en A si le point A est sur le cercle de diamètre $[BC]$.

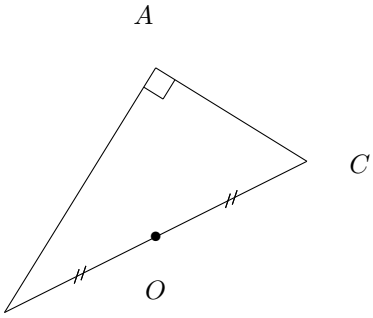


Si on a B

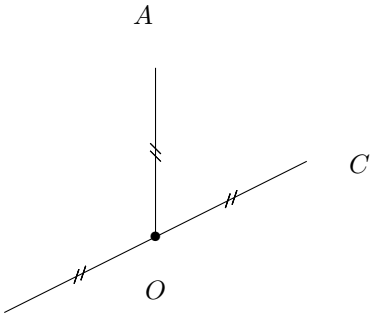


alors on a B

— Un triangle ABC est rectangle en A seulement si le point A est sur le cercle de diamètre $[BC]$.

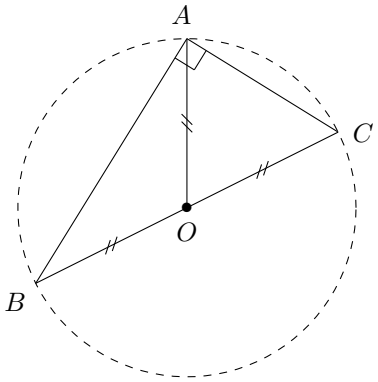


Si on a B



alors on a B

Au final on a le dessin très synthétique suivant :



Chapitre 14

Équations

Note pour moi : donner l'exercice 541 en DM en guise d'introduction à ce chapitre.

Activité : partage inégal

Trois personnes se partagent la somme de 316 £. On veut trouver la part de chacune sachant que la seconde a 32 £ de plus que la première et que la troisième a 15 £ de plus que la seconde.

Réaliser au choix une des deux questions suivantes :

(a) Soit x la part de la première personne. Mettre ce problème en équation et le résoudre.

(b) Soit x la part de la deuxième personne. Mettre ce problème en équation et le résoudre.

De [13]

14.1 Vocabulaire

Définition[13]
Une **équation** est une expression dans laquelle il y a toujours un signe égal et une ou plusieurs inconnues.

Définition[13]
Résoudre une équation d'inconnue x, c'est déterminer toutes les valeurs de x (si elles existent) pour que l'égalité soit vraie. Chacune de ces valeurs est appelée **solution** de l'équation.

Exemple
Est-ce que le nombre 3 est solution de l'équation $x^2 - 2x - 5 = 3$? Il suffit de remplacer x par la valeur proposée et vérifier si l'égalité est vérifiée :

$$3^2 - 2 \times 3 - 5 = -2$$

vu que cela n'est pas égal à 3, $x = 3$ n'est pas solution.

Est-ce que $x = 2$ est une solution ? Oui. △

14.2 Résolution d'une équation du premier degré

Si a, b et c sont des nombres (donnés) et si x est un nombre à trouver pour résoudre

$$a \times x + b = c,$$

on fait :

(a) $ax + b = c$

(b) $ax = c - b$

(c) $x = \frac{c-b}{a}$.

Exemple
Résoudre

$$5 \times x + 9 = 44.$$

(a) $5x + 9 = 44$
(b) $5x = 44 - 9$
(c) $5x = 35$
(d) $x = 7$.

△

14.3 Interprétation du résultat

En groupe :

Activité : le double de l'âge

Problème 1 Sylvia a sept ans de plus que sa sœur Rose. Dans 10 ans, Sylvia aura le double de l'âge de Rose. Quel est l'âge de Rose ? Appeler x l'âge de Rose.

Problème 2 En 2000, Paul avait 10 ans et Louis 17 ans. En quelle année, l'âge de Louis a-t-il été le double de l'âge de Paul ? Appeler x la différence entre cette année et 2000.

(a) Mettre chacun des deux problèmes en équation.
(b) Résoudre ces équations
(c) En déduire la solution de chacun des problèmes

De [13]

Chapitre 15

Moyennes

Ce chapitre est vide pour l'instant. Et va le rester parce que nous inversons la classe. À copier : la page 136 du livre.

Activité : moyenne pondérée

On a demandé, à un groupe de 50 étudiants, le montant mensuel (en euros) de leur abonnement de téléphone portable. En voici le détail :

23	14	14	36	36	41	18	36	18	36
23	32	23	41	18	18	36	27	36	27
23	32	18	32	27	36	36	36	36	32
41	14	41	23	14	41	18	27	36	41
14	14	36	32	27	14	36	27	27	27

(a) Calculer le montant mensuel moyen, en euros, de l'abonnement téléphonique de ces 50 étudiants.

(b) Construis et remplis un tableau pour lire plus facilement ces données.

(c) Comment calculer le montant mensuel moyen de l'abonnement téléphonique de ce groupe à partir de ce tableau ? Justifie.

De [13]

Activité : calculer sa moyenne

Le but de cette activité est d'apprendre à calculer la moyenne de plusieurs devoirs avec des coefficients. Dans la suite, toutes les notes sont équivalentes à une note sur 20.

(a) Sans coefficients. Un devoir $\frac{12}{20}$ et un devoir $\frac{10}{20}$.

(b) Sans coefficients. Un devoir $\frac{12}{20}$ et un devoir $\frac{5}{10}$.

(c) Avec coefficients. Un devoir $\frac{12}{20}$ coefficient 2 et un devoir $\frac{10}{20}$ coefficient 1.

(d) Le même que le précédent, mais avec des coefficients 0.2 et 0.1.

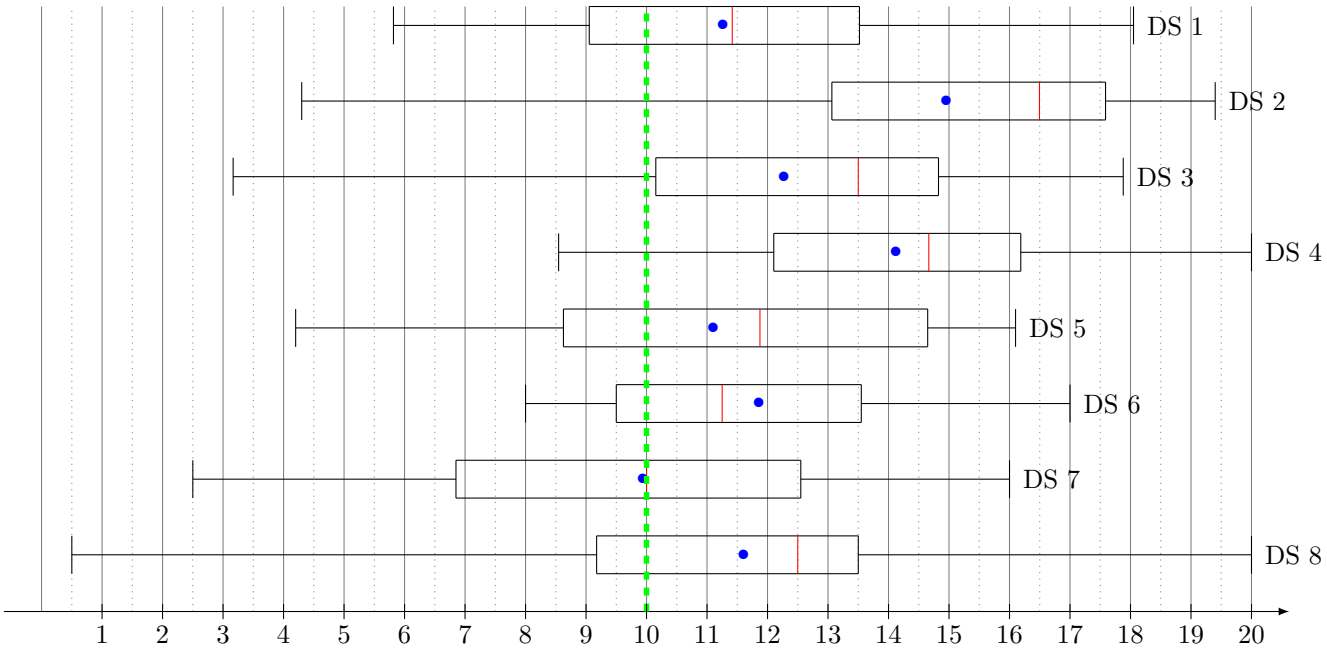
(e) Encore le même, mais avec des coefficients 50 et 25 (holala les coefficients géants ! !)

Chapitre 16

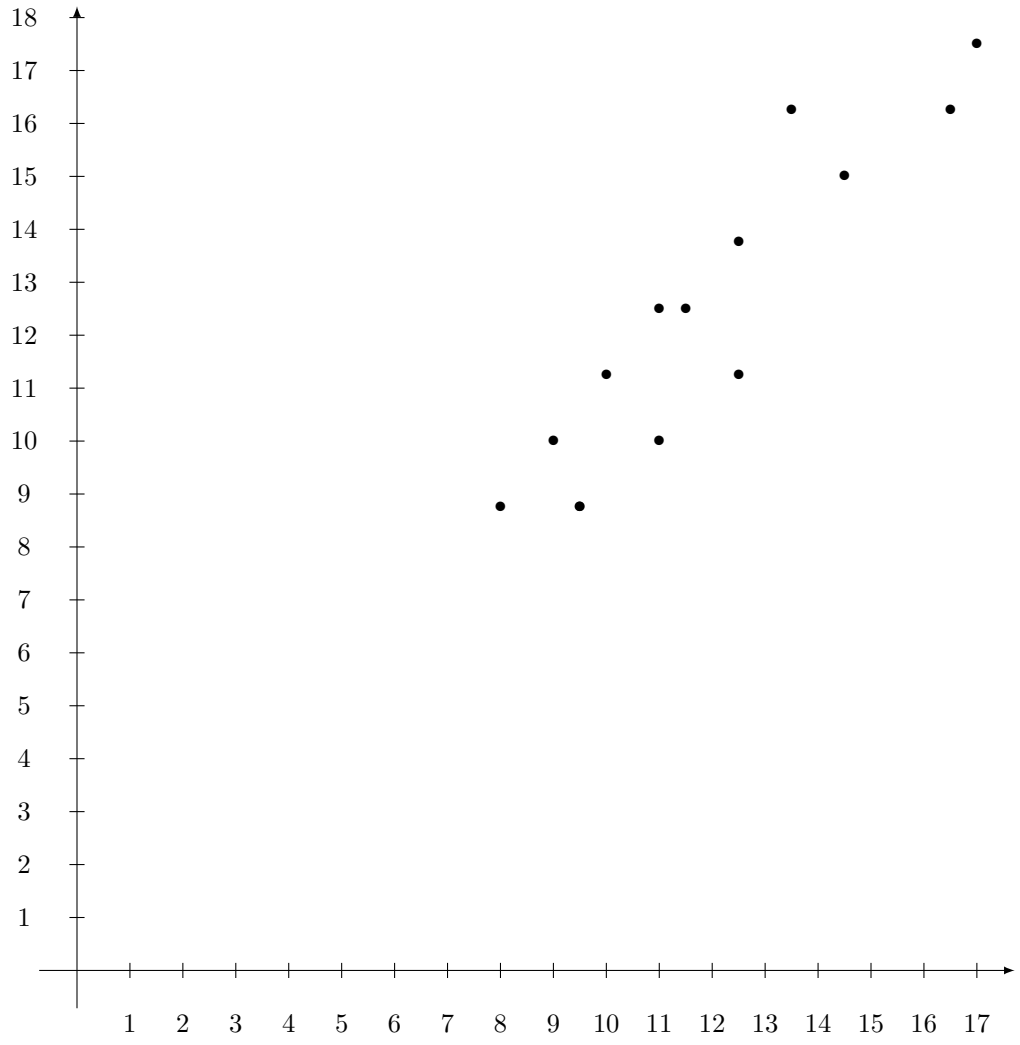
Statistiques devoirs

16.1 Exemples : les devoirs

Quelque statistiques sur les devoirs de 4A. La croix indique la moyenne.



Et pour le couplage notes/compétences :


18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17

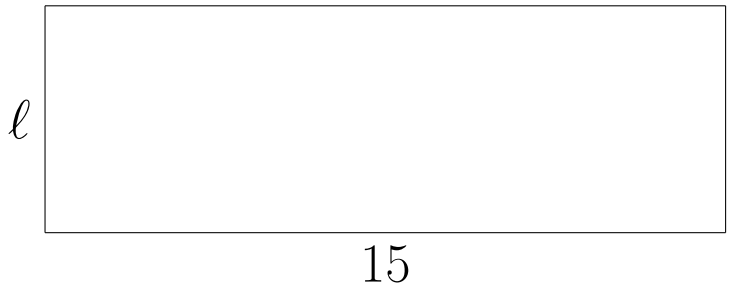
Chapitre 17

Activités mentales (quatrième)

17.0.a Activité mentale 1001

Activité mentale 1001

Question 1



Le périmètre du rectangle est

(a) $2 \times 15 + \ell$

(b) $15 \times \ell$

(c) $2 \times (15 + \ell)$

Activité mentale 1001

Question 2

(a) $250\,\mathrm{cm} = \ldots\,\mathrm{m}$

(b) $1\,\mathrm{L} = \ldots\,\mathrm{dm}^3$

(c) $1\,\mathrm{h} = \ldots\,\mathrm{s}$

Activité mentale 1001
Question 3

Vrai ou faux ?

(a) Si un stylo coûte 1.5 euros, alors trois stylos coûtent 4.5 euros.

(b) Le quadruple d'un nombre x s'écrit $4 \times x$.

(c) Si j'ai x pièces de 1 centime, alors j'ai $x - 100$ euros.

Activité mentale 1001

Question 4

Calculs

(a) Combien vaut $7 \times a$ si $a = 9$?

(b) Combien vaut $2 \times b + 5$ si $b = 3$?

(c) Combien vaut $7 \times a + b$ si $a = 2$ et $b = 6$?

C’est tout pour aujourd’hui

17.0.b Activité mentale 1002

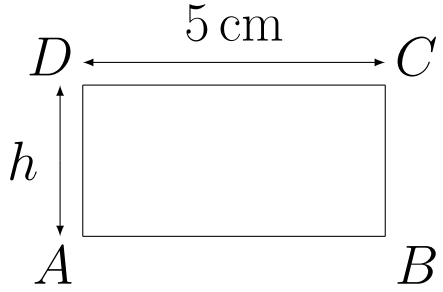
Activité mentale 1002

Question 1

Quelle est la circonférence d'un cercle de rayon 2 cm ? (rappel : la formule est $2 \times \pi \times R$) ?

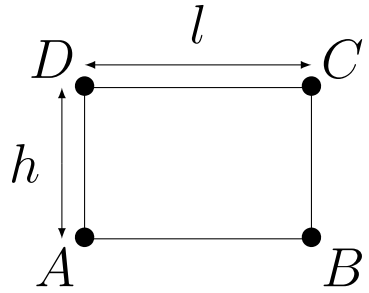
Activité mentale 1002
Question 2

(a) L'aire de ce rectangle est de $20\,\mathrm{cm}^2$.



Que vaut sa hauteur h ?

(b) L'aire de ce rectangle est de $20\,\mathrm{cm}^2$.



Que vaut sa hauteur h en fonction de sa longueur l ?

Activité mentale 1002

Question 3

Vrai ou faux ?

(a) $8.7^2 > 87$

(b) Pour tout entier n, le nombre $3n$ est dans la table de 6.

(c)

$$\frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}.$$

C'est tout pour aujourd'hui

17.0.c Activité mentale 1003

Activité mentale 1003

Question 1

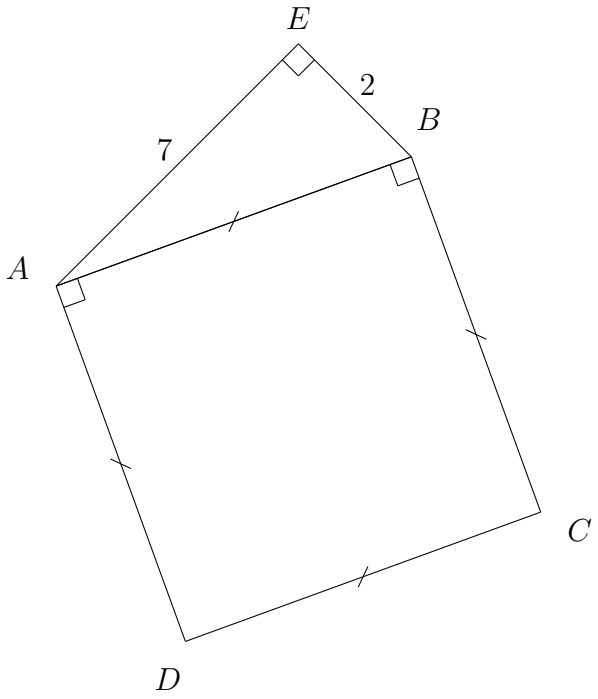
Calculer

(a) 30×22

(b) 32×22

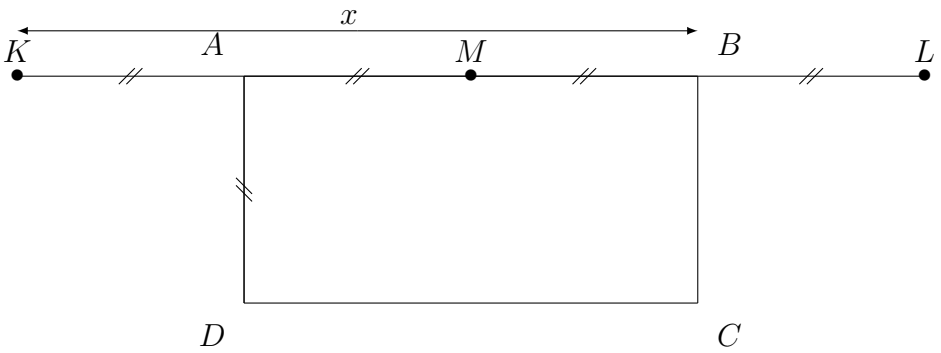
Activité mentale 1003
Question 2

Quelle est l'aire de cette figure ?



Activité mentale 1003
Question 3

Déterminer l'aire du rectangle $ABCD$ en fonction de x :

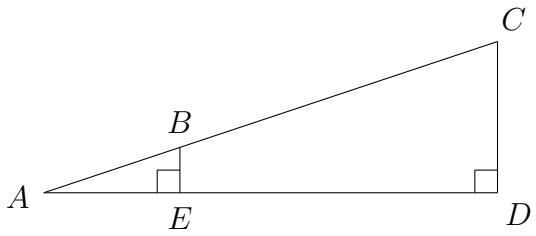


C’est tout pour aujourd’hui

17.0.d Activité mentale 1004

Activité mentale 1004

Question 1



Compléter les pointillés :

(a) $\dfrac{\ldots}{AE} = \dfrac{AC}{AB}$

(b) $CD \times AE = \ldots \times AD$

Activité mentale 1004
Question 2

Développer :

(a) $3 \times (a + 2)$

(b) $7 \times (1 - 4a)$

(c) $(a + 1) \times (a + 2)$

Activité mentale 1004
Question 3

L'aire d'un cercle de rayon R est de $20\,\text{cm}^2$. Quelle formule est correcte ?

(a) $20 = 2\pi R$

(b) $\pi = \dfrac{20}{R^2}$

(c) $R^2 = 20 \times \pi$

C'est tout pour aujourd'hui

17.0.e Activité mentale 1005

Activité mentale 1005

Question 1

Factoriser :

(a) $5a + 10$

(b) $3a^2 + 9a$

Activité mentale 1005

Question 2

Quelle est la valeur de

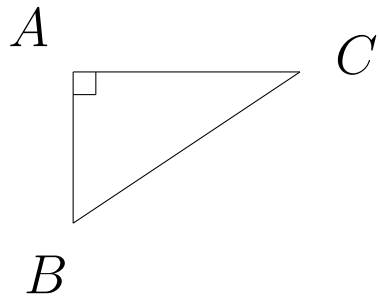
$$s \times (s + 9)$$

si $s = -3$?

Activité mentale 1005
Question 3

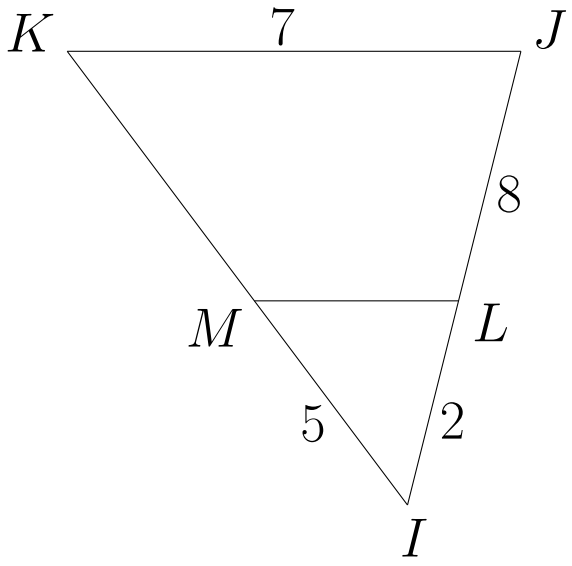
Vrai ou faux ?

Si ABC est un triangle rectangle en A, et si $AB = 4$ et $BC = 10$ alors $AC > 8$.



Activité mentale 1005
Question 4

$(ML) \parallel (KJ)$.



(a) $IK = \ldots$

(b) $KM = \ldots$

C'est tout pour aujourd'hui

17.0.f Activité mentale 1006

Activité mentale 1006

Question 1

Développer et réduire :

(a)

$$5 \times (12 - x)$$

(b)

$$5 \times (12 - x) + x$$

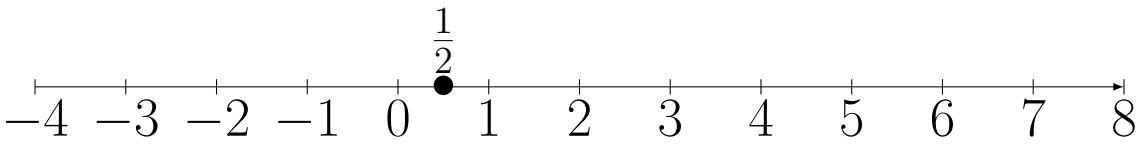
Activité mentale 1006
Question 2

Calculer :

(a) $7 - 5$

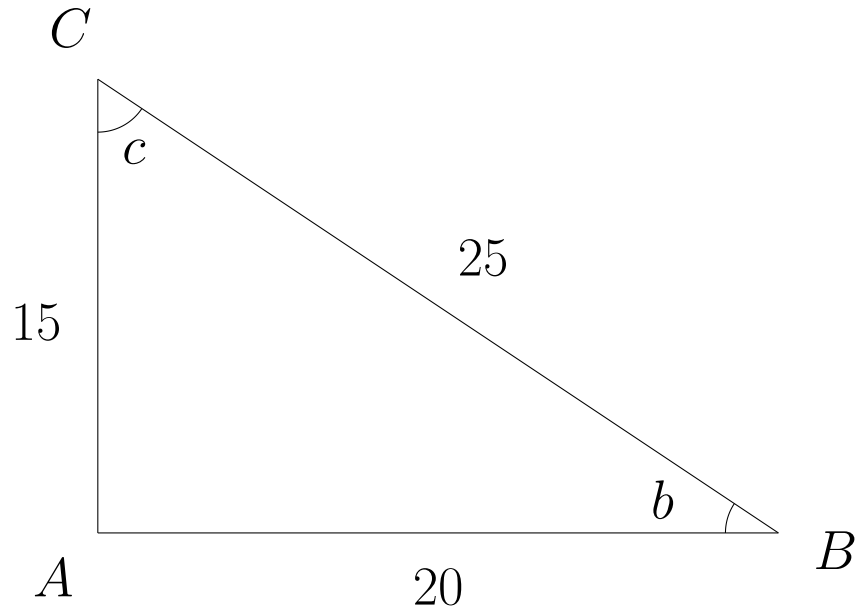
(b) $5 - 7$

(c) $\frac{1}{2} - 1$



Activité mentale 1006

Question 3



$\cos(b) = \ldots$

$\cos(c) = \ldots$

C’est tout pour aujourd’hui

17.0.g Activité mentale 1007

Activité mentale 1007

Question 1

Classer dans l'ordre croissant : 6^5, 8^8, 7^5, 7^8.

Activité mentale 1007

Question 2

Réduire :

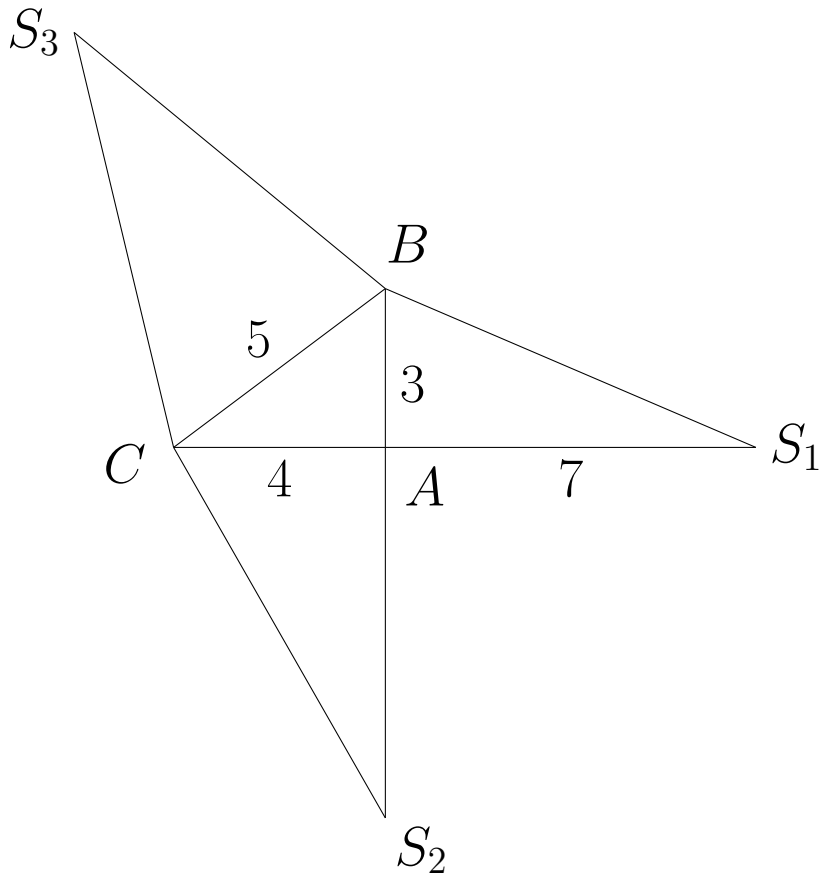
(a) $5x + 3x$

(b) $7x - 2x$

(c) $3k - 1 + k$

Activité mentale 1007
Question 3

Ceci est un patron d'une pyramide.



(a) Quelle est la longueur S_2A ?

(b) Quelle est la hauteur de la pyramide ?

C'est tout pour aujourd'hui

17.0.h Activité mentale 1008

Activité mentale 1008

Question 1

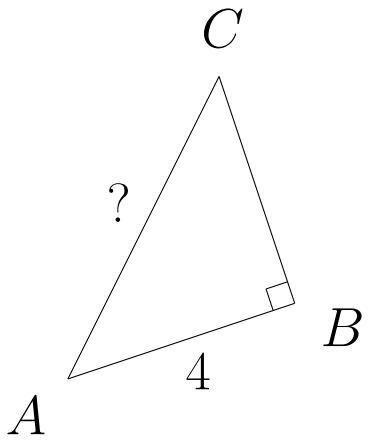
Calculer :

$$\frac{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}{7 \times 7 \times 7 \times 7}$$

Activité mentale 1008

Question 2

En sachant que $\cos(\hat{A}) = \frac{1}{2}$.



Activité mentale 1008

Question 3

Développer :

(a) $3 \times (x + 4)$

(b) $(x - 1) \times 2$

C’est tout pour aujourd’hui

17.0.i Activité mentale 1009

Activité mentale 1009

Question 1

La base d'une pyramide est un carré. Donner

(a) le nombre d'arêtes,

(b) le nombre faces,

(c) le nombre de sommets.

Activité mentale 1009
Question 2

(a) Calculer :

$$7 \times 0.81 + 0.19 \times 7$$

(b) Développer et simplifier :

$$(a - 1) \times (3 + x)$$

Activité mentale 1009
Question 3

Compléter :

(a) $2 - 5 = \ldots$

(b) $(-3) \times \ldots = 12$

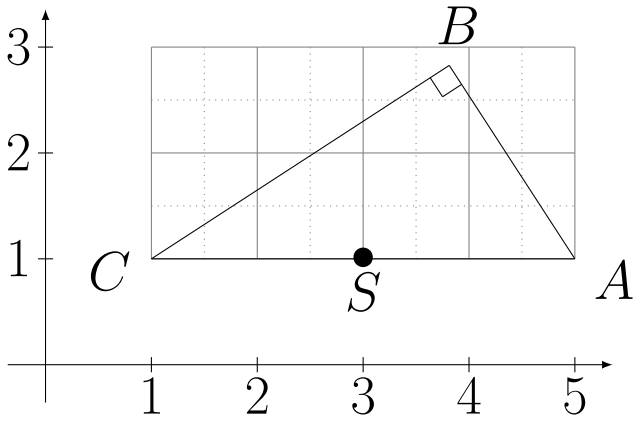
(c) $\ldots \times 7 = 3$

C'est tout pour aujourd'hui

17.0.j Activité mentale 1010

Activité mentale 1010

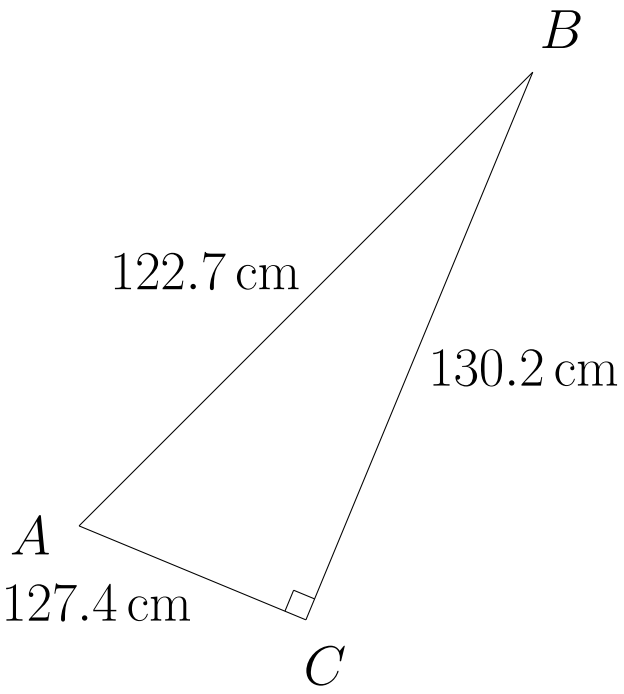
Question 1



Longueur du segment $[SB]$?

Activité mentale 1010
Question 2

Possible ?



Activité mentale 1010
Question 3

Vrai ou faux ?

(a) Il est possible de tracer un triangle ABC rectangle en B tel que $\cos(\widehat{ACB}) = \frac{9}{5}$.

(b) Quelle que soit la valeur de x, le nombre $2 \times x$ est un nombre pair.

C’est tout pour aujourd’hui

17.0.k Activité mentale 1011

Activité mentale 1011

Question 1

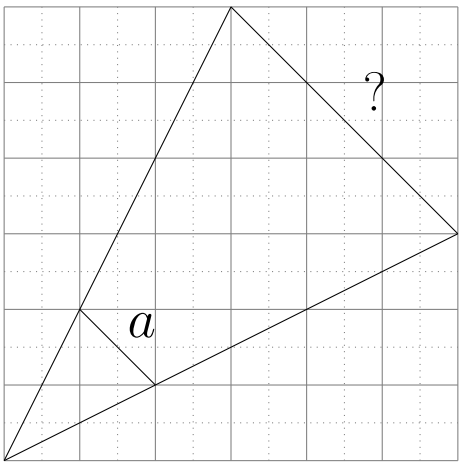
Laquelle de ces deux égalités est correcte si $x = -100$?

(a) $100 - x = 0$

(b) $x + 100 = 0$

Activité mentale 1011
Question 2

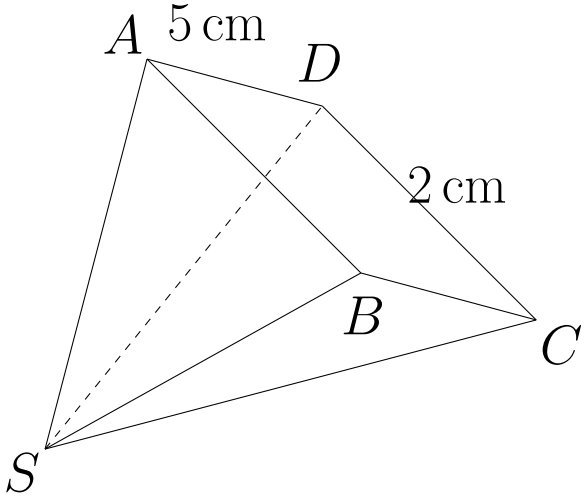
La longueur fonction de a.



Activité mentale 1011

Question 3

Le volume de cette pyramide à base rectangulaire est $20\,\text{cm}^3$.



Quelle est sa hauteur ?

C'est tout pour aujourd'hui

17.0.l Activité mentale 1012

Activité mentale 1012

Question 1

Résoudre les équations suivantes :

(a)

$$2x = 8$$

(b)

$$2 = \frac{12}{x}$$

(c)

$$x + 7 = -10$$

Activité mentale 1012

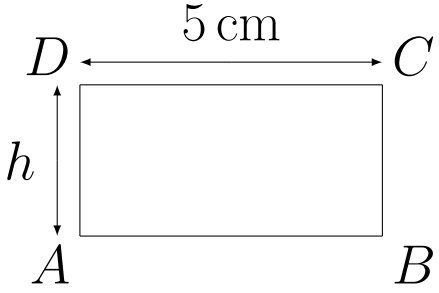
Question 2

Si 200 g de chocolat coûtent un euro, combien coûtent 1.5 kg ?

Activité mentale 1012

Question 3

L'aire de ce rectangle est de $20\,\text{cm}^2$.



Que vaut sa hauteur h ?

C’est tout pour aujourd’hui

17.0.m Activité mentale 1013

Activité mentale 1013

Question 1

Si

$$55 = \frac{127}{a},$$

combien vaut a ?

(a) 55×127

(b) $55 \div 127$

(c) $127 \div 55$.

Activité mentale 1013
Question 2

Frédérique remarque que sa liste de lecture de 40 pistes dure 4 h et 40 min.

Quelle est la durée moyenne d'une piste ?

Activité mentale 1013
Question 3

Si $x > 5$, alors

(a) $x + 3 < x + 5$

(b) $\dfrac{x}{2} > 10$

(c) $2x > 10$

C'est tout pour aujourd'hui

17.0.n Activité mentale 1014

Activité mentale 1014

Question 1

Quel est l'intrus ?

(a) 25%

(b) $\dfrac{1}{25}$

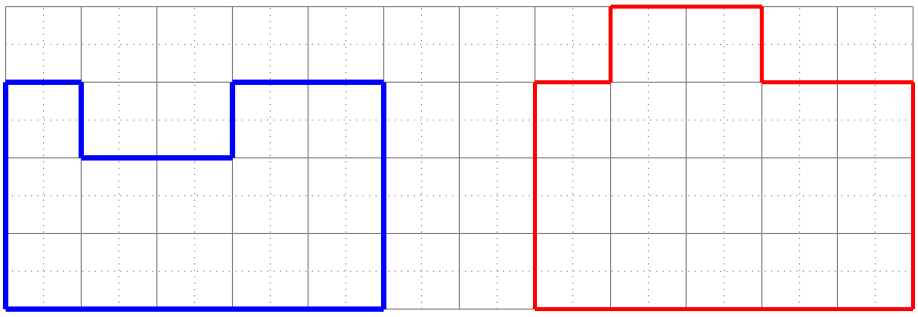
(c) 0.25

(d) $\dfrac{25}{100}$

(e) $\dfrac{50}{200}$

Activité mentale 1014

Question 2



(a) Lequel des deux périmètres est le plus grand ?

(b) Laquelle des deux aires est la plus grande ?

Activité mentale 1014
Question 3

Vrai ou faux ?

(a) Si $x > 10$ alors $x + 5 > 14$

(b) Si x est un nombre quelconque alors $x+3$ est plus grand que 2.

C’est tout pour aujourd’hui

17.1 Pour plus tard

Activité mentale 1014
Question 4

Si $x > -5$ alors (vrai ou faux ?)

(a) $3x > -15$

(b) $x - 2 > -3$

(c) $-x < 5$

Chapitre 18

Les questions posées en évaluation (quatrième)

18.1 Petite interro

Exercice 335
Calculer :
(a) $(-1) + (-7) = \dots$
(b) $(-4) \times 4 = \dots$
(c) $(+5) - (+7) = \dots$
(d) $\dfrac{9}{-3} = \dots$
(e) $(-12) \times (-2) = \dots$
Correction à la page 994.
Exercice 336
Calculer :
(a) $(+5) \times (-12) = \dots$
(b) $\dfrac{12}{-4} = \dots$
(c) $(-4) \times (-5) = \dots$
(d) $(+10) - (+14) = \dots$
(e) $(-9) + (-3) = \dots$
Correction à la page 994.

18.2 Devoir surveillé, 29 septembre 2014

Exercice 337 . . . /2
Parmi les expressions suivantes, lesquelles sont égales à $-\dfrac{6}{7}$?

(a) $\dfrac{6}{-7}$
(b) -0.87
(c) $-(6 \div 7)$
(d) $\dfrac{7}{6}$.

Correction à la page 994.
Exercice 338 . . . /2.5
Compléter les égalités :

(a) $(-5) + 3 = \dots$
(b) $4 - (-7) = \dots$
(c) $1 + (- \dots) = -1$
(d) $(-2) \times (-3) = \dots$
(e) $\dfrac{-6}{\dots} = 2$

Correction à la page 994.
Exercice 339 . . . /5
Nous considérons l'enchaînement d'opérations suivant :

— Choisir un nombre entier.
— ajouter 7,
— multiplier par 3,
— soustraire 21.

(a) Donner le résultat de cet enchaînement lorsque le nombre choisi est 3, 10 et 12.

(b) Quel semble être le lien entre le nombre choisi et le résultat ? Démontrer.

(c) Combien obtient-t-on en choisissant 7001 ?

(d) Quel nombre faut-il choisir au départ pour obtenir 21 ?

Correction à la page 995.

Exercice 340 .../4

Pour chacun des deux énoncés suivant, donner la réciproque et dire, en justifiant par une propriété ou un contre-exemple, si elle est vraie ou fausse.

(a) Un quadrilatère ayant deux diagonales perpendiculaires est un carré.

(b) Si un nombre est décimal alors il peut être écrit sous forme fractionnaire.

Correction à la page 995.

Exercice 341 .../3

Un nombre divisible en même temps par 3 et par 7 est un multiple de 42. Cet énoncé est faux ; le(s)quel(s) des nombres suivants donne un contre-exemple ? Expliquez votre choix.

(a) 21
(b) 42
(c) 126
(d) 63

Correction à la page 996.

Exercice 342 .../3.5

Ève l'élève doit calculer la fraction

$$\frac{4+5\times 2}{6+1}$$

et tape la séquence suivante sur sa calculatrice :

$$\boxed{4}\boxed{+}\boxed{5}\boxed{\times}\boxed{2}\boxed{\div}\boxed{6}\boxed{+}\boxed{1}$$

Est-ce correct ? Si oui, donner la valeur obtenue ; sinon, placer des parenthèses de telle sorte à obtenir le bon résultat.

Correction à la page 996.

18.3 Devoir surveillé, 17 octobre 2014

Exercice 343

Calculer les expressions suivantes :

(a) $15+(-5)$
(b) $\dfrac{-8}{2}$
(c) $(-1)\times(-8)$
(d) $8\div(-2)$
(e) $-5+15$

Correction à la page 996.

Exercice 344

Que valent les expressions suivantes lorsque $a=3$ et $b=-2$?

(a) $2a$
(b) $7b$
(c) $3\times a+4$
(d) $-4\times a$
(e) $\dfrac{a\times b}{-12}$

Pour la question (e), simplifier la fraction obtenue.

Correction à la page 996.

Exercice 345

Exprimer les phrases suivantes sous la forme «si ... alors ... »

(a) Lorsqu'il pleut, il y a des nuages.

(b) Un parallélogramme possède deux diagonales de même longueurs.

En s'appuyant sur les affirmations précédentes, répondre si possible aux questions suivantes.

(a) Le 5 avril, il y a eu des nuages. Est-on certain qu'il ait plu ?

(b) Les segments $[AC]$ et $[BD]$ sont de même longueur. Est-ce que le quadrilatère $ABCD$ est forcément un parallélogramme ?

Expliquer les réponses soit en citant une propriété, soit par un contre-exemple ou une phrase en français.

Correction à la page 997.

Exercice 346

Pierre a eu quelque frais ces derniers mois et est allé en négatif sur son compte en banque : il indique -750€. Jean lui vient en aide et lui renfloue la moitié de sa dette vis-à-vis de la banque.

(a) Quelle somme Jean donne à Pierre ?

(b) Qu'indiquera le compte en banque de Pierre après cette opération ?

Correction à la page 997.

Exercice 347

Soient les deux programmes de calculs suivants :

Programme 1 :

(a) Choisir un nombre ;

(b) multiplier par 6

(c) ajouter 11.

Programme 2 :

(a) Choisir un nombre ;

(b) ajouter 2

(c) multiplier par 6.

(a) Tester chacun de ces deux programmes de calculs en partant 2, -3 et 4.

(b) Quel semble être le lien entre les résultats des deux programmes ?

(c) Si l'on note x le nombre choisi au départ, écrire une expression A qui traduit le programme 1.

(d) Si l'on note x le nombre choisi au départ, écrire une expression B qui traduit le programme 2.

(e) Prouver le lien que vous avez *conjecturé* pour la question (b).

Correction à la page 998.

18.4 Petite interro 17 novembre 2014

Exercice 348

Le triangle PRQ a pour mesures $QP = 8\,\text{cm}$, $QR = 17\,\text{cm}$ et $PR = 15\,\text{cm}$. Le triangle PRQ est-il rectangle ? Justifier.

Correction à la page 999.

Exercice 349

Le triangle STU a pour mesures $ST = 7\,\text{cm}$, $TU = 24\,\text{cm}$ et $US = 25\,\text{cm}$. Le triangle STU est-il rectangle ? Justifier.

Correction à la page 999.

Exercice 350

Le triangle STU a pour mesures $ST = 7\,\text{cm}$, $TU = 24\,\text{cm}$ et $US = 22\,\text{cm}$. Le triangle STU est-il rectangle ? Justifier.

Correction à la page 999.

Exercice 351

Le triangle PRQ a pour mesures $QP = 8\,\text{cm}$, $QR = 12\,\text{cm}$ et $PR = 15\,\text{cm}$. Le triangle PRQ est-il rectangle ? Justifier.

Correction à la page 999.

18.5 Devoir surveillé, 21 novembre 2014

Exercice 352

Recopier les expressions suivantes et calculer leurs valeurs lorsque $x = 5$.

(a) $x + 5$
(b) $-x$
(c) $4 \times x$
(d) $-2x$
(e) $x \times x$

Correction à la page 1000.

Exercice 353

(a) Laquelle de ces trois expressions est égale à $30 \times (10 - x)$?

(a1) $300 - 30x$

(a2) $30 - 10x$

(a3) $30 + 30x$

(b) Développer : $3 \times (x + 2)$

(c) Factoriser : $6 \times a - 3 \times a^2$.

Correction à la page 1000.

Exercice 354

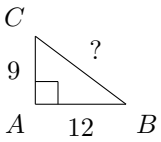
L'armée de Philippe le Bel doit attaquer une place forte Prusse. Cette dernière possède une muraille de 6 m de haut précédée d'une douve de deux mètres de large. Est-ce qu'une échelle de 7 m de long sera suffisante ?

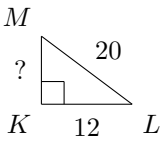
Correction à la page 1000.

Exercice 355

(a) Est-ce que le triangle FGH de mesures $FG = 41$, $GH = 9$ et $FH = 40$ est rectangle ? Si oui, en quel point est l'angle droit ?

(b) Pour les triangles suivants, écrire l'égalité de Pythagore (exemple : $ST^2 + SU^2 = TU^2$) et calculer la mesure manquante.

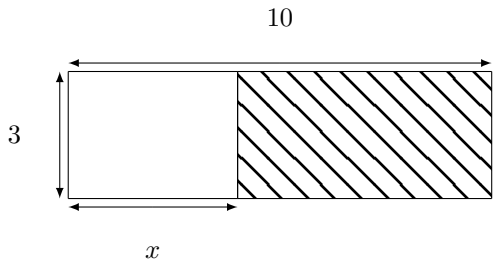




Correction à la page 1001.

Exercice 356

Norbert le propriétaire possède un terrain de 3 m de la large et 10 m de long. Il décide de consacrer x mètres à une terrasse et le reste à une piscine. Le but de cet exercice est de déterminer x de telle sorte à avoir une piscine d'au moins $12\,\text{m}^2$.



Répondre en justifiant aux questions suivantes.

(a) Déterminer la longueur de la piscine en fonction de x.

(b) Déterminer l'aire de la piscine en fonction de x.

(c) Pour quelle valeur de x, l'aire de la piscine vaut $12\,\text{m}^2$?

Correction à la page 1002.

18.6 Petite interro du 9 décembre 2014

Interrogation à propos de la proportionnalité et du calcul d'une quatrième proportionnelle.

Exercice 357

Compléter le tableau de proportionnalité suivant :

5	12	...
3	...	21

Répondre sous forme de fractions.

Correction à la page 1002.

Exercice 358

Sur 350 élèves d'un collège, 133 sont demi-pensionnaires. Quelle pourcentage cela fait ?

Correction à la page 1002.

Exercice 359

Compléter le tableau de proportionnalité suivant :

2	18	...
7	...	100

Répondre sous forme de fractions.

Correction à la page 1002.

Exercice 360

Sur 1050 habitants d'un village 168 prennent le train pour aller travailler. Quelle pourcentage cela fait ?

Correction à la page 1002.

18.7 Devoir surveillé du 19 décembre 2014

Exercice 361

Donner la valeur des expressions suivantes lorsque $z = 4$:

(a) $z + 3$ | (b) $5z$ | (c) $6 \times (z + 3)$ | (d) $6 \times z + 3$

Quelle valeur faut-il donner à a pour avoir $4a = 12$?

Correction à la page 1002.

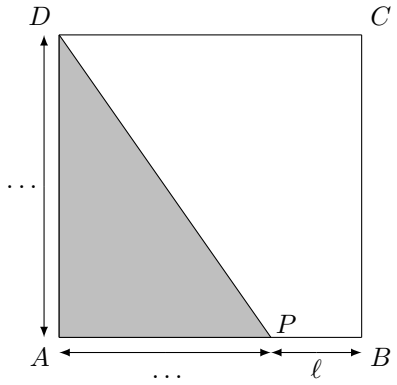
Exercice 362

Est-il possible de faire rentrer un crayon de 15 cm de long dans une boîte rectangulaire de dimensions 12 cm × 8 cm ?

Correction à la page 1002.

Exercice 363

La figure suivante représente un carré d'une longueur de 10 m.



(a) Compléter les mesures demandées (éventuellement en fonction de ℓ).

(b) Exprimer l'aire de la surface grisée en fonction de ℓ.

(c) Quelle est l'aire de la surface blanche lorsque $\ell = 3$ m ?

Correction à la page 1002.

Exercice 364

Laquelle des expressions suivantes est égale à $12a + 18$?

(a) $6(a+2)$

(b) $6(2a+3)$

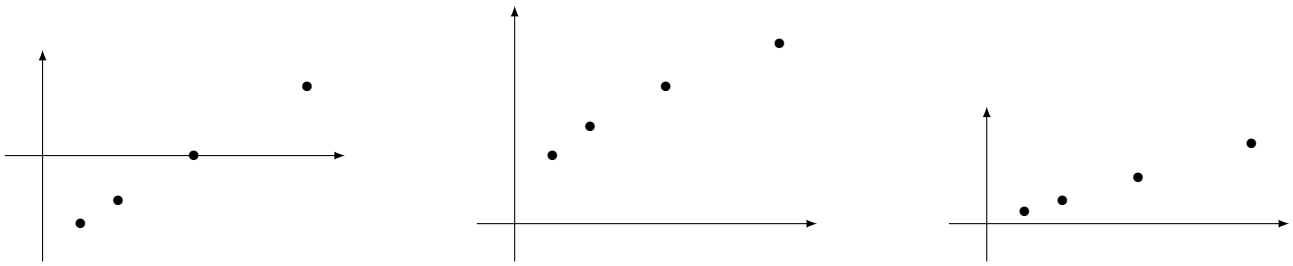
(c) $30a$

Justifier en citant une formule vue au cours.

Correction à la page 1002.

Exercice 365

Parmi les graphiques suivants, lequel détermine une situation de proportionnalité ? Justifier.



Correction à la page 1002.

Exercice 366

Une étude portant sur les petites parcelles de blé a noté la production et la superficie d'un certain nombre d'exploitations. Voici les résultats :

Superficie (m^2)	2	5	7	10	12	15
Production (kg par an)	1.6	4	5.6	8	9.6	12

(sources : invention personnelle et Wikipédia)

(a) Représenter ces données sous forme d'un graphique.

(b) Est-ce une situation de proportionnalité ? Justification par le graphique ou par le calcul, au choix.

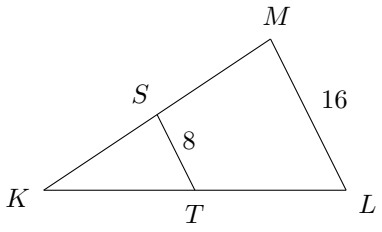
(c) Quelle superficie faudrait-il pour produire 20 kg de blé par an ?

Correction à la page 1002.

18.8 Petite interro du 19 janvier 2015

Exercice 367

Sur la figure suivante, nous savons que (ST) est parallèle à (ML) et $KM = 6$.



(a) Quelle est le longueur du segment $[SM]$?

(b) Est-il possible que $KT = 4$?

Correction à la page 1002.

Exercice 368

Calculer et simplifier la réponse :

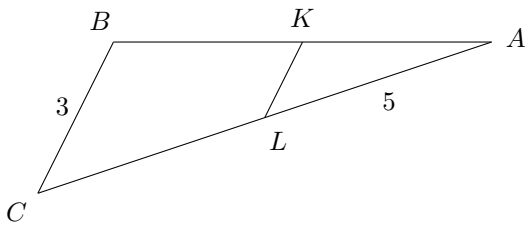
(a) $\frac{5}{3} \div \frac{9}{7}$,

(b) $\frac{7}{9} - \frac{7}{3}$.

Correction à la page 1003.

Exercice 369

Sur la figure suivante, la droite (BC) est parallèle à (KL) et $KL = 1.5$.



(a) Quelle est la longueur du segment $[CL]$?

(b) Est-il possible que $BK = 2$?

Correction à la page 1003.

Exercice 370

Calculer et simplifier la réponse :

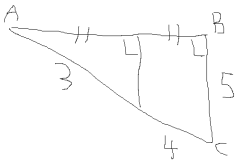
(a) $\frac{10}{7} \div \frac{4}{5}$,

(b) $\frac{6}{3} - \frac{3}{6}$.

Correction à la page 1003.

18.9 Devoir surveillé du 23 janvier 2015

Exercice 371



Anne-Laure a dessiné ce triangle à main levée :

Les mesures sont en centimètres. Est-il possible de tracer en vraie grandeur une figure respectant toutes les conditions ? Si oui le dessiner, sinon, expliquer pourquoi.

Correction à la page 1004.

Exercice 372

Parmi les expressions suivantes, laquelle est égale à $\frac{5}{7}$?

(a) 0.71428571428571

(b) $-\frac{7}{-5}$

(c) $(5 + 10) \div (7 + 10)$

(d) $\frac{15}{21}$

Correction à la page 1004.

Exercice 373

Un sondage dans un collège montre que deux élèves sur cinq partent en voyage pour les vacances d'été. Parmi ces élèves, seul un sur deux part à l'étranger.

(a) Quelle proportion des élèves de ce collège part à l'étranger durant les vacances d'été ?

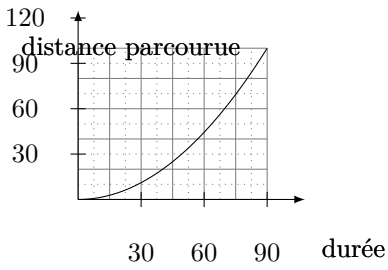
(b) Si le collège compte 530 élèves, combien restent chez eux durant les vacances d'été ?

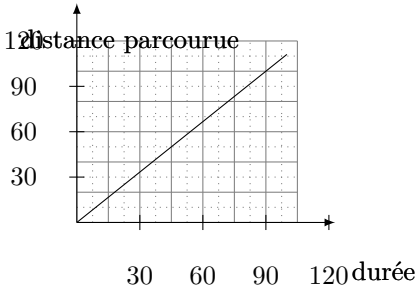
Correction à la page 1004.

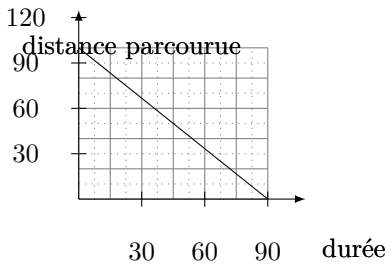
Exercice 374

Un train avance à vitesse constante (la distance parcourue est donc proportionnelle au temps de voyage).

(a) Lequel de ces trois graphiques correspond à cette situation (les durées sont données en minutes, et les distances en kilomètres) ?







(b) Compléter le tableau suivant donnant l'avancée du train en fonction du temps :

Durée (min)	27		
Distance (km)		100	130

Correction à la page 1005.

Exercice 375

Effectuer et simplifier les réponses :

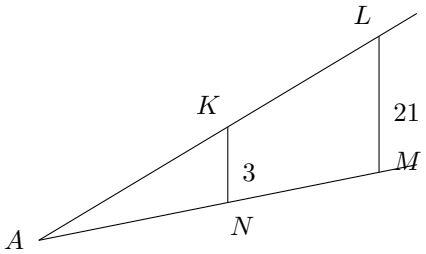
(a) $\frac{7}{10}+\frac{-3}{5}$ | (b) $\frac{7}{10}-\frac{-3}{5}$ | (c) $\frac{7}{10}\times\frac{3}{5}$ | (d) $\frac{7}{10}\div\frac{3}{5}$

Correction à la page 1005.

18.10 Interrogation du 9 février 2015

Exercice 376

Sur la figure suivante les droites (KN) et (LM) sont parallèles.



(a) Écrire les égalités du théorème de Thalès.

(b) Si $AM = 28$, quelle est la longueur du segment $[AN]$?

Correction à la page 1006.

Exercice 377

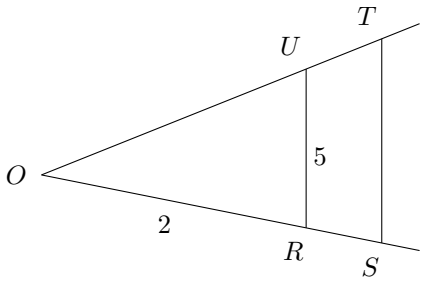
(a) Factoriser $30x - 6x^2$.

(b) Combien cela vaut si $x = -5$?

Correction à la page 1006.

Exercice 378

Sur la figure suivante les droites (RU) et (ST) sont parallèles.



(a) Écrire les égalités du théorème de Thalès.

(b) Si $OS = 8$, quelle est la longueur du segment $[ST]$?

Correction à la page 1006.

Exercice 379

(a) Factoriser $15a^2 - 60a$.

(b) Combien cela vaut si $a = 4$?

Correction à la page 1006.

18.11 Devoir surveillé du 20 février 2015

Exercice 380 ...../4

Quel valent les expressions suivantes lorsque $a = 6$ et $b = \frac{3}{4}$?

(a) $a - 10$

(b) $b + \frac{1}{4}$

(c) $\frac{a}{12}$

(d) $a \times b$

Correction à la page 1007.

Exercice 381

Le câble d'un téléphérique mesure 1 km pour monter de 600 m. Le premier pylône mesure 25 m.



(a) Faire un dessin à main levée de la situation.

(b) À quelle distance du point de départ faut-il poser le pylône ?

Correction à la page 1007.

Exercice 382 ...../3

(a) Développer et réduire : $(x + 3)(x - 5)$.

(b) Factoriser : $4x + 12x^2$.

Correction à la page 1007.

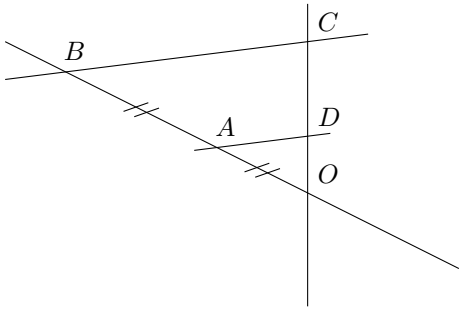
Exercice 383 ...../4

Vrai ou faux ? (expliquer)

(a) Un triangle dont les côtés mesurent 6 cm, 3 cm et 4 cm est rectangle.

(b) Quel que soit le nombre a, le nombre $a \times (a + 4)$ est plus grand que a.

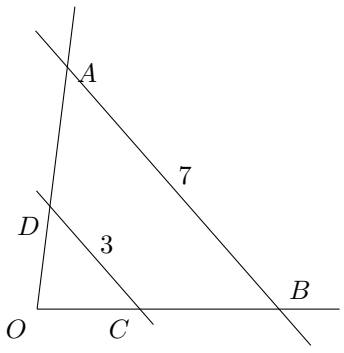
(c) Sur le dessin ci-contre, sachant que (BC) est parallèle à (AD) nous pouvons déduire que $BC = 2 \times AD$



Correction à la page 1007.

Exercice 384 ...../4

Répondre à partir du dessin suivant, en sachant que (AB) est parallèle à (DC).



(a) Compléter les égalités

$$\frac{AO}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{OC}.$$

(b) Si $OD = 9$ alors quelle est la longueur du segment $[OA]$?

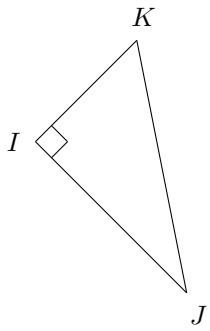
(c) Donner des valeurs possibles pour OC et CB.

Correction à la page 1007.

18.12 Interrogation du 17 avril 2015

Exercice 385

Sur le triangle suivant, lequel des angles a pour cosinus le nombre $\frac{JI}{KJ}$?



Quel est le cosinus de l'autre angle aigu de ce triangle ?

Correction à la page 1008.

Exercice 386

Nous considérons l'expression $(x-3)\times(2+a)$.

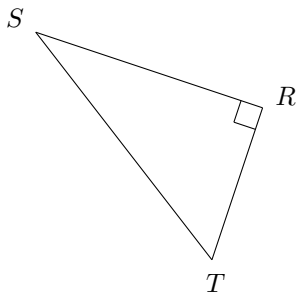
(a) Développer et réduire cette expression.

(b) Calculer sa valeur si $x=2$ et $a=1$.

Correction à la page 1008.

Exercice 387

Sur le triangle suivant, lequel des angles a pour cosinus le nombre $\frac{SR}{TS}$?



Quel est le cosinus de l'autre angle aigu de ce triangle ?

Correction à la page 1008.

Exercice 388

Nous considérons l'expression $(b+9)\times(3-y)$.

(a) Développer et réduire cette expression.

(b) Calculer sa valeur si $b=15$ et $y=2$.

Correction à la page 1008.

18.13 Devoir surveillé numéro 7 (et son rattrapage) du 24 avril 2015

Exercice 389

Vrai ou faux ? (justifier)

(a) Il est possible de tracer un triangle ABC rectangle en A avec $\cos(\widehat{BCA})=\frac{2}{3}$.

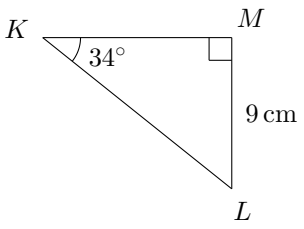
(b) Si la base d'une pyramide est un polygone à n côtés, alors cette pyramide possède n faces.

(c) Quel que soit le nombre x, le nombre $-x$ est négatif.

Correction à la page 1008.

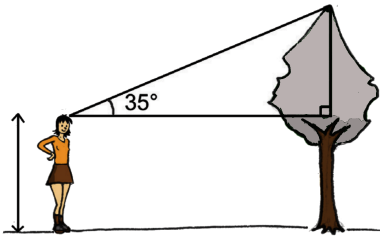
Exercice 390

Déterminer les longueurs approximatives des trois côtés du triangle LKM ci-contre.



Correction à la page 1008.

Exercice 391 [13]

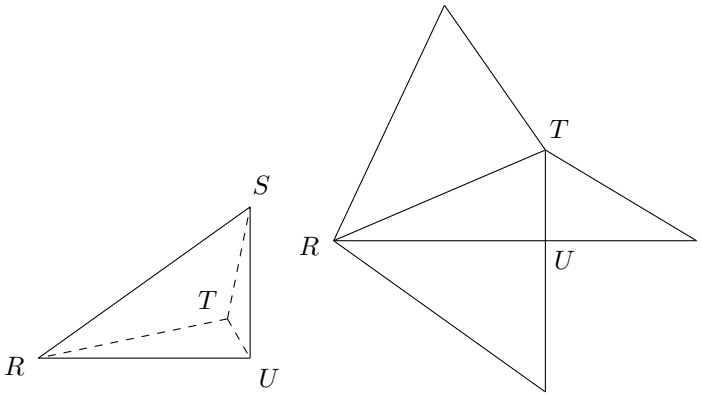


Sophie qui mesure 1.75 m est à 30 m d'un arbre. L'angle entre l'horizontale et le sommet de l'arbre est de 35°. Quelle est la hauteur de l'arbre ?

Correction à la page 1008.

Exercice 392

Nous avons dessiné la même pyramide en perspective cavalière et sous forme de parton. Les dimensions données sont $RU = 7\,\text{cm}$, $US = 5\,\text{cm}$ et $TU = 3\,\text{cm}$. Tous les angles en U sont droits.



Ajouter au patron un maximum de codage : reporter les longueurs (données ou que vous pouvez déduire), coder les segments de même longueur, les angles droits,...

Correction à la page 1008.

Exercice 393

Développer et réduire :

(a) $2x + 9 - x - 3$

(b) $(x + 2) \times (3 - a)$

Correction à la page 1008.

Exercice 394 ...../4

Vrai ou faux ? (justifier)

(a) Il est possible de tracer un triangle ABC rectangle en A avec $\cos(\widehat{BCA}) = \frac{9}{5}$.

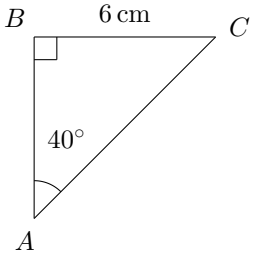
(b) Si la base d'une pyramide est un polygone à n côtés, alors cette pyramide possède $n + 2$ côtés.

(c) Quel que soit le nombre x, le nombre $-x$ est négatif.

Correction à la page 1008.

Exercice 395 ...../4

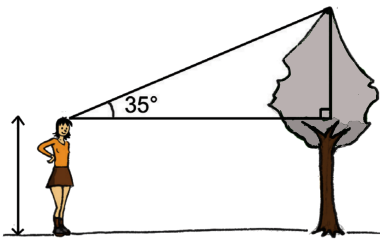
Calculer les longueurs approximatives des trois côtés du triangle ABC ci-contre.



— $\cos(30°) \simeq 0.866$
— $\cos(40°) \simeq 0.766$
— $\cos(50°) \simeq 0.643$
— $\cos(60°) = 0.5$
— $\cos(70°) \simeq 0.342$

Correction à la page 1008.

Exercice 396 ...../3



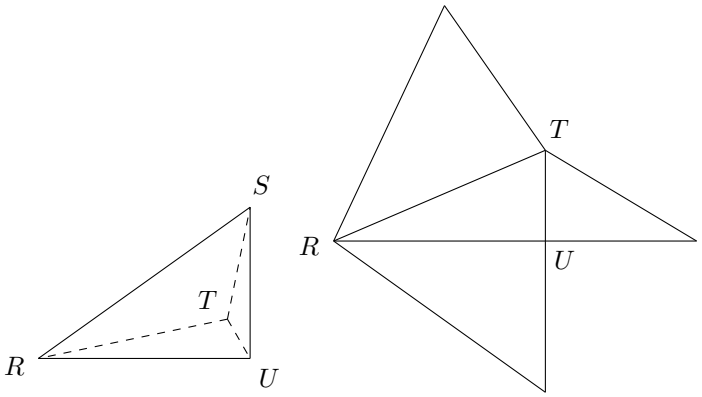
Sophie qui mesure 1.75 m est à 30 m d'un arbre. L'angle entre l'horizontale et le sommet de l'arbre est de 35°. Quelle est la hauteur de l'arbre ?

Correction à la page 1008.

Exercice 397 ...../5

Nous avons dessiné la même pyramide en perspective cavalière et sous forme de parton. Les dimensions données sont $RU = 7\,\text{cm}$, $US = 5\,\text{cm}$ et $TU = 3\,\text{cm}$. Tous les angles en U sont droits.

Ajouter au patron un maximum de codage : reporter les longueurs (données ou que vous pouvez déduire), coder les segments de même longueur, les angles droits,...



Correction à la page 1008.

Exercice 398 ...../4

Nous considérons l'expression littérale $A = 3x - 7 + 2x + 3$.

(a) Réduire A

(b) Calculer la valeur de A et de votre réponse à la question (a) lorsque $x = 2$.

Correction à la page 1008.

18.14 Interrogation 4A numéro 7, premier juin 2015

Exercice 399

Laisser sur la feuille les calculs effectués.

(a) Résoudre l'équation $2x + 7 = 43$.

(b) Marie et Léa se partagent 52 bonbons, mais étant l'anniversaire de Léa, elle doit avoir 10 bonbons de plus que Marie. Combien de bonbons doivent-elles prendre ?

Correction à la page 1008.

Exercice 400

Soit un rectangle $BIEN$ et M son centre. Soit $\mathcal{C}$ le cercle passant par les points B, I et E.

(a) Déterminer le centre de $\mathcal{C}$ (justifier).

(b) Est-ce que N est également sur $\mathcal{C}$?

Correction à la page 1008.

Exercice 401

Laisser sur la feuille les calculs effectués.

(a) Résoudre l'équation $3x - 6 = 57$.

(b) Marc et Léon se répartissent 37 kg à porter. Vu que Marc est plus fort, il prend 5 kg de plus que Léon. Quel poids portent chacun des deux amis ?

Correction à la page 1008.

Exercice 402

Soit un rectangle $PLIC$ de centre M. Nous considérons le cercle $\mathcal{C}$ de centre M et de rayon ML.

(a) Faire un dessin à main levée.

(b) Parmi les points P, L, I et C, lesquels sont sur $\mathcal{C}$? Lesquels sont à l'intérieur de $\mathcal{C}$ et lesquels sont à l'extérieur de $\mathcal{C}$? Expliquer.

Correction à la page 1009.

18.15 DS numéro 8 du 8 juin 2015

Exercice 403

Résoudre les équations

(a) $3x - 11 = 29$,

(b) $8x + 15 = 29$.

Correction à la page 1009.

Exercice 404

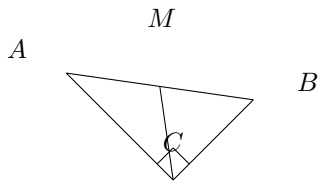
En tout, Sébastien doit copier 130 GB de musique et de vidéos. Sans surprise, le répertoire de vidéo est trois fois plus grand que celui de musique. Calculer la taille des répertoires de musique et de vidéo.

Correction à la page 1009.

Exercice 405

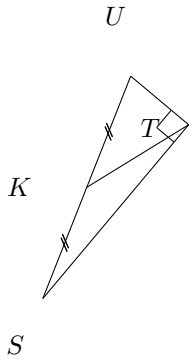
Pour les deux questions suivantes, justifier en citant des propriétés vues au cours.

(a) Le segment $[AB]$ mesure 8 mm et $MB = 4$ mm.



Quelle est la longueur du segment $[MC]$?

(b) Nous avons les mesures $KT = 32.5$ cm et $TU = 16$ cm.



Quelle est la longueur du côté $[ST]$?

Correction à la page 1009.

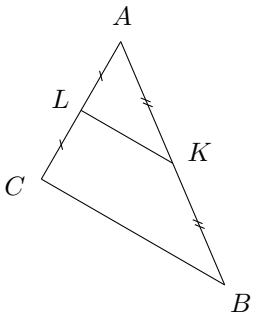
Exercice 406 [16]

Sur la figure suivante (qui n'est pas dessinée à l'échelle), nous avons les mesures $AL = 2.3$ mm, $KB = 6.5$ mm et $LK = 4.6$ mm.

(a) Reporter les mesures données sur le dessin.

(b) Quel est le périmètre du triangle ABC ?

(c) L'angle en C est-il un angle droit ?



Correction à la page 1009.

Exercice 407

Vrai ou faux ? (justifier)

(a) Si $x + y = 17$ alors il est possible que $y = 20$.

(b) Si Léa possède x bonbons et Jean en possède y, et si $x + y = 17$, alors il est possible que $y = 20$.

(c) Si F appartient au cercle de diamètre $[GH]$ alors $\widehat{FGH} + \widehat{FHG} = 90°$.

(d) Si EDF est un triangle rectangle en D et si O est le milieu de $[EF]$ alors $OE = \frac{EF}{2}$.

Correction à la page 1009.

18.16 D'autres questions posées en évaluation

Exercice 408

Pour chacune des suites, donner les trois termes suivants :

(a) $-4, -6, -8$

(b) $-0.4, -0.3, -0.2$

Correction à la page 1009.

Exercice 409

Pour chacune des suites, donner les trois termes suivants :

(a) $0.4, 0.3, 0.2$

(b) $-40, -60, -80$

Correction à la page 1009.

Exercice 410

Aux États-Unis et dans quelques autres pays, on utilise les degrés Fahrenheit (°F) plutôt que des degrés Celsius (°C) pour mesurer des températures. Il faut soustraire 32 à une température en °F puis diviser par $1,8$ pour la connaître en °C.

(a) À quelle température en °Ccorrespond 100 °F ?

(b) Adèle, en voyage aux USA veut régler son thermostat sur 20 °C. Hélas, le thermostat est gradué en Fahrenheit. À quelle température doit-elle le régler ?

(c) Adèle essaye de suivre une recette dans un terrible livre de cuisine ramené de son voyage aux USA. Il y est demandé de chauffer de l'eau à 212°F. À votre avis, qu'est-elle en train de cuisiner ? Justifier par un calcul pertinent.

Correction à la page 1009.

Chapitre 19

Les exercices (quatrième)

Avertissement : ce chapitre contient les exercices des feuilles distribuées en classe, *à quelque variations près* ; notamment dans la numérotation.

19.1 Opérations sur les nombres relatifs

Exercice 411
Donner la distance à zéro des nombres suivants :

(a) 7.3

(b) -4

(c) -2.5

(d) 0

Correction à la page 1009.

Exercice 412
Parmi les sommes suivantes, lesquelles sont des sommes de deux nombres de même signe ?

(a) $A = (+5.8) + (-3.4)$

(b) $B = (-1.2) + (-9)$

(c) $C = (+3.2) + (+7.7)$

(d) $D = (-1) + (+0.5)$

Calculer ces sommes.

Correction à la page 1009.

Exercice 413
Compléter le tableau suivant :

nombre	5.2		0	-27	
opposé du nombre		-2.1			
opposé de l'opposé					10

Correction à la page 1009.

Exercice 414
Calculer les différences :

(a) $(+8) - (+4)$

(b) $(-8) - (-4)$

(c) $(-4) - (+3)$

(d) $(+1) - (+2)$

(e) $(-5) - (+6)$

(f) $(+7) - (-9)$

Correction à la page 1009.

Exercice 415
Compléter le tableau suivant :

a	b	$a+b$	$a-b$	$b-a$
$+3$	$+5$			
-1	-6			
$+2$	-4			
-7	$+8$			

Correction à la page 1009.

Exercice 416

Mettre sous forme de somme :

(a) $A = (-3) \times 2$

(b) $B = 2 \times (-3)$

(c) $C = (-5) \times 4$

(d) $D = 1.5 \times 8$

(e) $E = (-1.5) \times 8$

Effectuer ces opérations.

Correction à la page 1009.

Exercice 417

Calculer les produits suivants :

(a) 4×3

(b) $4 \times (-3)$

(c) $3 \times (-4)$

(d) $(-5) \times (-6)$

(e) -7×2

(f) $7 \times (-2)$

Correction à la page 1009.

Exercice 418

Calculer les expressions suivantes :

(a) $3 \times 4 - 21$

(b) $3 - 4 \times 2$

(c) $7 \times (-3) + 7 \times (+3)$

(d) $7 - 13 - 17$

(e) $-3 \times (2 + 9) + 20$

Correction à la page 1010.

Exercice 419

Compléter les égalités :

(a) $-2 + \ldots = 7$

(b) $4 + (- \ldots) = -1$

(c) $-2 + (- \ldots) = -5$

(d) $-2 + \ldots = -7$

Correction à la page 1010.

Exercice 420

Pierre a eu quelque frais ces derniers mois et est allé en négatif sur son compte en banque : il indique -250€. Jean lui vient en aide et lui renfloue la moitié de sa dette vis-à-vis de la banque.

(a) Quelle somme Jean donne à Pierre ?

(b) Qu'indiquera le compte en banque de Pierre après cette opération ?

Correction à la page 1010.

Exercice 421

Mathias a économisé 130 euros, mais voudrait se payer un voyage de 80 euros, un DVD de 15€ et un disque dur à 40€. A-t-il assez ? Sinon, combien d'argent doit-il encore trouver pour réaliser tous ses projets ?

Correction à la page 1010.

Exercice 422

Sans les calculer, donner le signe des quotients suivants :

(a) $(-3) \div (-8)$
(b) $(+1) \div (-2)$
(c) $(-4) \div (-5)$
(d) $(-3.7) \div (+5.1)$

Correction à la page 1010.

Exercice 423
Calculer les quotient suivants :

(a) $65 \div (-5)$
(b) $(-65) \div 5$
(c) $-\dfrac{65}{5}$

Écrire encore deux autres calculs avec 65 et 5 donnant le même résultat.
Correction à la page 1010.

Exercice 424
Quelle est l'écriture décimale des quotients suivants ?

(a) $\dfrac{3}{4}$
(b) $\dfrac{10}{-2}$
(c) $-\dfrac{100}{25}$
(d) $\dfrac{-6-3}{2+7}$

Correction à la page 1010.

Exercice 425
Donner toutes les façons d'écrire le nombre -6 comme produit de deux entiers relatifs.
Correction à la page 1010.

Exercice 426 [13]

(a) Trouver toutes les façons de décomposer le nombre -6 en produit de deux nombres entiers relatifs.
(b) Trouver toutes les façons de décomposer le nombre 10 en produit de deux nombres entiers relatifs.
(c) Combien de façons y-a-t-il de décomposer le nombre 30 en produit de trois nombres entiers relatifs ? Vous n'êtes pas obligé de les lister toutes.

Correction à la page 1010.

Exercice 427
Parmi les expressions ci-dessous, lesquelles sont égales à $\dfrac{-2}{3}$?

(a) $2 \div (-3)$
(b) -0.66
(c) $\dfrac{2}{-3}$
(d) $-\dfrac{2}{3}$
(e) $2 \div 3$

Correction à la page 1010.

Exercice 428
Nous considérons l'enchaînement d'opérations suivant :
— Choisir un entier entre 1 et 20,
— ajouter 3,
— multiplier par 2,
— soustraire 6.

(a) Effectuer cet enchaînement pour quelque valeurs de départ au choix. Quel est le lien qui relie le nombre choisit avec le résultat des opérations ?
(b) Est-ce que ça fonctionne aussi avec des nombres négatifs ?
(c) Donner une expression donnant le résultat lorsque le nombre choisi est 14.

Correction à la page 1010.

Exercice 429 [13]
Pour chacune des égalités suivantes, remplacer le symbole $\diamondsuit$ par l'opération qui convient :

(a) $(-3)\diamondsuit(-2) = -5$
(b) $(-3)\diamondsuit(-2) = 6$
(c) $(-2)\diamondsuit(-2) = 4$
(d) $(-2)\diamondsuit(-2) = -4$

Et une dernière : $(-5)\diamondsuit(+4) = (-12)\diamondsuit(+8)$.

Correction à la page 1010.

Exercice 430 [3]

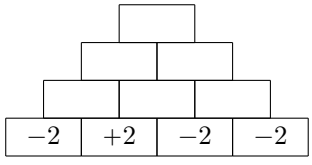
Compléter le tableau suivant :

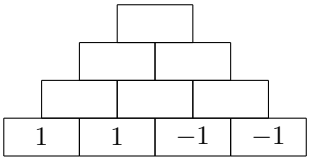
a	b	$a \times b - b$	$(a-1) \times b$
2	3		
-1	5		
-5	-7		
-8	2		

Correction à la page 1010.

Exercice 431 [13]

Compléter les pyramides suivantes sachant que le nombre contenu dans une case est le produit des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui :

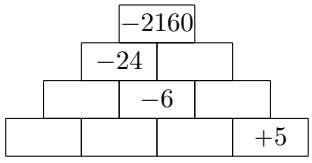


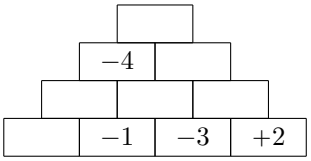


Correction à la page 1010.

Exercice 432

Les pyramides suivantes sont sur le même modèle que celles de l'exercice 431. Il faut les compléter.





Correction à la page 1010.

Exercice 433 [25]

La planète Venus est une planète rocheuse semblable à la Terre quant à ses proportions et sa densité. Elle serait formée de trois couches successives : le noyau, le manteau et la croute. Le noyau (peut-être entièrement composé de métaux liquides) aurait un rayon de 2850 km. Le manteau rocheux d'environ 3175 km d'épaisseur serait essentiellement composé de silicates et d'oxydes de métaux. Enfin une croute dure et froide de 20 km recouvrirait le tout.

Quelle est la longueur de l'équateur de Vénus ?

Correction à la page 1010.

Exercice 434

Vrai ou faux ?

(a) Le double d'un nombre est toujours plus grand.

(b) Si on multiplie un nombre par -1, le résultat est un nombre plus petit.

Correction à la page 1011.

Exercice 435

Aux États-Unis et dans quelques autres pays, on utilise les degrés Fahrenheit (°F) plutôt que des degrés Celsius (°C) pour mesurer des températures. Il faut soustraire 32 à une température en °F puis diviser par $1,8$ pour la connaître en °C.

(a) À quelle température en °Ccorrespond 100 °F ?

(b) Adèle, en voyage aux USA veut régler son thermostat sur 20 °C. Hélas, le thermostat est gradué en Fahrenheit. À quelle température doit-elle le régler ?

(c) Adèle essaye de suivre une recette dans un terrible livre de cuisine ramené de son voyage aux USA. Il y est demandé de chauffer de l'eau à 212°F. À votre avis, qu'est-elle en train de cuisiner ? Justifier par un calcul pertinent.

Correction à la page 1011.

19.2 Initiation à la démonstration

Exercice 436 [3]

Construire un triangle TUC tel que $UC = 7\,\text{cm}$, $\widehat{TUC} = 54°$ et $\widehat{TCU} = 35°$. En utilisant les instruments de géométrie, déterminer la nature du triangle TUC. Déterminer les angles du triangle TUC par le calcul. Est-ce que tout va bien ?

Correction à la page 1012.

Exercice 437

Exprimer les phrases suivantes sous la forme «si ... alors ... »

(a) Lorsqu'il pleut, il y a des nuages.

(b) Un parallélogramme a deux diagonales de même longueurs.

En s'appuyant sur les affirmations précédentes, répondre si possible aux questions suivantes.

(a) Le 5 avril, il y a eu des nuages. Est-ce qu'il a plu ?

(b) Les segments $[AC]$ et $[BD]$ sont de même longueur. Que peut-on dire du quadrilatère $ABCD$?

Correction à la page 1012.

Exercice 438

Exprimer les phrases suivantes sous la forme «si ... alors ... »

(a) Lorsqu'il pleut, il y a des nuages.

(b) Un parallélogramme a deux diagonales de même longueurs.

En s'appuyant sur les affirmations précédentes, répondre si possible aux questions suivantes.

(a) Le 5 avril, il y a eu des nuages. Est-ce qu'il a plu ?

(b) Les segments $[AC]$ et $[BD]$ sont de même longueur. Que peut-on dire du quadrilatère $ABCD$?

Correction à la page 1012.

Exercice 439

Lesquels des nombres suivants fournissent un contre-exemple à l'énoncé «Un nombre divisible par 3 est divisible par 6» ?

(a) 12

(b) 15

(c) 14

(d) 3

Correction à la page 1012.

Exercice 440

Tous les rectangle possèdent deux diagonales de même longueurs. Mais est-il vrai que tout quadrilatères possédant deux diagonales de même longueurs est un rectangle ?

Correction à la page 1012.

Exercice 441 [13]

Pour chacun des énoncés suivants, dire s'il est vrai ou faux ; énoncer ensuite sa réciproque et dire si elle est vraie ou fausse.

(a) **Si** un nombre se termine par 3 **alors** il est divisible par 3.

(b) **Si** $x = 3$ **alors** $x^2 = 9$.

(c) **Si** un nombre est divisible par 3 **alors** il est divisible par 9.

(d) **Si** un quadrilatère est un carré **alors** il a ses quatre côtés de même longueur.

Correction à la page 1012.

Exercice 442

La somme de deux multiples de 7 est-elle un multiple de 7 ?

Correction à la page 1012.

Exercice 443

La somme des chiffres du nombre 42 est égale à 6. Le nombre 42 lui-même est un multiple de 6. De même le nombre 510 a la somme de ses chiffres qui est égale à 6, et est divisible en 6. Est-il vrai que tout nombre dont la somme des chiffres est égale à 6 soit un multiple de 6 ?

Correction à la page 1012.

Exercice 444

L'énoncé suivant est faux : « un nombre divisible en même temps par 3 et par 7 est un multiple de 42». Pour trouver un contre-exemple, que devez-vous donner ?

(a) Un nombre divisible par 3 mais pas par 42.

(b) Un nombre multiple de 42 mais divisible ni par 3 ni par 7.

(c) Un nombre divisible par 3 et par 7 mais qui n'est pas multiple de 42.

Donner un tel contre-exemple.

Correction à la page 1012.

Exercice 445

Démontrer que si un nombre est multiple de 60 alors il est multiple de 15 et de 6.

Est-ce que la réciproque est vraie ?

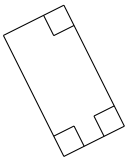
Correction à la page 1012.

Exercice 446

« Si un quadrilatère possède deux angles droits alors c'est un rectangle.» Lesquelles des figures suivantes sont des contre-exemples à cette affirmation (fausse) ? Expliquer vos choix.

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

Correction à la page 1012.

Exercice 447

Est-il vrai que pour tout $x > 16$ nous ayons $x \geqslant 17$?

Correction à la page 1012.

Exercice 448

Vrai ou faux (justifier)

(a) Si un quadrilatère possède 4 côtés de même longueur, alors c'est un carré.

(b) Le carré d'un nombre divisible par 3 est un nombre divisible par 3.

Correction à la page 1012.

19.3 Calcul littéral

Exercice 449

Recopier les expressions suivantes et calculer leurs valeurs lorsque $x = 2$:

(a) $3x$

(b) $x + 1$

(c) $-x$

(d) $3x + 9$

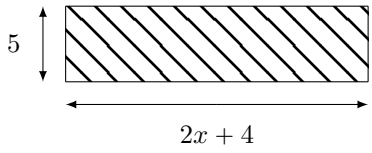
(e) $2(x - 3) + 9$

(f) $x^2 - 4$

Correction à la page 1012.

Exercice 450 [13]

Nous avons le rectangle suivant dont les mesures sont données en fonction de x :



(a) Écrire son périmètre sous forme d'une expression réduite.

(b) Écrire son aire sous forme d'une expression factorisée.

(c) Écrire son aire sous forme d'une expression réduite

(d) Quels sont les périmètre et l'aire de ce rectangle si $x = 7$?

Correction à la page 1012.

Exercice 451 [13]

Si on note z l'âge en années d'Alexis aujourd'hui, comment note-t-on :

(a) l'âge qu'il aura dans deux ans ?

(b) le double de son âge ?

(c) le triple de l'âge qu'il avait il y a quatre ans ?

(d) la moitié de l'âge qu'il aura dans cinq ans ?

(e) son année de naissance ?

Correction à la page 1012.

Exercice 452 [13]

Soient les deux programmes de calculs suivants :

Programme 1 :

(a) Choisir un nombre ;

(b) Ajouter 6 à ce nombre ;

(c) Multiplier le résultat par -2 ;

(d) Ajouter le quadruple du nombre choisi au départ.

Programme 2 :

(a) Choisir un nombre ;

(b) Soustraire 3 à ce nombre ;

(c) Multiplier le résultat par -4 ;

(d) Ajouter le double du nombre choisi au départ.

(a) Tester chacun de ces deux programmes de calculs en partant 2, -3 et 4.

(b) Qu'est-ce qu'on remarque ?

(c) Si l'on note x le nombre choisi au départ, écrire une expression A qui traduit le programme 1.

(d) De la même manière, écris une expression B pour le programme 2.

(e) Est-ce que l'on peut expliquer le résultat de la question (b) ?

Correction à la page 1012.

Exercice 453 [13]

Une salle de concert peut contenir 600 places. Il y a x places assises et les autres sont debout. Les places debout coûtent 15€ et les places assises 25€.

(a) Que représentent les expressions suivantes : $600 - x$; $25x$ et $15(600 - x)$?

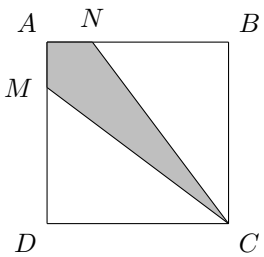
(b) Exprime, en fonction de x, la recette totale en euros si toutes les places sont prises.

(c) Calcule la recette pour la salle pleine contenant 200 places assises.

Correction à la page 1013.

Exercice 454 Extrait du brevet, [13]

Cette figure représente un carré de 6 cm de côté. M est un point de $[AD]$ et N est un point de $[AB]$ tels que : $AM = AN = x$ (x est un nombre strictement positif)



(a) Exprimer, en fonction de x, les aires des triangles MDC et NBC.

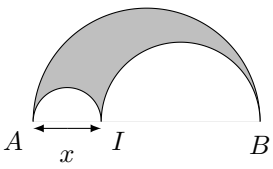
(b) Exprimer, en fonction de x, l'aire du quadrilatère $AMCN$.

(c) Calculer ces trois aires pour $x = 2$ cm.

Correction à la page 1013.

Exercice 455 Le tricercle de Mohr[13]

Cette figure est constituée de trois demi-cercles dont les centres appartiennent au segment $[AB]$. La longueur AB est 10.



(a) Réaliser cette figure pour $x = 3$ et calculer la longueur de chacun des trois demi-cercles. Quel est alors le périmètre de la figure grise délimitée par les trois demi-cercles ?

(b) Même question pour $x = 8$. Que remarque-t-on ?

(c) Exprimer, en fonction de x et de π, la longueur de chacun des trois demi-cercles.

(d) En déduire une expression du périmètre de la figure grisée en fonction de x et de π. Que peut-t-on dire de ce périmètre ? Justifier.

(e) Utiliser le résultat de la question précédente pour déterminer le périmètre de la figure bleue lorsque $x = 1$, puis pour $x = 5$ et enfin pour $x = 8,7$.

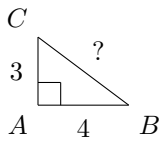
Correction à la page 1013.

19.4 Égalité de Pythagore

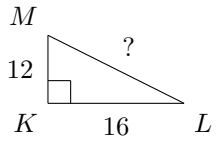
Exercice 456

Pour chacun des triangles suivants, écrire l'égalité de Pythagore.

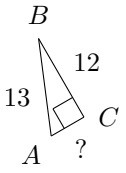
(a)



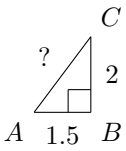
(b)



(c)



(d)



Calculer ensuite les longueurs manquantes. Attention : ces dessins ne sont peut-être pas à l'échelle.

Correction à la page 1013.

Exercice 457

Un triangle ABC rectangle en C a pour mesures $AC = 11\,\text{cm}$, $CB = 10\,\text{cm}$. Donner un encadrement à $1\,\text{cm}$ près de la longueur AB.

Correction à la page 1013.

Exercice 458

Dans chacun des cas suivants, dire si le triangle est rectangle ou non. Si oui, dire quel est l'angle droit.

(a) $KL = 25\,\text{km}$, $LM = 3\,\text{km}$, $MK = 4\,\text{km}$.

(b) $AB = 5\,\text{cm}$, $BC = 3\,\text{cm}$, $AC = 4\,\text{cm}$.

(c) $DE = 13$, $EF = 12$, $DF = 5$.

(d) $GH = 9$, $HL = 10.81$, $GL = 6$.

Correction à la page 1013.

Exercice 459

L'armée de Jean II –dit le Bon– doit attaquer une place forte anglaise. Cette dernière possède une muraille de $3\,\text{m}$ de haut précédée d'une douve de deux mètres de large. Est-ce qu'une échelle de $3.5\,\text{m}$ de long sera suffisante ?

Correction à la page 1013.

Exercice 460 [12]

Une corde de $101\,\text{m}$ est tendue entre deux piquets distants de $100\,\text{m}$. André mesure $1.89\,\text{m}$ et veut passer sous la corde. Il tire donc la corde en son milieu aussi fort qu'il le peut. Peut-il alors passer sans se baisser ?

Correction à la page 1013.

Exercice 461

Roger le menuisier prend les mesures d'un salon affin de créer des meubles sur mesure. À un certain moment, il a un doute sur le fait que le coin du salon soit bien un angle droit. Il mesure alors un mètre dans chaque sens en partant de l'angle, et place une marque à chacun de ces deux points. Roger mesure ensuite la distance entre les deux points qu'il a marqué : $1.5\,\text{m}$. L'angle est-il droit ?

Correction à la page 1013.

Exercice 462

Un berger attache une brebis au milieu d'un pré carré de $250\,\text{m}$ de côté. Il voudrait que la corde soit assez longue pour que la brebis puisse aller partout. Quelle longueur doit-il prévoir ?

Correction à la page 1013.

Exercice 463

Voici un extrait de Wikipédia :

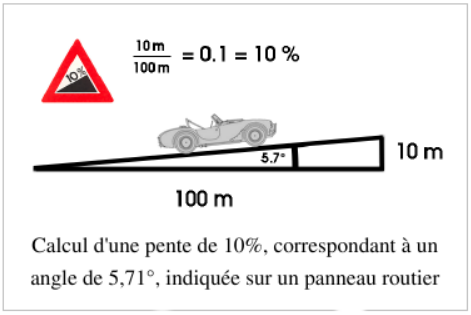
Pour mesurer la valeur d'une pente on utilise souvent une valeur en pourcents' qui correspond à la différence de hauteurs, ou d'altitudes, entre les deux extrémités du terrain concerné, divisée par la distance horizontale entre ces deux niveaux (prises dans la même unité de mesure), multipliée par 100, soit $100\dfrac{\text{dnivel}}{\text{distance horizontale}}\%$.

C'est ce qui est utilisé pour la signalisation routière en Europe.

- Par exemple : supposons une route droite, dont le point le plus bas se trouve à 30 mètres d'altitude, et dont le « sommet » se situe à 60 mètres d'altitude, avec une distance horizontale entre ces deux niveaux de 200 mètres. La valeur en pourcent de la pente sera égale à : $\dfrac{60-30}{200}$ soit 0,15 = 15 %.

Une pente de 100 % correspond à un angle moyen de 45°.

Pour les chemins de fer en Europe on utilise un rapport pour mile.



Calcul d'une pente de 10%, correspondant à un angle de 5,71°, indiquée sur un panneau routier

(a) À quel angle correspond à une pente de 100% ? Expliquer.

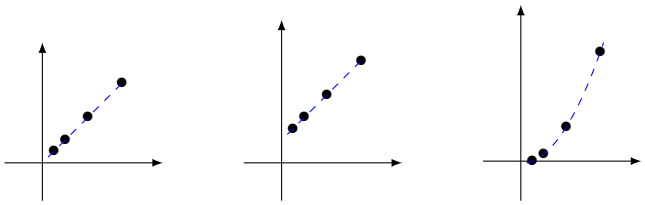
(b) Une route de 5 km monte un dénivelé de 1 km. Quel est le pourcentage de la pente ?

Correction à la page 1013.

19.5 Grandeurs proportionnelles

Exercice 464

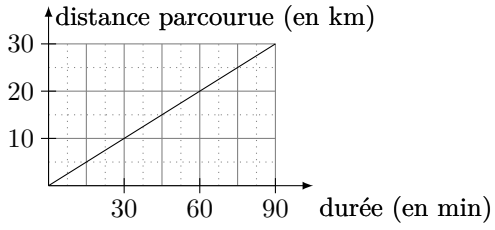
Ces graphiques représentent-ils des situations de proportionnalité ?



Correction à la page 1013.

Exercice 465 Promenade[13]

Ce graphique illustre-t-il une situation de proportionnalité ?



La promenade dure trois heures et s'effectue à vitesse constante. Compléter le tableau suivant :

distance (km)		40	
Durée (min)	45		165

Correction à la page 1013.

Exercice 466 Taille en fonction de l'âge[13]

Ce tableau indique la taille de Raphaël en fonction de son âge.

Âge (en années)	2	5	10	12
Taille (en cm)	80	100	125	150

(a) Est-ce une situation de proportionnalité ?

(b) Représenter graphiquement l'évolution de la taille de Raphaël en fonction de son âge. Peux-t-on répondre à la première question sans faire de calculs ? Justifier.

Correction à la page 1013.

Exercice 467 [26]

On expédie 3 colis identiques pour 36 €. Combien paiera-t-on si on expédie : 6 colis identiques, 2 colis identiques, 4 colis identiques ?

Correction à la page 1013.

Exercice 468 [13]

Une chasse d'eau qui fuit dans la maison de Gérard laisse échapper 15 L d'eau en trois heures.

(a) Quelle quantité d'eau est perdue en une semaine ?

(b) Un mètre cube d'eau coûte 5, 20 €. Que coûtera cette fuite à Gérard au bout d'un an s'il ne la répare pas ?

(c) Tracer un graphique du coût de la fuite en fonction du nombre de semaines passées avant la réparation.

Correction à la page 1013.

Exercice 469

Compléter les tableaux de proportionnalité suivants :

(a)

10	15	20	40
...	30	...	...

(b)

2	...	9	...
...	56	63	77

(c)

1	...	8	10	...
...	$\frac{9}{2}$	9	...	900

(d)

2	...	...	60
...	4	10	15

Correction à la page 1014.

Exercice 470 En route vers les vacances[13]

Cynthia est partie de chez elle à 8 h 30 et est arrivée à son lieu de vacances à 16 h 50 après avoir parcouru 625 km en voiture. Quelle a été la vitesse moyenne du trajet ?

Correction à la page 1014.

Exercice 471

Compléter les pointillés.

(a) $\frac{1}{2} = \frac{10}{\ldots}$

(b) $\frac{4}{5} = \frac{\ldots}{15}$

(c) $\frac{7}{\ldots} = \frac{1}{3}$

(d) $\frac{12}{100} = \frac{120}{\ldots}$

(e) $\frac{34}{20} = \frac{\ldots}{100}$

(f) $\frac{25}{45} = \frac{\ldots}{100}$

(g) $\frac{12}{15} = \frac{\ldots}{100}$

Correction à la page 1014.

Exercice 472

Un train roule à la vitesse v durant un temps t et parcours une distance d. Rappeler une formule liant d, t et v.

Dans chacun des cas suivants, déterminer la quantité manquante :

(a) $v = 100\,\text{km/h}$, $t = 3\,\text{h}$, $d = \ldots$.

(b) $v = 130\,\text{km/h}$, $t = 30\,\text{min}$, $d = \ldots$.

(c) $v = \ldots$, $t = 2\,\text{h}$, $d = 600\,\text{km}$.

(d) $v = 200\,\text{km/h}$, $t = \ldots$, $d = 500\,\text{km}$.

(e) $v = 50\,\text{km/h}$, $t = \ldots$, $d = 200\,\text{km}$.

(f) $v = 15\,\text{m/s}$, $t = 12\,\text{s}$, $d = \ldots$.

(g) $v = \ldots$, $t = 45\,\text{min}$, $d = 100\,\text{km}$.

Correction à la page 1014.

Exercice 473

(a) Un élève a obtenu une notes de 15/20. Quelle serait sa note sur 10 ?

(b) Un élève a obtenu une notes de 17/25. Quelle serait sa note sur 10 ?

Correction à la page 1014.

Exercice 474 [13]

Un automobiliste n'échappe pas aux lois de la physique. Ainsi la l'énergie d'impact d'un véhicule lancé à 120 km/h est 16 fois plus grande que celle d'un véhicule qui roule à 30 km/h. L'énergie d'impact d'un véhicule est-elle proportionnelle à sa vitesse ?

Correction à la page 1014.

Exercice 475

Deux hôpitaux testent un médicament. Le premier obtient 34% de succès sur 200 patients. Le second hôpital teste le médicament sur 50 patients et constate que le médicament a été efficace sur 15 patients.

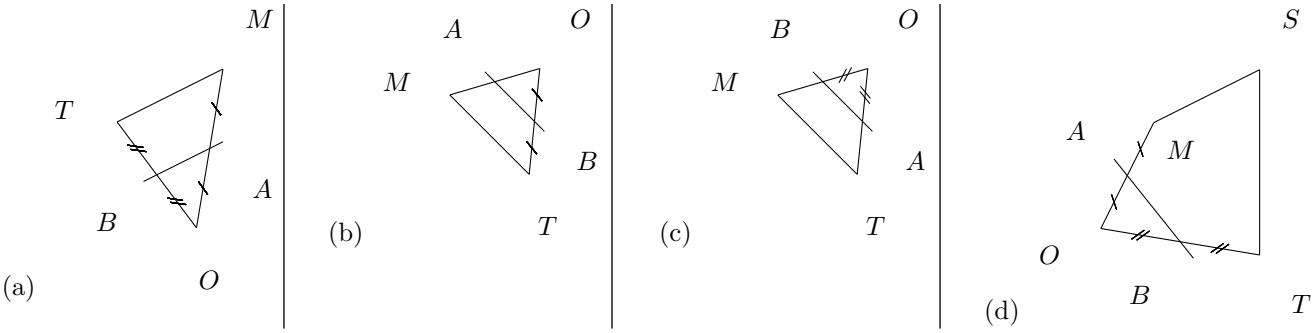
Quel est le pourcentage total des patients sur lesquels le médicament a été efficace ?

Correction à la page 1014.

19.6 Droite des milieux

Exercice 476 [13]

Dans quelles figures peut-on démontrer que les droites (AB) et (MT) sont parallèles ? Justifier.



Correction à la page 1014.

Exercice 477 [27]

Soit un triangle ABC rectangle en A. Nous nommons I, J et K les milieux respectifs des côtés $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$.

(a) Faire un dessin.

(b) Que peut-on dire des droites (IJ) et (AB) ?

(c) Que peut-on dire des droites (AC) et (IJ) ?

(d) Quelle est la nature du quadrilatère $AJIK$?

Correction à la page 1014.

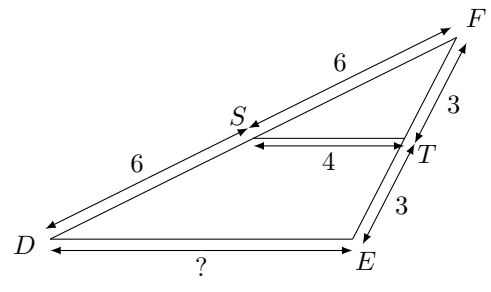
Exercice 478

Dans chacune des situations suivantes, faire un dessin et calculer en justifiant les longueurs demandées.

(a) Dans le triangle ABC, J est le milieu de $[BC]$, le point I est sur le côté $[AC]$ et la droite (IJ) est parallèle à (AB). De plus $AB = 5\,\text{cm}$ et $IC = 4\,\text{cm}$. Calculer les longueurs de $[IJ]$ et $[AI]$.

(b) Dans le triangle KLM, les points I et J sont les milieux de $[KM]$ et $[ML]$. La longueur IJ est de 6 centimètres. Calculer la longueur de $[KL]$.

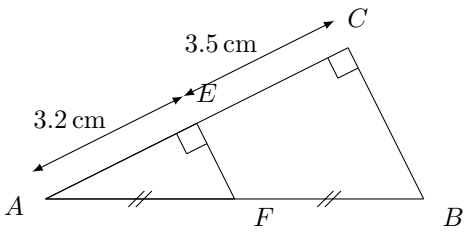
(c)



Correction à la page 1014.

Exercice 479 [13]

Jonathan a construit la figure suivante :



Expliquer pourquoi sa figure est fausse.

Correction à la page 1014.

Exercice 480

Soit un triangle ABC et les points R, S et T respectivement milieux de $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$.

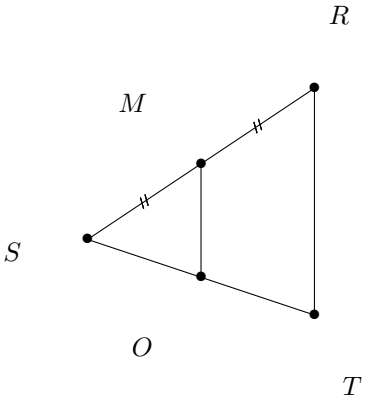
(a) Dessiner la situation.

(b) Quelle est la nature du quadrilatère $ARTS$?

Correction à la page 1014.

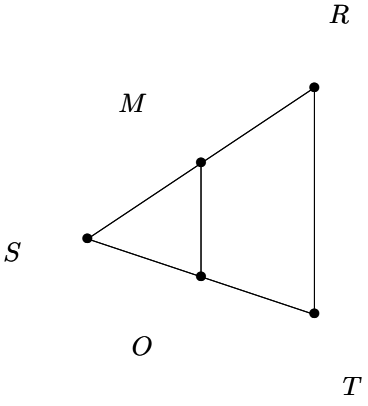
Exercice 481 [28]

(a) Les droites (MO) et (RT) sont parallèles. Montrer que O est milieu de $[ST]$.

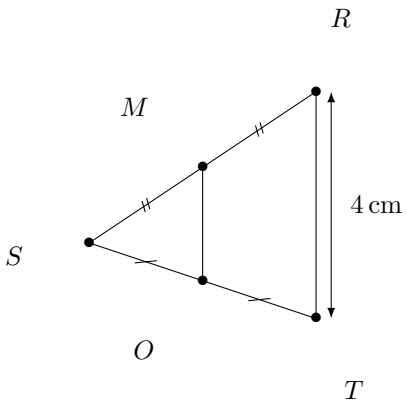


Ajouter des codages là où c'est possible.

(b) Le point O est le milieu de $[ST]$. Est-ce que (MO) est parallèle à (RT) ?



(c) Quelle est la longueur de $[MO]$?



Correction à la page 1014.

Exercice 482 (plus difficile)[29]

Nous considérons un triangle ACF et B le milieu de $[AC]$ ainsi que E, le milieu de $[AF]$.

(a) Faire un dessin et placer un point D sur la droite (AC) de telle sorte que C soit le milieu de $[BD]$.

(b) Tracer la droite (DE) et nommer G le point d'intersection entre (DE) et (CF).

(c) Prouver que G est le milieu de $[DE]$.

Correction à la page 1014.

19.7 Opérations en écriture fractionnaire

Exercice 483 [3]

Effectuer les opérations suivantes :

(a) $\frac{2}{3}+\frac{8}{3}$
(b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$
(c) $\frac{5}{6}+\frac{5}{12}$
(d) $\frac{13}{14}+\frac{5}{7}$
(e) $\frac{6}{7}+\frac{2}{35}$
(f) $\frac{11}{81}+\frac{1}{9}$

Correction à la page 1014.

Exercice 484

Effectuer les soustractions suivantes :

(a) $\frac{12}{13}-\frac{7}{13}$
(b) $\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$
(c) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$
(d) $\frac{9}{5}-\frac{5}{15}$
(e) $\frac{5}{6}-\frac{3}{48}$
(f) $\frac{9}{7}-\frac{64}{63}$
(g) $\frac{19}{99}-\frac{1}{11}$

Correction à la page 1014.

Exercice 485

Calculer et simplifier

(a) $\frac{3}{4}+\frac{7}{4}$
(b) $\frac{1}{8}-\frac{1}{16}$
(c) $\frac{2}{7}-\frac{1}{100}$
(d) $\frac{5}{6}+8$.
(e) $1-\frac{1}{10}$.

Correction à la page 1015.

Exercice 486

La fraction $\frac{12}{8}$ est égale à $\frac{3}{2}$. Donner trois autres fractions égales à $\frac{3}{2}$.

Correction à la page 1015.

Exercice 487 [13]

Quatre amis font un voyage en trois jours. Le premier jour, ils parcourent 40% du trajet total ; le deuxième jour, un quart et le dernier jour, $\frac{7}{20}$ du trajet total.

(a) Quel jour ont-ils parcouru la plus grande distance ?

(b) Peut-on calculer la distance parcourue chaque jour ?

Correction à la page 1015.

Exercice 488 [13]

Simplifier si possible les écritures fractionnaires suivantes :

(a) $\dfrac{-5\times 2}{2\times 7}$

(b) $\dfrac{-5+2}{7+2}$

(c) $\dfrac{4\times(-11)}{4\times(-11)\times 3}$

(d) $\dfrac{8\times(-3)\times 7\times 5}{3\times 5\times 8\times 7}$

(e) $\dfrac{-5\times 8}{2\times(-7)}$

(f) $\dfrac{5\times(-9)\times 2}{-7\times 10\times(-1)}$

Correction à la page 1015.

Exercice 489

Calculer les quotients suivants :

(a) $\dfrac{2}{3}\div 5$

(b) $\dfrac{10}{9}\div 5$

(c) $\dfrac{9}{7}\div\dfrac{1}{5}$

(d) $\dfrac{9}{7}\div\dfrac{1}{7}$

(e) $\dfrac{9}{7}\div\dfrac{2}{7}$

(f) $\dfrac{9}{7}\div\dfrac{3}{5}$

Correction à la page 1015.

Exercice 490

Dans une boîte, il y a 36 muffin. 1/3 sont aux bananes et 5/9 sont aux bleuets. Le reste des muffins sont aux pépites de chocolat. Quelle fraction représente les muffins aux pépites de chocolat ?

Voir la correction avec l'accent canadien : http://www.youtube.com/watch?v=PvB-1BoqWVY

Correction à la page 1015.

Exercice 491

En musique, une blanche dure un temps, une noire dure une demi-blanche et une croche dure une demi-noire. Quel calcul donne le nombre de croches dans trois noires ?

(a) $\dfrac{3}{2}$

(b) $\dfrac{3}{\frac{1}{2}}$

(c) $\dfrac{2}{3}$

(d) $3\times\dfrac{1}{2}$

(e) $3\div\dfrac{1}{2}$

Correction à la page 1015.

Exercice 492

Dans les courses cyclistes, environ $\dfrac{1}{8}$ des participants abandonnent. Sur une course de 500 personnes, combien peut-on s'attendre à voir finir la course ?

Correction à la page 1015.

Exercice 493

Une sorcière prépare un filtre d'amour ; le grimoire précise qu'il faut deux tiers de langue de licorne pour un couple. Combien de licornes devra tuer la sorcière pour préparer des filtres pour huit couples ?

Elle n'a réussi à tuer que 6 licornes. Combien de couples peut-elle rendre heureux ?

Correction à la page 1015.

Exercice 494

Cécile possède une boite d'anti-douleur dont les comprimés contiennent $\dfrac{1}{4}$ g de paracétamol chacun. Tracer sur un graphe la quantité de paracétamol pris en fonction du nombre de comprimés avalés (aller jusqu'à 10 comprimés). Est-ce une situation de proportionnalité ?

Correction à la page 1015.

Exercice 495

Mamie a préparé 1.5 kg de mousse au chocolat pour ses petits-enfants. Chacun a pu manger un 250 g. Combien de petits-enfants mamie a ?

Correction à la page 1015.

Exercice 496

Un sondage dans un collège montre qu'un élève sur cinq possède un vélo et que parmi les vélos, un sur trois était rouge. Quelle proportion des élèves de ce collège possède un vélo rouge ?

Si le collège compte 530 élèves, combien possèdent un vélo rouge ?

Correction à la page 1015.

Exercice 497

Inventer un problème «de la vie courante» dont la réponse demande de calculer

(a) $15 \div 3$

(b) $\frac{1}{4} \div 2$

(c) $5 \div \frac{1}{4}$

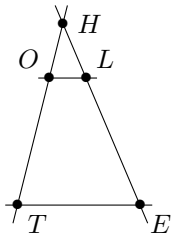
(d) $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4}$.

Correction à la page 1015.

19.8 Théorème de Thalès

Exercice 498 [13]

Sur la figure suivante, les droites (OL) et (TE) sont parallèles. Les points O et L appartiennent respectivement aux demi-droites $[HT)$ et $[HL)$. On donne $HE = 5\,\text{cm}$, $HL = 2\,\text{cm}$, $TE = 7\,\text{cm}$ et $HO = 3\,\text{cm}$. Calculer les longueurs HT et OL.

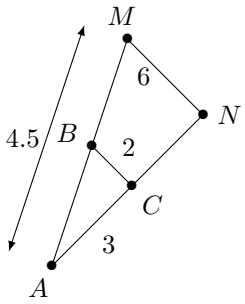


Correction à la page 1015.

Exercice 499 [13]

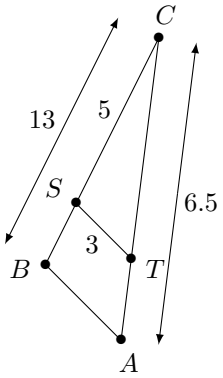
Calculer les longueurs demandées.

(a) $(BC) \parallel (MN)$.



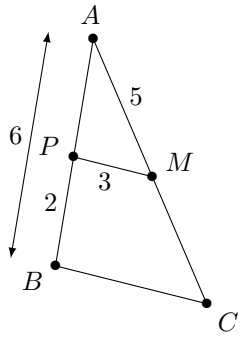
Calculer AN et AB.

(b) $(ST) \parallel (BA)$



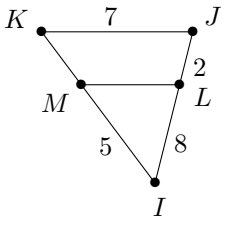
Calculer CT et AB.

(c) $(PM) \parallel (BC)$



Calculer AC et BC.

(d) $(ML) \parallel (KJ)$

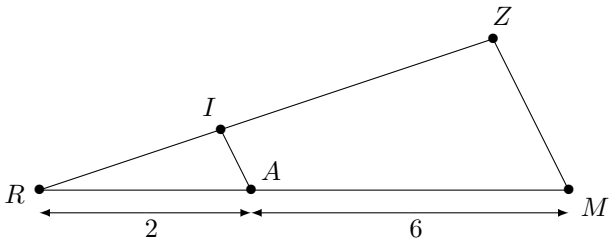


Calculer IK, MK et LM.

Correction à la page 1015.

Exercice 500

Sur la figure suivante nous nommons ℓ la longueur du segment $[IA]$. Exprimer la longueur de $[ZM]$ en fonction de ℓ.



Correction à la page 1015.

Exercice 501

Nous avons une photographie de longueur 152 mm et de largueur 114 mm.

(a) Charles veut l'agrandir pour avoir une longueur de 200 mm

(b) Doria veut la rapetisser pour avoir une largeur de 100 mm.

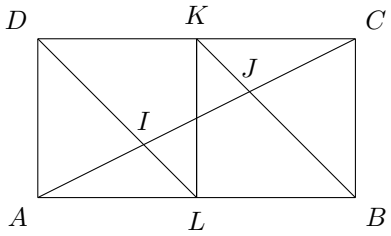
(c) Esther veut une diagonale de 200 mm.

Dans ces trois cas, donner les nouvelles dimensions de la photo.

Correction à la page 1016.

Exercice 502 [30]

La figure ci-dessous représente deux carrés côtes à côtes. Loris, qui est assez doué en math, dit immédiatement que $IJ = \frac{1}{3}AC$. Léa n'y croit pas. Que doit dire Loris pour la convaincre ?



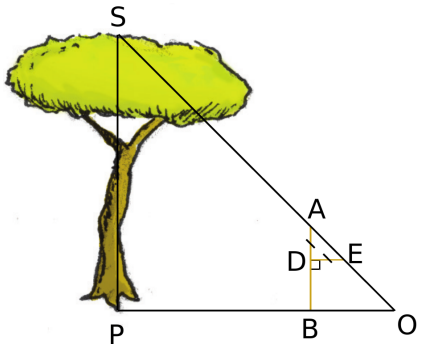
Correction à la page 1016.

Exercice 503 Mesurer une hauteur inaccessible[13]

L'instrument de Gerbert est constitué de deux bâtons $[AB]$ et $[ED]$ perpendiculaires tels que $AD = ED$. Soit S le sommet de l'arbre. Pour mesurer sa hauteur, il faut se placer de telle sorte que les points S, A et E soient alignés. Ses mesures sont : $AD = 0.4\,\text{m}$ et $AB = 0.5\,\text{m}$.

Le point S est inaccessibles, c'est à dire que les distances AS, SP, etc. ne peuvent pas être mesurées.

Quelles mesures et calculs doit-on faire pour savoir la hauteur de l'arbre ?



Correction à la page 1016.

Exercice 504 ...../5

Le câble d'un téléphérique mesure 1 km pour monter de 600 m. Le premier pylône mesure 25 m.

(a) Faire un dessin à main levée de la situation.

(b) À quelle distance du point de départ faut-il poser le pylône ?



Correction à la page 1016.

19.9 Manipulations littérales

Exercice 505
Écrire sans les parenthèses :

(a) $18 + (7 + 3)$
(b) $18 + (7 - 3)$
(c) $100 - (100 + 10)$
(d) $12 + (a + 5)$
(e) $12 - (b + 7)$
(f) $x - (4 - x)$

Correction à la page 1016.

Exercice 506
Sans faire le calcul, dire si les égalités proposées sont vraies ou fausses :

(a) $4 + (12 + 15) = 4 + 12 + 15$
(b) $4 + (1 - 7) = 4 + 1 - 7$
(c) $87 - (34 + 20) = 87 - 34 + 20$
(d) $87 - (34 + 20) = 87 - 34 - 20$
(e) $47 - (29 - 12) = 47 - 12 - 29$

Correction à la page 1016.

Exercice 507
Relier chaque forme développée à sa forme factorisée :

(a) $3x + 6$
(b) $12a + 8b$
(c) $6x + 3$
(d) $10a + 3a$
(e) $2a + 3a^2$
(1) $4(3a + 2b)$
(2) $a(10 + 3)$
(3) $a(2 + 3a)$
(4) $3(x + 2)$
(5) $3(2x + 1)$

Correction à la page 1016.

Exercice 508

(a) Calculer $8 - 3$ et $3 - 8$.
(b) Calculer $12 - 7$ et $7 - 12$.
(c) Peut-on donner une règle pour le calcul de $a - b$ lorsque b est plus grand que a (a et b positifs) ?

Correction à la page 1016.

Exercice 509
Calculer sans calculatrice :

(a) 30×22
(b) $54 + 20$
(c) 32×22
(d) 54×23

Correction à la page 1016.

Exercice 510
Barnabé le cuisinier connaît une recette immanquable pour faire du spaghetti à la bolognaise. Pour un kilo de préparation, il utilise 275 g de spaghetti, 270 g de viande de bœuf et 455 g de tomates fraîches.

(a) De quelle quantité de chaque ingrédient a-t-il besoin pour préparer x kilos de pâtes bolognaise ?
(b) Barnabé dispose d'une quantité suffisante de tomates et de pâtes, mais ne dispose que de x g de viande. Quelle quantité de tomates et de spaghetti pourra-t-il utiliser, et quelle poids total de préparation pourra-t-il faire ?

Correction à la page 1017.

Exercice 511 [13]
Factoriser et réduire les expressions suivantes :

(a) $5x + 3x$
(b) $3x - 8x$
(c) $-4x + 15x$
(d) $-9x - 6x$

Correction à la page 1017.

Exercice 512 [13]
Réduire les expressions suivantes :

(a) $\frac{3x}{2}+\frac{x}{4}$
(b) $\frac{x}{6}+\frac{x-4}{3}$
(c) $3+\frac{x-1}{5}$
(d) $-5x-\frac{3x-2}{4}+3$

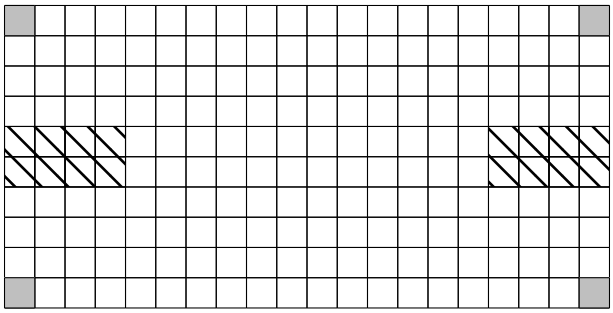
Correction à la page 1017.

Exercice 513
Développer et réduire les expressions suivantes :

(a) $(x+4)(x+3)$
(b) $(y+3)(2y+8)$
(c) $(3z+4)(5-6z)$
(d) $(-7t+8)(3-5t)$

Correction à la page 1017.

Exercice 514
Christoffer carreleur veut réaliser une fresque 10×20 comme ceci :



Il s'agit d'un rectangle de carreaux blancs, dont les quatre coins sont rouges (carreaux grisés) et contenant deux bandes bleues au milieu (zone hachurée).

(a) Combien de carreaux de chaque couleur faut-il ?

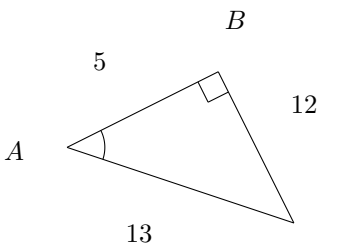
(b) Sur ce dessin, chacune des bandes bleues a une longueur de 4 carreaux. Christoffer veut savoir combien de carreaux de chaque couleur il aurait besoin si il faisait varier cette longueur. Donner le nombre de carreaux de chaque couleur en fonction de la longueur de la bande bleue.

Correction à la page 1017.

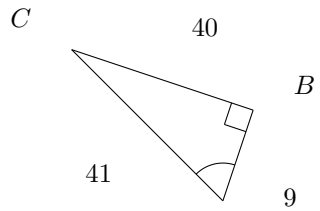
Exercice 515 Une proposition douteuse
Julien possède un champ rectangulaire. Un mystérieux personnage lui propose de lui offrir deux mètres de longueur supplémentaire en échange de un mètre de largeur (c'est à dire qu'on allonge le champ de deux mètres dans un sens et on le raccourcis de un mètre dans l'autre sens).
Julien fait ses calculs et accepte l'échange.
On fait la même proposition à Paul, qui refuse, ayant calculé qu'il allait y perdre.
Quelles sont les dimensions possibles des champs de Paul et Julien ?
Correction à la page 1017.

19.10 Cosinus d'un angle aigu

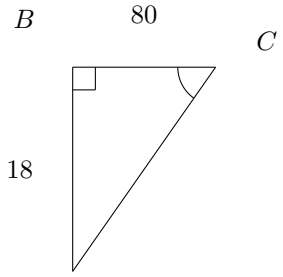
Exercice 516
Donner le cosinus de l'angle noté dans les cas suivants :



(a)



(b)



(c)

Correction à la page 1017.

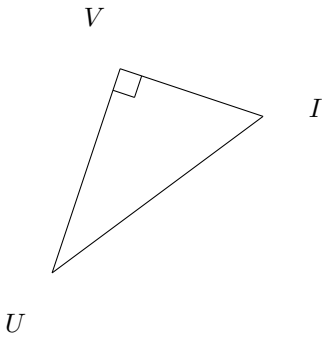
Exercice 517

Tracer un triangle dont le cosinus d'un des angles vaut $\frac{3}{7}$.

Correction à la page 1017.

Exercice 518

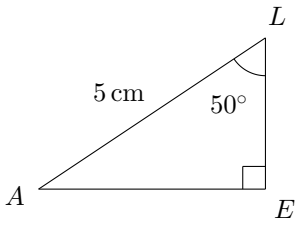
Sur le dessin suivant, lequel des angles a pour cosinus le nombre $\frac{IV}{UI}$?



Correction à la page 1017.

Exercice 519

Sachant que $\cos(50°) \simeq 0.642$, donner les longueurs manquantes du triangle suivant :



Correction à la page 1017.

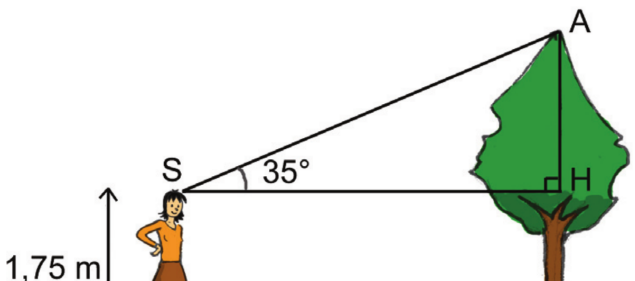
Exercice 520

Soit un triangle rectangle dont les côtés ont pour mesures 16, 65 et 63. Quels sont ses angles ?

Correction à la page 1017.

Exercice 521 [13]

Sophie qui mesure 1.75 m est à 30 m d'un arbre. L'angle entre l'horizontale et le sommet de l'arbre est de 35°. Quelle est la hauteur de l'arbre ?



Correction à la page 1017.

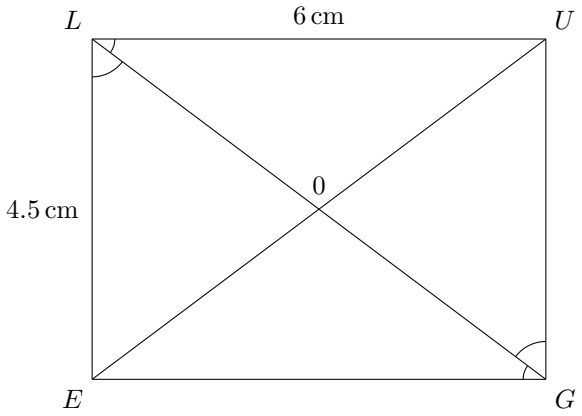
Exercice 522 [13]

Soit un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 12 cm et un des deux côtés de l'angle droit mesure 9.6 cm. Déterminer la longueur du troisième côté ainsi que les deux angles aigus. (réponses approximatives)

Correction à la page 1017.

Exercice 523 [13]

Le quadrilatère $LUGE$ est un rectangle. Déterminer les angles indiqués.



Correction à la page 1017.

19.11 Puissances (4A)

Exercice 524

En informatique, une approximation classique est de dire $2^{10} \simeq 1000$.

(a) Expliquer pourquoi cette approximation n'est pas trop mauvaise.

(b) En utilisant cette approximation, donner une approximation de 2^{20}.

Correction à la page 1017.

Exercice 525

(a) Calculer 3^4 et 3^2.

(b) Compléter : $3^4 \times 3^2 = 3^{\cdots}$

Correction à la page 1017.

Exercice 526

Calculer 10^2, 10^3, 10^4.

Correction à la page 1018.

Exercice 527

(a) Quel est le signe de $(-3)^2$?

(b) Quel est le signe de 5^{-6} ?

(c) Quel est le signe de $(-5)^7$?

(d) Quel est le signe de $(-2)^{-4}$?

(e) Quel est le signe de $(-1)^{10}$?

Correction à la page 1018.

Exercice 528

Compléter :

(a) $1000 = 10^{\cdots}$

(b) $5000 = 5 \times 10^{\cdots}$

(c) $2500 = 2.5 \times 10^{\cdots}$

(d) trois-milliards-cinq-cent-mille $= \ldots \times 10^{\cdots}$

Correction à la page 1018.

Exercice 529

Les deux affirmations suivantes sont vraies. Écrire les nombres sous forme décimale, sans recourir à la notation de puissance.

(a) La Terre se trouve à 150×10^6 kilomètres du Soleil.

(b) Le rayon atomique d'un atome d'hydrogène est 0.25×10^{-10} mètres.

Correction à la page 1018.

Exercice 530

Une galaxie contient en général cent milliards d'étoiles, et nous connaissons environ cent milliards d'étoiles. Si une étoile sur 1000 possède des planètes, combien de planètes il semblerait y avoir dans l'univers connu ?

Correction à la page 1018.

Exercice 531 [13]

Le cerveau humain est composé de 100 milliards de neurones. À partir de 30 ans, ce nombre de neurones baisse d'environ 100 000 par jour. En considérant qu'une année contient 365 jours, donner l'écriture décimale puis scientifique du nombre de neurones d'un humain de 40 ans.

Correction à la page 1018.

Exercice 532 [13]

Donner un encadrement par deux puissances de 10 consécutives :

(a) en nombre d'années, de l'âge de la Terre qui est d'environ 4.5 milliards d'années.

(b) en mètre, de la largeur d'une bactérie qui peut atteindre 3 µm

(c) en Hertz, de la fréquence d'un processeur tournant à 4.1 GHz.

Correction à la page 1018.

Exercice 533 [13]

La masse d'un atome de carbone est égale à [parse-numbers=true]1.99e-26 kg. Les chimistes considèrent des paquets contenant [parse-numbers=true]6.022e23 atomes.

(a) Calculer la masse en grammes d'un tel paquet d'atomes de carbone.

(b) Donner une valeur arrondie de cette masse à un gramme près.

Correction à la page 1018.

Exercice 534

Calculer :

$$\frac{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}{7 \times 7 \times 7 \times 7}$$

Correction à la page 1018.

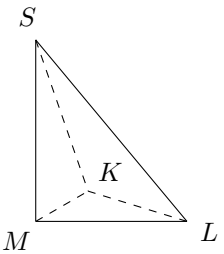
19.12 Pyramides et cônes (4A)

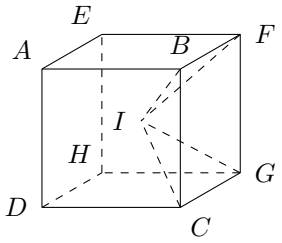
Exercice 535 [13]

Réaliser les patrons des solides suivants.

(a) En sachant que les trois angles en M sont droits et les mesures $ML = 5\,\text{cm}$, $MK = 4\,\text{cm}$ et $MS = 6\,\text{cm}$.

(b) Le point I est le centre du cube.





Correction à la page 1018.

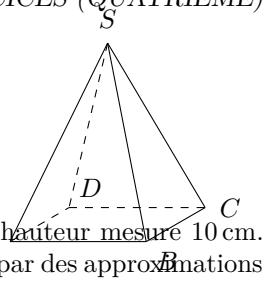
Exercice 536

Dessiner un patron d'une pyramide dont la base est un triangle rectangle de mesures 5, 12, 13 et dont la hauteur est 3.

Correction à la page 1018.

Exercice 537

Le dessin ci-contre est une pyramide régulière à base carrée.



Dire combien de faces il possède.

Si sa hauteur est de 8 cm et la base a un côté de 30 cm, quelle est la longueur d'une arrête latérale ?

Correction à la page 1018.

Exercice 538

Nous considérons un cône de sommet S dont la base a un rayon de 7 cm et dont la hauteur mesure 10 cm. Nous nommons C le centre de la base. Pour les questions suivantes, vous pouvez répondre par des approximations numériques.

(a) Soit P un point sur la circonférence de la base. Quelle est la distance SP ?

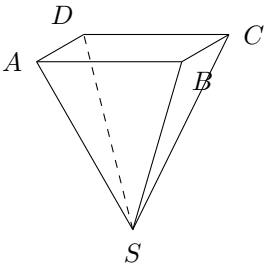
(b) Soit C' sur le segment $[CS]$ tel que $CC' = 3$. Nous nommons R le point d'intersection entre la droite (SP) et le plan parallèle au plan de la base, passant par C'. Quelle est la longueur RP ?

Correction à la page 1018.

Exercice 539 [31]

Ceci est une pyramide régulière à base rectangulaire.

À partir du dessin,



(a) nommer la base et les faces latérales,

(b) sachant que $AB = 8$, $BC = 6$ et $SC = 13$, calculer les longueurs de la hauteur et des quatre arrêtes latérales.

Conseil : dessiner la hauteur et reporter les mesures données sur le dessin.

Correction à la page 1018.

Exercice 540

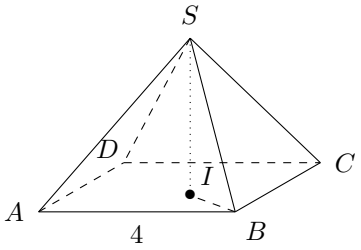
Donner le volume des solides décrits ci-dessous

(a) Une pyramide à case carré dont le côté mesure 4 cm et la hauteur 10 cm.

(b) Un cône dont le rayon de la base est 4 mm et dont la hauteur est 9 mm

(c) Une pyramide dont la base est un triangle rectangle de mesures 13 cm, 84 cm et 85 cm et dont la hauteur est 17 cm.

(d) Sur ce dessin (SI) est perpendiculaire à la base, $IB = 15$ et $SB = 17$. La base est carrée.



(e) Le même cône que dans (b), mais à qui on aurait multiplié le rayon de la base par k.

Correction à la page 1018.

Exercice 541

Un producteur de jeux de plage pour enfant veut produire une série de pâtés de 50 cL de volume. Donner des dimensions possibles pour un pâté cylindrique, conique et pyramidal (base carré).

Pour chacun de ces cas, faire un dessin à main levée et y reporter les mesures proposées.

Correction à la page 1020.

Exercice 542

Sont-ce des grandeurs proportionnelles ?

(a) L'aire d'un carré en fonction de la longueur de son côté.

(b) Le volume d'une pyramide de base donnée en fonction de sa hauteur.

(c) Le volume d'un cône de hauteur donnée en fonction du rayon de sa base.

Correction à la page 1020.

Exercice 543

Déterminer le volume de la pyramide dont il est question dans l'exercice 535(b).

Correction à la page 1020.

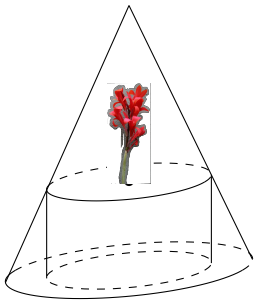
Exercice 544

En reprenant la pyramide de la question 540(d) et en prenant les mesures en centimètres, quelle est la longueur du plus court chemin entre A et le milieu de $[SC]$?

Vous pouvez répondre par une valeur approchée (mesure ou calcul).

Correction à la page 1020.

Exercice 545 [31, 32]



Une cloche en forme de cône transparent protège une fleur ; le pot est un cylindre de 12 cm de diamètre. Le diamètre de la base de la cloche mesure 18 cm et sa hauteur est de 30 cm.

Reporter les mesures données sur le dessin et calculer la hauteur maximale que pourra prendre la plante.

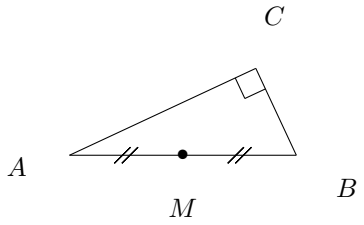
Correction à la page 1020.

19.13 Triangles rectangles

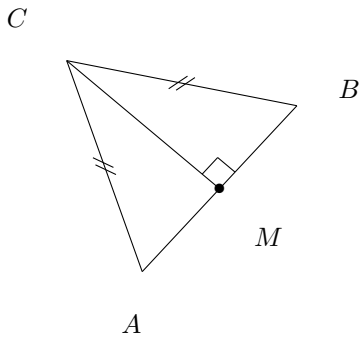
Exercice 546

Pour chacune des figures suivantes, dire si $CM = AM$ (justifier).

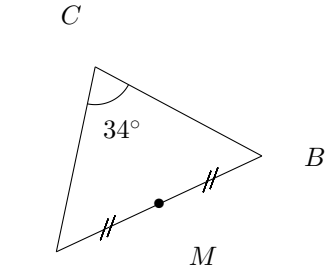
(a)



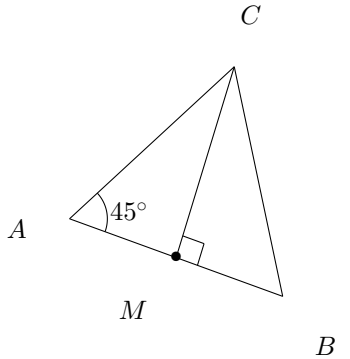
(b)



(c)



(d)



Correction à la page 1020.

Exercice 547

Soient deux points A et B. Comment placer un point C de telle sorte que ABC soit un triangle rectangle en C ?

Correction à la page 1020.

Exercice 548

Pour tracer un triangle rectangle, Sébastien trace un cercle puis le diamètre de ce cercle. Ensuite il prend un point au hasard sur le cercle et affirme avoir terminé. Quelle est son idée ?

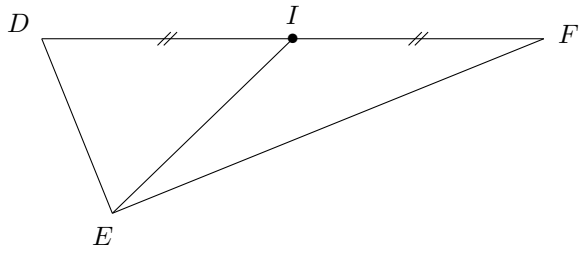
Correction à la page 1020.

Exercice 549 [21]

Sur la figure ci-contre,

— Le point I est le milieu du segment $[DF]$,
— $DF = 8$, $DE = 3$ et $IE = 4$

Montrer que DEF est un triangle rectangle. En quel point est l'angle droit ?



Correction à la page 1020.

Exercice 550

Dessiner si possible, ou bien expliquer pourquoi ce n'est pas possible.

(a) Un triangle rectangle isocèle.

(b) Un triangle rectangle équilatéral.

(c) Un triangle rectangle dont un des angles mesure 45°.

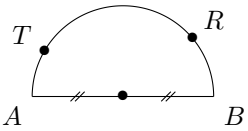
(d) Un triangle rectangle isocèle dont l'angle droit n'est pas situé entre les deux côtés de même longueurs.

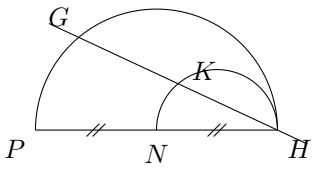
Aide : les carreaux de votre cahier vous permettent aisément de tracer des angles de 45°.

Correction à la page 1020.

Exercice 551 [13]

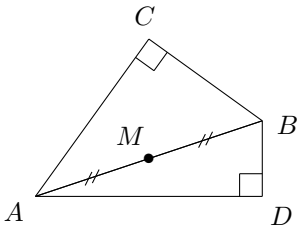
Dans chacune des figures ci-dessous, nommer tous les triangles rectangles non tracés en utilisant les points donnés. Justifier.





Correction à la page 1021.

Exercice 552



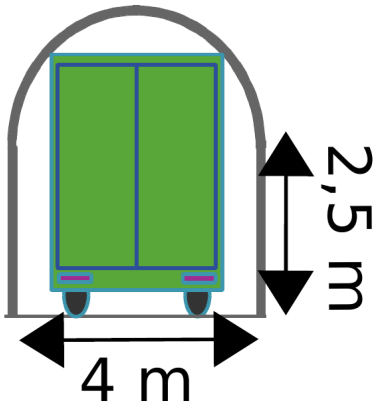
(a) Vrai ou faux : le point D est à l'extérieur du cercle de centre M et de rayon MC.

(b) Pour quelle valeur de k a-t-on $CM = k \times MD$?

Correction à la page 1021.

Exercice 553 [13]

Un tunnel, à sens unique, d'une largeur de 4 m est constitué de deux parois verticales de 2.5 m de haut, surmontées d'une voûte semi-circulaire de 4 m de diamètre. Un camion de 2.6 m de large doit le traverser. Quelle peut être la hauteur maximale de ce camion ?



Correction à la page 1021.

19.14 Équations

Exercice 554
Lesquelles des égalités suivantes sont correctes si $x = 3$?

(a) $2 \times x + 3 = 9$
(b) $2x - 3 = 9$
(c) $5 \times x = 0$
(d) $x - 3 = 0$
(e) $x - 7 = -4$
(f) $-2x = 6$

Correction à la page 1021.

Exercice 555
Pour quelle valeur de x les égalités suivantes sont vraies ?

(a) $x + 1 = 3$
(b) $2x = 8$
(c) $x + 3 = 5$
(d) $3x + 4 = 35$
(e) $x - 5 = 10$
(f) $x + 5 = 3$

Correction à la page 1021.

Exercice 556
Une classe de 25 élèves vote pour ses délégués. Simon, le gagnant, déclare : «Si trois de plus avaient votés pour moi, j'aurais eu les trois quarts». Combien d'élèves ont voté pour Simon ?

Correction à la page 1021.

Exercice 557
Une ficelle de 120 cm doit être coupée en trois morceaux A, B et C de telle sorte que
— A soit le double de C,
— B soit le triple de C.
Quelles sont les longueurs des morceaux ?

Correction à la page 1021.

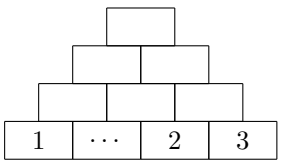
Exercice 558
Écrire une équation qui correspond à la question suivante : «un triangle rectangle, la longueur de l'hypoténuse est de 30 cm et un des deux autres côtés mesure 25 cm. Quelle est la longueur du troisième côté ? (la nommer x) ».

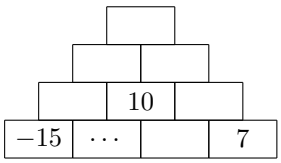
Correction à la page 1021.

Exercice 559
Un architecte veut placer une frise triangulaire en marbre au-dessus d'une porte. Pour des raisons d'esthétique, il veut que la hauteur de ce triangle soit environ 1.6 fois plus grande que la base (nombre d'or). Cependant à cause du prix du marbre, il ne peut pas dépasser 1.8 m^2. Quelles dimensions lui-propsez-vous ?

Correction à la page 1021.

Exercice 560 Difficile...
Quel nombre doit-on mettre à la place des pointillés pour obtenir 22 au sommet de la pyramide ?





Correction à la page 1021.

Exercice 561

Les familles Marat, Danton et Corday louent trois semaines d'appartement à la mer pour la somme de 1155 euros. Ils veulent se partager équitablement la note, en sachant que la famille Marat n'est restée qu'une semaine alors que les familes Danton et Corday sont restées les trois semaines.

Comment peuvent-ils faire ?

Correction à la page 1021.

Exercice 562

Une région compte actuellement cinq réacteurs nucléaires et 2 MW de ressources fossiles. Deux plans de transitions sont présentés.

(a) Un premier plan propose de remplacer les centrales nucléaires et fossiles par 17 MW d'énergie renouvelable.

(b) Un second plan propose de supprimer les ressources fossiles, garder deux réacteurs et de développer, plus modestement, 11 MW d'énergie renouvelable.

Pour chacun des deux cas, êtes-vous capable de déterminer la puissance des réacteurs nucléaires ?

Correction à la page 1021.

Exercice 563

Jean dit à Paul : «Si tu me donnes trois billes, alors j'en aurai le double de toi». Combien de billes ont Jean et Paul ?

Correction à la page 1021.

Exercice 564 [13]

Un marchand dépense 75 £ par semaine pour confectionner ses glaces. Sachant qu'une glace est vendue 2.5 £, combien doit-il vendre au minimum de glaces dans la semaine pour avoir un bénéfice supérieur à 76 £ ?

Correction à la page 1021.

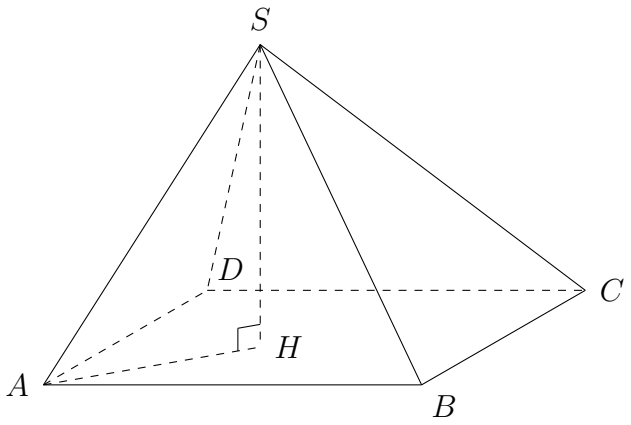
Chapitre 20

Exercices rituels (quatrième)

20.1 Exercice rituel 1

Exercice rituel numéro 1

Quelle est la meilleure approximation de la longueur du segment $[SA]$?



$AH = 5$ et $HS = 6$

(a) 11.3

(b) 7.81

(c) 5.34

20.2 Exercice rituel 2

Exercice rituel numéro 2

(a) Développer et réduire l'expression

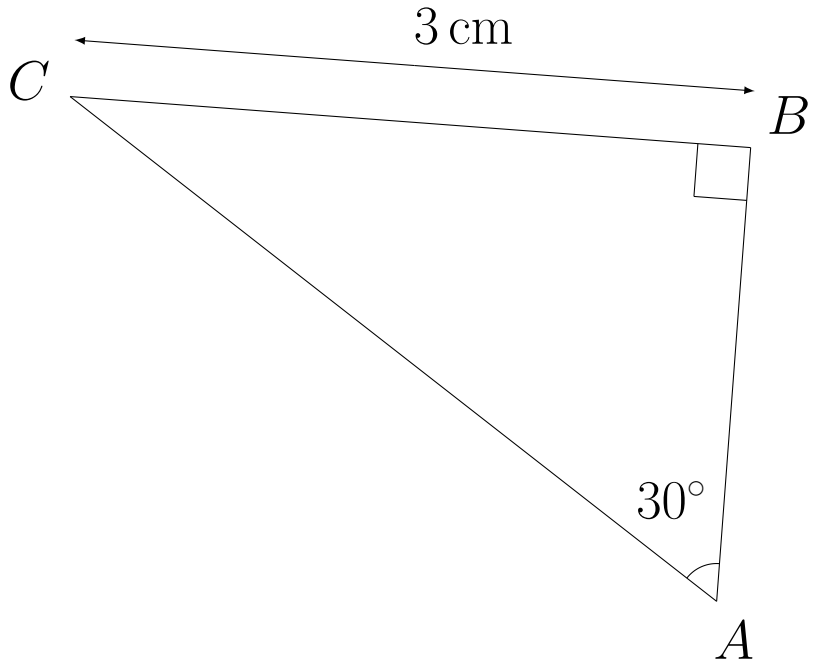
$$3(x+2)-x.$$

(b) Pour quelle valeur de x, cela vaut 52 ?

20.3 Exercice rituel 3

Exercice rituel numéro 3

Déterminer les longueurs approximatives des trois côtés :



Vous pouvez utiliser les approximations

(a) $\cos(30^\circ) \simeq 0.866$

(b) $\cos(60^\circ) = 0.5$

20.4 Exercice rituel 4

Exercice rituel numéro 4

Parmi les expressions suivantes, dire lesquelles sont égales à

$$\frac{5 \times 7}{3 \times 11}.$$

(a) $5 \times \dfrac{7}{3 \times 11}$

(b) $3 \times \dfrac{5 \times 7}{11}$

(c) $\dfrac{5 \times 7}{11} \div 3$

(d) $\dfrac{5}{33} \times 7$

20.5 Exercice rituel 5

Exercice rituel numéro 5

Trouver des nombres a et b tels que

$$\begin{cases} a + b = 37 \\ a - b = 13 \end{cases}$$

en même temps.

20.6 Exercice rituel 6

Exercice rituel numéro 6

Le tableau suivant donne le périmètre d'un carré en fonction de la longueur de son côté :

côté	0	4	5	10	...
périmètre	...	16	...	...	52

(a) Compléter ce tableau.

(b) En tracer une représentation graphique.

(c) Est-ce un tableau de proportionnalité ?

Le tableau suivant donne l'aire d'un carré en fonction de la longueur de son côté :

côté	0	2	3	5	...
aire	...	4	...	...	49

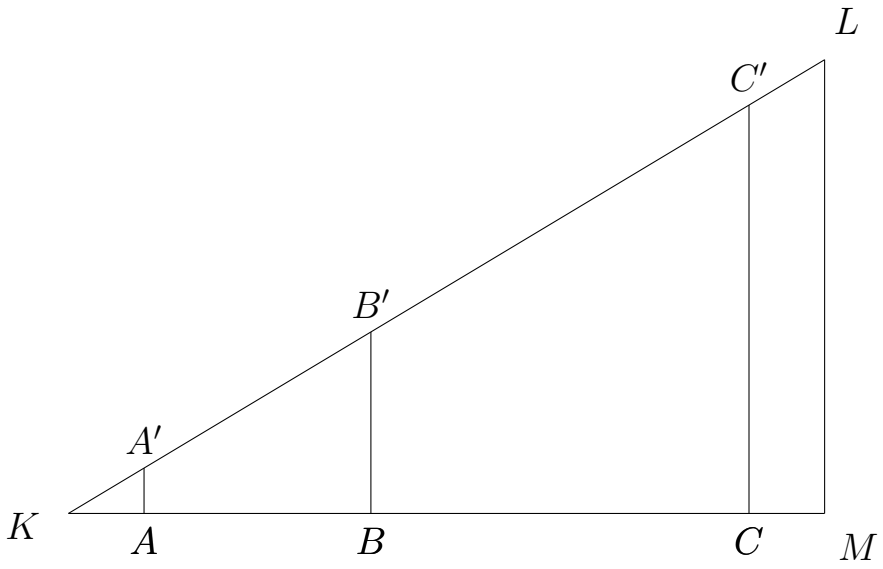
(a) Compléter ce tableau.

(b) En tracer une représentation graphique.

(c) Est-ce un tableau de proportionnalité ?

20.7 Exercice rituel 7

Exercice rituel numéro 7



Est-ce un tableau de proportionnalité ?

KA	KB	KC	KM
KA'	KB'	KC'	KL

Chapitre 21

Autres exercices de quatrième

Exercice 565
Calculer :

(a) $\dfrac{18}{-3} = \ldots$

(b) $(-4) \times (+5) = \ldots$

(c) $(-9) \times (-7) = \ldots$

(d) $(+10) - (-14) = \ldots$

(e) $(-3) + (-9) = \ldots$

Correction à la page 1021.

Exercice 566
Calculer :

(a) $(-1) - (-7) = \ldots$

(b) $(-2) \times 2 = \ldots$

(c) $\dfrac{12}{-4} = \ldots$

(d) $(+12) \times (-2) = \ldots$

(e) $(+3) - (+10) = \ldots$

Correction à la page 1021.

Exercice 567 [13]
Recopier et compléter le tableau suivant (pour gagner du temps, partager le travail avec son voisin)

x	0	1	2	3	4	5	10
$2x + 3x$							
$2 + 3x$							
$5x$							

Vrai ou faux ?

(a) L'égalité $2 + 3x = 5x$

(a1) est vraie pour une valeur de x.

(a2) est vraie pour n'importe quelle valeur de x.

(b) L'égalité $3x + 3x = 2 + 3x$

(b1) est vraie pour une valeur de x.

(b2) est vraie pour n'importe quelle valeur de x.

(c) L'égalité $2x + 3x = 5x$

(c1) est vraie pour une valeur de x.

(c2) est vraie pour n'importe quelle valeur de x.

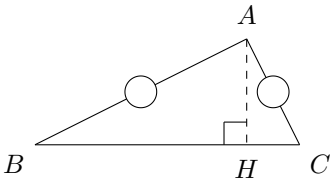
(d) Les calculs du tableau suffisent-ils pour répondre à cette question ? Pourquoi ? Que doit-on utiliser pour y répondre ?

Correction à la page 1022.

21.1 Pythagore

Exercice 568

Baptiste l'artiste paysagiste doit déterminer si l'angle $\widehat{BAC}$ est droit. Hélas des obstacles de terrain l'empêchent de mesurer directement AB ou AC. Il a pu cependant mesurer $AB = 8\,\text{m}$, $BH = 6\,\text{m}$ et $HC = 15\,\text{m}$. Comment Baptiste peut-il faire pour conclure ?



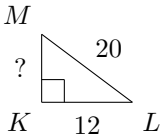
Attention : ce dessin n'est absolument pas à l'échelle (comme vous l'aurez constaté par vous-même).

Correction à la page 1022.

Exercice 569

(a) Est-ce que le triangle FGH de mesures $FG = 41$, $GH = 9$ et $FH = 40$ est rectangle ? Si oui, en quel point est l'angle droit ?

(b) Pour le triangle suivant, écrire l'égalité de Pythagore (exemple : $ST^2 + SU^2 = TU^2$) et calculer la mesure manquante.



Correction à la page 1022.

21.2 Proportionnalité

Exercice 570

Une étude portant sur certaine exploitations agricoles de betteraves a noté la production en tonnes et la superficie d'un certain nombre d'exploitations. Voici les résultats :

superficie (dizaine d'hectare)	5	7.7	12	23	50.8
Production (millier de tonne)	4.85	7.469	11.640	22.31	49.276

(sources : invention personnelle et Wikipédia)

(a) Représenter ces données sous forme d'un graphique.

(b) Est-ce une situation de proportionnalité ? Justification par le graphique ou par le calcul, au choix.

(c) Quelle superficie d'exploitation faudrait-il pour produire cent mille tonnes de betteraves ?

Correction à la page 1022.

21.3 Opérations en écriture fractionnaire

Exercice 571

Dans chaque cas, dire lequel des deux nombres est le plus grand.

(a) 3 et 5

(b) -3 et -3

(c) $\dfrac{1}{-5}$ et $\dfrac{1}{-7}$

(d) $\dfrac{3}{8.2}$ et $\dfrac{3}{-8.2}$

(e) $-\dfrac{5.23}{14.5}$ et $\dfrac{-5.23}{14.6}$

(f) $\dfrac{7.5}{0.23}$ et $\dfrac{75}{2.4}$.

(g) $\dfrac{-7.5}{0.23}$ et $\dfrac{75}{-2.4}$.

Correction à la page 1022.

Exercice 572

Parmi les fractions suivantes, lesquelles ne sont pas simplifiables ?

(a) $\frac{2}{7}$ | (b) $\frac{120}{55}$ | (c) $\frac{99}{117}$ | (d) $\frac{33}{100}$

Correction à la page 1022.

Exercice 573

Parmi les nombres suivants, lesquels sont supérieurs à $\frac{19}{9}$?

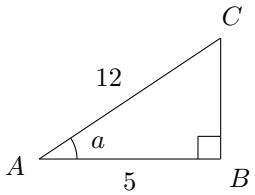
(a) $\frac{19}{8}$ | (b) $\frac{22}{9}$ | (c) 2 | (d) 3

Correction à la page 1022.

21.4 Cosinus

Exercice 574

Êtes-vous capable de trouver une valeur approximative de la mesure de l'angle a ?



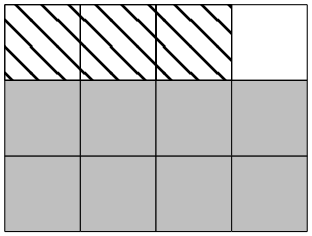
Correction à la page 1022.

21.5 Feuille de secours numéro 1

21.6 Opérations en écriture fractionnaire

Exercice 575 [13]

Compléter les pointillés



(a) La partie grisée représente $\frac{2}{\dots}$ de l'aire totale.

(b) La partie hachurée représente $\frac{1}{\dots}$ de l'aire totale.

(c) En s'aidant du dessin, calculer la somme

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\dots$$

Correction à la page 1022.

21.7 En réserve pour un prochain devoir surveillé

Exercice 576

Soit l'énoncé «Si la somme des chiffres d'un nombre vaut 7 alors il est multiple de 7». Lesquels des nombres suivants en sont des contre-exemples ?

(a) 124
(b) 49
(c) 133
(d) 322
(e) 43

Correction à la page 1022.

Exercice 577

Une bouteille de sirop de menthe indique qu'il faut «verser une dose de sirop pour 8 doses d'eau».

(a) Jean-Luc met 3 cL de sirop. Quelle quantité d'eau doit-il ajouter ?

(b) Quelle est la proportion d'eau dans son verre ? Donner une fraction simplifiée.

(c) Julie, plus gourmande, met 5 cL de sirop. Quelle quantité d'eau doit-elle ajouter ? Quelle est la proportion d'eau dans son verre ? Donner une fraction simplifiée.

Correction à la page 1022.

Exercice 578

L'énoncé suivant est faux : «Si la somme des chiffres d'un nombre vaut 7 alors il est divisible par 7». Lequel des nombres suivants en est un contre-exemple ?

(a) 49
(b) 214
(c) 77
(d) 322

Donner un autre contre-exemple ; expliquer.

Correction à la page 1022.

Exercice 579 [13]

Quatre amis partent en voyage pour quatre jours. Le premier jour, ils parcourent 30% du trajet total ; le deuxième jour, un tiers et le dernier jour, $\frac{15}{9}$ du trajet total.

(a) Quel jour ont-ils parcouru la plus grande distance ?

(b) Peut-on calculer la distance parcourue chaque jour ?

Correction à la page 1022.

21.8 En réserve pour un prochain DM

Exercice 580

Un sculpteur a besoin d'une pièce de bois de forme parallélépipédique rectangle de 3 m de long et dont la section est un carré de 80 cm de côté. Un ami menuisier lui propose alors un tronc d'arbre cylindrique de 4 m de long et dont la section est un cercle de 1 m de diamètre. Est-ce suffisant ?

Correction à la page 1022.

21.9 Salle multimédia 4A, 17 octobre 2014

Exercice 581

Le but de cet exercice est de trouver, étant donné un segment $[AB]$, tous les points C du plans tels que le triangle ABC soit rectangle en C.

(a) Lancer géogebra.

(b) Construire un segment $[AB]$.

(c) Créer un point K hors de (AB) et tracer la droite (AK).

(d) Comment trouver sur (AK) un point C tel que $\widehat{ACB} = 90°$?

Lorsque cela est fait, écrire le titre «Triangle rectangle» dans le cahier d'exercice. Exprimer les résultats des recherches sous forme d'un dessin et de quelque phrases.

Émettre une conjecture à propos de l'ensemble des points C tels que ABC soit rectangle en C.

Correction à la page 1022.

Exercice 582

Le but de cet exercice est de trouver un nombre x tel que $x^2 = 14$. Ou, à défaut de trouver un tel nombre, en donner une approximation numérique.

(a) Donner un encadrement de x par deux entiers : x est plus grand que ... et plus petit que ....

(b) Lancer n'importe quel logiciel permettant d'effectuer des calculs.

(c) Essayer d'affiner l'encadrement. (avec un tableur, il y a moyen de faire assez bien)

Correction à la page 1022.

21.10 Salle multimédia 24 avril 2015

Questions pour aller en salle multimédia, 24 avril 2015 (4A)

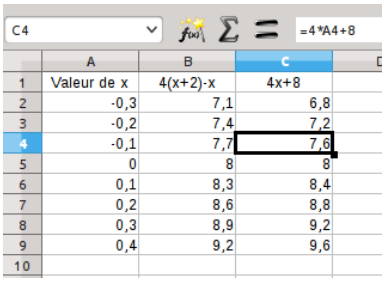
Exercice 583

Le but de cet exercice est de montrer que les formules de distribution et de factorisation fonctionnent *vraiment* pour toutes les valeurs «des lettres».

(a) Sur papier : développer et réduire : $3 \times (x + 3) - x$.

(b) Avec un tableur, pour une vingtaine de valeurs de x entre -10 et 10, faire calculer les valeurs de $3(x+3)-x$ ainsi que de votre résultat à la question (a). Que remarquez-vous ?

(c) Quel est le problème avec ce tableau ?



	A	B	C
1	Valeur de x	4(x+2)-x	4x+8
2	-0,3	7,1	6,8
3	-0,2	7,4	7,2
4	-0,1	7,7	7,6
5	0	8	8
6	0,1	8,3	8,4
7	0,2	8,6	8,8
8	0,3	8,9	9,2
9	0,4	9,2	9,6
10			

Correction à la page 1023.

Exercice 584

Le but de cet exercice est de montrer qu'une égalité littérale peut être vraie seulement pour certaines valeurs de x.

(a) Pour quelle valeur de x, l'égalité $3x + 2 = 17$ est-elle correcte ?

(b) Avec un tableur, faire calculer les valeurs de l'expression $3x + 2$ pour une centaine de valeurs de x entre 0 et 10. Est-ce que vous pouvez ainsi confirmer la réponse donnée en (a) ?

(c) Faire calculer les valeurs de l'expression $16x$ pour une centaine de valeurs entre 0 et 10. Faire de même, dans une colonne séparée, pour l'expression $8x + 3$.

(d) Trouver une valeur de x pour laquelle $16x = 8x + 3$.

Correction à la page 1023.

Exercice 585

Bob doit envoyer son code de carte bancaire à Alice (un nombre entre 0 et 9999). Pour conserver le secret, Alice lui demande de partir de son code et d'effectuer les calculs suivants :

— Diviser par 12345
— prendre le cosinus du résultat
— multiplier le résultat par le code secret
— additionner le double du code secret.

Bob fait le calcul et envoie à Alice le nombre 5083.906586. Comment va faire Alice pour trouver le code secret de Bob ?

Correction à la page 1023.

21.11 Autres multimédia

Exercice 586

Avec géogébra.

(a) Tracer un segment $[AB]$

(b) Trouver tous les points du plan où placer un point C de telle sorte que le triangle ABC soit rectangle en A.

(c) Trouver tous les points du plan où placer un point C de telle sorte que le triangle ABC soit rectangle en C.

Aide pour la question (c). Placer un point variable K et tracer la droite (AK). Construire un point C sur la droite (AK) de telle sorte que ABC soit rectangle en C (c'est à dire que (BC) soit perpendiculaire à (AK)). Bouger ensuite le point K.

Correction à la page 1023.

Exercice 587

Un peu de recherche sur Wikipédia. Retrouver l'article de Wikipédia concernant le théorème des milieux, et répondre à une ou plusieurs des questions suivantes (l'ordre importe peu).

(a) Reproduire l'illustration avec Géogébra.
(b) Quelle notion vue en cinquième est utilisée dans la démonstration ?
(c) Quel théorème bien connu est également cité sur cette page ? Pourquoi ?
(d) Quel résultat est connu sous le nom «théorème de Thalès» en Allemagne ?

Correction à la page 1023.

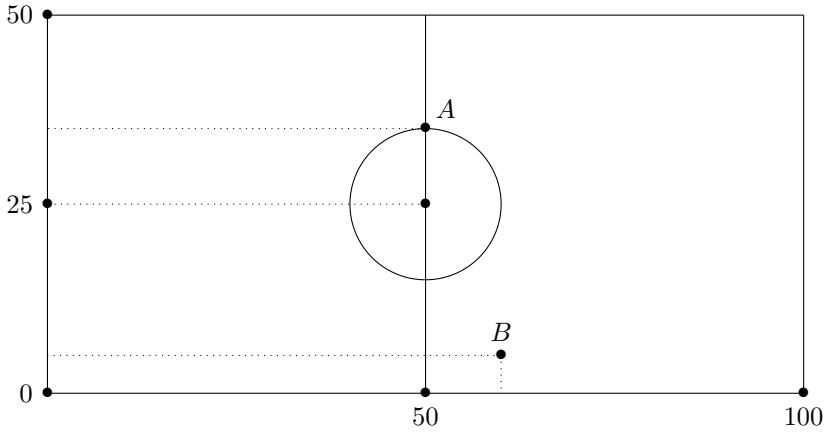
Troisième partie

Seconde

Chapitre 1

Repères, distances, milieux

Début de match sur un terrain faisant 50 m de large et 100 m de long. Le joueur A fait une passe à son attaquant B. Ce dernier est situé 10 m au dessus de la ligne médiane et à 5 m du bord du terrain.



(a) Compléter le dessin (le rayon du cercle central est de 10 m).
(b) Quelle est la longueur de la passe ?
(c) L'attaquant veut directement tirer vers le but. À quelle distance est-il ?

1.1 Repères et coordonnées

Définition
Un **repère orthonormé** du plan est la donné de trois points O, I, J non alignés formant un triangle rectangle isocèle en O.

La façon dont nous associons à chaque point M du plan ses coordonnées dans le repère O, I, J est donnée à la figure 1.1.

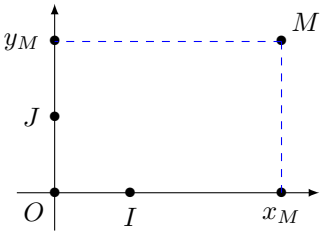


FIGURE 1.1 – Lire les coordonnées du point M dans le repère OIJ.

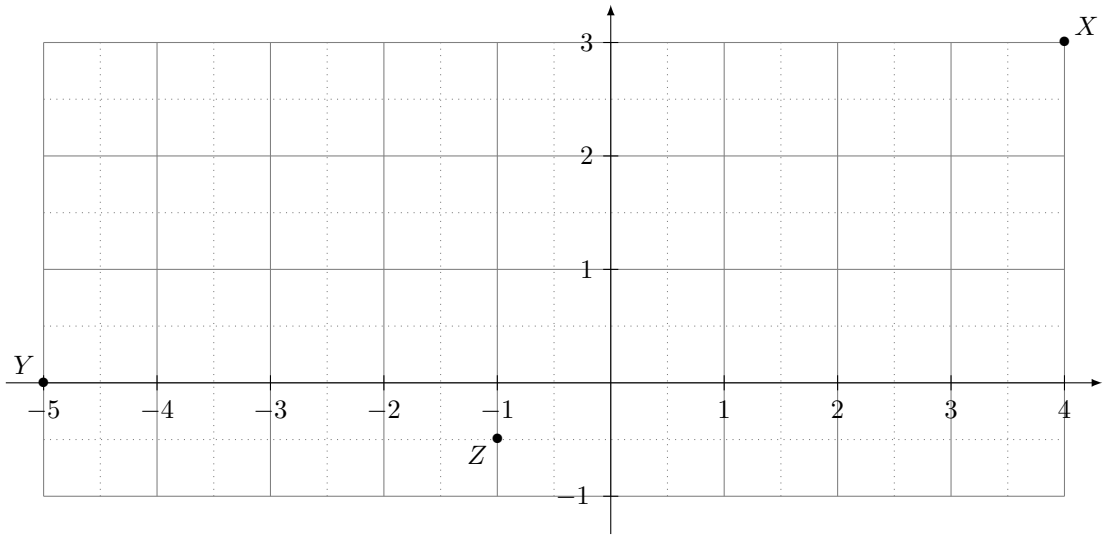
Nous notons

$$M(x_M; y_M)$$

pour dire que le point M a pour coordonnées $(x_M; y_M)$ dans le repère (OIJ).

À retenir
Le nombre x_M est l'**abscisse** du point M et le nombre y_M en l'est l'**ordonnée**.

Nous avons
(a) $I(1;0)$,
(b) $J(0;1)$,
(c) $O(0;0)$.



(a) Placer les points $A = (1;3)$, $B = (-1;0)$, $C = (1, \frac{3}{2})$.
(b) Donner les coordonnées des points X, Y et Z.

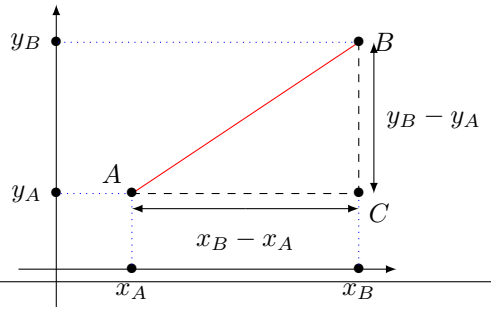
1.2 Distance entre deux points

En pratique, il faut ajouter un point pour se faire son petit triangle rectangle. Si $A(3;6)$ et $B(-2;10)$, nous ajoutons le point $X(-2:6)$.

À retenir

Soient les points A et B de coordonnées $A = (x_A, y_A)$ et $B = (x_B, y_B)$ dans un repère orthonormé. La distance entre A et B est donnée par la formule

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$



Démonstration. Nous allons utiliser le théorème de Pythagore. Pour cela nous construisons le triangle rectangle construit sur les points A et B comme indiqué sur le dessin. Le point C est le point de même abscisse que B et de même ordonnée que A, c'est à dire que C est le point

$$C = (x_B, y_A).$$

La droite AC est parallèle à l'axe des abscisses et la droite BC est parallèle à l'axe des ordonnées ; elles sont donc perpendiculaires et le triangle ABC est un triangle rectangle en C. Le théorème de Pythagore s'applique :

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}. \tag{1.1}$$

Il reste à déterminer les longueurs AC et BC. Le segment $[AC]$ est horizontal et s'étend de l'abscisse x_A à l'abscisse x_B, donc il est de longueur soit $x_A - x_B$ soit $x_B - x_A$, mais dans les deux cas nous avons

$$AC^2 = (x_B - x_A)^2.$$

De la même façon nous avons

$$BC^2 = (y_B - y_A)^2.$$

En remplaçant dans (1.1), nous obtenons le résultat annoncé. □

1.3 Milieu d'un segment

Une piscine a pour dimension 25 m fois 50 m et 4 couloirs numérotés de 0 à 3. Un nageur parcours la piscine dans le sens de la diagonale. Dans quel couloir sera-t-il lorsqu'il aura parcouru la moitié de son parcours ?

Même question pour une piscine olympique comprenant 10 couloirs numérotés de 0 à 9.

À retenir
Soient les points A et B de coordonnées $A = (x_A; y_A)$ et $B = (x_B; y_B)$ dans un repère. Alors le milieu du segment $[AB]$ est le point de coordonnées

$$\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right).$$

1.4 Compléments

Définition
Un **repère** (quelconque) du plan est la donnée de trois points (O, I, J) non alignés.

Les deux axes sont les droites (OI) et (OJ). Les longueurs OI et OJ servent de graduation.

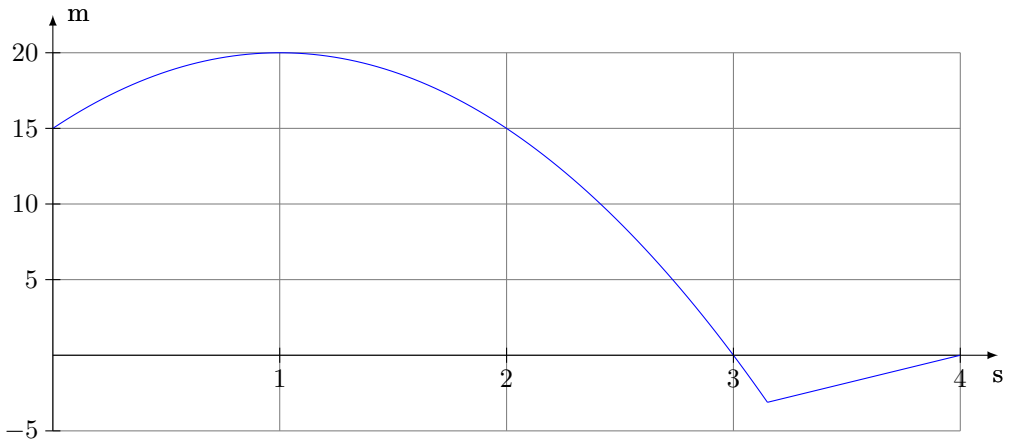
Chapitre 2

Fonctions : mode graphique

2.1 Objectifs du chapitre

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Fonctions Image, antécédent, courbe représentative.	• Traduire le lien entre deux quantités par une formule. Pour une fonction définie par une courbe, un tableau de données ou une formule : • identifier la variable et, éventuellement, l'ensemble de définition ; • déterminer l'image d'un nombre ; • rechercher des antécédents d'un nombre.	Les fonctions abordées sont généralement des fonctions numériques d'une variable réelle pour lesquelles l'ensemble de définition est donné. Quelques exemples de fonctions définies sur un ensemble fini ou sur **N**, voire de fonctions de deux variables (aire en fonction des dimensions) sont à donner.
Étude qualitative de fonctions Fonction croissante, fonction décroissante ; maximum, minimum d'une fonction sur un intervalle.	• Décrire, avec un vocabulaire adapté ou un tableau de variations, le comportement d'une fonction définie par une courbe. • Dessiner une représentation graphique compatible avec un tableau de variations. Lorsque le sens de variation est donné, par une phrase ou un tableau de variations : • comparer les images de deux nombres d'un intervalle ; • déterminer tous les nombres dont l'image est supérieure (ou inférieure) à une image donnée.	Les élèves doivent distinguer les courbes pour lesquelles l'information sur les variations est exhaustive, de celles obtenues sur un écran graphique. Les définitions formelles d'une fonction croissante, d'une fonction décroissante, sont progressivement dégagées. Leur maîtrise est un objectif de fin d'année. ◇ Même si les logiciels traceurs de courbes permettent d'obtenir rapidement la représentation graphique d'une fonction définie par une formule algébrique, il est intéressant, notamment pour les fonctions définies par morceaux, de faire écrire aux élèves un algorithme de tracé de courbe.

Un berger syldave s'entraine pour le championnat national du lancer de chèvre. L'épreuve consiste à lancer une chèvre vers le haut depuis le bord d'une falaise située au bord d'un lac tranquille. La hauteur de la chèvre en fonction du temps par rapport à la surface du lac tranquille est une fonction f donnée par le graphique suivant.



La dernière partie du graphique correspond à la chèvre que l'on remonte rapidement hors de l'eau. À partir du graphique :

(a) À quelle hauteur se trouve la chèvre au moment du lancer ?

(b) Pendant combien de temps la chèvre reste à une hauteur supérieure à celle à laquelle elle a été lancée ?

(c) À quel moment la chèvre atteint-elle sa hauteur maximale ? Quelle est cette hauteur ?

(d) À quelle hauteur se trouve la chèvre après 2.5 secondes de vol ?

(e) Résumer toutes ces informations en dressant le tableau de variation de la fonction f.

2.2 Courbe représentative d'une fonction

Définition
Soit f une fonction définie sur un ensemble D. On appelle **représentation graphique**, ou le **graphe** de f, l'ensemble des points (x, y) tels que $x \in D$ et $y = f(x)$.

Lorsque $y = f(x)$, le nombre y est l'**image** de x par la fonction f et x est *un* **antécédent** de y.

À retenir
La règle d'or des graphiques : le point de coordonnées $(a; b)$ est sur le graphique de la fonction f si et seulement si $f(a) = b$.

À propos du graphe ci-contre :

(a) Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?

(b) Quelle est l'image de 1 par f ?

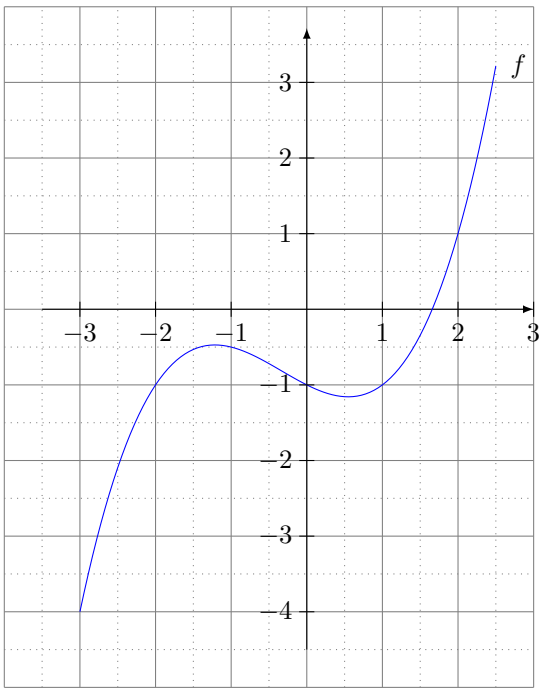
(c) Donner un antécédent de 3.

(d) Que vaut $f(-3)$?

(e) Quels sont les antécédents de -1 ?

(f) Quel est le maximum de f sur $[-2, 1]$?

(g) Quel est le maximum de f sur $[-2, 2]$?



2.3 Sens de variation, minimum et maximum

Définition
Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.

(a) On dit que f est **croissante** sur I si pour tout choix de réels a et b dans I tels que $a \leqslant b$ nous avons $f(a) \leqslant f(b)$.

(b) On dit que f est **décroissante** sur I si pour tout choix de a et b dans I tels que $a \leqslant b$, nous avons $f(a) \geqslant f(b)$.

Une fonction croissante range les images dans le même ordre que les antécédents. Une fonction décroissante inverse cet ordre.

Exemple
Nous considérons la fonction $f : x \mapsto x^2$ sur $\mathbb{R}^+$.

x	$f(x)$
0	0
0.1	0.01
0.5	0.25
1	1
2	4
10	100

Dans ce tableau les valeurs de x sont rangées dans l'ordre croissant et nous remarquons que les images le sont aussi. La fonction $f(x) = x^2$ est donc croissante tant qu'on considère des nombres positifs.

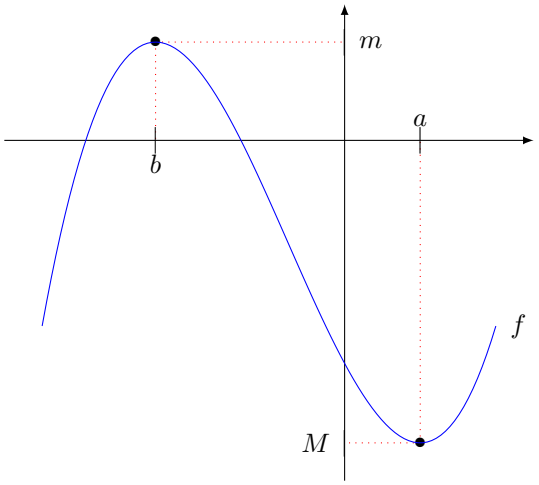
Pour les valeurs négatives c'est le contraire :

x	$f(x)$
-10	100
-2	4
-1	1
-0.5	0.25
-0.1	0.01
0	0

Ici les antécédents sont dans l'ordre croissant et les images sont dans l'ordre décroissant. △

Les notions de minima et maxima parlent, comme l'indiquent leurs noms en français, des points du graphe d'une fonction les plus hauts et les plus bas.

Définition
Soit f une fonction définie sur un intervalle I.
- Nous disons que le réel M est le **maximum** de f sur I si et seulement si
  (a) il existe $a \in I$ tel que $f(a) = M$,
  (b) $f(x) \leqslant M$ pour tout $x \in I$.
- Nous disons que le réel m est le **minimum** de f sur I si et seulement si
  (a) il existe $b \in I$ tel que $f(b) = m$,
  (b) $f(x) \geqslant m$ pour tout $x \in I$.



Remarque 2.6.
Attention à deux choses.
(a) Le minimum est la *valeur* la plus basse, et non l'abscisse correspondante. Idem pour le maximum.
(b) La minimum dépend de l'intervalle sur lequel on regarde la fonction.

Une illustration sur la figure ci-contre. La fonction prend son maximum en $x = a$ et ce maximum vaut M. La fonction prend son minimum en $x = b$ et ce minimum vaut m.

Chapitre 3

Fonctions affines et linéaires

3.1 Objectifs du chapitre

Le but de ce chapitre est de voir la notion de fonction affine.

(a) La forme $x \mapsto mx + p$.

(b) Un peu de lecture graphique : parler d'image et d'antécédents.

(c) Représentation graphique : signe de m, coefficient directeur et ordonnée à l'origine.

(d) Tableau de signe.

(e) Résolution des équations correspondantes.

Nous ne parlerons pas d'équation de droite à proprement parler. Donc pas de graphes de fonctions passant par deux points donné.

Équations Résolution graphique et algébrique d'équations.	• Mettre un problème en équation. • Résoudre une équation se ramenant au premier degré. ◇ Encadrer une racine d'une équation grâce à un algorithme de dichotomie.	Pour un même problème, combiner résolution graphique et contrôle algébrique. Utiliser, en particulier, les représentations graphiques données sur écran par une calculatrice, un logiciel.
Fonctions de référence Fonctions linéaires et fonctions affines	• Donner le sens de variation d'une fonction affine. • Donner le tableau de signes de $ax + b$ pour des valeurs numériques données de a et b.	On fait le lien entre le signe de $ax + b$, le sens de variation de la fonction et sa courbe représentative. Exemples de non-linéarité. En

Droites Droite comme courbe représentative d'une fonction affine.	• Tracer une droite dans le plan repéré. • Interpréter graphiquement le coefficient directeur d'une droite.	
Équations de droites.	• Caractériser analytiquement une droite.	On démontre que toute droite a une équation soit de la forme $y = mx + p$, soit de la forme $x = c$.
Droites parallèles, sécantes.	• Établir que trois points sont alignés, non alignés. • Reconnaître que deux droites sont parallèles, sécantes.	On fait la liaison avec la colinéarité des vecteurs.
	• Déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites sécantes.	C'est l'occasion de résoudre des systèmes d'équations linéaires.

3.2 L'activité

Le taxi Besacdanslesac divise son prix en deux parties : 0.2 euros de frais de prise en charge plus un euro par km parcouru. Le taxi Ledoubstoudoux par contre divise son prix en 1 euro de frais de prise en charge plus 0.8 euros par kilomètre parcouru.

(a) Combien coûte un trajet de 5 km avec Besacdanslesac ?

(b) Donner une expression algébrique du prix d'une course en fonction du nombre de kilomètres parcourus.

(c) Combien de kilomètres peut-t-on effectuer dans Ledoubstoudoux avec 10 euros ?

(d) Exprimer les prix en fonction du nombre de kilomètres parcourus sur un graphique (les deux taxis sur le même graphique).

(e) À partir de combien de kilomètres parcourus vaut-il mieux prendre Ledoubstoudoux ?

3.3 Définitions

Définition
Une **fonction affine** est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = mx + p$$

où m et p sont deux nombres réels fixés.

3.4 Tracer la droite représentative de la courbe

Nous savons depuis la classe de troisième que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite. Une question qui vient immédiatement est : comment la tracer ?

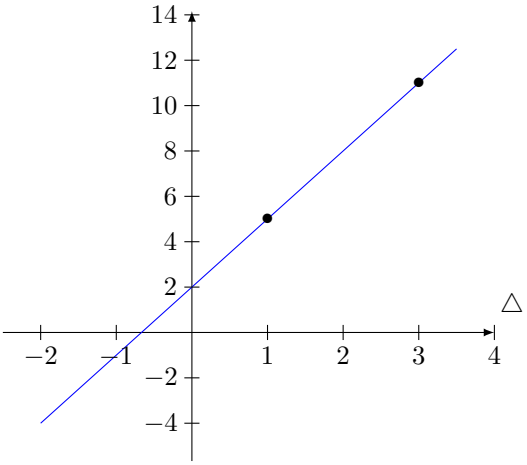
En principe ça a déjà été inventé pour le problème des taxis.

Exemple

Prenons la fonction $f(x) = 3x + 2$. Si on pense en termes de taxi, c'est un taxi qui demande 3 euros par kilomètres et 2 euros. Il demande donc 5 euros pour 1 km, 11 euros pour 3 km etc. Il suffit de faire le graphe de cela.

On fait quelque points, puis on trace avec une règle.

Attention : il faut bien prolonger la droite également vers les négatifs, sauf si le contexte interdit les nombres négatifs.



3.5 Terminologie

À retenir
Le graphe de la fonction $x \mapsto mx + p$ passe par le point de coordonnées $(0; p)$.

(a) p est l'**ordonnées à l'origine** de la fonction affine $mx + p$.

(b) m est le **coefficient directeur** de la fonction affine $mx + p$.

Cas particuliers :

(a) Si $p = 0$ alors $f(x) = mx$ et nous disons que f est une fonction **linéaire**. Son graphe passe par l'origine $(0; 0)$.

(b) Si $m = 0$ alors $f(x) = p$ et nous disons que f est une fonction **constante**.

3.6 Représentation graphique

À retenir
La représentation graphique de la fonction $f(x) = mx + p$ est une droite non parallèle à l'axe des ordonnées. Réciproquement toute droite non parallèle est la représentation graphique d'une fonction affine.

Un exemple des éléments de $mx + p$ est donné à la figure 3.1. La droite «commence» à la hauteur p et ensuite monte encore de m vers le haut à chaque pas de 1 vers la droite.

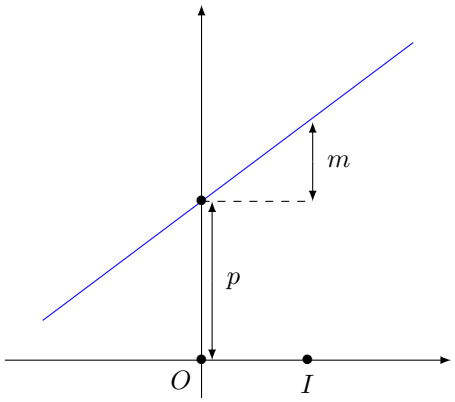


FIGURE 3.1 – Une droite et quelque éléments de son équation.

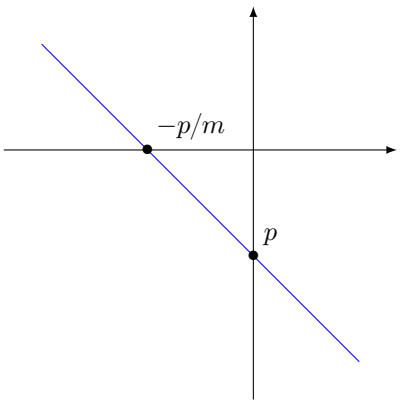
À retenir
Soit f la fonction affine $x \mapsto mx + p$.

(a) Si $m > 0$ alors f est croissante sur $\mathbb{R}$.
(b) Si $m < 0$ alors f est décroissante sur $\mathbb{R}$.
(c) Si $m = 0$ alors f est constante sur $\mathbb{R}$ (et vaut p).

3.6.a Tableau de signe d'une fonction affine

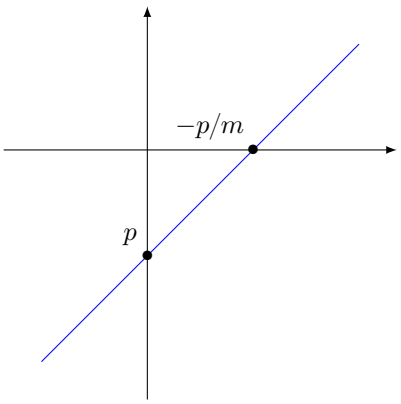
Nous savons qu'une fonction affine est croissante ou décroissante suivant le signe de m. Il y a donc deux tableaux de signes possibles.

Si $m < 0$



x	$-\infty$		$-\frac{p}{m}$		∞
$mx+p$		$-$	0	$+$	

Si $m > 0$



x	$-\infty$		$-\frac{p}{m}$		∞
$mx+p$		$+$	0	$-$	

Chapitre 4

Statistique descriptive

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Statistique descriptive, analyse de données Caractéristiques de position et de dispersion • médiane, quartiles ; • moyenne.	• Utiliser un logiciel (par exemple, un tableur) ou une calculatrice pour étudier une série statistique. • Passer des effectifs aux fréquences, calculer les caractéristiques d'une série définie par effectifs ou fréquences. • Calculer des effectifs cumulés, des fréquences cumulées. • Représenter une série statistique graphiquement (nuage de points, histogramme, courbe des fréquences cumulées).	L'objectif est de faire réfléchir les élèves sur des données réelles, riches et variées (issues, par exemple, d'un fichier mis à disposition par l'INSEE), synthétiser l'information et proposer des représentations pertinentes.

4.0 Activité : un peu de spam ?

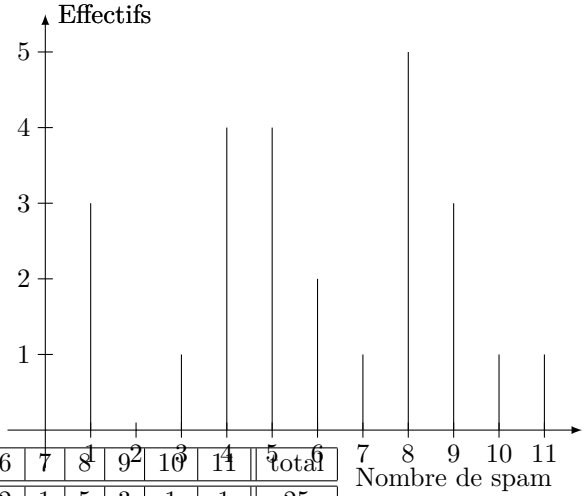
Le graphique ci-contre illustre le nombre de spam reçus aujourd'hui par les élèves d'une classe.

(a) Combien d'élèves y-a-t-il dans la classe ?

(b) Combien d'élèves ont reçu 5 spams ou plus ?

(c) En moyenne combien de spam ont reçu les élèves aujourd'hui ?

(d) Diviser la classe en 4 groupes suivant le nombre de spams reçus.



Éléments de réponse.

(a) Nous pouvons remplir le tableau

Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	total
Effectifs	3	0	1	4	4	2	1	5	3	1	1	25

(b) Il y a 17 élèves ayant reçu 5 spams ou plus.

(c) Pour calculer la moyenne il faut d'abord calculer le nombre total de spams reçus, puis diviser par le nombre d'élèves :

$$\text{moyenne} = \frac{3\times 1 + 1\times 3 + 4\times 4 + 4\times 5 + 2\times 6 + \ldots + 1\times 11}{25} = \frac{149}{25} = 5.96.$$

(d) En ce qui concerne la division de la classe en quatre groupe, vu que 25 n'est pas divisible en 4, il va falloir donner une convention sur les arrondis.

4.1 Les quartiles et la médiane

Définition
Nous considérons une liste de n valeurs triées par ordre croissant (avec éventuellement les répétitions).

(a) La **médiane**, est la valeur qui sépare la liste en deux parties égales. C'est le terme du milieu si l'effectif total est impair et la moyenne des deux termes du milieu si l'effectif total est pair.

(b) Le **premier quartile** Q_1 est la plus petite valeur de la liste telle qu'au moins un quart des valeurs de la liste soient inférieures ou égales à Q_1.

(c) Le **troisième quartile** Q_3 est la plus petite valeur de la liste telle qu'au moins les trois quarts des valeurs de la liste soient inférieures ou égales à Q_3.

En pratique :
— Pour le calcul de Q_1, on calcule $\frac{n}{4}$, puis on détermine le premier entier p supérieur ou égal à $\frac{n}{4}$. Cet entier p donne le rang de Q_1.
— Pour le calcul de Q_3, on fait de même en remplaçant $\frac{n}{4}$ par $\frac{3n}{4}$.

Exemple

Un laboratoire expérimente un médicament sur dix souris. Voici les temps (en semaines) que les souris ont encore vécu après l'injection : 2, 5, 10, 2, 1, 3, 10, 5, 5, 1.
D'abord nous trions par ordre croissant en respectant les répétitions :

numéro de la souris	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
semaines de vie	1	1	2	2	3	5	5	5	10	10

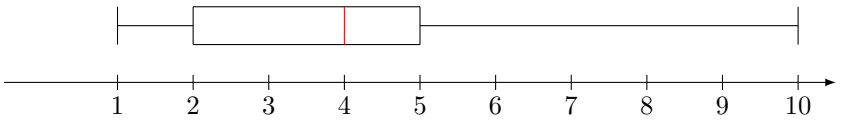
Il y a 10 valeurs, donc

(a) Pour le premier quartile, $\frac{10}{4} \simeq 2.5$, on prend la troisième valeur : $Q_1 = 2$.

(b) Pour le troisième quartile, $\frac{3}{4} \times 10 \simeq 7.5$, on prend la huitième valeur : $Q_3 = 5$.

(c) Pour la médiane, on prend la moyenne entre la cinquième et la sixième valeur : $\frac{3+5}{2} = 4$: $Med = 4$.

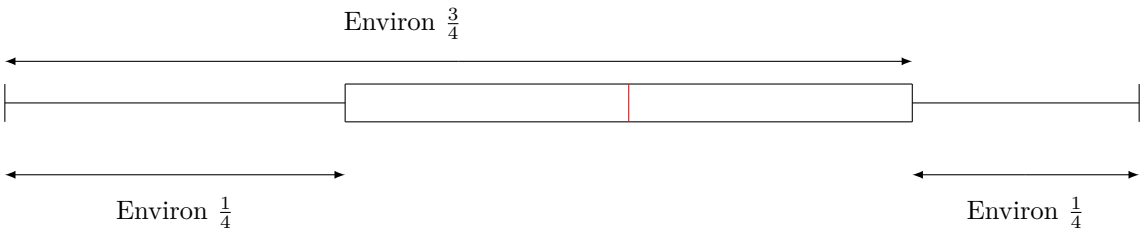
Nous résumons ces informations sur le diagramme suivant :



Attention : nouvelle de dernière minute. Le laboratoire s'est trompé dans ses résultats. En réalité les deux souris qui ont vécu 10 semaines ont vécu respectivement 15 et 20 semaines. Est-ce que ça change quelque chose ?

△

Avec ces définitions de quartile et de médiane, nous avons la distribution suivante :

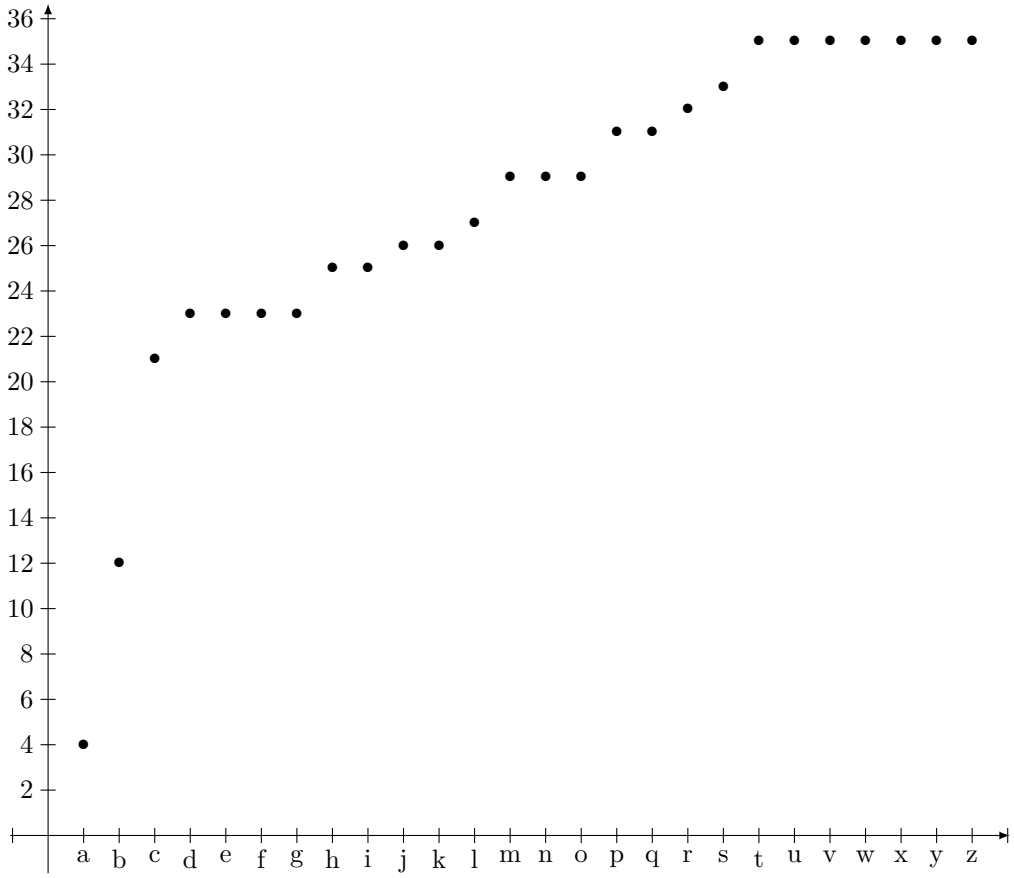


4.2 Représentation graphique d'une série statistique

4.2.a Effectifs cumulés croissants

Nous classons les élèves d'une classe d'après la première lettre de leur noms. Le résultat est le tableau

Lettre	a	b	c	d	h	j	l	m	p	r	s	t	total
Effectifs	4	8	9	2	2	1	1	2	2	1	1	2	35
ECC	4	12	21	23	25	26	27	29	31	32	33	35	



Reprenons l'exemple du spam

Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	total
Effectifs	3	0	1	4	4	2	1	5	3	1	1	25
ECC	3	3	4	8	12	14	15	20	23	24	25	

À retenir

(a) Les effectifs cumulés croissants s'obtiennent en additionnant successivement les effectifs.

(b) La différence des ordonnées entre deux points successifs du graphe des ECC donne l'effectif correspondant à l'abscisse du deuxième point.

4.2.b Graphe des fréquences cumulées croissantes

Définition
La **fréquence** d'une valeur est le rapport

$$\frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}}.$$

À retenir
La fréquence est un nombre entre 0 et 1. Le zéro correspond à «personne» et le 1 correspond à «tout le monde».

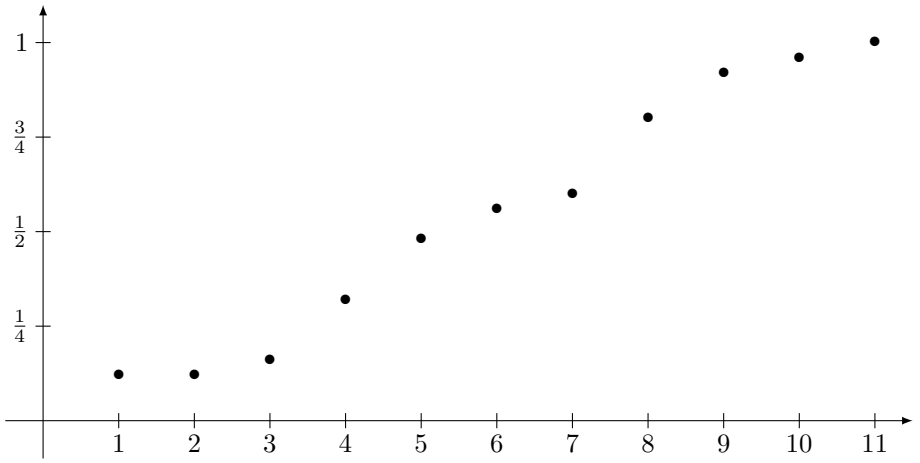
Nous reprenons l'exemple du spam

Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	total
Effectifs	3	0	1	4	4	2	1	5	3	1	1	25
Fréquences												
FCC												

Le résultat est :

Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	total
Effectifs	3	0	1	4	4	2	1	5	3	1	1	25
Fréquences	0.12	0	0.04	0.16	0.16	0.08	0.04	0.2	0.12	0.04	0.04	1
FCC	0.12	0.12	0.16	0.32	0.48	0.56	0.6	0.8	0.92	0.96	1	

Attention : le total risque de ne pas tomber sur 1 à cause des arrondis faits un peu partout.



Remarque 4.6.
Le total des fréquences doit faire 1. Le dernier point du graphe des fréquence cumulées croissantes est donc d'ordonnée 1.

Des erreurs d'arrondis dans dans le calcul des fréquences peuvent entrainer que la somme ne vaut pas 1.

En pratique, pour dessiner le graphe des FCC il vaut mieux calculer les ECC puis les fréquences correspondantes, et non les fréquences et additionner.

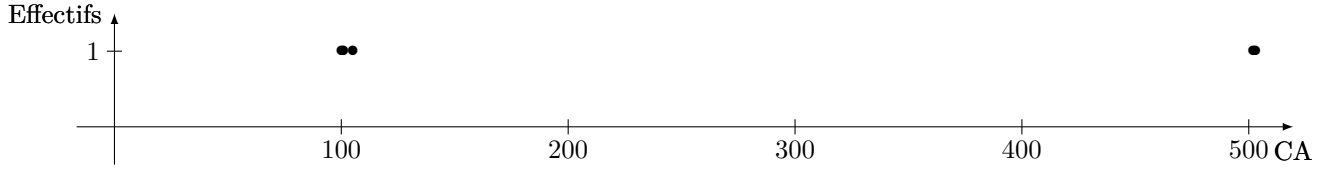
4.2.c Histogramme

Le problème

Si nous regardons le chiffre d'affaire d'entreprises, il y a peu de chances que l'effectif de entreprises dont le chiffre d'affaire est exactement 14.258.736€ soit grand. Supposons avoir les nombres

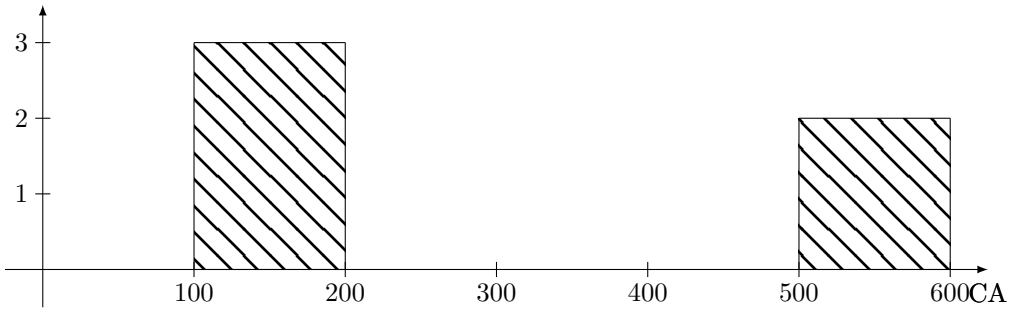
$$100{,}101{,}105{,}502{,}503.$$

Il est immédiatement visible qu'il y a un paquet autour entre 100 et 200 et un paquet autour entre 500 et 600a. Pourtant tracer le graphe des effectifs n'est pas très instructif :



La solution

Nous regroupons les entreprises en classes d'entreprises «semblables». Par exemple :
— Les entreprises de CA entre 100 et 200. Effectif : 3.
— Les entreprises de CA entre 200 et 300. Effectif : 0.
— Les entreprises de CA entre 300 et 400. Effectif : 0.
— Les entreprises de CA entre 400 et 500. Effectif : 0.
— Les entreprises de CA entre 500 et 600. Effectif : 2.
Le graphe de ces classe ressemble à :



Là, les choses sont déjà plus claires.

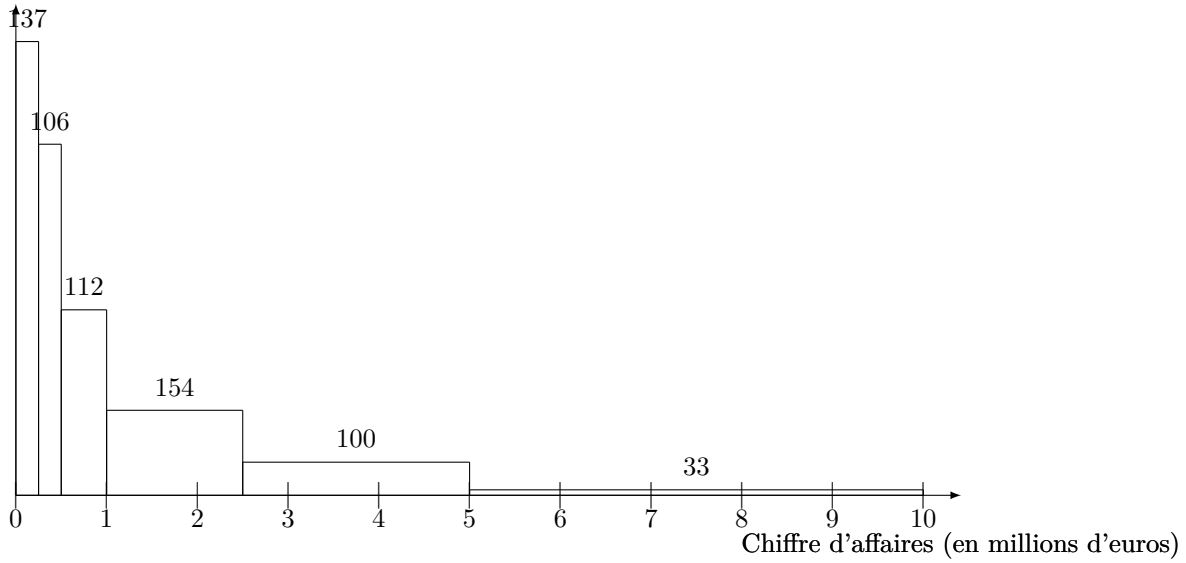
4.2.d Exemple

Le tableau suivant donne la répartition des entreprises du secteur automobile en fonction de leur chiffre d'affaire (en millions d'euros).

chiffre d'affaire	moins de 0.25	$[0.25, 0.5[$	$[0.5; 1[$	$[1, 2.5[$	$[2.5; 5, [$	$[5, 10[$
nombre d'entreprises	137	106	112	154	100	33

À retenir
Pour des données rassemblées en classes, l'**aire** du rectangle est proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence).

Nous en dessinons l'histogramme suivant :



Consignes pour dessiner un histogramme :

(a) Trouver la plus haute boîte en calculant le rapport $\frac{\text{effectif}}{\text{largeur}}$ pour chaque boîte.

(b) Se fixer une échelle pour que la plus haute boîte reste raisonnable : elle ne doit pas faire deux mètres de haut, ni un centimètre. Il faut viser environ 10 cm.

(c) Tracer les boîtes.

(d) Mettre la graduation *horizontale* en écrivant la légende correspondante.

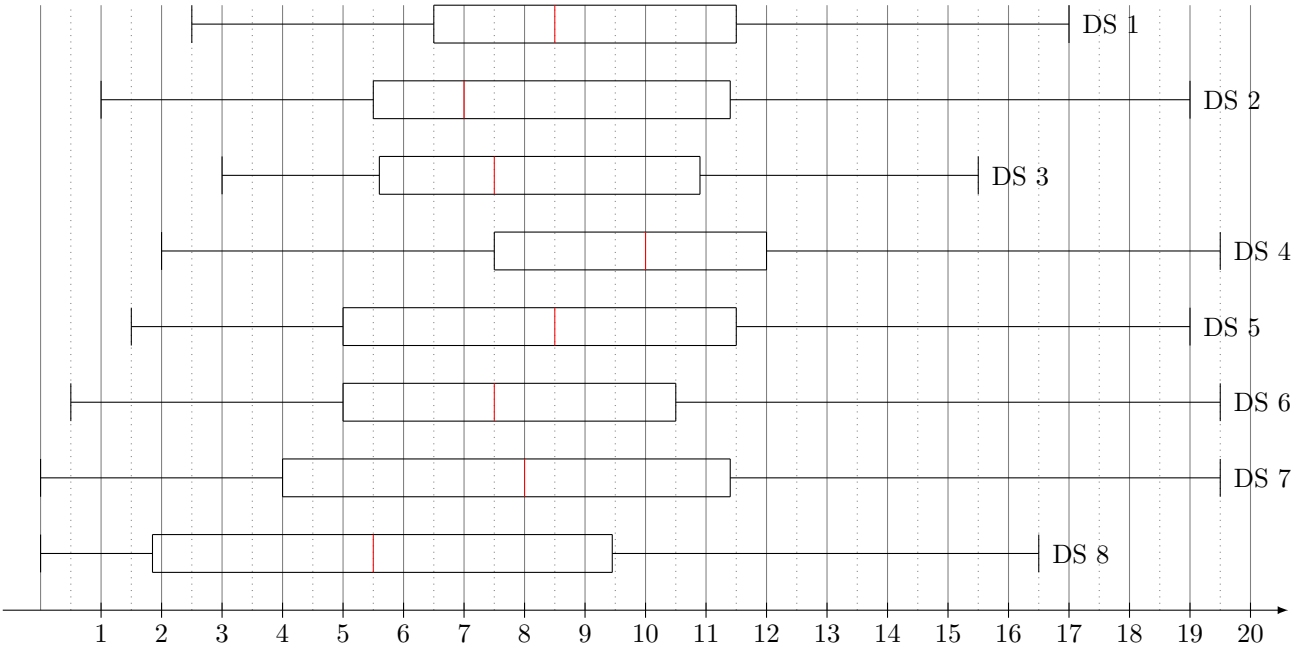
(e) Ne pas mettre de graduation verticale en cas d'histogramme à pas non constant [1].

(f) Écrire l'effectif de la boîte au dessus de la boîte.

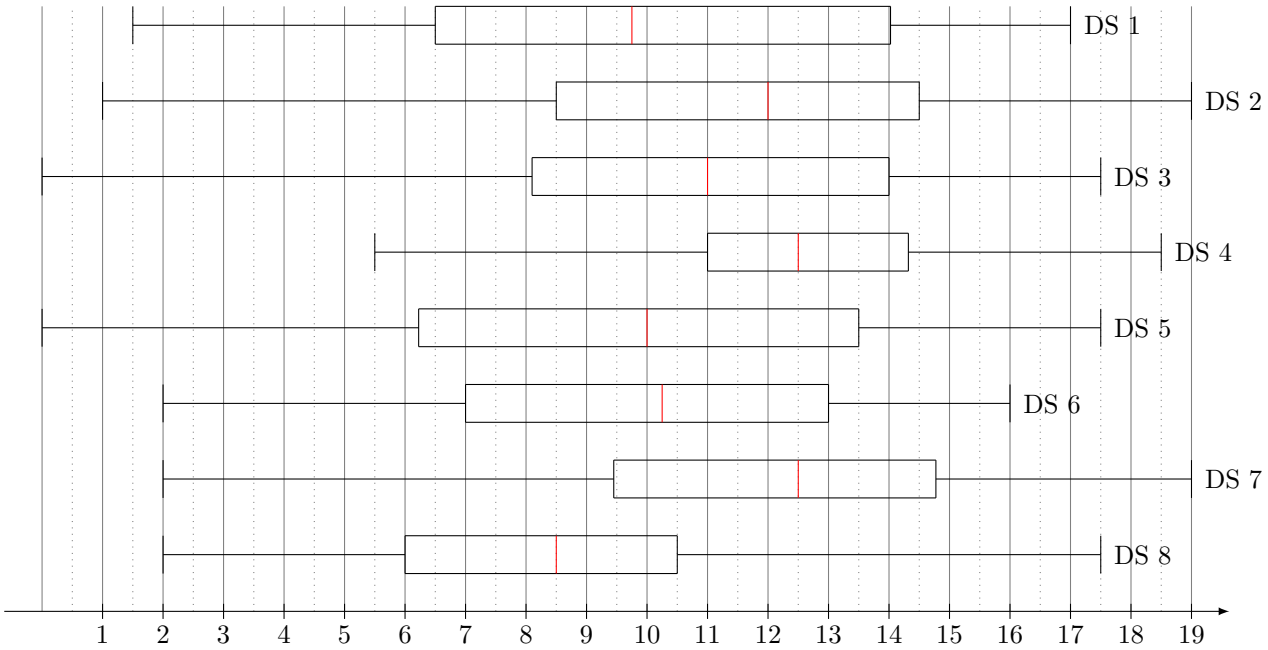
(g) Éventuellement écrire l'unité d'aire «un carreau= ... effectifs». Par exemple «un carreau = 50 entreprises», «un carreau = 15 personnes».

4.3 Distribution de DS

Voici quelque exemples de diagrammes en boîtes pour les DS.
Pour une des secondes :



Et pour l'autre :



1. C'est à dire ceux dont la largeur n'est pas la même pour toute les boîtes.

Chapitre 5

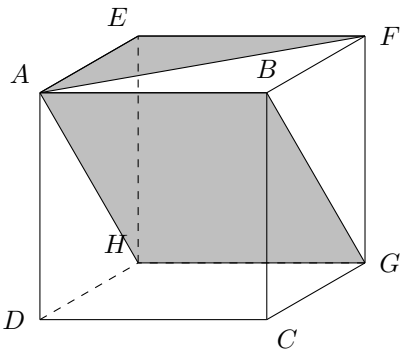
Géométrie dans l'espace

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Géométrie dans l'espace		
Les solides usuels étudiés au collège : parallélépipède rectangle, pyramides, cône et cylindre de révolution, sphère.	• Manipuler, construire, représenter en perspective des solides.	C'est l'occasion d'effectuer des calculs de longueur, d'aire et de volumes.
Droites et plans, positions relatives. Droites et plans parallèles.		On entraîne les élèves à l'utilisation autonome d'un logiciel de géométrie dans l'espace.

Note : La perpendiculaire n'est pas au programme. Dans ce chapitre nous allons donc nous en tenir qu'à des choses simples.

5.0 Activité : se poser des questions dans un cube

À l'aide du cube ci-contre :



(a) Quelle est la nature du triangle AEF ?

(b) Quelle est la nature du quadrilatère $ABGH$?

(c) Est-ce que vous pouvez trouver trois points de ce cube formant un triangle équilatéral ?

(d) Si ce cube fait 5 m de côté, quelle est la longueur de la «grande» diagonale $[AG]$?

Éléments de réponses :

(a) Isocèle et rectangle parce que la face supérieure est un carré.

(b) C'est un parallélogramme parce que il a deux côtés opposés parallèles et de même longueur : $[AB]$ et $[HG]$. C'est même un rectangle parce que la droite (AB) est perpendiculaire à tout le plan de la face droite (cela n'est pas précis, mais nous n'en dirons pas plus cette année).

(c) Il suffit de prendre trois diagonales des faces, par exemple AFH.

(d) Effectuer Pythagore dans le triangle rectangle ABG. La réponse est $5\sqrt{3}$ (mètres).

5.1 La perspective cavalière

Le cube tracé ci-dessus est «en 3D». Il y a de nombreuses façons de dessiner en 3D, et celle que nous utilisons ici est une facile : la **perspective cavalière**. C'est la technique la plus utilisée.

Ici : envoyer des élèves au tableau pour qu'ils montrent comment ils dessinent des cubes. On relève les éléments suivants :

(a) Les droites qui vont dans le sens de la profondeur sont dessinées en diagonale. L'angle choisit est l'**angle de fuite**.

(b) Elles sont dessinées un peu plus courtes. Le **coefficient de réduction** est le facteur «de compression» utilisé.

Attention cependant :

(a) Les angles et les distances ne sont pas préservées. Sur le cube plus haut, nous avons vu que le triangle AEF était rectangle et isocèle, mais sur le dessin il n'est ni l'un ni l'autre !

(b) Deux droites sécantes sur le dessin peuvent ne pas être sécantes dans la réalité. Par exemple (EH) et (AB).

(c) Un point peut paraître être sur un segment alors qu'il n'y est pas. C'est pour cela que nous avons besoin de deux yeux pour voir un 3D ... et donc de lunettes spéciales pour aller au cinéma en 3D.

Pour le troisième point : montrer *de visu*. D'une part en mettant un point au milieu de la face avant du cube et en disant que ça pourrait être être sur la face arrière ou même sur aucune des deux faces. Et d'autre part en montrant un bout de gomme devant une feuille. Les élèves dans l'alignement ne peuvent pas savoir si la gomme est devant ou dessus, mais les autres, oui.

Conclusion : ne pas se fier à ce que l'on voit sur le dessin.

Les avantages de cette technique sont :

Propriété

(a) Deux segments parallèles dans la réalité sont représentés par deux segments parallèles sur le dessin.

(b) Trois points alignés dans la réalité sont représentés par trois points alignés sur le dessin.

(c) Si M est le milieu du segment $[AB]$ dans la réalité, alors M est le milieu du segment $[AB]$ sur le dessin.

5.2 Ce qui est dans un plan

Les trois suivantes permettent d'affirmer que tel point ou telle droite est dans un plan.

(a) Si P et Q sont deux points d'un plan, alors toute la droite (PQ) est encore dans ce plan.

(b) Si d est une droite et P est un point d'un plan, alors la parallèle à d passant par P est encore dans le plan.

(c) Deux droites non parallèles situées dans un même plan sont sécantes.

5.3 Position relatives

5.3.a Positions relatives de deux plans

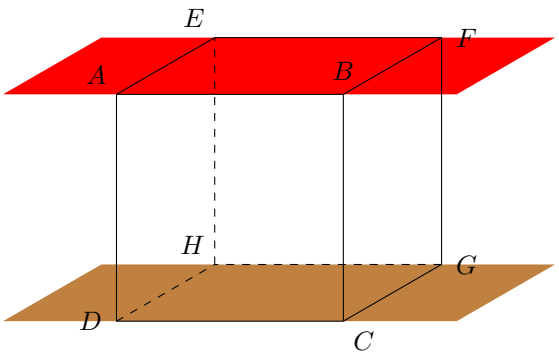
Définition
Deux plans sont **parallèles** soit si ils sont confondus, soit si ils n'ont aucun point commun. Si ils n'ont aucun point communs, nous disons qu'ils sont **strictement parallèles**

À retenir
Dans les feuilles qui suivent, les deux points importants à retenir sont :

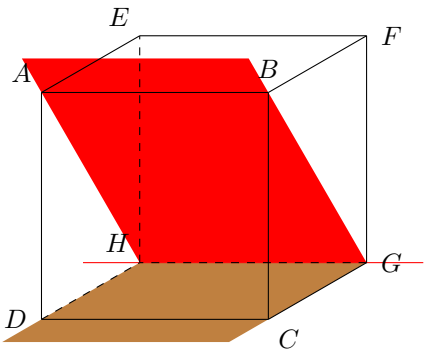
(a) Deux plans non parallèles se coupent en une droite.

(b) Deux droites peuvent être ni sécantes ni parallèles.

Plans parallèles



Plans sécants



L'intersection de deux plans non parallèles et non confondus est une droite.

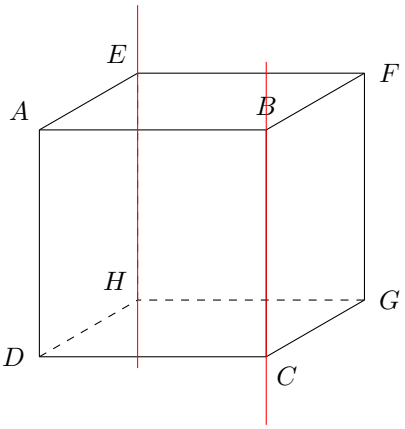
5.3.b Position relative de deux droites

Deux droites peuvent être soit dans un même plan, soit ne pas être dans le même plan. Deux droites contenues dans un même plan sont dires **coplanaires**.

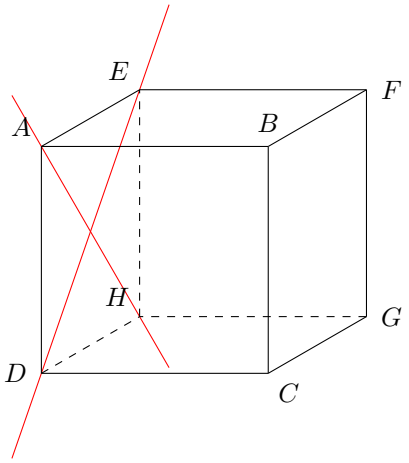
Droites coplanaires

Deux droites coplanaires respectent la géométrie usuelle. Elles peuvent être parallèles ou sécantes.

Droites parallèles dans le plan (EBC)



Droites sécantes dans le plan (AEH)



À retenir
À propos de droites coplanaires :

(a) Deux droites sécantes sont toujours coplanaires.

(b) Deux droites parallèles sont coplanaires.

Démonstration. (a) Soient d et d' deux droites sécantes dans l'espace. Soit K leur point d'intersection ; soit A, un autre point sur d et B un autre point sur d'.
Le plan défini par les points A, K et B contient les deux droites.

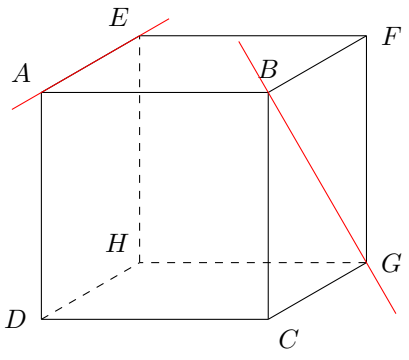
(b) Si d et d' sont parallèles nous considérons les points P et Q sur d et un point A sur d'. D'une part droite d est dans le plan (PQA) parce que deux de ses points y sont. D'autre part la droite parallèle à d passant par A est la droite d' et est dans le plan comprenant la droite d et le point A, c'est à dire le plan (PQA) également.

□

Droites non coplanaires

Deux droites non coplanaires ne peuvent pas être sécantes, ni parallèles.

Il est possible pour deux droites dans l'espace d'être ni sécantes ni parallèles.

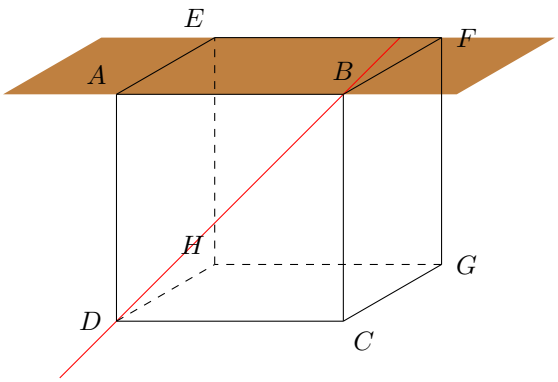


5.3.c Position relative d'une droite et un plan

Définition
Une droite est **parallèle** à un plan lorsque soit la droite est contenue dans le plan, soit elle n'a aucun point commun avec le plan.

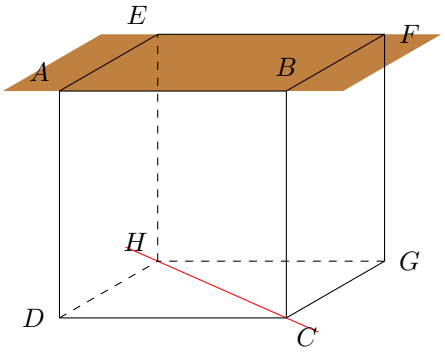
Droite et plan sécants

La droite (DB) intersecte le plan (AEF).



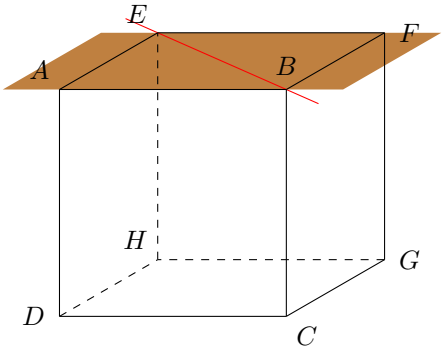
Droite et plan parallèles

La droite (HC) et le plan (EBF) sont parallèles.



Droite contenue dans un plan

La droite (EB) est contenue dans le plan (AEF).



Chapitre 6

Variation de fonctions

Dans ce chapitre :

(a) Résoudre graphiquement des inéquations : $f(x) \leqslant k$ ou $f(x) \geqslant g(x)$.

(b) Lien tableau de variations, tableau de valeurs et dessin.

(c) Comparer des images depuis un tableau de variation.

(d) Donner des fonctions sous forme de programmes ou algos.

Définition
L'**ensemble de définition** d'une fonction est l'ensemble de tous les x pour lesquels $f(x)$ est définie.

Exemple

(a) $f(x) = x^2$

(b) $g(x) = \frac{1}{x}$

(c) $h(x) = \sqrt{x}$

(d) $k(x)$ donnée par un graphique.

△

6.1 Différentes manières de parler d'une fonction

Définition
L'**ensemble de définition** d'une fonction est l'ensemble de tous les x tels que $f(x)$ est définie.

Exemple

(a) $f(x) = x^2$.

(b) $f(x) = \frac{1}{x}$.

△

6.1.a Tableau de valeurs

Le tableau de valeurs consiste à donner quelque valeurs connues de la fonction.

Exemple
Soit une fonction f définie sur $[-5;10]$ et dont nous connaissons le tableau de valeurs suivant :

x	-5	-1	1	3	9	10
$f(x)$	0	2	-3	7	2	5

Nous pouvons dire que

(a) L'image de 1 par f est -3.

(b) Les nombres -1 et 9 sont tous deux des antécédents de 2.

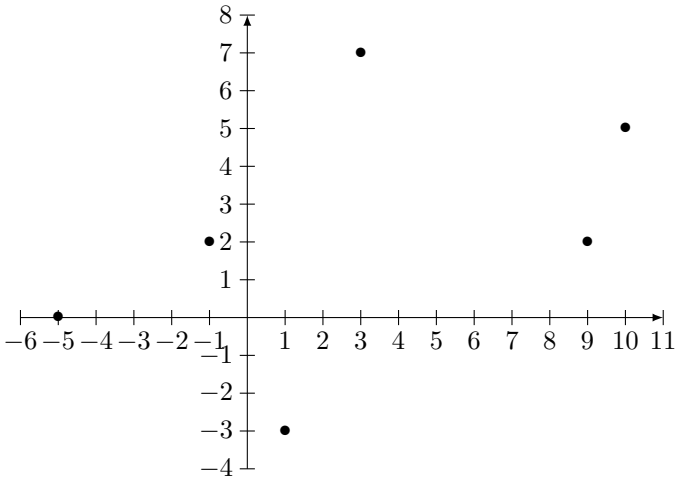
Nous ne pouvons pas dire

(a) L'image de 2.

(b) Le nombre 3 a d'autres antécédents que 7.

(c) Si la fonction est croissante sur $[-5;0]$.

En réalité n'importe quelle courbe qui passe par les points suivants peut être f :



△

6.1.b Tableau de signe

Le tableau de signe ne donne que le signe de la fonction. Prenons une fonction f définie sur $[-4,10]$ dont nous savons le tableau de signe :

x		-1		2		3		7	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Nous savons que

(a) 0 a pour antécédents -1, 2, 3, 7.

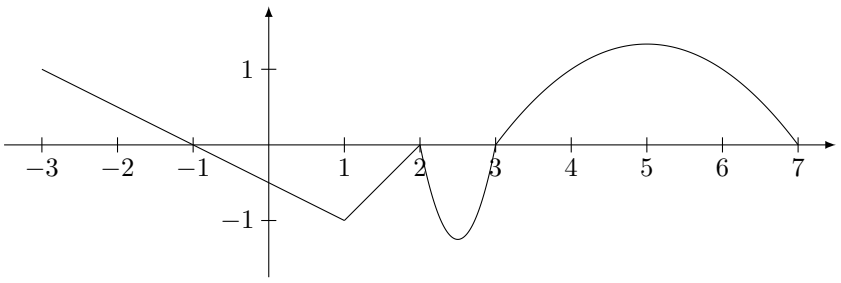
(b) $f(1) < 0$.

Nous ne savons pas si

(a) f est croissante sur $[0;2]$.

(b) Quelle est l'image de 5.

Une forme possible de f est donnée ci-dessous :



Et de nombreuses autres sont possibles.

6.1.c Tableau de variations

Le tableau de variations dit pour chaque abscisse si la fonction est croissante ou décroissante ainsi que certaines valeurs.

Exemple

x	4		-1		3		6
	5				3		
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
			-2				-1

Ce que le tableau dit :

(a) $f(-1) = -2$.

(b) Entre $x = 3$ et $x = 6$, la fonction est décroissante.

(c) $f(-2) \geqslant f(-1)$.

(d) $f(5)$ est entre 3 et 6.

Ce que le tableau ne dit pas :

(a) La valeur de $f(1)$.

(b) Si $f(4)$ est plus grand ou plus petit que $f(-3)$.

△

Chapitre 7

Vecteurs

Introduction

(a) Le TER 894258 a pour horaire :

14h56 Besançon-Viotte

15h06 St-Vit

15h21 Dole-Ville

15h30 Auxonne

15h39 Genlis

15h51 Dijon-Ville

Dessiner le trajet sur une ligne du temps en indiquant les durées entre les stations.

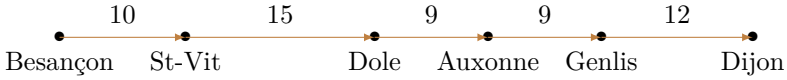
(b) En supposant les mêmes temps de parcours, quelles sont les heures d'arrivées dans les différentes gares du TER partant à 20h23 pour le même trajet ?

(c) Les points $A(1;2)$, $B(3;3)$, $C(2;5)$ et $D(0;4)$ forment un carré. Donner les coordonnées du «même» carré $A'B'C'D'$ partant de $A'(4;0)$.

(d) Soient les points $K(0;0)$, $L(4;1)$ et $M(3;3)$. Donner les coordonnées du point N tel que $KLMN$ soit un parallélogramme.

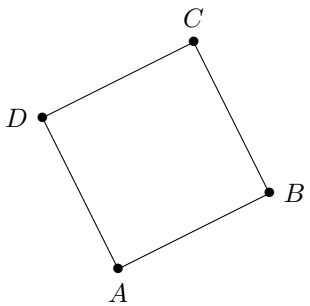
Éléments de réponse :

(a) Pour calculer l'intervalle de temps entre deux heures données, il faut seulement faire la différence entre les deux.



(b) Ce serait 20h23, 20h33, 20h48, 20h57,21h06,21h18. Il suffit de garder les mêmes «intervalles».

(c) Voici le dessin

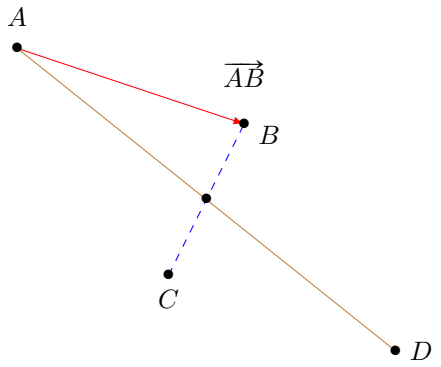




La conclusion est que nous pouvons faire des translations en comptant les distances «horizontales» et «verticales».

7.1 Translation

Définition
La **translation** $t_{\overrightarrow{AB}}$ est la transformation du plan qui à un point C fait correspondre l'unique point D tel que les segments $[AD]$ et $[BC]$ aient même milieu.
Nous notons $\overrightarrow{AB}$ le vecteur associé à cette translation.



Étant donné qu'un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme, nous avons immédiatement le règle suivante :

À retenir
Le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme si et seulement si $D = t_{\overrightarrow{AB}}(C)$. C'est à dire si D est donné à partir de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
Attention : il s'agit bien de $ABDC$ et non de $ABCD$.

Le **vecteur** $\overrightarrow{AB}$ est le déplacement qui permet d'aller de A à B.

Définition
Nous disons que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si et seulement si $t_{\overrightarrow{AB}}(C) = D$, c'est à dire si $ABDC$ est un parallélogramme.

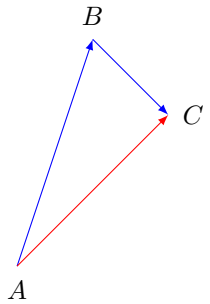
7.2 Somme de vecteurs

Définition
Le vecteur **somme** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ est le vecteur qui correspond à la translation composée de $t_{\overrightarrow{AB}}$ par $t_{\overrightarrow{CD}}$

À retenir

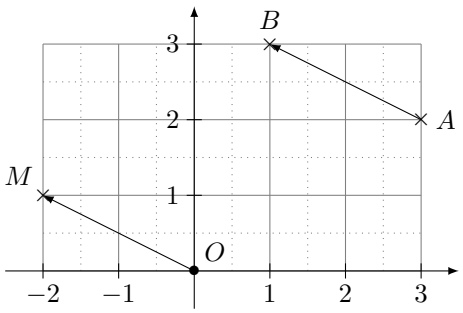
Nous avons la **relation de Chasles** qui permet de mettre des vecteurs «bout à bout» :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}.$$



7.3 Coordonnées d'un vecteur dans un repère

Définition
Les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ dans un repère d'origine O sont les coordonnées du point M tel que $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$.



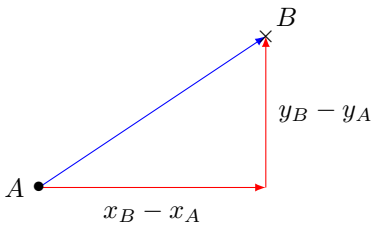
Dans le cas ci-dessus, nous avons $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OM}$ et les coordonnées de M sont $M = (-2; 1)$. Nous notons

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

À retenir

Si $A = (x_A; x_B)$ et $B = (x_B; y_B)$ alors

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}.$$



À retenir

(a) Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est **nul** si les points A et B sont confondus. On le note alors $\vec{0}$.
(b) Nous définissons aussi $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$.

7.4 Somme et coordonnées

Propriété
Si dans un repère $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$, alors

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}.$$

Démonstration. Soient A et B des points tels que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$. Vu que les vecteurs peuvent être placés n'importe où, nous pouvons placer $\vec{v}$ au point B et dire $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$ pour un certain point C. Par les relations de Chasles,

$$\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix}. \tag{7.1}$$

D'autre part étant donné que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, nous avons

$$\begin{aligned} x &= x_B - x_A \\ y &= y_B - y_A; \end{aligned}$$

et vu que $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$

$$\begin{aligned} x' &= x_C - x_B \\ y' &= y_C - y_B \end{aligned}$$

Du coup nous avons

$$\begin{aligned} x + x' &= (x_B - x_A) + (x_C - x_B) = x_C - x_A \\ y + y' &= (y_B - y_A) + (y_C - y_B) = y_C - y_A \end{aligned}$$

En comparant avec (7.1), nous avons bien

$$\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix},$$

ce qu'il fallait démontrer. □

Chapitre 8

Intervalle de fluctuation et de intervalle confiance

8.0 Comptons des petites boules

La classe est divisée en groupes, chacun contenant des perles turquoises et des perles blanches. Les sacs sont identiques mais inconnus. Le but de l'activité est de déterminer ce contenu sans compter toutes les perles. Voici le protocole :

— Tirer une perle au hasard dans le sac,
— Noter sa couleur.
— La remettre dans le sac.

Nous parlons de tirage **avec remise**.

Après 10 tirages

Reporter les résultats de vos tirages en notant T ou B dans le tableau suivant :

Ce tirage forme un **échantillon** du contenu du sac.

(a) Quelle est la fréquence d'apparition de la couleur turquoise ?

(b) Reporter les fréquences des autres groupes :

(c) Que constate-t-on ?

Après 50 tirages

Effectuer encore 40 tirages.

(a) Calculer la fréquence d'apparition de la couleur turquoise.

(b) Compléter le tableau de fréquences d'apparition du turquoise suivant :

	échantillon de taille 10	échantillon de taille 40	Échantillon de taille 50
Fréq.			

Après 100 tirages

Effectuer 50 nouveaux tirages et reporter les résultats :

	Taille 10	Taille 50	Taille 100
Fréq.			

Écrire les résultats des autres groupes :

Combien de tirages ont été faits en tout dans la classe ? Quelle est la fréquence observée des boules turquoises ?

8.1 Intervalle de confiance

Nous avons vu que plus la taille de l'échantillon était grande, plus la fréquence estimée était précise. Précisons le mode opératoire pour fixer le vocabulaire :

À retenir
Nous avons une **population** de perles à étudier. La **proportion** des perles turquoises est inconnue, mais en extrayant un **échantillon** nous pouvons calculer une **fréquence** qui sera une approximation de la proportion.

Le résultat suivant donne une version précise de la phrase «Plus l'échantillon est grand, plus l'approximation est bonne».

À retenir
Nous mesurons la fréquence f d'apparition d'un caractère dans un échantillon de taille n issu d'une population dont la proportion (inconnue) d'apparition du caractère est p. Alors il y a 95% de chances que

$$p \in [f - \frac{1}{\sqrt{n}}, f + \frac{1}{\sqrt{n}}].$$

Cet intervalle est l'**intervalle de confiance** de p au seuil 95%.

Exemple
Lors d'une élection, un sondage portant sur un échantillon aléatoire de 1000 personnes donne 400 votants en faveur d'un candidat L. Au risque d'erreur de 5%, quelle information peut-on obtenir sur la proportion réelle d'électeurs envisageant de voter pour L ?

La fréquence du vote pour le candidat L dans l'échantillon est de $f = 0.4$, et la taille de l'échantillon est $n = 400$. Donc il y a une probabilité 0.95 que la proportion réelle de votants pour L soit dans

$$[f - \frac{1}{\sqrt{n}}, f + \frac{1}{\sqrt{n}}] = [0.4 - 0.05, 0.5 + 0.05] = [0.35, 0.55].$$

Ce que dit ce résultat est que il devrait y avoir entre 35% et 55% de votants pour le candidat L.

Autrement dit, si le résultat de l'élection donne moins de 35% ou plus de 55% au candidat L, nous pouvons dire qu'il n'y a que 5% de chances que le résultat soit dû au hasard. Il y a une probabilité 0.95 que soit le sondage avait été mal fait, soit qu'un événement imprévu ait changé des votes au dernier moment.

△

8.2 Intervalle de fluctuation

Nous nous intéressons maintenant à un problème un peu différent.

Nous avons une population dont nous étudions un caractère pour lequel nous croyons déjà savoir la fréquence. Nous voulons confirmer l'idée en analysant un échantillon.

Exemple
Un charlatan(?) prétend avoir le pouvoir lire à travers des cartes. Pour vérifier ses dires, on construit un jeu de cartes de façon à ce que chaque carte représente soit un rond, soit un carré soit un triangle.

On lui présente une centaine de ces cartes successivement, face cachée et on lui demande si elle représente un rond, un carré ou un triangle.

Si, comme le pensent certains sceptiques, la personne se contente de répondre au hasard alors il devrait répondre correctement environ 33 fois sur la centaine d'essais (une fois sur trois). Nous observons 37 réussites. Est-ce qu'on peut dire que la personne a un réel pouvoir ?

△

Nous ne savons pas quelle est la proportion réelle de réussite de la personne, mais sa fréquence de réussite est de 0.37 sur 100 essais. Donc au seuil de 95% nous pouvons dire que sa proportion de réussite est comprise dans

$$[0.37 - \frac{1}{\sqrt{100}}; 0.37 + \frac{1}{\sqrt{100}}] = [0.27; 0.47].$$

Ce résultat est très compatible avec la proportion de réussite attendue en cas de réponse au hasard (parce que 0.33 est dans l'intervalle).

Le résultat-clef est le suivant.

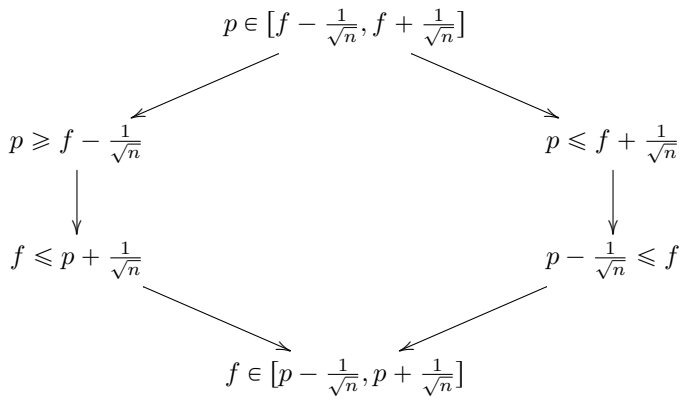
À retenir
Soit une population dans laquelle une proportion p d'individus présentent une certaine caractéristique. Soit aussi un échantillon de taille n prélevé au hasard dans cette population. Nous notons f la fréquence des individus de l'échantillon présentant la caractéristique.

Si p est entre 0.2 et 0.8 et si $n \geqslant 30$, alors il y a 95% de chances que

$$f \in [p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}}].$$

Cet intervalle est appelé **intervalle de fluctuation** de l'échantillon.

Cet intervalle peut être justifié à partir de l'autre :



Exemple
Si 25% de la population a des yeux bleus et qu'on pêche 500 personnes au hasard, il y a environ 95% de chances que parmi ces 500 la proportion d'yeux bleus sera comprise dans l'intervalle

$$[0.25 - \frac{1}{\sqrt{500}}; 0.25 + \frac{1}{\sqrt{500}}] \simeq [0.25 - 0.045; 0.25 + 0.045] = [0.205; 0.294].$$

En termes de nombre de personnes, cela signifie qu'on aura entre 102 et 148 personnes à yeux bleus parmi les 500 personnes tirées au hasard.

Il n'y a que 2.5% de chance d'obtenir moins de 102 personnes à yeux bleus sur 500, et environ 2.5% de chances d'en avoir plus de 148.

Donc si on tire un échantillon de 500 personnes et qu'on y voit 170 avec des yeux bleus, on peut se dire trois choses :

— Le sondage a été mal fait, on n'a pas bien tiré les personnes au hasard, on a mal compté, ...
— Dans la population, en fait il n'y a pas vraiment 25% de personnes aux yeux bleus, mais plus.
— On a été victime du hasard, et en réalité il n'y a aucune faute ; on avait moins de deux chances et demi sur 100 que ça arrive, mais c'est toujours possible.

Notons que 5 fois sur 100, un sondage donnera une proportion non conforme à ce à quoi on s'attend. Cela fait environ une fois sur 20. △

Chapitre 9

Équations de droites (seconde)

Introduction

Soit le programme suivant :

```
Demander x et y.
Si y = −2x alors :
        Écrire «oui»
Sinon :
        Écrire «non»
```

Donner quelque valeurs de x et y pour lesquelles le programme écrit «oui» ? À quoi sert ce programme ?
Mêmes questions pour ce programme :

```
Demander x et y.
Si x = 4 alors :
        Écrire «oui»
Sinon :
        Écrire «non»
```

9.1 Équation de droite

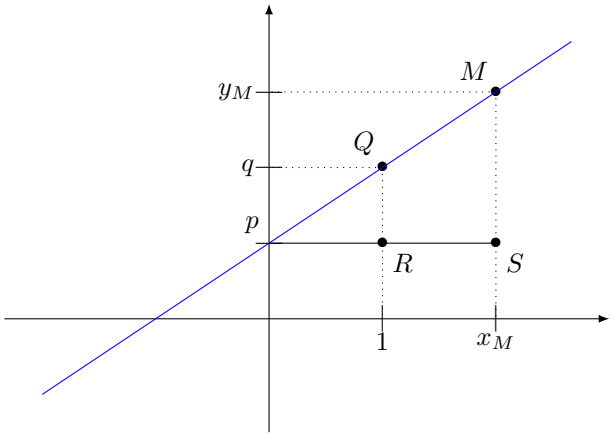
Théorème 9.1.
Toute droite du plan a une équation.

(a) Si d est une droite parallèle à l'axe des ordonnées alors elle a une équation $d : x = c$ pour un certain réel c.

(b) Si d est une droite non parallèle à l'axe des ordonnées, alors elle a une équation $y = mx + p$ pour certains réels m et p.

Démonstration. (a) Soit une droite d parallèle à l'axe des ordonnées. Elle coupe l'axe des abscisses en un point C de coordonnées $(c, 0)$. Par définition du système de coordonnée, tout point de d a alors une abscisse égale à c.

(b) Nous supposons à présent que la droite d n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées. Cette droite coupe l'axe vertical en un point P de coordonnées $(0; p)$ et l'axe $x = 1$ au point $Q(1; q)$.



Le théorème de Thalès nous indique que

$$\frac{MS}{PS} = \frac{QR}{PR},$$

c'est à dire

$$\frac{y_M - p}{x_M} = \frac{q-p}{1},$$

c'est à dire

$$y_M = (q-p)x_M + p.$$

En posant $m = q - p$ nous avons bien l'équation demandée :

$$y = mx + p.$$

□

Théorème 9.2.
Soit la fonction affine $f(x) = mx + p$. Alors pour tout nombres distincts u et v nous avons

$$\frac{f(u) - f(v)}{u - v} = m.$$

Démonstration. Soient u et v, deux réels distincts. Nous calculons

$$f(u) - f(v) = mu + p - (mv + p) = mu - mv = m(u - v).$$

En divisant par $u - v$ on trouve le résultat annoncé. □

9.2 Déterminer une équation de droite

À retenir
Le coefficient directeur d'une droite passant par deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ est donné par la formule

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

L'ordonnée à l'origine se calcule en posant $y_A = mx_A + p$ et en résolvant pour p.

Exemple
Trouver l'équation de la droite passant par $A(-1; -2)$ et $B(1; 4)$.

D'abord

$$m = \frac{4 - (-2)}{1 - (-2)} = \frac{6}{3} = 3.$$

Nous cherchons donc une équation du type $y = 3x + p$. Il s'agit donc de trouver p pour avoir *en même temps*

$$-2 = 3 \times (-1) + p$$

et

$$4 = 3 \times 1 + p$$

La solution est $p = 1$. Au final l'équation cherchée est

$$y = 3x + 1.$$

Vérification : le point $A(-1; -2)$ est sur la droite d'équation $y = 3x + 1$ parce que $y_A = 3x_A + 1$; en effet :

$$-2 = 3 \times (-1) + 1.$$

Le point $B(1; 4)$ est sur la droite d'équation $y = 3x + 1$ parce que $y_B = 3x_B + 1$; en effet :

$$4 = 3 \times 1 + 1.$$

△

9.3 Intersection de droites

Nous avons déjà vu que les fonctions affines $f(x) = mx+p$ et $g(x) = m'x+p'$ ont des droites représentatives parallèles si et seulement si $m = m'$.

À retenir
Trouver l'abscisse du point d'intersection des droites $y = mx+p$ et $y = m'x+p$ revient à résoudre l'équation

$$mx + p = m'x + p.$$

Pour trouver l'ordonnée il suffit de mettre la réponse dans l'équation d'une des deux droites.
ATTENTION : si $m = m'$, les droites sont parallèles et il n'y a pas d'intersection.

Exemple
Trouver le point d'intersection des droites $d_1 : y = 2x - 4$ et $d_2 : y = -x + 5$. Ce sont les droites représentatives des fonctions affines $f(x) = 2x+4$ et $g(x) = -x+5$. L'abscisse du point d'intersection est donnée par l'équation $f(x) = g(x)$, c'est à dire

$$2x - 4 = -x + 5,$$

dont la solution est $x = 3$.

Pour trouver l'ordonnée du point d'intersection il faut calculer $f(3)$ ou $g(3)$, qui doivent donner le même résultat.

$$f(3) = g(3) = 2.$$

Dont le point d'intersection est le point

$$I = (3; 2).$$

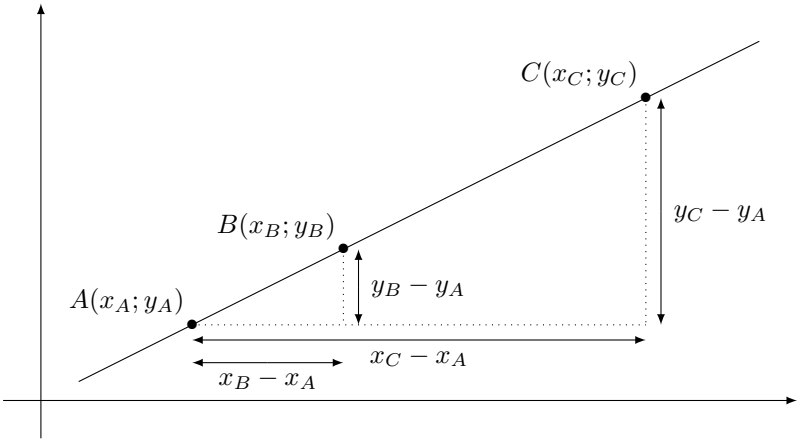
△

9.4 Colinéarité

Le théorème de Thalès nous donne une bonne façon de savoir si trois points sont alignés. Les points A, B et C sont alignés si et seulement si

$$\frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

C'est à dire si et seulement si les coefficients directeurs des droites (AB) et (AC) sont les mêmes.



Chapitre 10

Vecteurs : colinéarité

10.1 Produit d'un vecteur par un réel

Définition
Soit $\lambda \in \mathbb{R}$ et $\vec{u}$, un vecteur. Si dans un repère $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, alors le vecteur $\lambda\vec{u}$ est le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} \lambda x \\ \lambda y \end{pmatrix}$ dans ce repère.

10.2 Parallélisme et colinéarité

Définition
Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** si il existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que $\vec{u} = \lambda\vec{v}$.

Exemple

(a) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 15 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ sont colinéaires parce que

$$3\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 15 \end{pmatrix}.$$

(b) $\vec{u} = \begin{pmatrix} -8 \\ 12 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

△

Propriété

(a) Les droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.
(b) Les points A, B et C sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

Propriété
Les vecteurs $\vec{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si

$$\frac{u_y}{u_x} = \frac{v_y}{v_x},$$

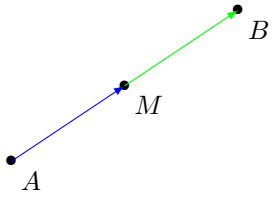
ou encore, par le produit en croix, si et seulement si

$$u_y v_x = u_x v_y.$$

10.3 Milieu d'un segment

Propriété

Le point M est milieu du segment $[AB]$ si et seulement si $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$.



Chapitre 11

Les fonctions du second degré

Activité

Bertrand l'artisan vend des pots de terre cuite sur le marché. Chaque pot lui coûte 2€ de matériel. Au début de sa carrière il avait fixé le prix à 10€ et il vendait 8 pots par semaine. Chaque semaine Bertrand baisse son prix de 0.5€ et vend alors 4 pots supplémentaires.

(a) Donner le nombre de pots vendus ainsi que son bénéfice au début de sa carrière ainsi qu'après 1, 2 et 3 semaines.

(b) Exprimer le nombre de pots vendus ainsi que le bénéfice après x semaines.

(c) Tracer un graphique.

(d) Après combien de baisses de prix Bertrand aura-t-il intérêt à cesser de baisser le prix ?

11.1 Paraboles

Définition
Une fonction **polynôme du second degré** est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ de la forme

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

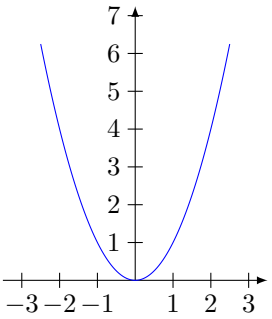
avec $a \neq 0$. Le graphe d'un polynôme du second degré est une **parabole**.

Ce graphe sera noté $y = ax^2 + bx + c$.

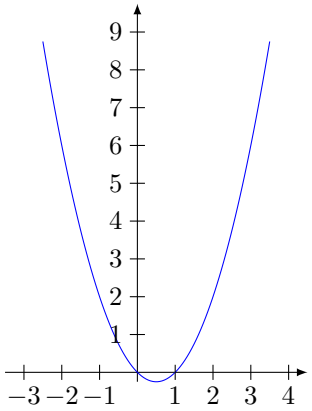
À retenir
La parabole $y = ax^2 + bx + x$ est tournée vers le haut si $a > 0$ et tournée vers le bas si $a < 0$.

Le sommet de la parabole $y = ax^2 + bx + c$ se trouve à l'abscisse $x_S = -\frac{b}{2a}$ et la droite verticale $x = -\frac{-b}{2a}$ est un axe de symétrie de la parabole.

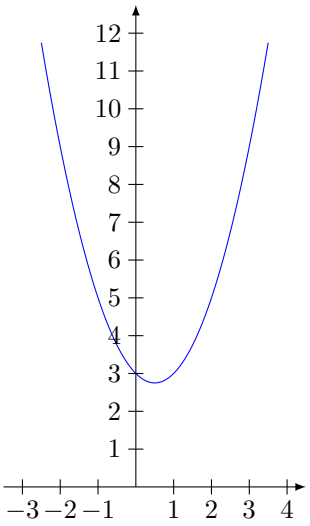
Quelque unes sont dessinées à la figure 11.1.



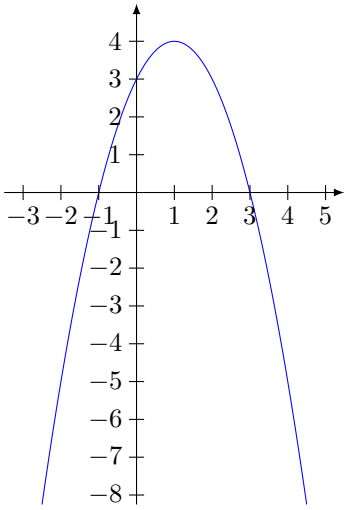
(a) La fonction $x \mapsto x^2$



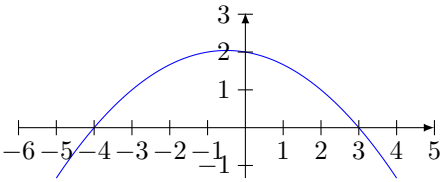
(b) La fonction $x \mapsto x^2 - x$



(c) La fonction $x \mapsto x^2 - x + 3$



(d) La fonction $x \mapsto -x^2 + 2\,x + 3$



(e) La fonction $x \mapsto -\frac{1}{6}(x+4)(x-3)$

FIGURE 11.1 – Quelque paraboles.

11.2 Tableau de variation

Les tableaux de variations sont

Si $a > 0$

x		$-\frac{b}{2a}$		
	∞			∞
$f(x)$		$\searrow$	$\nearrow$	
		$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$		

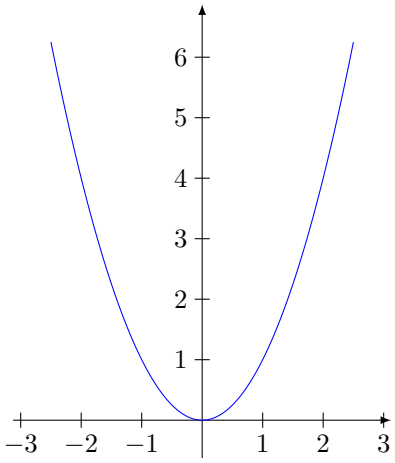
Si $a < 0$

x		$-\frac{b}{2a}$		
		$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$		
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$-\infty$

11.3 La fonction carré

La fonction carré est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ qui à x fait correspondre x^2.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
	$+\infty$				$+\infty$
		$\searrow$		$\nearrow$	
			0		



11.4 Double antécédent et solutions d'équations

À retenir
La fonction carré a pour principale caractéristique d'avoir *deux* antécédents pour chaque image (à part pour zéro). Les antécédents du nombre a sont $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.

Exemple
Les carrés de 4 et de -4 sont tous les deux 16. △

Au niveau des inéquations, cela se ressent. La fonction x^2 sera par exemple plus petite que 9 non seulement pour les $x \in [0, 3]$ mais aussi pour $x \in [-3, 0]$.

Nous voyons cela sur la figure 11.2 qui montre les solution de $f(x) \leqslant 4$.

11.5 Encadrement

À retenir
La fonction carré est décroissante sur $]-\infty, 0]$ et croissante sur $[0, \infty[$.

(a) Si $0 < x < y$, alors $0 < x^2 < y^2$.

(b) Si $x < y < 0$, alors $x^2 > y^2 > 0$.

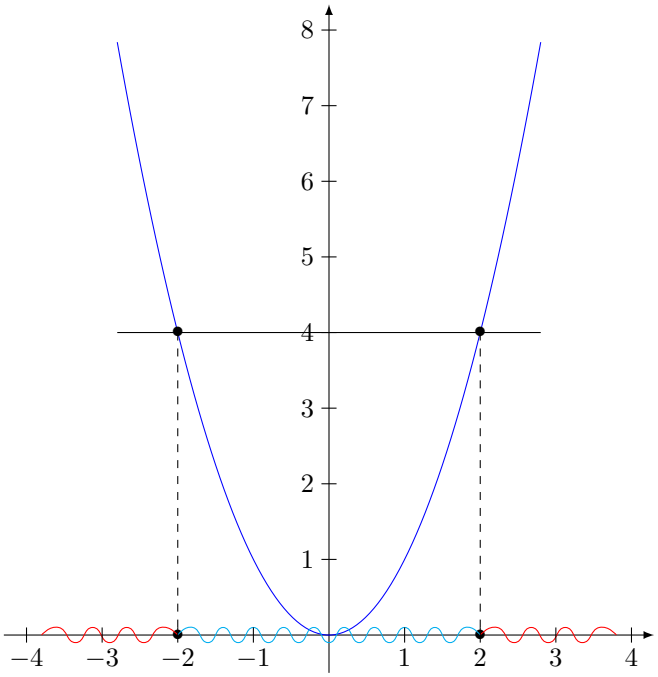


FIGURE 11.2 – La résulution graphique d'une inéquation avec la fonction carré.

Chapitre 12

Probabilités

12.1 Univers

Nous allons fonder notre étude sur l'étude des trois expériences aléatoires.

(a) Lancer un dé à 6 faces.

(b) Tirer une carte d'un jeu de 52 cartes.

(c) Tirer une boule d'une urne contenant 16 boules dont trois vertes, cinq jaunes, deux bleues et six rouges.

Définition
Une **expérience aléatoire** est une expérience qui a plusieurs issues possibles, et pour laquelle on ne peut ni prévoir ni calculer laquelle des issues sera réalisée.

Définition
L'ensemble des issues possibles d'une expérience aléatoire est l'**univers** de l'expérience. Il sera noté E.

(a) Lancer un dé à 6 faces. L'univers est $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

(b) Tirer une carte d'un jeu de 52 cartes. L'univers est $\{\text{as de pique}, \text{cinq de carreau}, \text{valet de trèfle}, \ldots\}$.

(c) Tirer une boule d'une urne qui contient par exemple trois boules vertes, cinq jaunes, deux bleues et six rouges. L'univers est $\{V, J, B, R\}$.

Définition
Un **événement** d'une expérience aléatoire est une partie de l'univers : un sous-ensemble de l'ensemble des issues possibles.

Définition
Lorsque toutes les issues possibles ont la même probabilité, nous disons que nous sommes dans une situation d'**équiprobabilité**.

12.2 Intersection, union, complémentaire

Si A et B sont des événements,

(a) nous notons $A \cup B$ l'événement qui est réalisé lorsque A *ou* B se réalise ;

(b) nous notons $A \cap B$ l'événement qui est réalisé lorsque A *et* B se réalisent.

À retenir
Si A et B sont deux événements d'une expérience aléatoire, alors

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B).$$

Exemple
Soient A l'événement «obtenir un roi» et B l'événement «obtenir un ♡». Pour calculer $p(A \cup B)$, on suit le raisonnement suivant.

(a) La probabilité de A est $p(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$.
(b) La probabilité de B est $p(B) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$.
(c) L'événement $A \cup B$ est l'événement «avoir un roi ou un cœur». Les cartes qui réalisent cet événement sont toutes les 13 cartes de cœur plus les quatre rois (dont un est de cœur ! !).
(d) L'événement $A \cap B$ est réalisé par les cartes qui sont à la fois cœur et roi, c'est à dire uniquement par la carte roi de ♡. Nous avons donc $p(A \cap B) = \frac{1}{52}$.
(e) Pour savoir la probabilité $p(A \cup B)$, on utilise la formule

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{1}{13} + \frac{1}{4} - \frac{1}{52} = \frac{4}{13}.$$

Notons que ce résultat peut aussi être obtenu en réfléchissant. L'événement $A \cup B$ est constitué de toutes les cartes ♡ et de tous les rois, c'est à dire les treize cartes ♡ plus les rois de ♣, ♠ et ♢, soient $13 + 3 = 16$ cartes en tout. Donc

$$p(A \cup B) = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}.$$

△

12.3 Probabilité

Si nous recommençons plusieurs fois une même expérience aléatoire, nous pouvons parler de **fréquence** d'apparition de l'événement A.

Définition
Lorsqu'on effectue un grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence d'apparition d'un événement A tend à se stabiliser autour d'une «fréquence théorique» appelée la **probabilité** de A et notée $p(A)$.

Exemple
Si A désigne l'événement «obtenir la face 4 » lors du lancé du dé à 6 faces, la probabilité est $p(A) = \frac{1}{6}$ parce que nous nous attendons à obtenir le 4 une fois sur six.

Si B désigne l'événement «obtenir un nombre pair», alors la probabilité est $p(A) = \frac{1}{2}$ parce qu'un lancer sur deux doit en moyenne tomber sur un nombre pair. △

Exemple
Si l'événement A désigne «obtenir l'as de ♠», alors la probabilité est de 1/52.

Si B désigne l'événement «obtenir une dame», alors la probabilité est de $4/52 = 1/13$. △

Exemple
L'urne contient en tout 16 boules. Nous avons

— $p(V) = \frac{3}{16}$;
— $p(R) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$;
— $p(B) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$.

△

Propriété

(a) Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1 : $0 \leqslant p(A) \leqslant 1$.
(b) Un événement impossible a une probabilité 0 : $p(\varnothing) = 0$.
(c) Un événement dont la probabilité est 1 est appelé **événement certain**.
(d) La somme des probabilités de tous les événements élémentaires vaut toujours 1.

Propriété
Si une expérience possède n issues équiprobables, alors :

(a) La probabilité de chaque événement primaire est $\frac{1}{n}$.
(b) La probabilité d'un événement A est donnée par

$$p(A) = \frac{\text{Card}(A)}{n}$$

où $\text{Card}(A)$ est le **cardinal** de A, c'est à dire le nombre d'éléments dans A.

Exemple

Le dé à 6 faces La probabilité d'un événement élémentaire est $\frac{1}{6}$.
Si A est l'événement «obtenir un nombre pair», alors $p(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ parce qu'il y a trois nombres pairs : 2, 4 et 6. Il y a donc trois issues possibles qui réalisent l'événement A.

Le jeu de carte Les événements élémentaires sont chacune des cartes et leurs probabilités sont $\frac{1}{52}$.
Si A est l'événement «Tirer une carte de ♡», alors $p(A) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ parce qu'il y a 13 cartes de ♡ sur 52 cartes en tout.

L'urne Les événements élémentaires (tirer une boule verte, jaune, bleue ou rouge) ne sont pas équiprobables. Par exemple la probabilité d'avoir une rouge est $p(R) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.
Si A est l'événement «tirer une boule jaune ou verte», alors nous avons $p(A) = \frac{5+3}{16} = \frac{1}{2}$.

△

Définition
Si A est un événement, l'**événement contraire**, noté $\bar{A}$, est l'événement constitué de l'ensemble des événement élémentaires n'appartenant pas à A. On a l'égalité

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A).$$

Exemple

Le dé à six face Si A est l'événement «obtenir 3 ou 4», alors $\bar{A}$ est l'événement «ne pas obtenir 3 ou 4», c'est à dire «obtenir 1, 2, 5 ou 6».

Le jeu de cartes Si A est l'événement «tirer un ♠», alors l'événement contraire $\bar{A}$ est l'événement «Tirer un ♡, ♢ ou ♣».

L'urne Si A est l'événement «Tirer une boule verte ou jaune», alors le complémentaire est $\bar{A}$ «Tirer une boule bleue ou rouge».

△

12.4 Événement élémentaire

Définition
Un événement est **élémentaire** si il n'est réalisé que par une seule issue de l'expérience.

Exemple

Pour le dé — Obtenir le six (événement élémentaire).
- — Obtenir un nombre pair.
- — Obtenir 2 ou 5.

Pour le jeu de cartes — Tirer le six de cœur (événement élémentaire).
- — Tirer une carte noire.
- — Tirer une dame.

Pour l'urne — Tirer une boule rouge (événement élémentaire).
- — Tirer une boule rouge ou verte.
- — Tirer une boule d'une couleur autre que verte.

△

Chapitre 13

Fonctions homographiques et inverse

Activité

(a) Richard veut parcourir 60 km à vélo en deux heures et demie. À quelle vitesse doit-il pédaler ? À quelle vitesse doit-il pédaler pour effectuer ce trajet en deux heures et dix minutes ?

(b) Écrire la fonction qui à x fait correspondre la vitesse à laquelle il faut se déplacer pour effectuer 60 km en une heure plus x minutes.

(c) Retrouver les réponses de la première question en utilisant la fonction trouvée à la seconde question.

(d) Toujours en utilisant cette fonction, à quelle vitesse faut-il avancer pour faire le voyage en 50 minutes ? 10 minutes ? 1 minute ?

13.1 Fonction homographique

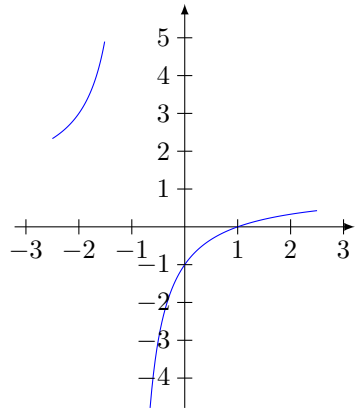
Définition
Une **fonction homographique** est une fonction de la forme

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}.$$

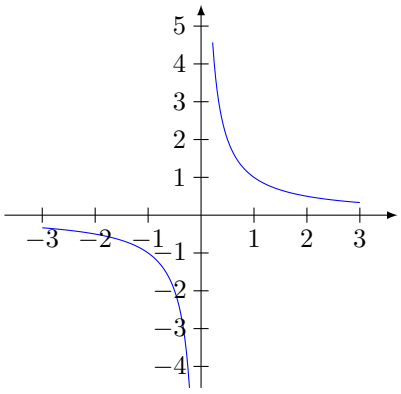
Son ensemble de définition est l'ensemble des $x \in \mathbb{R}$ tels que $cx + d \neq 0$.

13.1.a Allure de la courbe

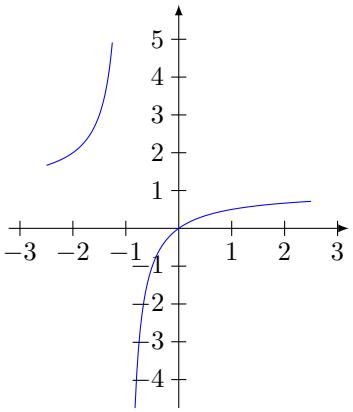
Quelque exemples à la figure 13.1.



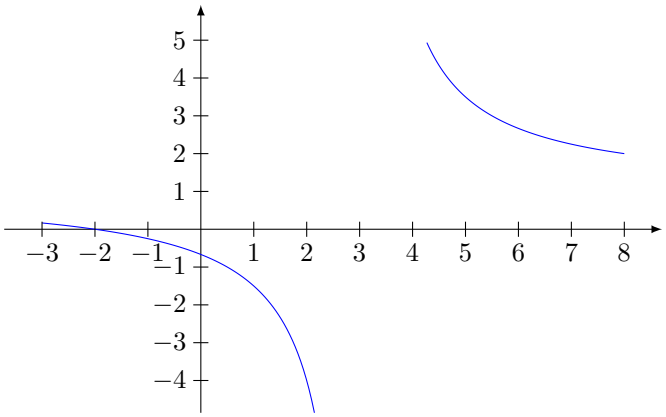
(a) La fonction $x \mapsto \frac{x-1}{x+1}$



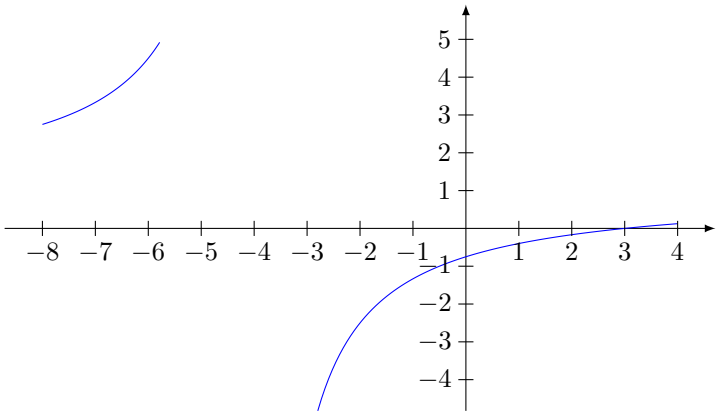
(b) La fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$



(c) La fonction $x \mapsto \frac{x}{x+1}$



(d) La fonction $x \mapsto \frac{x+2}{x-3}$



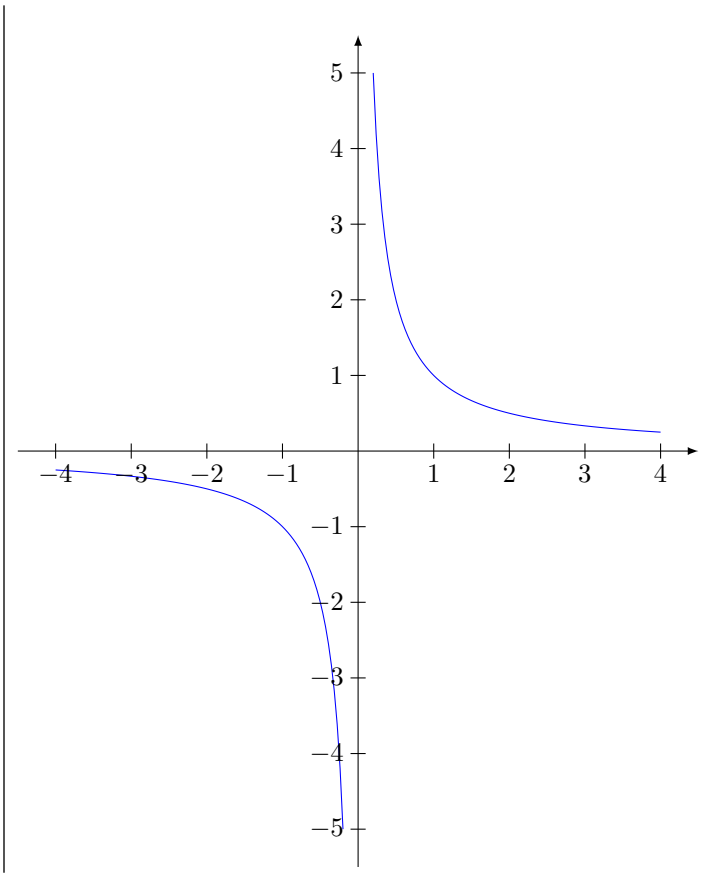
(e) La fonction $x \mapsto \frac{x-3}{x+4}$

FIGURE 13.1 – Des fonctions homographiques

13.2 Fonction inverse

Définition
La **fonction inverse** est la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ qui à x fait correspondre $\frac{1}{x}$.

Son graphe et son tableau de variation les suivants :



$-\infty$		0		$+\infty$
0	↘	$\|$	↘	
		$\|$		0
	$-\infty$	$\|$	$+\infty$	

L'ensemble de définition de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ est l'ensemble de tous les réels sauf $x = 0$, c'est à dire $\mathbb{R}\backslash\{0\}$.

Définition
La courbe représentative de la fonction inverse est nommée **hyperbole**.

13.3 Inéquations avec la fonction inverse

Les inéquations sont toujours un peu délicates parce qu'on ne peut pas multiplier par des nombres dont on ignore la valeur.

Exemple
Il est vrai que

$$5 < 7.$$

Si nous multiplions les deux côtés de cette inéquation par 3 nous obtenons

$$15 < 21.$$

Pas de problèmes. Mais si nous multiplions $5 < 7$ par -2 par exemple, nous obtenons

$$-10 < -14,$$

qui est FAUX. D'une certaine manière, les nombres négatifs sont rangés dans le sens inverse des nombres positifs ; ce qui est vrai est

$$-10 > -14.$$

△

À retenir
Si nous multiplions une inéquation par un nombre négatif, nous devons renverser le sens de l'inéquation.

En particulier, lorsque nous résolvons une inéquation, nous ne pouvons pas multiplier par x parce que nous ne savons pas a priori la valeur de x. Peut-être qu'il est positif, ou peut-être qu'il est négatif.

Exemple
Si nous devons résoudre

$$\frac{1}{x} > -\frac{2}{3},$$

nous ne pouvons pas commencer par multiplier par x et écrire

$$1 > -\frac{2}{3}x$$

△

Chapitre 14

Trigonométrie

14.1 Activité

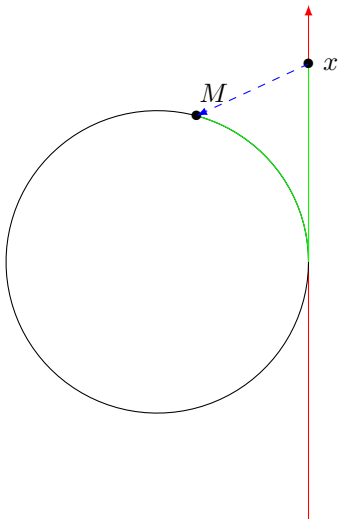
La SNCF veut enrouler un fil de cuivre de 100 m de long autour d'une grande bobine de 1 m de diamètre. Combien de tours seront nécessaires ?

À la moitié du deuxième tour, nous mettons une marque sur le fil. À quelle distance du début du fil se trouve la marque ?

14.2 Enroulement de la droite numérique sur le cercle

Définition
Le **cercle trigonométrique** est le cercle de centre $(0;0)$ et de rayon 1 muni de l'orientation dans le sens direct (le sens inverse des aiguilles d'une montre).

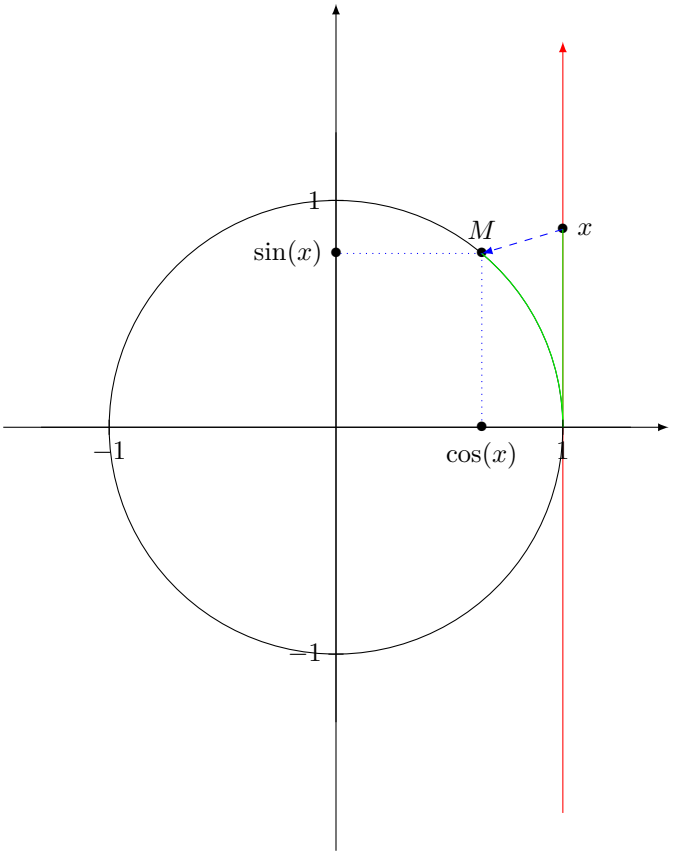
Enroulement de la droite réelle sur le cercle :



Étant donné que la circonférence du cercle est 2π, le nombre 2π de la droite réelle vient au même endroit que le nombre zéro. Le nombre $2\pi + x$ vient alors au même endroit que x pour tout x.

14.3 Cosinus et sinus

Définition
Soit le réel x et le point image M sur le cercle trigonométrique. Le **cosinus** de x est l'abscisse du point M et le **sinus** de x est l'ordonnée du point M.



Propriété
Vu que $\big(\cos(x), \sin(x)\big)$ sont les coordonnées de points sur le cercle trigonométrique, nous avons

(a) $-1 \leqslant \cos(x) \leqslant 1$

(b) $-1 \leqslant \sin(x) \leqslant 1$

(c) $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$.

Propriété
Pour tout réel x, nous avons

(a) $\cos(-x) = \cos(x)$

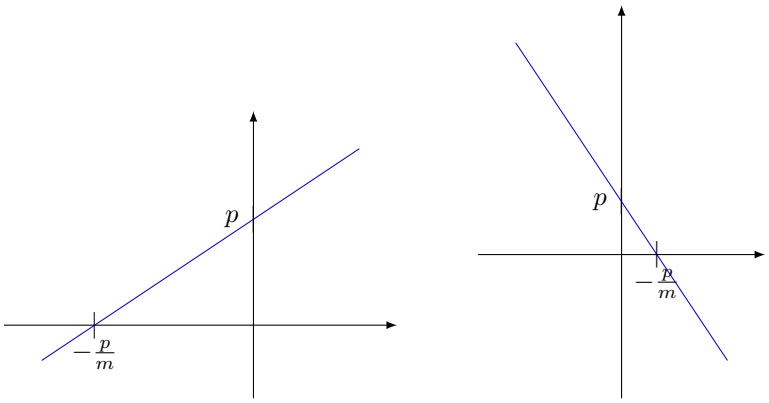
(b) $\sin(-x) = -\sin(x)$

Cette propriété est due au fait que les points x et $-x$ de l'axe réel viennent se placer sur le cercle trigonométrique sur des points symétriques par rapport à l'axe horizontal.

Chapitre 15

Autres choses sur les fonctions

Les figures 15.1(a) et 15.1(b) montrent des droites affines. Lorsque $m > 0$, la droite monte ; lorsque $m < 0$ elle descend. La pente est d'autant plus forte que m est grand.



(a) $m > 0$ (b) $m < 0$

FIGURE 15.1 – Deux droites affines.

15.1 Résolution graphique d'(in)équations

À retenir
Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ revient à déterminer les abscisses des points d'intersection des courbes représentatives de f et g.

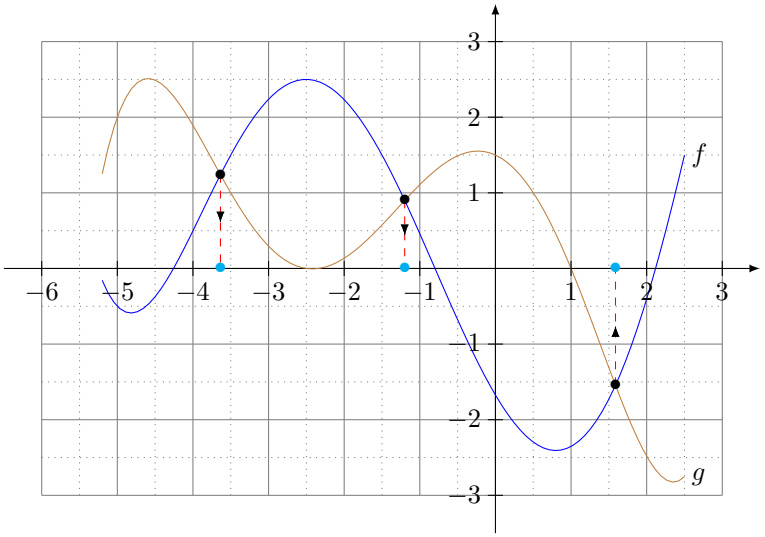
En pratique pour déterminer graphiquement les solutions de $f(x) = g(x)$ il faut faire :

(a) Trouver les points d'intersection entre les courbes de f et de g.

(b) Les solutions sont les abscisses de ces points.

(c) Écrire $S = \{\ldots ; \ldots ; \ldots\}$.

Dans le cas du dessin ci-dessous, les solutions sont approximativement $x = -3.6$, $x = -1.1$ et $x = 1.5$.



Nous notons alors

$$S = \{-3.6; -1.1; 1.5\}.$$

15.1.a Résolution graphique d'inéquations

Inéquation du type $f(x) < k$

À retenir
Les solutions de l'inéquation $f(x) < k$ sont les abscisses des points de la courbe représentative de f situés en dessous de la droite d'équation $y = k$.

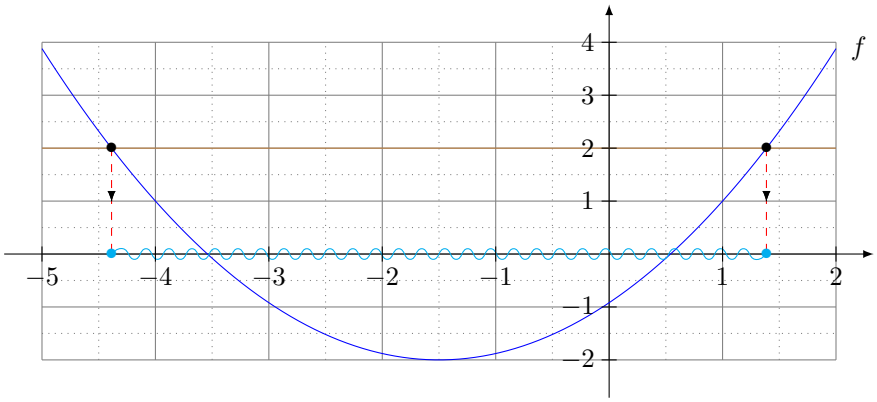
Sur la figure ci-dessous, nous résolvons $f(x) \leqslant 2$. La procédure à suivre est la suivante.

(a) Tracer la droite horizontale $y = 2$.

(b) Trouver les points d'intersection avec le graphe de f.

(c) Les solutions sont les abscisses pour lesquelles le graphe de f est au dessus du graphe de la droite $y = 2$.

(d) Donner les solutions sous forme d'intervalle.



Ici nous écrivons les solutions sous la forme

$$x \in [-4.4; 1.4].$$

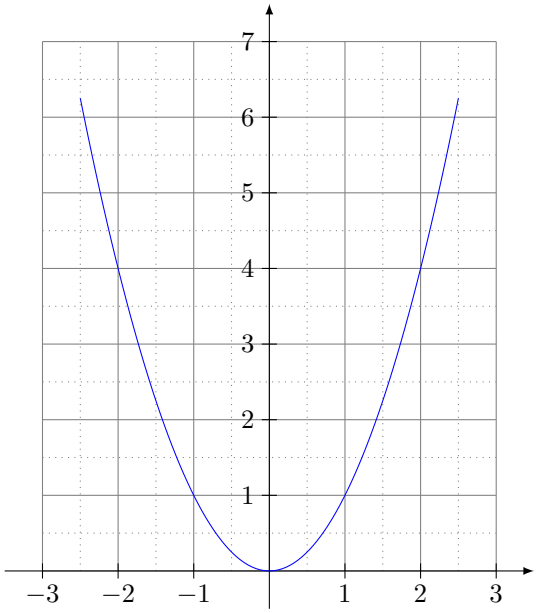
15.2 Résolution graphique d'(in)équations

15.2.a Lecture graphique des images et des antécédents

Nous considérons la fonction

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto x^2$$

dont le graphe est donné ci-contre. À chaque réel x, nous associons l'abscisse $y = f(x)$. À l'aide du graphe donné, répondre aux questions suivantes.



— Image de $1,5$?
— Antécédent de $3,5$?
— Antécédent de -1 ?
— Antécédent de 0 ?

Exemple
Compléter le tableau suivant pour la fonction $f(x) = x^2$.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	$-0,5$	$0,5$
y	16										0.25

△

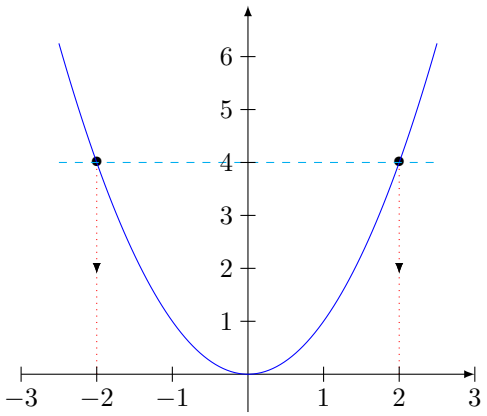
15.2.b Résolution graphique d'équations

À retenir
Soit k, un réel fixé. Résoudre l'équation $f(x) = k$ revient à chercher les antécédents par f du nombre k.

Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = k$ est égal au nombre de points d'intersection de la courbe représentative de f avec la droite d d'équation $y = k$. Les solutions sont les abscisses de ces points d'intersection.

Exemple

Nous cherchons à résoudre $f(x) = 4$.



— Nous traçons la droite horizontale d'équation $y = 4$;
— nous observons les points d'intersection de cette droite avec la courbe ;
— les solutions de l'équation sont les abscisses de ces points.

Sans surprises, les solutions de $x^2 = 4$ sont $x = 2$ et $x = -2$. △

Inéquation du type $f(x) < g(x)$

Les solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$ sont les abscisses des points pour lesquels la courbe de f est en dessous de la courbe de g.

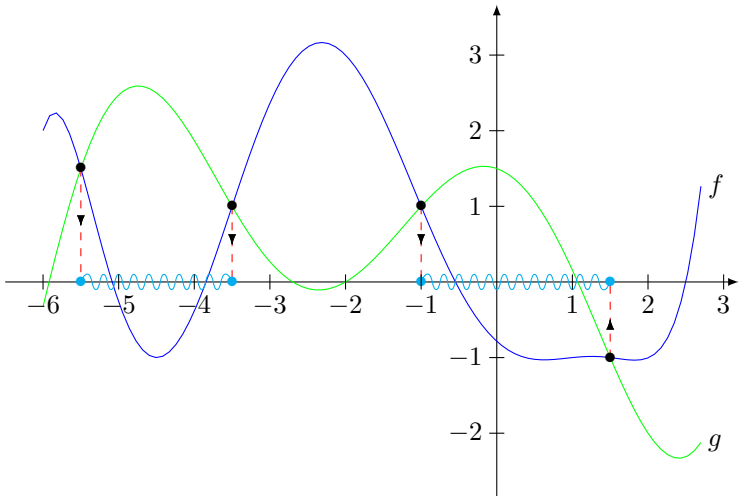


FIGURE 15.2 – En cyan, l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$.

La figure 15.2 montre la résolution d'une telle inéquation. Notons que l'ensemble des solutions peut être en plusieurs morceaux.

15.2.c Tableau de variations

Le **tableau de variation** est un tableau contenant

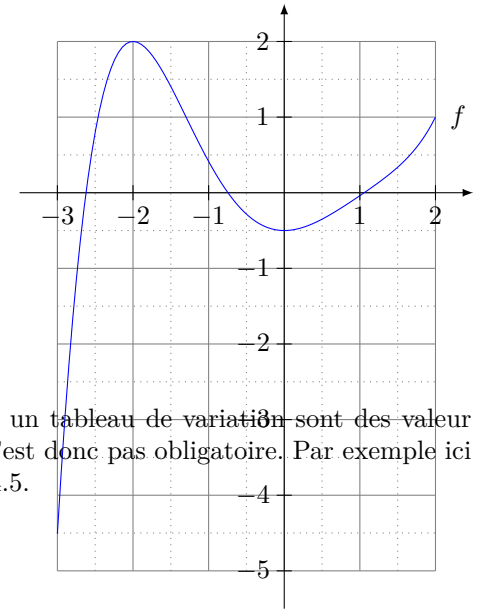
(a) les positions des sommets,

(b) les flèches indiquant les endroits où la fonction est croissante ou décroissante.

Un petit exemple valant mieux qu'un long discours...

Le tableau de variation de la fonction dessinée ci-contre est :

x	-3		-2		0		2
$f(x)$	$-\frac{9}{2}$	↗	2	↘	$-\frac{1}{2}$	↗	1



En effet, la fonction f

— part de $x = -3$ où $f(x) = -9/2$;

— elle monte jusqu'en $x = -2$ où elle vaut $f(x) = 2$;

— elle descend jusqu'en $x = 0$ où elle vaut $-\frac{1}{2}$;

— elle monte jusqu'en $x = 2$ où elle vaut 1.

Le plus souvent si on donne un dessin, les nombres à placer dans un tableau de variation sont des valeur approchées à la précision du dessin. Donner les réponses en fraction n'est donc pas obligatoire. Par exemple ici au lieu d'écrire $-9/2$ dans le tableau, il aurait été possible d'écrire -4.5.

15.3 Minimum et maximum

Les notions de minima et maxima parlent, comme l'indiquent leurs noms en français, des points du graphe d'une fonction les plus hauts et les plus bas.

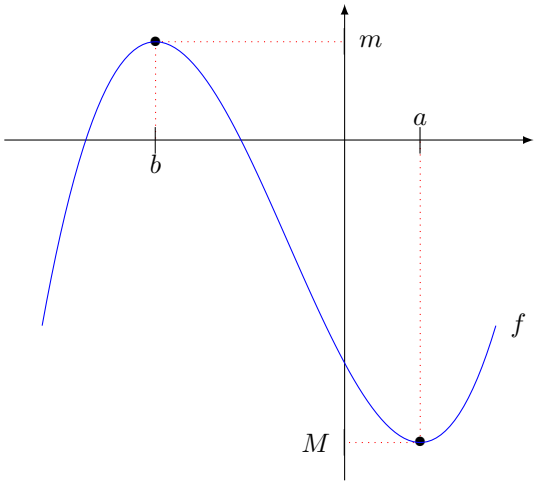
Définition

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

— On dit que f admet le réel m pour **minimum** sur I si et seulement si il existe $c \in I$ tel que $f(c) = m$ et pour tout $x \in I$, $f(x) \geqslant m$.

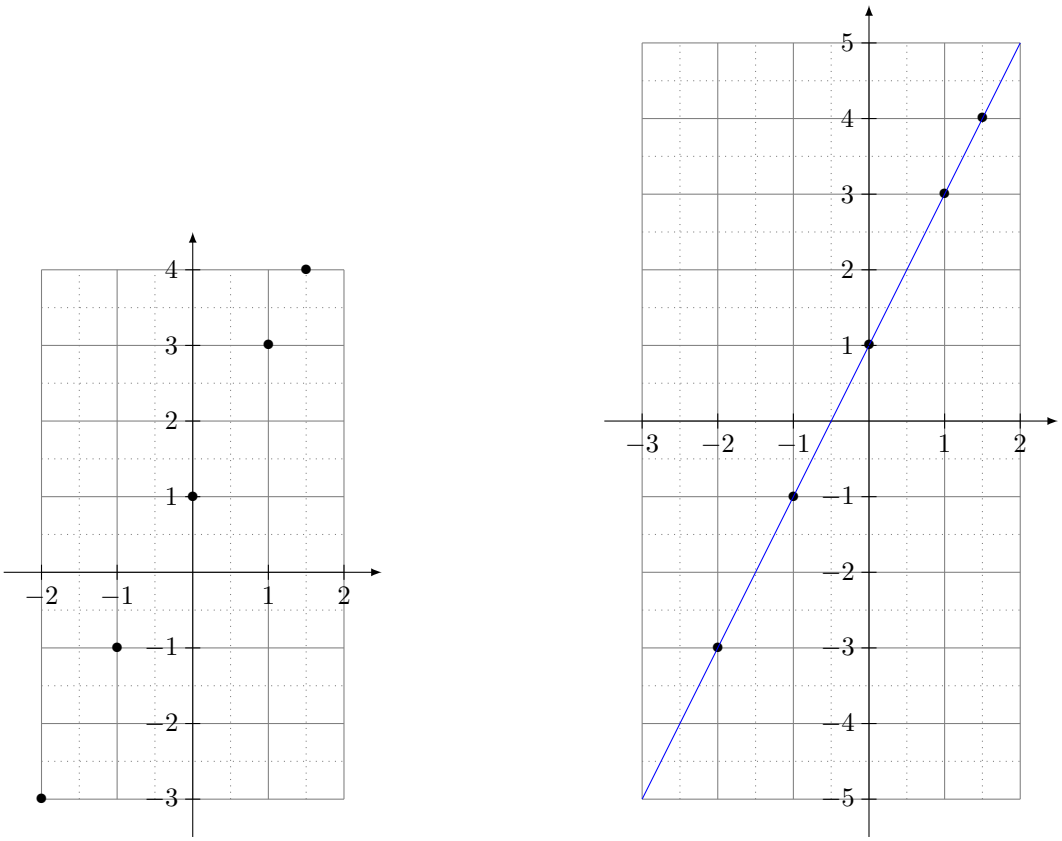
— On dit que f admet le réel M pour **maximum** sur I si et seulement si il existe $d \in I$ tel que $f(d) = M$ et pour tout $x \in I$, $f(x) \leqslant M$.

Sur le dessin ci-dessous nous avons indiqué le minimum et le maximum de la fonction dessinée.



15.4 Pour tracer

Quelque conseils pour dessiner.
— Pour une valeur x sur l'axe des abscisses, il y a un et un seul point d'abscisse x sur la courbe.
— Pour tracer une courbe, il faut placer des points. Plus on choisit de points, plus la courbe sera précise.
— Si possible, trouver quelque valeurs clefs. Par exemple on cherchera les points d'intersection entre les axes et les courbe. Le point $(0, f(0))$ est intéressant à mettre, ainsi que les points x tels que $f(x) = 0$.



(a) D'abord trouver quelque points de la droite

(b) et ensuite tracer.

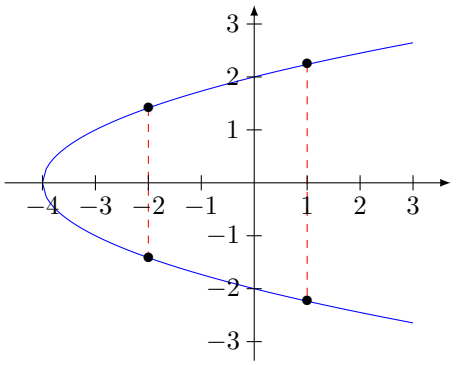
FIGURE 15.3 – Comment tracer la fonction $f : x \to 2x + 1$?

Nous donnons à la figure 15.3 le tracé de la fonction $f(x) = 2x + 1$. La figure 15.3(a) donne quelque points du graphe de la fonction. La figure 15.3(b) donne le graphe complet de la fonction. Comment le construit-on ? Par définition pour chaque x sur l'axe des abscisses (il y en a une infinité), il faut calculer le nombre $f(x)$ et mettre dans le plan le point de coordonnées $\big(x, f(x)\big)$.

En pratique, il n'est pas possible de calculer $f(x)$ pour *tous* les x réels [1]. C'est pourquoi nous nous contentons qu'en calculer quelque uns, et nous les relions «le plus intelligemment possible».

15.4.a Ce qui n'est pas une fonction

Cette courbe ne représente pas une fonction, car à partir de $x = -4$, les nombres ont deux images. Les courbes données par des fonctions sont des courbes acceptant une seule ordonnée pour chaque abscisse.



Pour tracer le graphe d'une fonction affine.
— Vu que le graphe est une droite, il suffit de deux points.
— Les fonction linéaires passent par l'origine $(0;0)$.
— Pour un tracé à la règle, il est plus précis de prendre deux points relativement éloignés.
— La droite $f(x) = mx + p$ monte si $m > 0$ et descend si $m < 0$. La pente est d'autant plus forte que m est grand.
Quelque exemples à la figure 15.4.

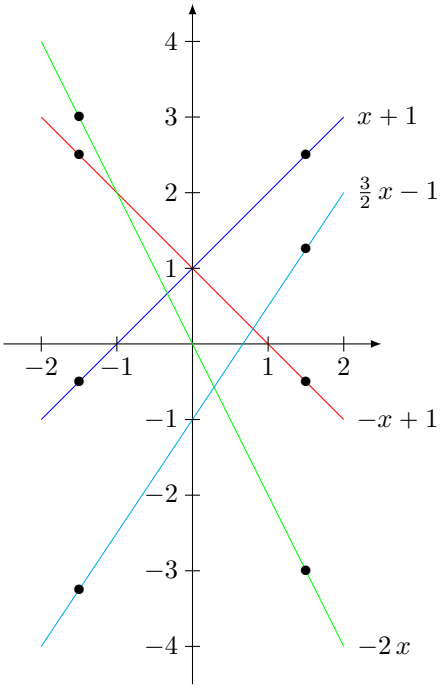


FIGURE 15.4 – Des graphes de fonctions linéaires et affines.

15.5 Modélisation par une fonction

Les exemples de fonctions dans la «vraie» vie sont nombreux.

Exemple
Soit un triangle rectangle isocèle dont les côtés de l'angle droit sont de longueur x. Alors l'aire est donnée par la fonction

$$f(x) = \frac{x^2}{2}.$$

1. Chuck Norris peut le faire.

L'ensemble de définition est $D =]0, \infty[$ parce que x représente une longueur. △

Exemple
Un vélo se déplace à 20 km/h. Après un temps t, il aura parcouru une distance

$$d(t) = 20t$$

kilomètres. Ici l'ensemble de définition est plus délicat ; il dépend du contexte.

Notons que la variable d'une fonction n'est pas obligatoirement toujours notée x et que la fonction n'est pas toujours obligatoirement notée f. △

Exemple
Vous verrez dans un cours de physique que si on lance un objet verticalement avec une vitesse initiale v_0, alors la hauteur en fonction du temps est donnée par

$$h(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

où g est l'accélération de la gravitation sur Terre (environ $10\,\mathrm{m/s^2}$). △

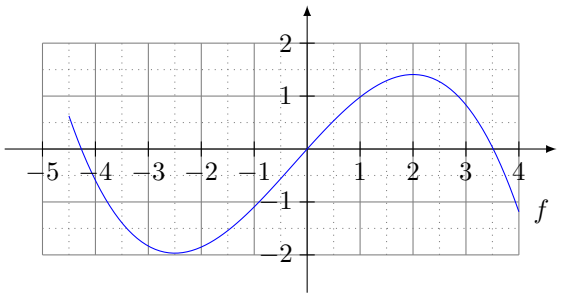
15.6 Sens de variation d'une fonction

15.6.a Notion intuitive

La fonction ci-contre descend jusqu'à -2.5 puis monte entre -2.5 et 2 pour ensuite descendre.

Nous disons qu'elle est

— *décroissante* sur $]\infty, -2.5]$;
— *croissante* sur $[-2.5, 2]$;
— à nouveau décroissante sur $[2, \infty[$.



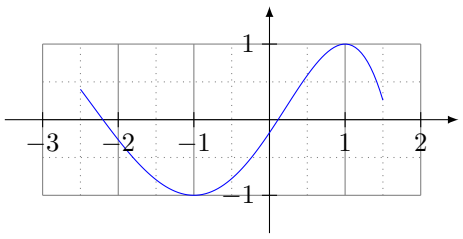
Définition
On dit que f est **strictement croissante** sur I si pour tous réels a et b de I tels que $a < b$, on a $f(a) < f(b)$.
La fonction f est **strictement décroissante** sur I si pour tous réels a et b de I tels que $a < b$, on a $f(a) > f(b)$.

La différence entre la croissance et la *stricte* croissance est que l'inégalité est stricte.

Définition
Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$. Nous disons que la fonction f est **monotone** sur I si elle est soit croissante sur I, soit décroissante sur I.

La fonction dessinée ci-contre n'est pas monotone sur l'intervalle $[-2, 0]$. Elle est

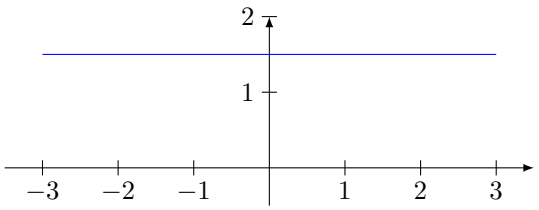
— monotone décroissante sur $[-2.5, -1]$;
— monotone croissante sur $[-1, 1]$;
— monotone décroissante sur $[1, 1.5]$.



Définition
Soit I un intervalle. On dit que f est **constante** sur I lorsque pour tous les réels a et b de I, on a $f(a) = f(b)$. (Tous les réels de I ont la même image par f).

Dans ce cas, il existe $k \in \mathbb{R}$ tel que pour tout $a \in I$, $f(a) = k$.

La figure ci-contre donne le graphe de la fonction $f(x) = 1.5$ entre $x = -3$ et $x = 3$.

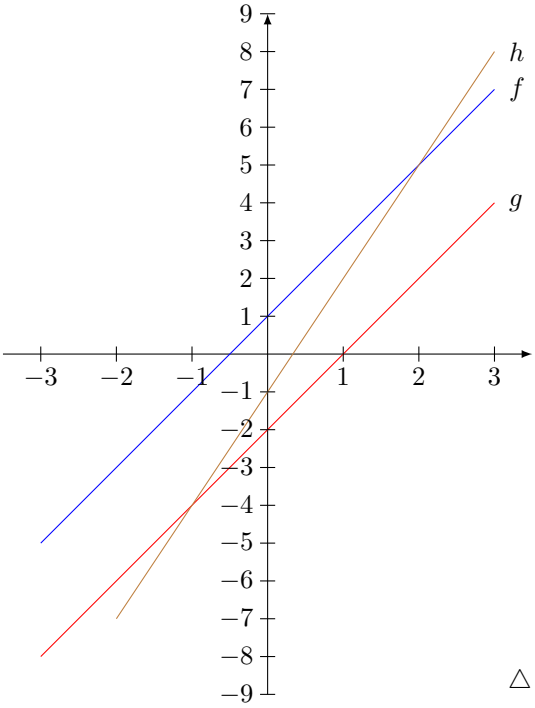


Sur la figure ci-contre, nous avons tracé les graphes des fonctions données par

(a) $f(x) = 2x + 1$
(b) $g(x) = 2x - 2$
(c) $h(x) = 3x - 1$

Nous constatons que

(a) Les droites représentatives de f et g sont parallèles.
(b) La droite h est plus pendue que les deux autres.



Exemple
Soit la fonction $f(x) = 3x - 1$.

(a) Le point $(0; -1)$ est sur la courbe représentative de f parce que $f(0) = 1$.
(b) Le point $(10; 29)$ est également sur la courbe parce que $f(10) = 29$.
(c) Le point $(2; 3)$ n'est par contre pas sur le graphe parce que $f(2) = 5 \neq 4$.

△

15.7 Petit tour de magie

Exemple
Un petit tour de magie. Choisissez un nombre entre 1 et 10. Ajoutez 5, multipliez par 2, ajoutez 7, enlevez le double du nombre de départ. △

Pouvez-vous trouver un petit tour de magie qui commence par
— Multiplier par 3
— Faire +2
— ...
et qui donne toujours 5 ?

ex_algo18.py

```
def f(x):
    a=3*x
    b=a+2
    c=b+3
    d=c-3*x
    return d

print(  f(2) )
print(  f(5) )
```

15.8 Ensemble de définition

Définition
Soit D un ensemble de nombres. On définit une **fonction** f sur D en associant à chaque nombre x dans D un seul nombre y. Dans ce cas nous disons que f est une fonction de la **variable** x.

Exemple
Soit la fonction qui à la longueur d'un segment fait correspondre l'aire du carré construit sur ce segment. Cette fonction n'est définie que sur les nombres positifs (parce qu'il n'existe pas de segments de longueurs négatives). Nous écrivons donc

$$\begin{aligned} f\colon [0,\infty[&\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto x^2, \end{aligned}$$

et nous avons $f(x) = x^2$.

Le symbole $[0,\infty[$ représente l'ensemble de tous les nombres de 0 (y compris) à l'infini, c'est à dire tous les nombres plus grands ou égaux à 0. △

Exemple
Soit la fonction qui a un nombre entier fait correspondre la somme de ses chiffres. Par exemple $f(0) = 0$ et $f(123) = 6$. Cette fonction est définie sur les entiers et retourne un entier. Nous pouvons écrire

$$\begin{aligned} f\colon \mathbb{N} &\to \mathbb{N} \\ x &\mapsto f(x). \end{aligned}$$

Ici il est compliqué de donner une forme explicite pour f. △

Exemple
La fonction carré est :

$$\begin{aligned} f\colon \mathbb{R} &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto x^2 \end{aligned}$$

Notons que c'est presque la même que la fonction «aire du carré». La différence est le contexte. △

Exemple
La fonction racine carré est :

$$\begin{aligned} \sqrt{}\colon [0,\infty[&\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto \sqrt{x}. \end{aligned}$$

△

Exemple
La fonction inverse est :

$$\begin{aligned} f\colon \mathbb{R}\backslash\{0\} &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto \frac{1}{x}. \end{aligned}$$

La notation $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ représente l'ensemble de tous les nombres sauf zéro. △

15.8.a Intermède : pourquoi ne pas diviser par zéro ?

La fraction $\frac{1}{0.1}$ est le nombre de fois que 0.1 rentre dans 1. Cela vaut 10 parce qu'il faut 10 soit 0.1 pour faire 1.

Que vaut $\frac{1}{0.0001}$? C'est le nombre de fois que 0.0001 rentre dans 1, c'est à dire dix mille.

Que vaudrait $\frac{1}{0}$? C'est le nombre de fois qu'il faut prendre zéro pour obtenir 1.

Exemple
Considérons la fonction qui a un nombre fait correspondre son inverse : $f\colon x \mapsto \frac{1}{x}$. Pour se dérouiller le cerveau,

je propose quelque valeurs :

$$f(1) = 1 \qquad f(5) = \frac{1}{5} \qquad f(\frac{2}{3}) = \frac{3}{2}$$
$$f(\frac{1}{4}) = 4 \quad f(-3) = -\frac{1}{3} \qquad f(-1) = -1.$$

Cette fonction est implémentée en python de la façon suivante :

ex_inverse.py

```
def f(x):
    return 1/x

a=f(0.25)
print(a)
b=f(0)
print(b)
```

donne

```
4.0

Traceback (most recent call last):
  File "ex_inverse.py", line 6, in <module>
    b=f(0)
  File "ex_inverse.py", line 2, in f
    return 1/x
ZeroDivisionError: division by zero
```

Très clairement, python ne veut pas calculer l'inverse de zéro et plante sur un message on ne peut plus clair : `ZeroDivisionError: division by zero`.

Effectivement, l'inverse de zéro n'existe pas. L'ensemble de définition de notre fonction $f(x) = 1/x$ n'est donc pas $\mathbb{R}$ tout entier, mais seulement $\mathbb{R}\backslash\{0\}$.

△

À retenir
Il n'est pas permis de diviser par zéro. Une fonction qui contient un dénominateur ne peut pas avoir dans son ensemble de définition des x qui annulent le dénominateur. Autrement dit dès que vous voyez

$$\frac{1}{f(x)}$$

vous devez résoudre l'équation $f(x) = 0$.

15.9 Antécédent

À retenir
Une fonction associe à chaque nombre de l'ensemble de définition *un seul* nombre, appelé **image**. Si a est un nombre, un **antécédent** de a par la fonction f est un nombre $x \in D$ tel que

$$f(x) = a.$$

Autrement dit, les antécédents de a sont les éléments de $\mathbb{R}$ dont l'image par f est a.

Il peut arriver qu'un nombre ait plusieurs antécédents.

Exemple
Pour la fonction $f(x) = 2x - 1$, un antécédent de 5 est le nombre 3. Un antécédent du nombre -10 est la nombre $-9/2$. △

À retenir
Trouver les antécédents de a par la fonction f revient à trouver les solutions de l'équation

$$f(x) = a.$$

Exemple

Les antécédents de 4 pour la fonction $f(x) = 2x - 1$ sont les solutions de l'équation

$$2x - 1 = 4$$

c'est à dire $x = \frac{5}{2}$. Il se fait qu'il y en a un seul.

Plus généralement l'antécédent de a pour cette fonction est la solution de l'équation

$$2x - 1 = a,$$

c'est à dire le nombre $x = \frac{a+1}{2}$. △

Exemple
Si nous avons une série statistique de n valeurs, pour trouver le premier quartile nous devons diviser n par 4 et prendre l'entier le plus proche vers le haut. Cela donne le numéro de la valeur correspondante au premier quartile.

En python, la fonction qui donne le numéro de la valeur du premier quartile en fonction de n est

```
math.ceil(n/4)
```

Notons f cette fonction. Son ensemble de définition est l'ensemble des entiers non nuls. Le graphique de cette fonction est donné à la figure 15.5.

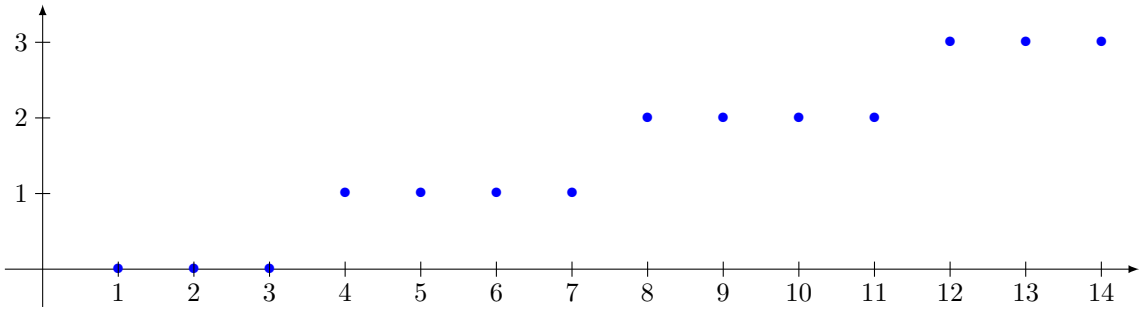


FIGURE 15.5 – Le numéro de la valeur du premier quartile en fonction du nombre de valeurs.

Le graphique est uniquement constitué de points. Pas de lignes entre, parce qu'il n'existe pas de séries statistiques comprenant 3.7 valeurs par exemple. △

Exercice 588
Donner deux antécédents différents du nombre 5 pour la fonction «quartile» donnée dans l'exemple 15.27.
Combien d'antécédents y a-t-il ?
Correction à la page 1023.

Exemple
Soit la fonction $f(x) = (x+1)^2$. Nous avons $f(-1) = 0$, $f(4) = 25$; nous disons que 0 est l'image de -1 par f et que 25 est l'image de 4 par f.

Remarquons que $f(-2) = 1$ et $f(0) = 1$. Donc -2 et 0 sont deux antécédents de 1. △

Exemple
Le nombre 4 est un antécédent de 3 pour la fonction $f(x) = \frac{x}{2} + 1$. △

Exemple
Les nombres 3 et -3 sont tout deux des antécédents de 9 pour la fonction $x \mapsto x^2$. △

15.10 Pour des factorisations

Avec les paquets, une intéressante est de mettre

$$(3x + a)(2x + 1) + (2x + 4a)(2x + 1)$$

parce qu'il y a encore un 5 qui se factorise après.

Et pour la fin :

$$(2a + 1)(1 - x) + 5(x - 1),$$

parce qu'il y a encore un 2 qui se factorise.

Chapitre 16

Rappels de géométrie

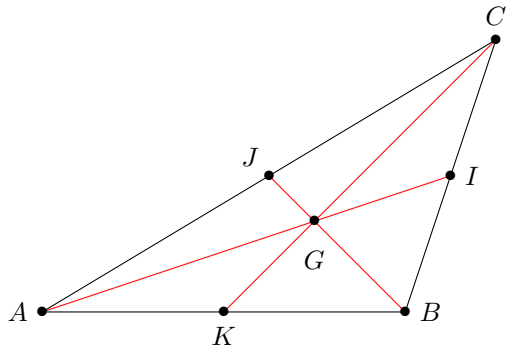
16.0.a Médianes, hauteurs, médiatrices

Soit un triangle ABC.

Médianes

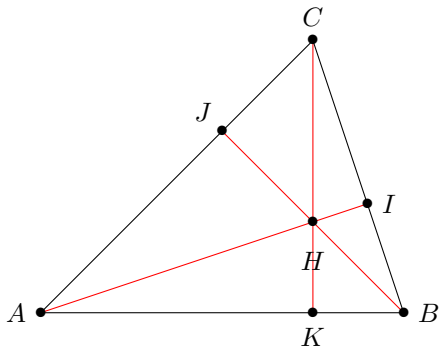
Une médiane est une droite passant par le centre d'un des côtés et par le sommet opposé. Les trois médianes se coupent en un point nommé **centre**. Il est parfois aussi nommé *centre de masse*. De plus le centre de masse du triangle est situé aux deux tiers de la hauteur ne partant du sommet :

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}.$$



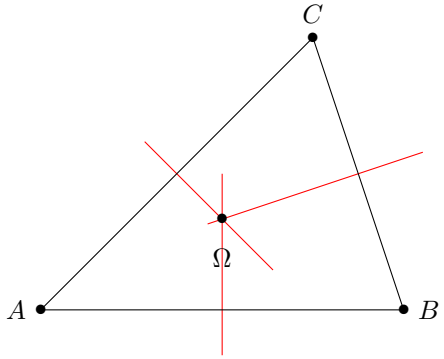
Hauteurs

Une hauteur est une droite passant par un sommet et coupant perpendiculairement le côté opposé. Les trois hauteurs se coupent en un point appelé l'**orthocentre** du triangle, nomme H.



Médiatrices

Une médiatrice est une droite coupant une côté perpendiculairement à son milieu.



Droite d'Euler

<++>

16.1 Triangles isométriques

Voir [33].

Propriété
Soient les triangles ABC et MNP. Si

(a) $\hat{A} = \hat{M}$

(b) $AB = MN$

(c) $AC = MP$

alors les triangles sont isométriques.

Si

(a) $AB = MN$

(b) $\hat{A} = \hat{M}$

(c) $\hat{B} = \hat{N}$

alors les triangles sont isométriques.

16.2 Exercices

Exercice 589

Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O, et I le milieu de $[AD]$. Nous nommons J le point d'intersection des droites IC et BD.

(a) Dessiner la situation.

(b) Que représente le point J pour le triangle ADC ?

(c) Déduire que la droite AJ coupe le segment $[DC]$ en son milieu.

Indice : les médianes d'un triangle sont concourantes.

Correction à la page 1023.

Exercice 590

Soit un triangle ABC. Soit A', le point symétrique de C par rapport à B ; B' le milieu du segment $[AC]$; et C' le point situé au tiers du segment $[BA]$.

(a) Démontrer que les point A', B' et C' sont alignés.

(b) Que représente le point C' dans le triangle ACA' ?

Correction à la page 1023.

Chapitre 17

Configurations du plan

Chapitre 18

Algorithmique

Pour ce chapitre, nous suivons entre autres [1].

Ce chapitre ne contient pas de théorie particulière. Seulement de la pratique. Le exemples seront écrits en python ; en dehors des séances effectuées sur ordinateur, les élèves ne sont pas obligés de maîtriser la syntaxe exacte.

18.0.a Choses basiques

Exercice 591

Qu'affichent les programmes suivants ?

ex_algo1.py

```
def f(a,b):
    return a+b

k = f(2,3)
print(k)
```

ex_algo2.py

```
def f(a,b):
    return a-b

k = f(10,7)
print(k)
```

ex_algo3.py

```
def calcul(x):
    a=2*x
    b=a+1
    return b

k=calcul(3)
l=calcul(-2)

print(k)
print(l)
```

Correction à la page 1023.

Exercice 592

Qu'affichent les programmes suivants ?

ex_algo6.py

```
a=5
b=3
c=a+b

print(c)
```

ex_algo4.py

```
a=5
b=3
c=a+b
a=2
c=b-a

print(c)
```

ex_algo7.py

```
a=5
b=3
c=a+b
c=c+2

print(c)
```

ex_algo5.py

```
a=5
b=3
a=a+b
b=a+b
c=a+b

print(c)
```

Correction à la page 1023.

Exercice 593

Écrire une fonction qui prend deux arguments `a` et `b` et qui retourne le plus grand.

Correction à la page 1023.

18.0.b Instructions conditionnelles

Exercice 594

Que font le programmes suivants ?

ex_algo11.py

```
def f(x):
    if x>=0:
        return 1
    if x<0:
        return -1

k=f(-12)
l=f(200)
m=f(0.1)
print(k)
print(l)
print(m)
```

ex_algo10.py

```
def f(x):
    a=4*x
    if a>10 :
        print("gagné")
    if a<=10:
        print("perdu")

f(2)
f(7)
f(2.5)
```

Correction à la page 1023.

Exercice 595

Écrire une fonction qui prend deux nombres en argument et qui retourne 1 si la somme est plus grande que 10 et zéro sinon. La tester sur quelque exemples.

Correction à la page 1023.

Exercice 596

Écrire une fonction qui prend un nombre x en argument et qui retourne x si $x > 0$ et $-x$ sinon. Sous forme mathématique, la fonction est donnée par

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Tester cette fonction sur quelque nombres positifs et négatifs.

Correction à la page 1024.

Exercice 597

Écrire une fonction qui implémente la fonction

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \geqslant 4 \\ 2x & \text{si } x < 4 \end{cases}.$$

Faire calculer $f(1)$, $f(-1)$, $f(30)$ et $f(4)$.

Correction à la page 1024.

Exercice 598

Que vallent `xav(1)`, `xav(-1)` et `xav(2)` dans le programme suivant ?

ex_algo16.py

```
def xav(x):
    x=x+1
    if x==2:
        x=x+2
    else :
        x=x-1
    return x
```

Correction à la page 1024.

18.0.c Boucles

Exercice 599
Qu'affiche le programme suivant ?

ex_algo12.py

```
A=["Thierry","Claire","Cécile"]

for x in A :
    print("Bonjour",x)
```

Correction à la page 1024.

Exercice 600
Qu'affiche le programme suivant ?

ex_algo13.py

```
for i in range(1,5):
    print(i)
    print(2*i)
    print("-----")
```

Correction à la page 1024.

Exercice 601
À quoi sert la fonction suivante ? Tester.

ex_algo14.py

```
def f(a,b):
    x=0
    for i in range(0,b):
        x=x+a
    return x
```

Correction à la page 1024.

Exercice 602
Combien vaut $f(2)$ dans l'exemple suivant ?

ex_algo15.py

```
def f(n):
    u=2
    for i in range(1,n+1):
        u=2*u**2+1
    return u
```

Attention : pour rappel en python, `range(a,b)` donne les nombres de `a` à `b` avec `b` non compris.
Correction à la page 1024.

18.0.d Autres

Exercice 603
Que fait le programme suivant ?

ex_algo.py

```
def mafonction(x):
    a=x+1
    b=a/2
    c=b-4
    return c

print(mafonction(3))
```

Résoudre l'équation

$$\frac{x+1}{2} - 4 = 2.$$

Correction à la page 1024.

Exercice 604
Écrire un programme qui implémente la fonction

$$f(x) = \frac{3x+2}{7}.$$

Correction à la page 1024.

Exercice 605

Écrire un programme qui compte la quantité de nombres de 3 chiffres. Pour cela :

(a) Considérer les deux petits programmes suivants :

```
a="123"
print(len(a))
```

et

```
a=123
print(len(a))
```

Le premier donne la bonne réponse : `3`. Le second plante. Pourquoi ?

Pour information (ce sera utile dans la suite), si `a` est un nombre, alors `str(a)` est la chaîne de caractère contenant la représentation décimale de `a`.

(b) Initialiser une variable `n` à zéro.

(c) Écrire une boucle pour `i` dans `range(1,1001)` (pourquoi 1001 et non 1000 ?)

(d) Pour chaque `i`, si `i` a 3 chiffres, incrémenter `n` de 1.

(e) Afficher la valeur finale de `n`.

Correction à la page 1024.

Exercice 606

Écrire un programme qui implémente la fonction

$$f(x) = \frac{x-3}{2} + 1.$$

Le programme suivant est-il correct ?

ex_prog_alternative.py

```
def f(x):
    a=x/2
    b=x-0.5
    return b
```

En lisant l'un ou l'autre des programmes à l'envers, résoudre l'équation $f(x) = 4$. Le cas échéant, laisser la réponse sous forme de fraction.

Correction à la page 1025.

Exercice 607

Que fait le programme suivant ? Essayer sur quelque nombre.

ex_prog_0008.py

```
def f(n):
    a=n-1
    b=a*n
    return b+n
```

Correction à la page 1025.

18.0.e Moyenne et écart-type

Python possède évidemment des fonctions pour calculer la moyenne et l'écart-type de séries statistiques, comme le montre le programme suivant :

ex_algo17.py

```
#! /usr/bin/python3
# -*- coding: utf8 -*-

import numpy

A=[10,20,30]
m=numpy.mean(A)
s=numpy.std(A)
print(m)          # 20.0
print(s)          # 8.1649...
```

Chapitre 19

Les épaves

Ce chapitre contient les choses tapées mais qui sont hors programmes.

19.1 Statistique descriptive

19.1.a Activité : mois de naissance

Prendre les mois de naissance des élèves, en séparant les groupes.

(a) Quel groupe a la proportion de naissance en mars la plus grande ?

(b) En tout quelle est la proportion des naissances en avril ?

(c) Est-ce qu'on peut voir l'effet comme quoi les mois de 31 jours son plus longs ?

(c1) Quelle est la proportion d'élèves nés dans un mois de 31 jours ?

(c2) Il y a 7 mois de 31 jours contre 5 de moins. Donc le résultat est biaisé.

(c3) Calculer la *fréquence* des naissances en naissances par mois.

Exemple
Comment manipuler des chiffres et la perception des coefficients des épreuves du bac. en utilisant à tort et à travers la notion de moyenne ?
http://allken-bernard.org/pierre/weblog/?p=2386 △

Définition
Une **population** est un ensemble fini. Une **série statistique** sur une population est une fonction qui à chaque élément (individu) de la population fait correspondre une valeur.

L'**effectif** d'une valeur est le nombre d'individus correspondant à la valeur.

La **fréquence** d'une valeur est le rapport

$$f = \frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}}$$

où par «effectif total» nous entendons la taille de la population totale.

La **moyenne** d'une suite de nombres $x_1, \ldots, x_n$ est

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{\text{somme des } x_i}{\text{nombre de données}}.$$

Exemple
Soit la suite de nombres

$$1, 7, 0, 3, 9, 0, 1, 3, 1, 0, 2, 5, 6, 9, 1, 1, 3, 2, 4.$$

Il y a 19 nombres. La moyenne est donnée par la fraction

$$\bar{x} = \frac{1 + 7 + 0 + 3 + 9 + \ldots + 3 + 2 + 4}{19} = \frac{58}{19}.$$

Python permet d'obtenir assez facilement une approximation numérique :

```
>>> import numpy
>>> nombres=[1,7,0,3,9,0,1,3,1,0,2,5,6,9,1,1,3,2,4]
>>> numpy.mean(nombres)          # 'mean' signifie 'moyenne' en anglais.
3.0526315789473686
```

△

19.2 Dessiner en vraie grandeur

La perspective cavalière n'est pas parfaite ; aucune perspective n'est parfaite. Étant donné que les surfaces sont déformées, nous voudrions être capables de dessiner certaines surfaces sans déformations. C'est ce que nous appelons *dessiner en vraie grandeur*.

À retenir
Lorsqu'on demande de dessiner une surface en vraie grandeur, voici les mouvements «de base» que vous êtes autorisés à effectuer *dans un plan*.

(a) Tracer des segments de longueur *entières* !
(b) Tracer des cercles dont le centre et un point sont donnés.
(c) Tracer les droites dont deux points sont donnés.
(d) Considérer les intersections des droites et cercles.

À partir ce ces mouvements, il est possible de tracer de nombreuses choses, dont par exemple

(a) Le milieu du segment $[AB]$ lorsque les points A et B sont donnés.
(b) Si la droite d et le point I plan sont donnés, la perpendiculaire à d passant par I.
(c) Si les points d du plan et le point I sont donnés, la parallèle à d passant par I.

Démonstration. Nous allons donner les constructions.

(a) Soient A et B données. À construire : la médiatrice du segment $[AB]$. Avec cela, nous connaîtrons le milieu. Le technique est simple : il suffit de tracer deux cercles de même rayons r centrés en A et en B. Les points d'intersection I et J donnent la médiatrice. En effet, par construction I est équidistant de A et B parce que I est à la fois sur le cercle de rayon r autour de A et sur le cercle de rayon r autour de B. Or nous savons que les points équidistants de A et B sont sur la médiatrice du segment $[AB]$.
Pour la même raison, le point J est également sur la médiatrice. Cela fait que (IJ) coupe $[AB]$ en son milieu.
Cette construction est illustrée sur la figure 19.1.

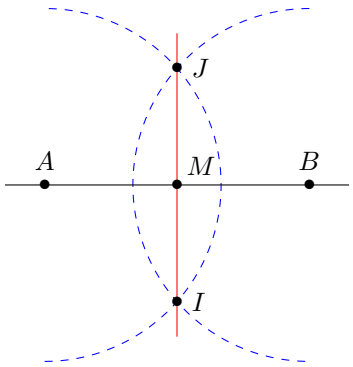


FIGURE 19.1 – Le triangle AJB est isocèle.

(b) Soient donnés la droite d et le point I. Nous construisons un cercle centré en I et nous nommons A et B les points d'intersection entre ce cercle et la droite A. Par construction le triangle AIB est isocèle.

Donc I est sur la médiatrice du segment $[AB]$. La construction précédente permet de construire cette médiatrice qui sera alors perpendiculaire à d passant par I.

Un dessin de la situation est proposé à la figure 19.2.

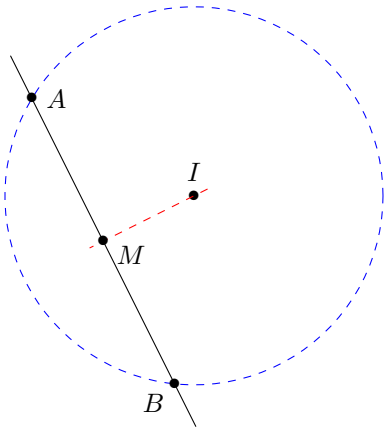


FIGURE 19.2 – Le triangle AIB est isocèle et la droite rouge est la médiatrice de $[AB]$.

(c) Si la droite d et le point I sont donnés, pour construire la parallèle à d passant par I, il suffit de construire la perpendiculaire d' à d passant par I et ensuite la perpendiculaire à d' passant par I.

□

Quelque dessin qui ne sont plus utilisés :

Des exemples sont donnés à la figure 19.3.

Notez en particulier la figure 19.3(d) sur laquelle les droites (FH) et (AC) ne sont pas sécantes !

19.3 Surfaces dans un cube

La figure 19.4 montre un cube. Êtes-vous capables de donner la nature des surfaces coloriées ?

Le triangle vert est isocèle et rectangle parce que deux de ses côtés sont des arrêtes du cube. Le triangle rouge est plus troublant, mais il est équilatéral : ses trois côtés sont des diagonales des faces du cube. Notez que *sur le dessin*, les trois côtés ont des longueur différentes.

19.4 Les règles de la perspective cavalière

Lorsque nous dessinons en trois dimension, nous prenons les conventions suivantes qui définissent la **perspective cavalière**.

À retenir

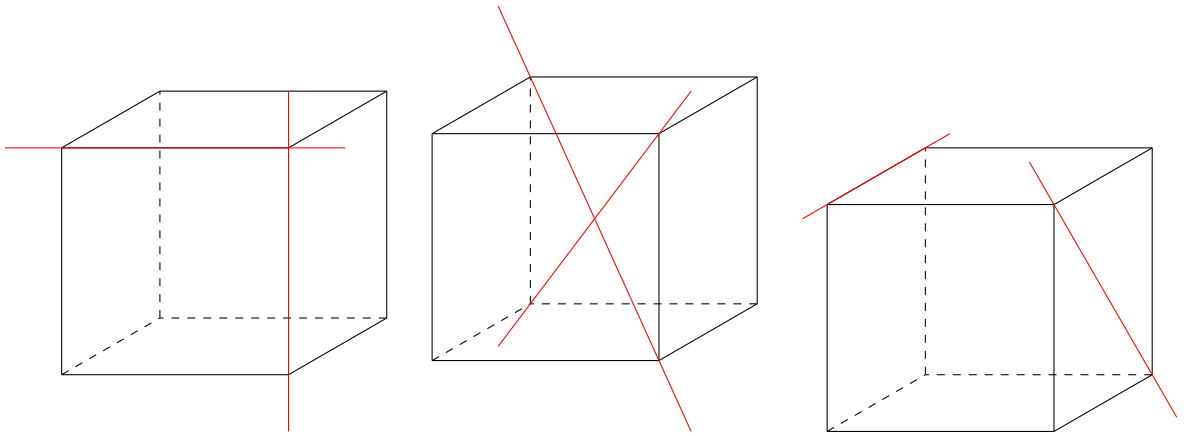
D'abord nous choisissons

(a) Nous choisissons un **angle de fuite** α qui sera entre 30° et 45° avec l'horizontale[1].

(b) Un **coefficient de réduction** que nous noterons k et qui sera compris entre 0 et 1.

Ensuite nous prenons les correspondances suivantes entre la réalité et le dessin :

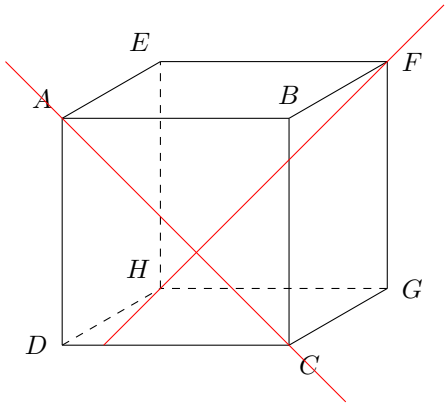
dans la réalité	**sur le dessin**
Segment caché	Segment pointillé
Segment parallèle à la feuille de dessin	Segment représenté en vraie grandeur
Segment perpendiculaire à la feuille de dessin	Segment faisant un angle α avec l'horizontale.
Une arrête de longueur l perpendiculaire à la feuille de dessin	Une arrête de longueur $k \times l$ faisant un angle α avec l'horizontale.



(a) Deux droites coplanaires qui se coupent en B

(b) Deux autres droites coplanaires.

(c) Deux droites non coplanaires.

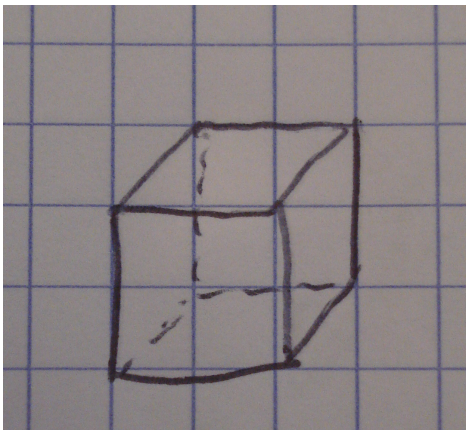


(d) Deux autres droites non coplanaires.

FIGURE 19.3 – Droites coplanaires ou non.

Un carré fait un demi-centimètre.

— Quel est l'angle de fuite utilisé ?
— Quel est le coefficient de réduction utilisé ?



Propriété

La perspective cavalière respecte les conditions suivantes.

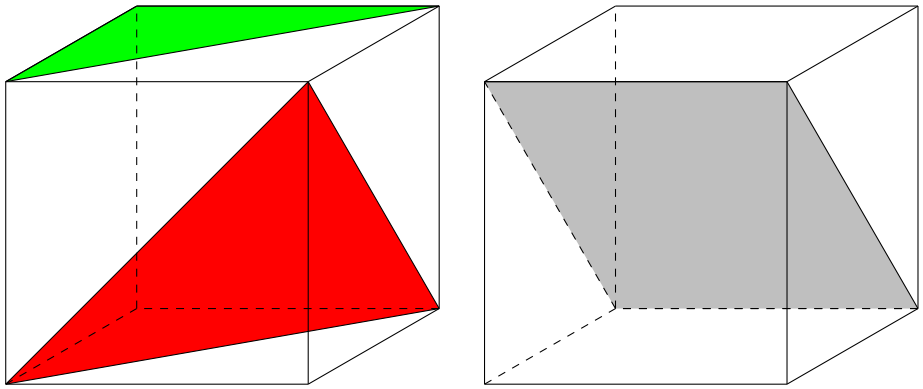
(a) Deux segments parallèles dans la réalité sont représentés par deux segments parallèles sur le dessin.

(b) Trois points alignés dans la réalité sont représentés par trois points alignés sur le dessin.

(c) Si M est le milieu du segment $[AB]$ dans la réalité, alors M est le milieu du segment $[AB]$ dans la réalité.

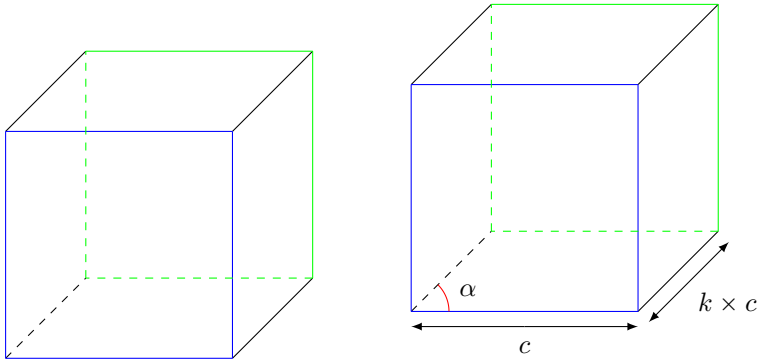
(d) La perspective cavalière respecte les proportions. C'est à dire que si le segment $[AB]$ est p fois plus grand que le segment $[CD]$ dans la réalité, alors il sera p fois plus grand sur le dessin.

Le cube de la figure 19.5 est dessiné avec $\alpha = 45°$ et $k = 0.5$. Notez que les côtés parallèles restent parallèles.



(a) Des triangles (b) Des sections

FIGURE 19.4 – Exercice de vision dans l'espace.



(a) Le cube (b) Quelque mesures sur le cube

FIGURE 19.5 – Les segments perpendiculaires à la feuille sont de longueur moitié des autres.

La perspective cavalière n'est pas parfaite ; il est aisé de créer des illusions d'optique comme celle de la figure 19.6.

19.5 Exercices

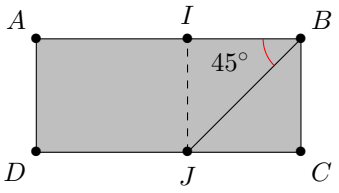
Exercice 608

Sur le dessin-ci contre, le côté AB fait 7 cm et le côté AC fait 3 cm.

(a) Quelles sont les longueurs BJ et JC ?

(b) Quelle est l'aire du rectangle $AIJD$?

(c) Quelle est l'aire du triangle IJB ?



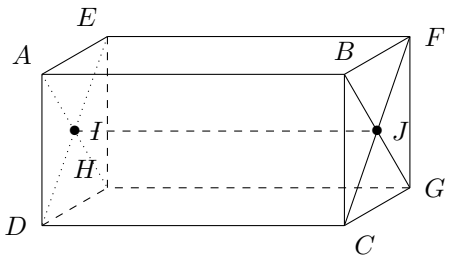
Correction à la page 1025.

Exercice 609

Pour la figure ci-contre, nous supposons que $AB = 8$ cm, $AE = 4$ cm et $AD = 4$ cm.

(a) Dessiner en vraie grandeur le rectangle $IJFE$.

(b) Quel est le volume du solide $AEIBFJ$?



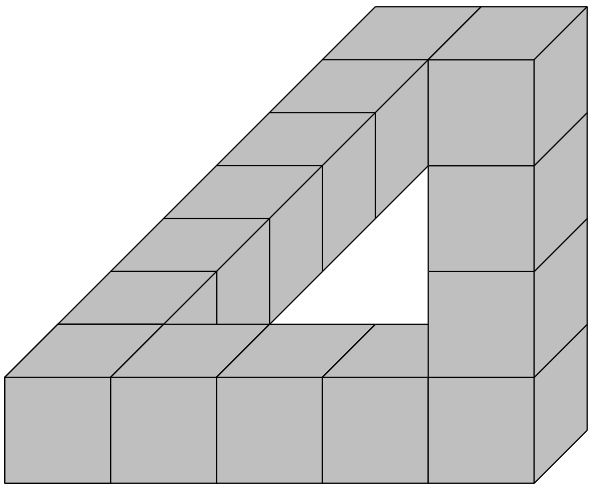


FIGURE 19.6 – Une petite illusion d'optique facile.

Correction à la page 1025.

19.6 AP sur les problèmes climatiques et de pétrole

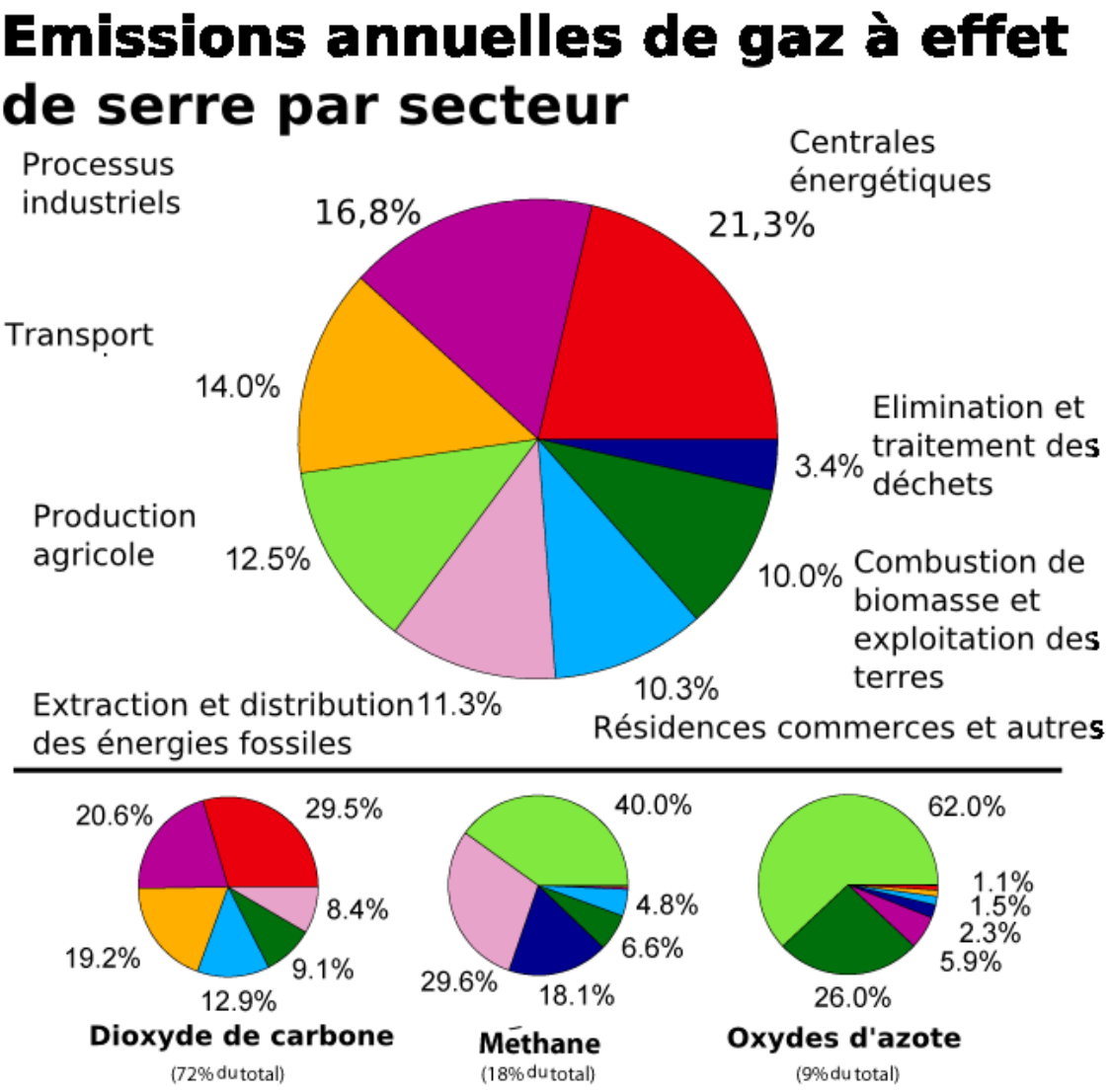
Je voudrais faire une AP basée sur la vidéo de Jean-Marc Jancovici à l'ENS : http://savoirsenmultimedia.ens.fr/expose.php?id=572

Montrer ça à des élèves de seconde est le super-défi :)

19.7 Regardons des graphiques

Les graphiques sont souvent tirés de wikipédia. Si vous voulez plus d'informations, lisez http://www.manicore.com/, ou bien regardez le cours en ligne, en particulier la deuxième heure du troisième cours donne les facteurs d'émissions dans le monde et en France.

19.7.a Émissions par secteurs



Graphique en provenance de l'article gaz à effet de serre de wikipédia.

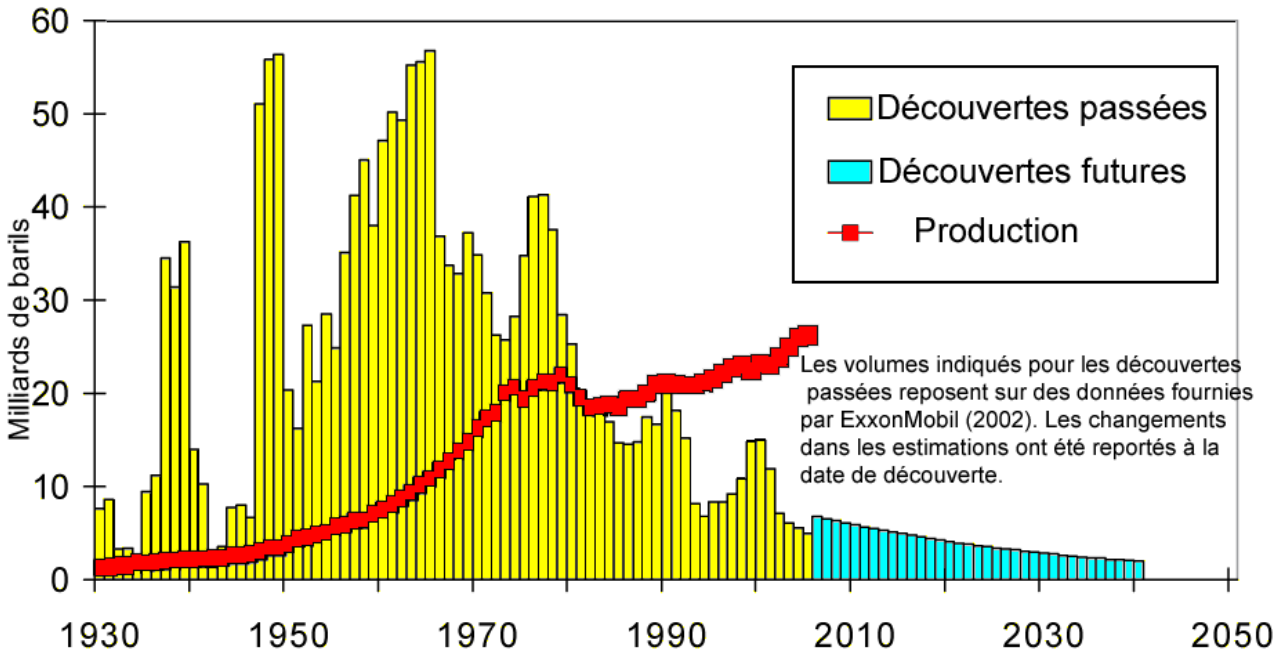
(a) Quel est le secteur qui émets le plus ?

(b) Est-ce que l'agriculture émet beaucoup de dioxyde de carbone ?

(c) À partir des deux graphiques du bas, est-ce que vous êtes capables de retrouver le 12.5% de l'agriculture donnés dans le graphique du haut ?

19.7.b Découvertes de pétrole

Regardons un instant le graphique suivant, provenant de l'article Pic pétrolier de wikipédia.



(a) Quelle est l'année où on a découvert le plus de pétrole ?

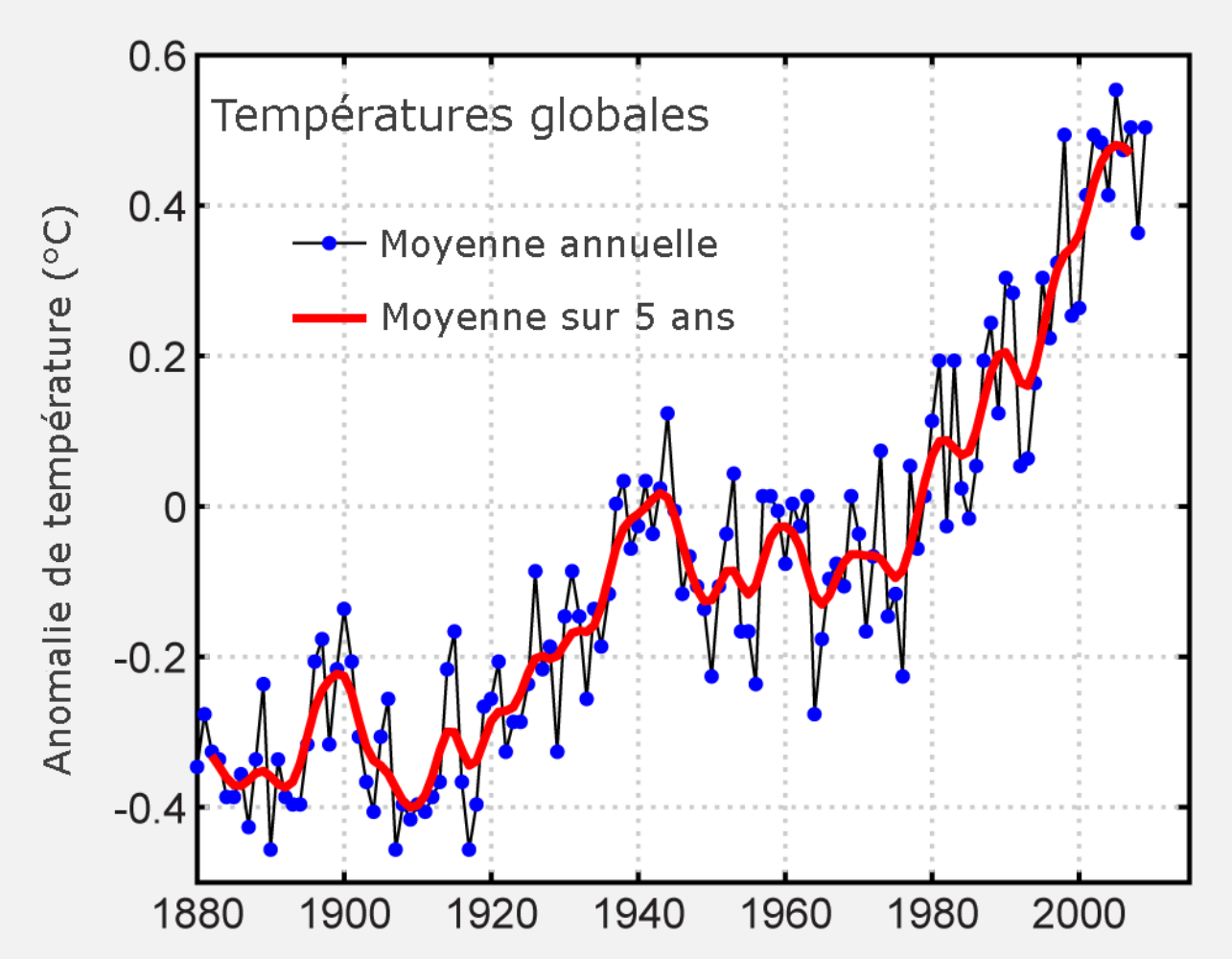
(b) Quelle est l'année où on a consommé le plus de pétrole ?

(c) En quelles années on a consommé autant qu'on a découvert ?

(d) Que pensez-vous de l'affirmation «ce qui reste comme réserve est l'aire jaune au dessus de la ligne rouge» ?

Pour aller plus loin, remarquer la cassure assez nette de la croissance de la production vers 1975. Juste par curiosité, faites quelque recherches sur l'histoire de la croissance économique, de la dette publique et le chômage en France (et en Europe). Est-ce que les années 1970 ont été spéciales de ce point de vue ?

19.7.c Températures



Graphique en provenance de l'article réchauffement climatique de wikipédia.
Le zéro de ce graphique est la moyenne 1961-1990.

(a) Quelle est la dernière année «normale» ?

(b) Quelle est l'année la plus chaude ?

(c) Quelle est l'année la plus froide ?

19.7.d Consommation de pétrole

Lire le tableau suivant :

année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
consommation (Mb/j)	76,8	77,7	79,1	81,8	83,1	83,8	84,9	84,5

Calculer le pourcentage d'augmentation année par année. Que s'est-il passé en 2008 ?

19.7.e Orthogonalité

Exercice 610

Soient les points $A = (-2; 1)$ et $B = (2; -1)$, et la fonction $f(x) = 2x$. Nous nommons d la droite d'équation $y = f(x)$.

Problème 1 : calculer la position d'un point C sur la droite d tel que le triangle ABC soit rectangle en C

Problème 2 : calculer la position d'un point C sur la droite d tel que le triangle ABC soit équilatéral.

(a) Faire un dessin et émettre une conjecture pour le premier problème.

(b) Prouver que pour tout point K sur la droite d, le triangle ABK est isocèle en K.

(c) Donner les coordonnées du point C en fonction de son abscisse x.

(d) Écrire une équation en x exprimant que le triangle ABC est rectangle. (il y a plusieurs possibilités). Résoudre cette équation.

(e) Écrire une équation en x exprimant que le triangle ABC est équilatéral. Résoudre cette équation.

Correction à la page 1025.

Exercice 611

Soient les points $A = (5; -2)$ et $C = (13; 4)$. Donner l'équation de la médiatrice du segment $[AC]$.

Correction à la page 1026.

19.8 Intervalle de fluctuation

Pour reprendre le cas de l'acné, nous considérons la population française totale (65 millions de personnes), et nous voulons savoir si les *jelly bean* sont liés à l'acné.

Il n'est évidemment pas question de tester toute la France. L'étude est en plusieurs étapes.

(a) On va demander aux spécialistes quel est le pourcentage de français souffrant d'acné. Disons pour l'exemple que le résultat soit de 20%.

(b) On prend un échantillon de français (disons 1000) mangeant régulièrement des *jelly beans*, et on compte combien ont de l'acné.

(c) Si plus de 20% des personnes de l'échantillon présente de l'acné, alors on se pose des questions.

Dans l'échantillon, nous nous attendons à avoir

$$\frac{20}{100} \times 1000 = 200$$

personnes développant de l'acné si les *jelly beans* ne sont pas liées à l'acné.

Évidemment, si on en a 201 ou 199, ce n'est pas un problème. La question précise à laquelle nous devons répondre est :

> À partir de combien de personnes développant de l'acné, pouvons-nous dire que ça ne peut pas être le fruit du hasard ?

Et c'est la réponse à cette questions que ne connaît manifestement pas le journaliste qui a écrit l'article en fin de blague.

Comment cela s'applique à notre étude de *jelly bean* ?

Résumé des données La proportion des français présentant de l'acné est dite de $p = 0.2$, et nous avons prélevé un échantillon de taille $n = 1000$.

Intervalle de fluctuation Donc dans notre échantillon nous avons 95% de chances que la fréquence soit dans l'intervalle

$$[0.2 - \frac{1}{\sqrt{1000}}; 0.2 + \frac{1}{\sqrt{1000}}] \simeq [0.168; 0.231]$$

parce que $\frac{1}{\sqrt{1000}} \simeq 0.03162$.

Transformation en effectifs Une fréquence de 0.168 dans un échantillon de 1000 individus revient à 168 individus et une fréquence de 0.231 revient à 231 individus.

Nous avons donc 95% de chances que, en faisant l'étude sur 1000 personnes, le nombre de personnes présentant de l'acné soit compris ente 168 et 231.

Décider si les *jelly bean* provoquent l'acné Si sur un échantillon de 1000 personnes mangeant des *jelly bean* nous en avons par exemple 260 qui présentent de l'acné, alors nous pouvons dire que les *jelly bean* sont liés à l'acné au sens où il y a moins de 5% de chances que le résultats puisse s'expliquer par le hasard.

Si sur cet échantillon de 1000 personnes, nous en avons 180, nous ne dirons rien. Avoir 180 personnes avec de l'acné dans un échantillon de 1000 personnes est «raisonnable» par rapport à la moyenne nationale.

Remarque 19.7.

Dans le cas où le nombre de personnes présentant de l'acné dépasse les 231, ça ne veut pas dire que les *jelly bean provoquent* l'acné. Cela veut juste dire qu'elles sont *corrélées* à l'acné, et qu'il y a même 5% de chances que ce soit un pur hasard.

19.9 Intervalle de confiance

Nous avons vu l'intervalle de fluctuation. Il s'agit, lorsqu'on connaît la proportion p des individus présentant un certain caractère dans la population globale, de savoir si la fréquence f observée dans un échantillon de taille n est crédible ou pas.

Ici nous allons poser la question inverse. Nous ne connaissons pas la proportion dans la population globale, mais seulement une fréquence dans un échantillon.

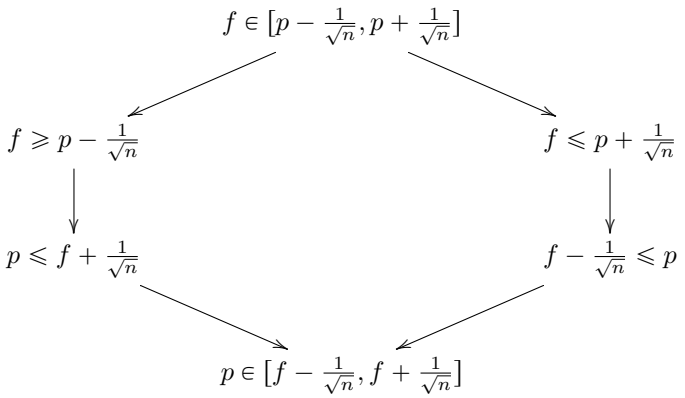
Soit donc une population dont une proportion inconnue p présente un caractère. Nous en tirons un échantillon de taille n, et nous mesurons la fréquence f d'apparition du caractère dans cet échantillon.

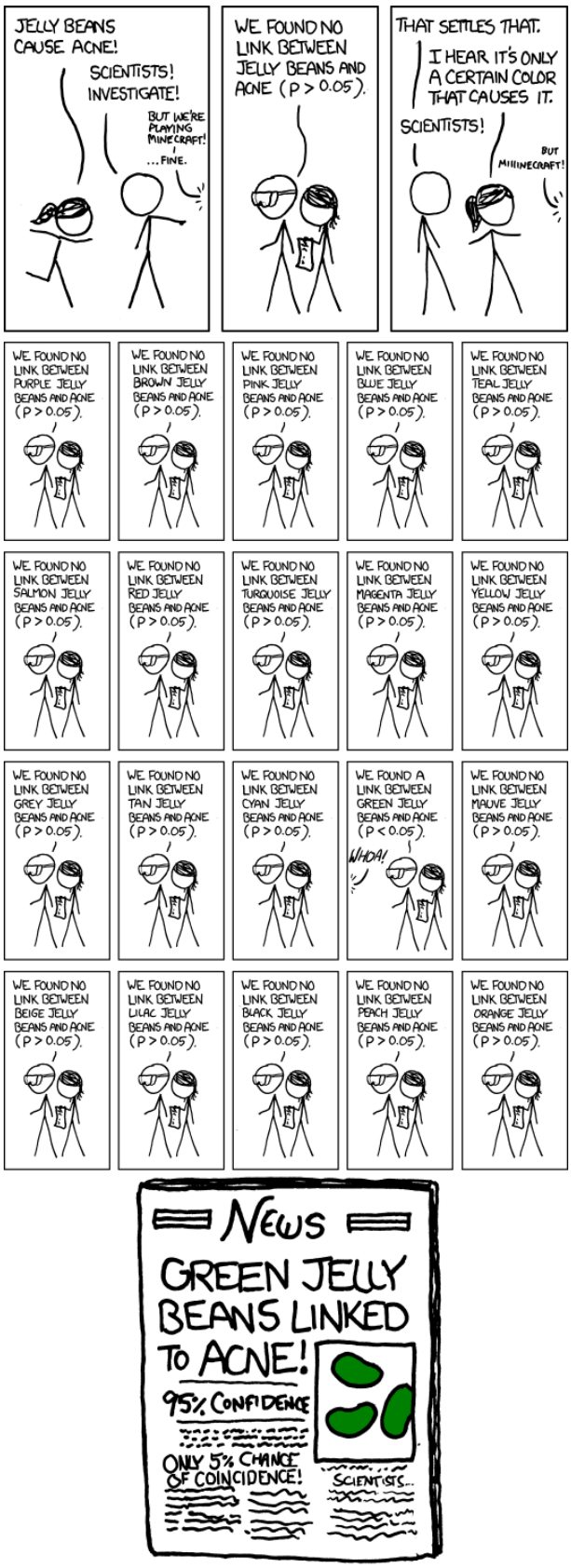
Question : sachant f, que peut-on dire de p ?

Ce que nous savons, c'est qu'il y a 95% de chances que

$$f \in [p - \frac{1}{\sqrt{n}}, 1 + \frac{1}{\sqrt{n}}].$$

Cet intervalle peut être décortiqué de la façon suivante :





http://xkcd.com/882/, image publiée sous licence CreativeCommons.

19.10 Vecteurs

Propriété
Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ alors les translations $t_{A,B}$ et $t_{C,D}$ sont égales, c'est à dire que pour tout point K dans le plan,

nous avons $t_{A,B}(K) = t_{C,D}(K)$.

Démonstration. L'égalité $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ nous dit immédiatement que $ABDC$ est un parallélogramme. Soit K un point quelconque du plan et $K' = t_{A,B}(K)$. Alors $ABK'K$ est un parallélogramme. Nous devons prouver que $CDK'K$ est également un parallélogramme. La situation est à la figure 19.7.

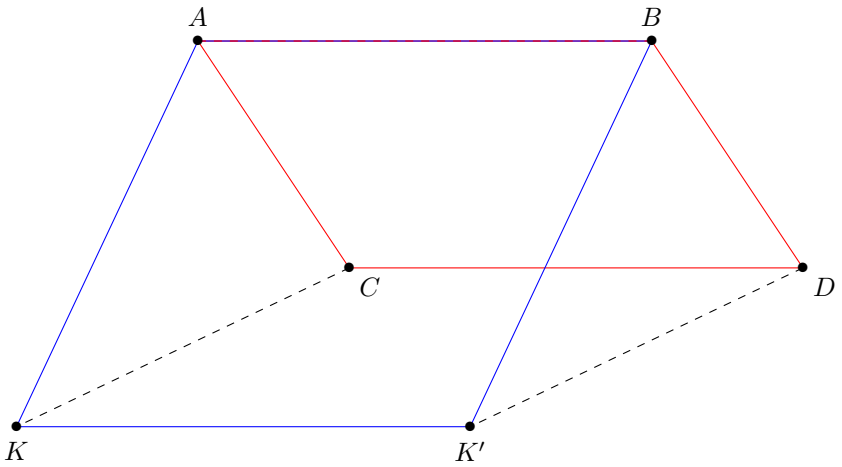


FIGURE 19.7 – Nous savons que $ABDC$ et $CDK'K$ sont des parallélogramme, et nous voulons déduire que $CDK'K$ en est également un.

Par les parallélogramme connus, nous avons $(AB) \parallel (CD)$ et $(AB) \parallel (KK')$, donc $(CD) \parallel (KK')$. La difficulté est de prouver que $(CK) \parallel (DK')$.

Pour cela nous considérons les triangles ACK et BDK', et nous allons montrer qu'ils sont isométriques. Vu que $(KA) \parallel (K'B)$, les angles notés α sur la figure 19.8 sont égaux. Le fait que $(DB) \parallel (CA)$ donne l'égalité des angles notés β sur cette même figure. De tout cela nous concluons que $\hat{A} = \hat{B}$ pour les triangles ACK et BDK'.

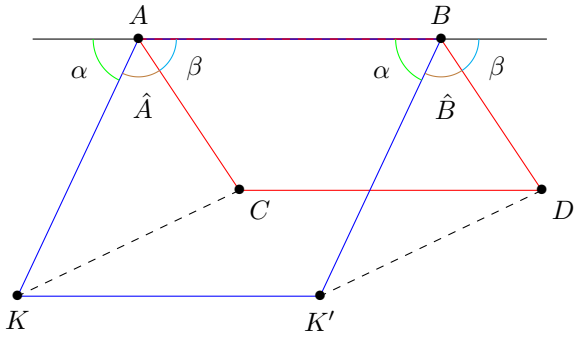


FIGURE 19.8 – Égalité de quelque angles.

Par les parallélogramme connus nous avons aussi les égalités de longueurs $AK = BK'$ et $AC = BD$. En vertu de la propriété 16.1 sur les triangles isométriques, les triangles ACK et BDK' sont isométriques. En particulier $\hat{K} = \hat{K}'$.

L'égalité des angles $\hat{K}$ et $\hat{K}'$ et le parallélisme $(KA) \parallel (K'B)$ entraine que $(KC) \parallel (K'D)$.

Maintenant le quadrilatère $CDK'K$ est formé de deux couples de droites parallèles. Les longueurs sont de plus égales parce que $CD = AB = KK'$ (encore par les parallélogrammes) et $KC = K'D$ par isométrie des triangles. Le quadrilatère $CDK'K$ es estt donc un parallélogramme. Cela prouve que K' est l'image de K par la translation $t_{C,D}$. □

19.11 Intersection de droites

Exemple

Les droites $y = -3x + 4$ et $y = 2x + 1$ sont sécantes, comme nous pouvons le voir sur un dessin. Comment

trouver les coordonnées du point d'intersection ?

Le point d'intersection $(x_0; y_0)$ doit satisfaire $y_0 = -3x_0 + 4$ et $y_0 = 2x_0 + 1$ en même temps. Donc

$$-3x_0 + 4 = 2x_0 + 1,$$

ce qui donne $x_0 = \frac{3}{5}$. Pour trouver y_0 il suffit de remplacer dans l'une ou l'autre équation :

$$y_0 = -3x_0 + 4 = -3\frac{3}{5} + 4 = \frac{11}{5}.$$

Vérification : dans l'autre on obtient le même résultat :

$$y_0 = 2x_0 + 1 = 2\frac{3}{5} + 1 = \frac{11}{5}.$$

Donc le point d'intersection des deux droites est le point de coordonnées

$$(\frac{3}{5}; \frac{11}{5}).$$

△

Théorème 19.10.
Dans un repère, les droites d'équations $y = ax + b$ et $y = a'x + b'$ sont parallèles si et seulement si elles ont même coefficient directeur, c'est à dire si et seulement si $a = a'$.

Les droites sont sécantes si et seulement si $a \neq a'$.

Démonstration. Nous allons seulement démontrer que si $a \neq a'$, alors les droites s'intersectent. Pour cela nous allons montrer qu'il existe un point (x_0, y_0) qui se trouve sur le graphe des deux fonctions, c'est à dire qui vérifie

$$\begin{cases} y_0 = ax_0 + b \\ y_0 = a'x_0 + b'. \end{cases}$$

Le nombre x_0 doit donc satisfaire

$$ax_0 + b = a'x_0 + b',$$

c'est à dire $(a - a')x_0 = b' - b$ et donc

$$x_0 = \frac{b' - b}{a - a'}.$$

□

19.12 Vecteur directeur

Si A et B sont des points du plan, nous avons déjà vu que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ était un critère de parallélisme de la droite AB. Plus précisément, nous avons vu qu'une droite (CD) était parallèle à AB si et seulement si $\overrightarrow{CD}$ est un multiple de $\overrightarrow{AB}$. Voyons cela de plus près.

Soit la droite $y = ax + b$. Les points $A = (0; b)$ et $B = (1, a + b)$ sont sur cette droite et donc le vecteur directeur est

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix}$$

Si les points C et D sont tels que $(CD) \parallel (AB)$, alors

$$\overrightarrow{CD} = \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda \\ \lambda a \end{pmatrix}.$$

Si le point C a pour coordonnées $C = (x_C; y_C)$, alors le point D doit avoir comme coordonnées

$$D = \big(x_C + \lambda; y_C + \lambda a\big).$$

Le coefficient directeur de la droite (CD) est alors

$$\frac{(y_C + \lambda a) - y_C}{(x_C + \lambda) - x_C} = a.$$

Nous avons donc confirmé que le critère du vecteur proportionnel et le critère du coefficient directeur sont en réalité les mêmes.

19.13 Systèmes et intersections de droites

On s'intéresse à des systèmes linéaires de deux équations à deux inconnues, c'est-à-dire de la forme

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

où a, b, c, a', b', c' sont des coefficients réels. Les solutions sont des couples $(x; y)$.

19.14 Méthode par substitution

À l'aide de la première équation, on exprime l'une des variables en fonction de l'autre, puis on remplace dans la deuxième équation par l'expression obtenue.

Exemple
Résoudre par substitution le système

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ -3x + 4y = 18 \end{cases}$$

(a) La première équation permet d'exprimer facilement x en fonction de y :
$x = 4 - 2y$.

(b) Dans la deuxième équation, on remplace x par $4 - 2y$. On obtient une équation qui ne dépend que de y, qu'on résout.

$$\begin{aligned} -3(4 - 2y) + 4y &= 18 \\ -12 + 6y + 4y &= 18 \\ 10y &= 30 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

(c) Une fois trouvé y, on reprend l'expression de x en fonction de y, et on remplace y par la valeur trouvée :

$$x = 4 - 2y = 4 - 2 \times 3 = 4 - 6 = -2$$

(d) On donne l'ensemble solution, toujours dans l'ordre $(x; y)$.

$$\boxed{S = \{(-2; 3)\}}$$

△

19.15 Méthode par addition, ou par combinaisons linéaires

On multiplie l'une des équations (ou éventuellement les deux) par un facteur, positif ou négatif, de manière à éliminer l'une des deux variables lorsqu'on fait la somme des deux équations.

Exemple
Résoudre

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ -3x + 4y = 18 \end{cases}$$

(a) On cherche à éliminer y. Pour cela, il faut faire en sorte que le coefficient devant y dans la première équation soit égal à -4. On doit donc multiplier la première équation par -2.
Attention : Il faut multiplier **tous** les coefficients de l'équation par -2.

(b) Le système est équivalent à :

$$\begin{cases} -2x - 4y = -8 \\ -3x + 4y = 18 \end{cases}$$

(c) On fait la somme, membre à membre, des deux équations. On obtient une équation dans laquelle n'intervient plus que x, qu'on résout.

$$-5x = 10$$

et don

$$x = -2$$

(d) On reprend l'une des deux équations du système d'origine pour exprimer y en fonction de x (choisir si possible une équation dans laquelle y intervient avec le coefficient 1, ou -1) et calculer y.

$$\begin{aligned} x + 2y &= 4 \\ 2y &= 4 - x \\ 2y &= 4 - (-2) \\ 2y &= 6 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

(e) On donne l'ensemble solution :

$$\boxed{S = \{(-2; 3)\}}$$

△

19.16 Colinéarité

Théorème 19.13.
Trois points distincts A, B et C sont alignés si et seulement si les droites (AB) et (AC) ont même coefficient directeur.

Démonstration. Si les droites (AB) et (AC) ont même coefficient directeur, alors nous pouvons écrire

$$(AB) \equiv y = ax + b$$

et

$$(AC) \equiv ax + b'.$$

Cependant A est un point commun aux deux droites : $y_A = ax_A + b = ax_A + b'$ et donc $b = b'$, ce qui signifie que les droites (AB) et (AC) sont les mêmes. □

Exemple
Vérifions que les points $A = (1; -1)$, $B = (3; 5)$ et $C = (4; 8)$ sont alignés.

D'abord le coefficient directeur de la droite (AB) est

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5 - (-1)}{3 - 1} = 3$$

ensuite le coefficient directeur de la droite (AC) est

$$\frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{8 + 1}{4 - 1} = 3$$

Donc les points A, B et C sont alignés. △

19.16.a Le milieu revisité

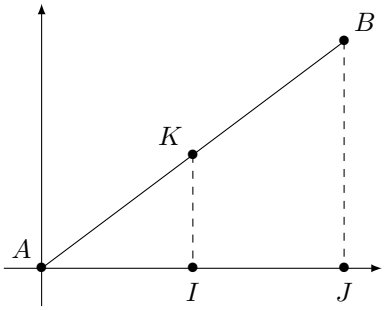
Notre travail sur les coordonnées de vecteurs nous permet de donner une preuve alternative à la propriété 10.6.

Propriété
Soient les points A, B et K tels que K soit le milieu du segment $[AB]$. Alors nous avons $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{BK}$.

Démonstration. Nous divisons la preuve en petits pas.

Création du repère Nous considérons un repère orthonormé[2] dont A est l'origine.

Coordonnées des points Dans le repère choisi, nous considérons les coordonnées des points $K = (x_K; y_K)$ et $B = (x_B, y_B)$. Nous allons aussi nommer I et J les points $I = (x_K; 0)$ et $J = (x_B; 0)$. Le dessin est maintenant comme suit :



Utilisation du théorème de Thalès Vu que les droites (KI) et (BJ) sont parallèles, nous pouvons utiliser le théorème de Thalès :

$$\frac{AB}{AK} = \frac{AJ}{AI} = \frac{BJ}{KI}.$$

Nous remplaçons dans ces égalités les longueurs par ce qu'on connait. Vu que K est le milieu de $[AB]$, nous avons $\frac{AB}{AK} = 2$. D'autre part, $AJ = x_B$, $AI = x_K$, $BJ = y_B$ et $KI = y_K$, donc

$$2 = \frac{x_B}{x_K}$$

et

$$2 = \frac{y_B}{y_K}.$$

Autrement dit,

$$x_B = 2x_K$$

et

$$y_B = 2y_K.$$

Les vecteurs en présence Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AK}$ ont pour coordonnées

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{AK} = \begin{pmatrix} x_K \\ y_K \end{pmatrix},$$

Donc, étant donné que $x_B = 2x_K$ et $y_B = 2y_K$ nous avons

$$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AK}. \tag{19.7}$$

Utilisation de la loi de Chasles et conclusion Nous savons que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KB}$, donc en replaçant $\overrightarrow{AB}$ par $2\overrightarrow{AK}$ nous avons

$$2\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KB},$$

ce qui implique que

$$\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{KB},$$

ce qu'il fallait.

□

Nous notons aussi au passage l'intéressante formule (19.7) :

$$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AK}.$$

Propriété

Le point M est milieu du segment $[AB]$ si et seulement si $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$.

2. En réalité il n'est pas obligatoire qu'il soit orthonormé, mais ça ne coûte rien qu'il le soit.

Démonstration. Supposons pour commencer que M soit le milieu du segment $[AB]$. Afin de prouver que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$, nous prouvons que $AMBM$ est un parallélogramme. Vu que M est sur la droite (AB) nous avons évidemment le parallélisme des côtés : $(AM) \parallel (MB)$.

En ce qui concerne l'égalité des longueurs, $AM = BM$ parce que M est milieu de $[AB]$.

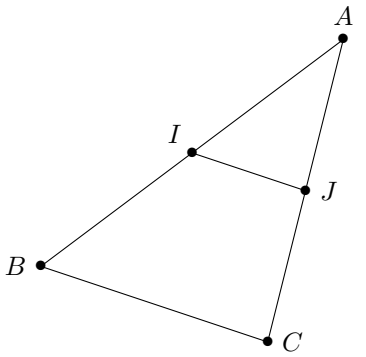
Pour la réciproque, nous supposons que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ et nous devons prouver que M est le milieu de $[AB]$. Par hypothèse, $AMBM$ est un parallélogramme, et donc les diagonales se coupent en leur milieu. Ces diagonales sont $[AB]$ et $[MM]$. Le milieu de $[MM]$ est évidemment M, qui est alors le milieu de $[AB]$, ce qu'il fallait prouver. □

19.16.b Autres conséquences

Théorème 19.17 (Théorème de milieux)**.**
La droite joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté.

Sur la figure ci-contre I et J sont les milieux de $[AB]$ et $[AC]$ et nous avons l'égalité vectorielle

$$\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{IJ}.$$



Démonstration. En utilisant les relations de Chasles : $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CJ}$. Mais $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{JA}$, donc

$$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{JA} = \overrightarrow{JI} + \overrightarrow{BC}.$$

Étant donné que $\overrightarrow{IJ} = -\overrightarrow{JI}$ nous trouvons $2\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{BC}$. □

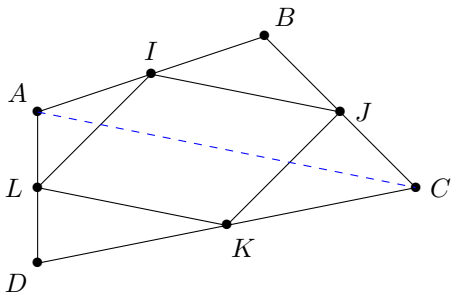
On démontre de la même façon que si $\overrightarrow{AI} = k\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BJ} = k\overrightarrow{BC}$, alors

$$\overrightarrow{IJ} = (1-k)\overrightarrow{AB}.$$

Propriété
Si $ABCD$ est un quadrilatère quelconque et si I, J, K et L sont les milieux des segments consécutifs de $ABCD$, alors $IJKL$ est un parallélogramme.

Démonstration. Nous considérons la diagonale $[AC]$ et le triangle ABC. Les points I et J étant les milieux des côtés $[AB]$ et $[BC]$, nous avons l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{IJ}$.

De la même façon, dans le triangle ACD, nous avons $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{LK}$. Par conséquent $\overrightarrow{LK} = \overrightarrow{IJ}$, ce qui prouve que $IJKL$ est un parallélogramme.



□

Chapitre 20

Activités mentales (autres)

20.0.a Activité mentale 1015

Activité mentale 1015

Question 1

Simplifier : $\sqrt{12}$

Activité mentale 1015
Question 2

Les coordonnées du milieu entre $(1; -2)$ et $(6; 4)$

Activité mentale 1015

Question 3

Simplifier

$$\frac{2xy}{4}$$

Activité mentale 1015
Question 4

Simplifier

$$\frac{8x + 4a}{2}$$

Activité mentale 1015

Question 5

Résoudre : $3x = 12$.

Activité mentale 1015

Question 6

Résoudre : $2x - 6 = 4$.

C’est tout pour aujourd’hui

20.0.b Activité mentale 1016

Activité mentale 1016

Question 1

Simplifier $\sqrt{72}$

Activité mentale 1016
Question 2

Calculer la distance entre $(0; 10)$ et $(2; 0)$.

Activité mentale 1016

Question 3

Résoudre $\frac{1}{x} = \frac{2}{3}$.

Activité mentale 1016

Question 4

Simplifier

$$\frac{12x + 3b}{21}.$$

Activité mentale 1016

Question 5

Calculer le milieu du segment entre $(1;3)$ et $(-3;8)$.

Activité mentale 1016

Question 6

Résoudre

$$(x+2)(x-1)=0.$$

C’est tout pour aujourd’hui

20.0.c Activité mentale 1017

Activité mentale 1017

Question 1

Résoudre $(x+1)(x-17)=0$

Activité mentale 1017

Question 2

Simplifier

$$\frac{4x + 8a}{2}.$$

Activité mentale 1017

Question 3

Si $f(x) = x^2 - x$, que vaut $f(4)$?

Activité mentale 1017

Question 4

Quelle est la distance entre $(0; 4)$ et $(2; -2)$?

Activité mentale 1017

Question 5

La droite représentative de la fonction $f(x) = 3x + 2$ est-elle parallèle à celle de $g(x) = -3x + 7$?

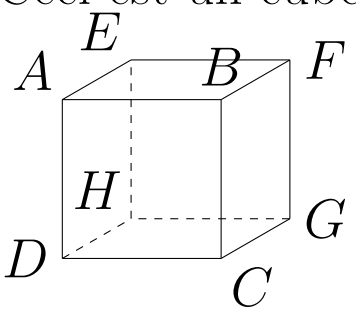
C'est tout pour aujourd'hui

20.0.d Activité mentale 1018

Activité mentale 1018

Question 1

Ceci est un cube.



Quelle est la nature du triangle AHD ?

Activité mentale 1018
Question 2

Écrire sous forme d'une somme : $(x+3)^2$.

Activité mentale 1018

Question 3

L'aire d'un carré est de 11 cm^2. Quelle est la longueur exacte de son côté ?

Activité mentale 1018

Question 4

Simplifier

$$\frac{8ax + a^2}{2a}.$$

C'est tout pour aujourd'hui

20.0.e Activité mentale 1019

Activité mentale 1019

Question 1

Écrire sous forme d'une somme : $(x-4)^2$

Activité mentale 1019

Question 2

Simplifier :

$$\frac{4bx + b^2}{2b}.$$

Activité mentale 1019
Question 3

Résoudre : $(x+2)(x-1)=0$.

Activité mentale 1019

Question 4

Quelle est la longueur du segment joignant $A(3;7)$ et $B(4;10)$?

Activité mentale 1019
Question 5

Si $f(x) = x^2 - 2$, que vaut $f(-1)$?

C’est tout pour aujourd’hui

20.0.f Activité mentale 1020

Activité mentale 1020

Question 1

Résoudre $\frac{1}{x} = 4$

Activité mentale 1020
Question 2

Simplifier

$$\frac{x+2}{(x+2)(x-3)}.$$

Activité mentale 1020

Question 3

Qu'affiche l'algorithme suivant si on entre la valeur 4 ?

Demander x
Si $x < 2$ alors
    P prend la valeur $2x - 7$
Si $x >= 2$ alors
    P prend la valeur $\frac{3}{8}x$
Afficher P

Activité mentale 1020

Question 4

Résoudre $2x + 60 = 4$.

C’est tout pour aujourd’hui

20.0.g Activité mentale 1021

Activité mentale 1021

Question 1

Résoudre $-3x + 7 = -8$

Activité mentale 1021
Question 2

Quel est le signe de $(x-3)(x+4)$ lorsque $x=-10$?

Activité mentale 1021

Question 3

Donner un encadrement de $f(5)$.

x	-10		-3		4		6		10
$f(x)$		$\nearrow$	0	$\searrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$	
	1				-12				2

Activité mentale 1021
Question 4

Qu'affiche le programme suivant ?

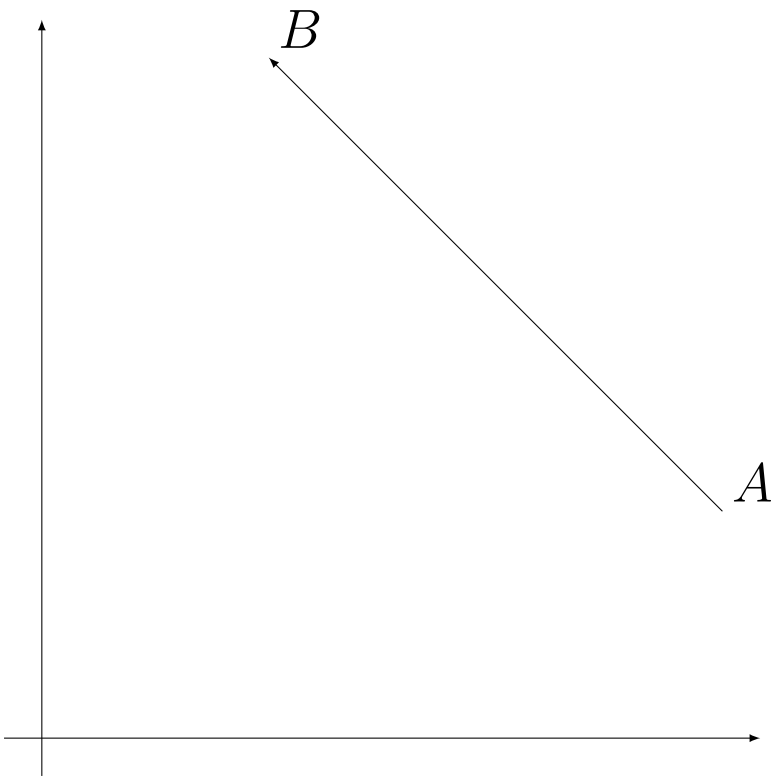
$S = 0$
Pour i allant de 1 à 4 :
    $S = S + i$
Afficher S

C’est tout pour aujourd’hui

20.0.h Activité mentale 1022

Activité mentale 1022

Question 1



Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées

(a) $\begin{pmatrix} -3 \\ -8 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} -3 \\ 8 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 3 \\ -8 \end{pmatrix}$

Activité mentale 1022
Question 2

Si A est le point de coordonnées $(3; -1)$ et X celui de coordonnées $(7; -4)$, quelles sont les coordonnées de $\overrightarrow{AX}$?

Activité mentale 1022

Question 3

Calculer

$$\frac{12 \times 50 + 5}{5}$$

Activité mentale 1022
Question 4

Pour quel y le point $(4; y)$ est-il sur le graphe de la fonction $f(x) = 3x - 2$?

C’est tout pour aujourd’hui

20.0.i Activité mentale 1023

Activité mentale 1023

Question 1

QCM (une seule réponse correcte). Soient $A(2;-1)$ et $B(-1;-1)$.
La droite (AB) ...

— a pour équation $x = -1$

— a pour équation $y = -1$

— a pour équation $y = -x$.

Activité mentale 1023

Question 2

(a) Calculer

$$1 - \frac{1}{3}$$

(b) Calculer

$$1 - \frac{1}{a}$$

Activité mentale 1023

Question 3

(a) Dire si $x = 3$ est solution de l'inéquation

$$\frac{1}{x} > 10$$

(b) Dire si $x = 5$ est solution de l'inéquation

$$\frac{6}{x} < 3$$

Activité mentale 1023

Question 4

(a) Une boîte contient 6 bonbons et 9 pommes. Que contient un tiers de la boîte ?

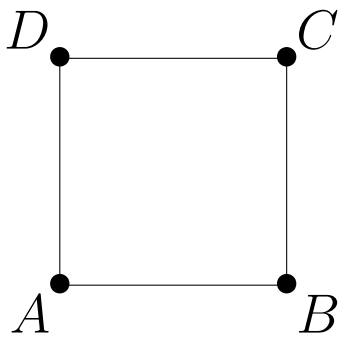
(b) Simplifier

$$\frac{6x + 9b}{3}.$$

Activité mentale 1023

Question 5

Ceci est un carré :



— Si $AB = 3$, que vaut AC ?
— Si $AB = x$, que vaut AC ?
— Pour quelle valeur de AB a-t-on $AC = 1$?

C'est tout pour aujourd'hui

20.0.j Activité mentale 1024

Activité mentale 1024

Question 1

(a) Calculer

$$11 \times 3 + 22 \times 3.$$

(b) Factoriser

$$a \times 3 + b \times 3.$$

(c) Factoriser

$$5(a + 2) + 7(a + 2).$$

Activité mentale 1024

Question 2

— Développer et réduire $(x+1)(x-1)$,
— Factoriser x^2-1.

Activité mentale 1024

Question 3

Soit la fonction $f(x) = 3x^2 - 7$ et $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f.

— Donner les coordonnées d'un point de $\mathcal{C}$

— Donner les coordonnées d'un point d'abscisse 3 sur $\mathcal{C}$.

— Donner les coordonnées d'un point d'ordonnée 5 sur $\mathcal{C}$.

Activité mentale 1024

Question 4

(a) Que fait l'algorithme suivant si l'utilisateur donne la valeur 7 à x ?

```
Demander x
Si x < 5 alors
    Écrire «trop petit»
Sinon
    Écrire «trop grand»
```

(b) Que fait l'algorithme suivant ?

```
x prend la valeur 0
Tant que x est différent de 5 :
    Demander x
    Si x < 5 alors
        Écrire «trop petit»
    Si x > 5 alors
        Écrire «trop grand»
Écrire «gagné» !
```

C'est tout pour aujourd'hui

20.0.k Activité mentale 1025

Activité mentale 1025

Question 1

Vrai ou faux.

— Le point $A(1;4)$ est sur le graphe de $f : x \mapsto 5x - 1$.

— Le point $B(2;0)$ est sur le graphe de $g : x \mapsto x^2 - 2$.

— Le point $C(-1;10)$ est à l'intersection des graphes de $h(x) = 3x^2 - 2x + 5$ et $k(x) = 7x + 17$.

C’est tout pour aujourd’hui

Activité mentale 1025

Question 2

Factoriser

(a)

$$a^2 + 3a.$$

(b)

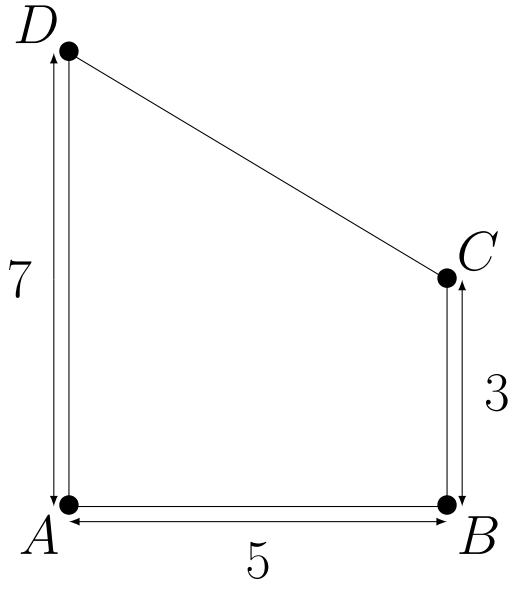
$$(x+1)(x+2) + (x+1)(x-2)$$

(c)

$$x + 3 - (x^2 - 1)(x+3)$$

Activité mentale 1025
Question 3

Quelle est l'aire du quadrilatère suivant ?



Activité mentale 1025
Question 4

Donner une valeur de x pour laquelle

$$x^2 - 7x - 15 \geqslant 15$$

Activité mentale 1025

Question 5

(a) Calculer

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$$

(b) Calculer

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{a}$$

(c) Calculer

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{a}$$

20.0.l Activité mentale 1026

Activité mentale 1026

Question 1

(a) Calculer

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{7}$$

(b) Calculer

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{7}$$

Activité mentale 1026

Question 2

(a) Calculer

$$15 \times 13 + 13 \times 5.$$

(b) Factoriser

$$3a^2 + 6a$$

Activité mentale 1026

Question 3

Soit la droite d_1 d'équation $y = -3x + 2$. Donner l'équation de la droite d_2 parallèle à d_1 et passant par le point $K(0; -4)$.

C'est tout pour aujourd'hui

20.0.m Activité mentale 1027

Activité mentale 1027

Question 1

Vrai ou faux ?

(a) Si $x > 2$ alors $x^2 > 4$.

(b) Si $x^2 > 4$ alors $x > 2$.

(c) Si $-1 < x < 3$ alors $1 < x^2 < 9$.

Activité mentale 1027

Question 2

(a) Donner une valeur de x pour laquelle l'expression $(x - 2)(x + 6)$ est positive.

(b) Donner une valeur de x pour laquelle l'expression $(x - 2)(x + 6)$ est négative.

Activité mentale 1027

Question 3

Quelle est la probabilité d'obtenir un 2 ou un 3 en lançant un dé à 6 faces ?

Activité mentale 1027

Question 4

Soit la suite de nombres 2, 7, 10, 11, 12, 13.

(a) En changeant un seul des nombres, augmenter la moyenne sans modifier la médiane.

(b) En changeant un seul des nombres, est-il possible de modifier la médiane sans modifier la moyenne ?

C'est tout pour aujourd'hui

Chapitre 21

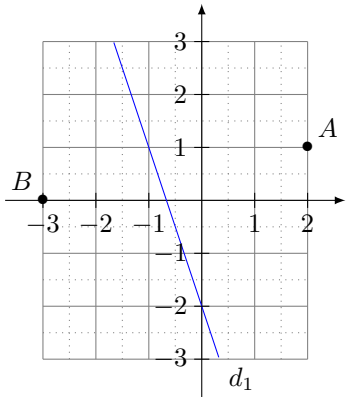
Les questions posées en devoir surveillé

Ce chapitre regroupe des exercices donnés en évaluation et leurs corrections. Ils sont triés par chapitre, et non par date d'apparition dans les devoirs.
Pour de nombreux exercices, plusieurs méthodes de résolution sont possibles. Celles indiquées ici sont celles que le professeur préfère dans son for intérieur.

Certains énonces ont été un peu modifiés par rapport a ceux qui ont été réellement donnés.

Exercice 612

À partir du dessin ci-contre.



(a) Déterminer graphiquement l'équation de la droite d_1.

(b) Déterminer par le calcul l'équation de la droite d_2 passant par les points A et B.

(c) Calculer le point d'intersection $I = d_1 \cap d_2$.

(d) Donner les coordonnées du point d'abscisse 10 se trouvant sur la droite d_1.

(e) Donner les coordonnées du point d'ordonnée 4 se trouvant sur la droite d_2.

Correction à la page 1026.

Exercice 613 . . . /3

Le programme suivant demande les coordonnées d'un point A, et répond «oui» si il est sur le graphe de la fonction $f(x) = 2x - 4$ et «non» sinon.

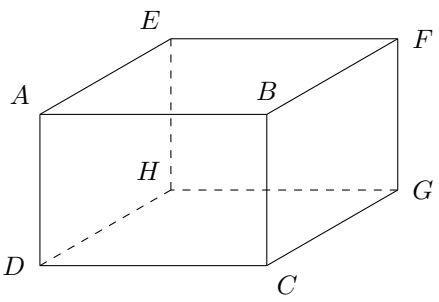
```
demander x_A
demander y_A
Si y_A = 2x_A − 4 :
   Écrire «Oui»
Sinon :
   «Non»
```

En utilisant une boucle «tant que», modifier ce programme pour que l'ordinateur redemande les coordonnées jusqu'à ce que le point A donné soit sur la droite. À chaque mauvais point, il devra écrire «non», et lorsqu'un point correct est donné, il devra écrire «oui» et d'arrêter.

Correction à la page 1026.

Exercice 614 . . . /4

Dans le parallélépipède suivant, $AD = 28$, $CD = 50$ et $AE = 45$. Répondre aux questions suivantes.



(a) Calculer la longueur de $[ED]$ et $[EC]$.

(b) Quelle est l'aire du triangle BGF ?

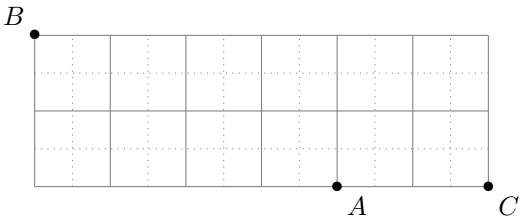
(c) Est-ce que la droite (EF) intersecte la droite (AC) ?

(d) Placer un point I au milieu du segment $[HG]$. Est-ce que la droite (DI) intersecte la droite (GC) ?

Correction à la page 1026.

Exercice 615 . . . /5

Sur la figure ci-contre.



(a) Quelles sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$?

(b) Construire le vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

(c) Placer le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

(d) Placer le point E de telle sorte que $\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{CA}$.

(e) Où se trouve le point E par rapport à D ?

Correction à la page 1026.

Exercice 616 . . . /5

Pour cet exercice, faire un dessin qui sera complété au fur et à mesure.

Soient les points $A(0;3)$ et $B(1;1)$. Nous considérons la droite d_1 d'équation $y = 2x + 3$.

(a) Vérifier que le point A appartient à la droite d_1.

(b) Donner l'équation de la droite parallèle à d_1 passant par B. Nous nommons d_2 cette droite.

(c) Tracer la droite d_2.

(d) Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

(e) Donner les coordonnées du point D d'abscisse 21 sur la droite d_1.

(f) Donner les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

(g) Est-ce que $ABCD$ est un parallélogramme ? Un rectangle ? Un carré ?

Correction à la page 1027.

Exercice 617 . . . /4

Questions de type «calcul mental». Justifier les réponses.

(a) Résoudre $6x + 2 = 14 - 4x$.

(b) Simplifier

$$\frac{21x + 14b}{7x};$$

dire par combien vous avez simplifié.

(c) Quelle est l'ordonnée du point d'abscisse 12 sur la droite $y = 5x - 2$?

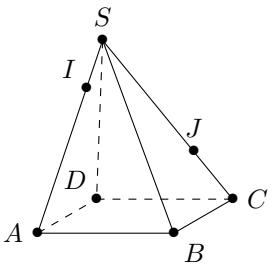
(d) Développer $(x + 4)^2$.

(e) Donner l'équation de la droite parallèle à $y = 5x + 2$ passant par le point $A(1;1)$.

Correction à la page 1027.

Exercice 618 . . . /4

Soit la pyramide régulière de base carrée dessinée ci-contre. Le point I est sur le segment $[AS]$ et le point J est le milieu de $[SC]$.



(a) Parmi tous les points représentés, lesquels sont dans le plan (ASC) ? (justifier seulement le point J)

(b) Est-ce que le droites (AC) et (IJ) sont sécantes (I et J sont positionnés tels que montrés sur le dessin) ?

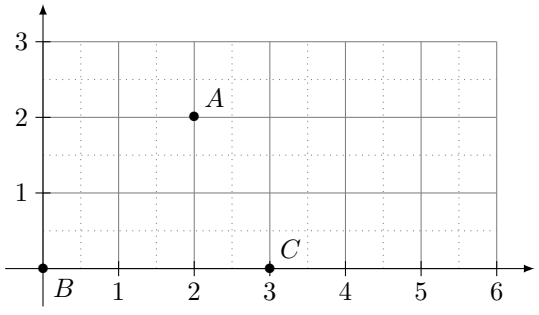
(c) Déterminer l'intersection entre les plans (SAJ) et (BCD).

(d) Où placer le point I sur $[AS]$ pour que les droites (AC) et (IJ) ne soient pas sécantes ?

Correction à la page 1027.

Exercice 619 . . . /4

Soient les points $A(2;2)$, $B(0;0)$ et $C(3;0)$. Dessiner et construire sur la feuille les points P et M définis par



(a) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}$

(b) $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$

Montrer que

(a) $BAPC$ est un parallélogramme ;

(b) A est le milieu du segment $[PM]$.

Correction à la page 1027.

Exercice 620 . . . /3

Le programme suivant demande deux entrées à l'utilisateur et vérifie si elles sont identiques (par exemple pour s'assurer qu'il n'y ait pas de fautes de frappes lors de la création d'un mot de passe) :

```
demander a
demander b
Si a = b :
   Écrire «Correct»
Sinon :
   «Saisie incorrecte»
```

En utilisant une boucle «tant que», modifier ce programme pour que l'ordinateur redemande les deux saisies mot de passe jusqu'à ce qu'elles soient identiques. À chaque saisie incorrecte, l'ordinateur devra écrite «incorrect, recommencez», et lorsque la saisie sera bonne, il devra écrire «Correct» et s'arrêter.

Correction à la page 1027.

Exercice 621 . . . /5

Questions de type «calcul mental»

(a) Quel est l'ensemble de définition de la fonction définie par $f(x) = \frac{x+2}{3x+5}$?

(b) Donner l'équation d'une droite passant par le point $A(4;7)$.

(c) Soit la suite de nombres 1, 7, 8, 8, 10, 15, 15, 20. Est-il possible d'augmenter la moyenne sans changer la médiane en changeant un seul nombre ?

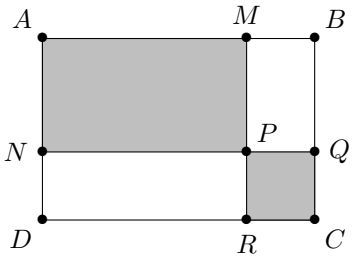
(d) Résoudre l'équation $5x + 7 = -2x + 4$.

(e) Donner les coordonnées du vecteur $k\vec{v}$ si $k = 3$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 10 \end{pmatrix}$.

Correction à la page 1027.

Exercice 622 . . . /4

Sarah, paysagiste doit créer un parterre de fleurs dans un jardin rectangulaire aux dimensions de 8 m par 12 m. Il propose de planter des fleurs dans la partie grisée du dessin suivant :



Les longueurs MB et ND sont identiques et nommées x ; $AD = 8$ et $AB = 12$. Le point P est placé de telle sorte que $PQCR$ soit un carré. Sarah nomme S la fonction qui à x fait correspondre l'aire du parterre.

(a) Pour quelles valeurs de x la fonction S est-elle définie ?

(b) Sarah demande l'aide de deux amis pour avoir une formule pour S. Sam lui répond $S(x) = 2x^2 - 20x + 96$ tandis que Jacques lui répond $S(x) = x^2 - 12x + 30$. Laquelle est la bonne ?

(c) Dresser un tableau de variations de S.

(d) Pour quelle valeur de x le parterre est le plus petit ? Quelle est l'aire correspondante ?

(e) Pour quelle valeur de x le parterre est le plus grand ? Quelle est l'aire correspondante ?

(f) Hélas le budget «pesticide, désherbant et engrais chimique» est limité et la mairie ne peut pas s'offrir d'entretenir plus de 78 ^{2}m de parterre fleuri. Sarah doit donc résoudre $S(x) \leqslant 78$.

(f1) Montrer que l'équation $S(x) \leqslant 78$ est équivalente à $(2x - 2)(x - 9) \leqslant 0$.

(f2) Dresser le tableau de signe de l'expression $(2x - 2)(x - 9)$.

(f3) Conclure : quelles valeurs de x Sarah peut-elle choisir pour que l'aire du parterre n'excède pas 78 ^{2}m ?

Correction à la page 1027.

Exercice 623 . . . /6

Dans un lycée de 1470 élèves, 350 élèves ont été vaccinés contre la grippe au début de l'hiver. 10% des élèves ont contracté la grippe pendant l'épidémie annuelle, dont 4% des élèves vaccinés.

Nous choisissons au hasard un des élèves du lycée et nous considérons les événements

— V : «il a été vacciné» ;

— G : «il a eu la grippe».

(a) Avec les informations données, Laura a rempli le tableau suivant :

	grippé	pas grippé	total
vaccinés	14		350
non vacciné			
total	147		1470

Que représente le 14 dans ce tableau ? Comment Laura l'a-t-elle calculé ?

(b) Calculer les probabilités $P(V)$ et $P(G)$.

(c) Calculer la probabilité des événements $V \cap G$ et $V \cup G$.

(d) Décrire par une phrase l'événement $\bar{V}$.

(e) Nous choisissons un élève au hasard parmi ceux qui ont été malades ; quelle est la probabilité qu'il ait été vacciné ?

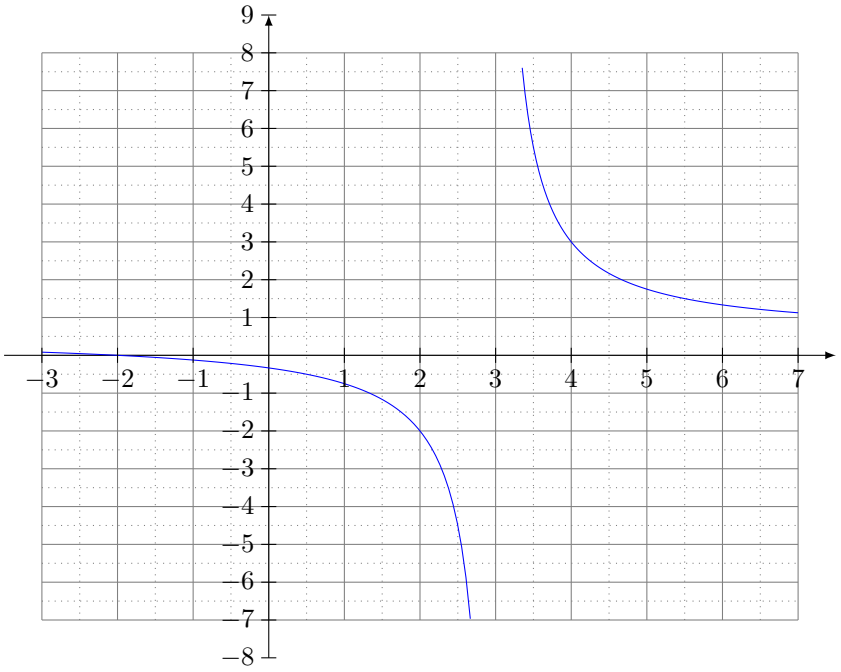
(f) Nous choisissons un élève au hasard parmi ceux qui n'ont pas été vaccinés. Quelle est la probabilité qu'il ait eu la grippe ?

(g) Le vaccin est-il efficace ? Expliquer.

Correction à la page 1027.

Exercice 624 . . . /5

Voici le graphe d'une fonction homographique f :



(a) Ce graphe est-il celui de la fonction f_1, f_2 ou f_3 ?

$$f_1(x) = \frac{x+2}{2(x-3)}; \quad f_2(x) = \frac{x+2}{x-3}; \quad f_3(x) = \frac{x+2}{x+3}.$$

(b) Donner l'ensemble de définition de f.

(c) Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = -\frac{1}{2}$.

(d) Donner les antécédents de 3 par la fonction f.

(e) Donner l'image de 3 par la fonction f.

(f) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant -1$. Donner les solutions sous forme d'intervalle.

Correction à la page 1027.

Exercice 625

Questions de type «calcul mental»

(a) Quel est l'ensemble de définition de la fonction définie par $f(x) = \frac{x-7}{-3x+10}$?

(b) Donner l'équation d'une droite passant par le point $A(2; 15)$.

(c) Soit la suite de nombres 1, 7, 8, 8, 10, 15, 15, 20. Est-il possible d'augmenter la moyenne en enlevant un des nombres ?

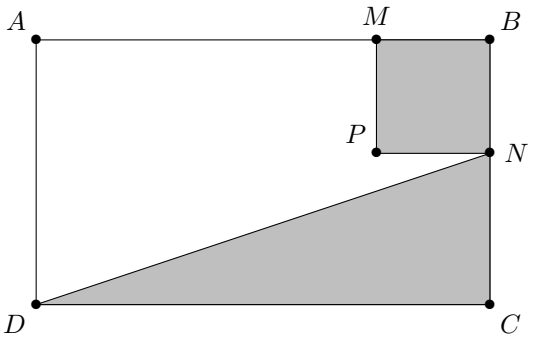
(d) Résoudre l'équation $-7x - 4 = x + 5$.

(e) Donner les coordonnées du vecteur $\vec{v} + \vec{w}$ si $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} = \begin{pmatrix} -3 \\ 10 \end{pmatrix}$.

Correction à la page 1027.

Exercice 626

Sarah, paysagiste doit créer un parterre de fleurs dans un jardin rectangulaire aux dimensions de 7 m par 12 m. Il propose de planter des fleurs dans la partie grisée du dessin suivant :



Le quadrilatère $MBNP$ est un carré dont la longueur du côté est nommée x ; $AD = 7$ et $AB = 12$. Sarah nomme S la fonction qui à x fait correspondre l'aire du parterre.

(a) Pour quelles valeurs de x la fonction S est-elle définie ?

(b) Sarah demande l'aide de deux amis pour avoir une formule pour S. Sam lui répond $S(x) = 2x^2 - 8x + 30$ tandis que Jacques lui répond $S(x) = x^2 - 8x + 49$. Laquelle est la bonne ?

(c) Dresser un tableau de variations de S.

(d) Pour quelle valeur de x le parterre est le plus petit ? Quelle est l'aire correspondante ?

(e) Pour quelle valeur de x le parterre est le plus grand ? Quelle est l'aire correspondante ?

(f) Hélas le budget «pesticide, désherbant et engrais chimique» est limité et la mairie ne peut pas s'offrir d'entretenir plus de $37\,^2$m de parterre fleuri. Sarah doit donc résoudre $S(x) \leqslant 37$.

(f1) Montrer que l'équation $S(x) \leqslant 37$ est équivalente à $(x-2)(x-6) \leqslant 0$.

(f2) Dresser le tableau de signe de l'expression $(x-2)(x-6)$.

(f3) Conclure : quelles valeurs de x Sarah peut-elle choisir pour que l'aire du parterre n'excède pas $37\,^2$m ?

Correction à la page 1027.

Exercice 627

Un fabriquant médicaments prétend que son nouveau médicament «Palox» aide à la digestion. Des enquêteurs ont demandé à 1000 personnes si elles souffraient de mal de ventre et si elles prenaient du Palox. Les résultats sont les suivants :

	mal au ventre	pas mal au ventre	total
prend du Palox		234	312
ne prend pas de Palox		551	
total			1000

Nous choisissons un des sondés au hasard et nous considérons les événements

— P : «il prend du Palox»

— M : «il a mal au ventre».

(a) Compléter le tableau.

(b) Calculer la probabilité de $P \cap M$ et $P \cup M$.

(c) Décrire par une phrase l'événement $\bar{P}$.

(d) Nous choisissons une personne au hasard parmi celles qui prennent du Palox. Quelle est la probabilité qu'elle souffre de mal au ventre ?

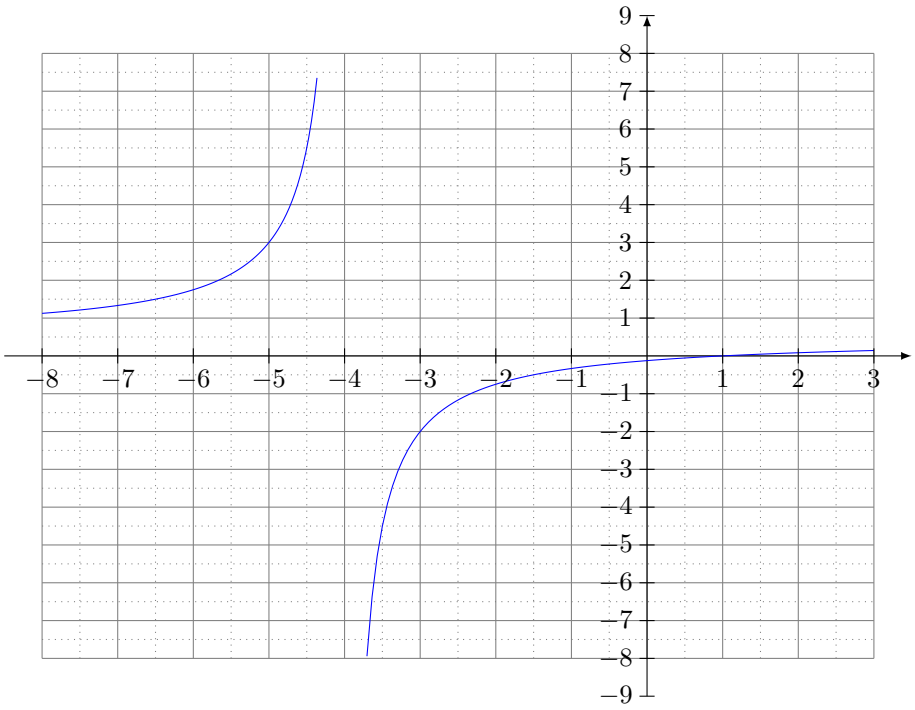
(e) Nous choisissons une personne au hasard parmi celles qui n'ont pas mal au ventre. Quelle est la probabilité qu'elle prenne du Palox ?

(f) Est-ce que le Palox semble efficace ? Expliquer.

Correction à la page 1027.

Exercice 628

Voici le graphe d'une fonction homographique f :



(a) Ce graphe est-il celui de la fonction f_1, f_2 ou f_3 ?

$$f_1(x) = \frac{x-1}{2x+1}; \quad f_2(x) = \frac{x-1}{2(x+4)}; \quad f_3(x) = \frac{x-2}{2(x+4)}.$$

(b) Donner l'ensemble de définition de f.

(c) Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = -3$.

(d) Donner un antécédent de -4 par la fonction f.

(e) Donner l'image de -4 par la fonction f.

(f) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leqslant 3$. Donner les solutions sous forme d'intervalle.

Correction à la page 1027.

21.1 Repères, distances, milieux

Exercice 629

Un théâtre numérote les sièges du public. Les rangées sont numérotées de 1 à 25 et les sièges de chaque rangée sont numérotés de 1 à 37. Quels sont les numéros écrits sur le siège du milieu ?

Correction à la page 1027.

Exercice 630

Soient les points $A(-1;2)$, $B(2;0)$ et $C(8;9)$.

(a) Placer les points A, B et C dans un repère orthonormé.

(b) Calculer les longueurs des côtés du triangle ABC.

(c) Est-ce que le triangle ABC est isocèle ? Équilatéral ? Rectangle ?

Correction à la page 1028.

Exercice 631

Soient les points $A(1;1)$, $B(4;2)$ et $C(5;0)$.

(a) Calculer les coordonnées du milieu du segment $[AC]$.

(b) Calculer les coordonnées D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

(c) Est-ce que ce parallélogramme est un rectangle ?

Conseil : un dessin, même à main levée vous permet de vérifier vos réponses.

Correction à la page 1028.

Exercice 632

Un joueur de Counter-Strike est embusqué aux coordonnées $(30;25)$ de la carte. Son fusil a une portée de 300 m. Est-ce qu'il pourra toucher l'ennemi situé en $(-200;10)$?

Correction à la page 1029.

Exercice 633

Soient les points $K(-3;2)$, $L(0;4)$ et $R(-2;7)$.

(a) Calculer les coordonnées du milieu du segment $[KR]$.

(b) Trouver par le calcul les coordonnées du point Q tel que $KLRQ$ soit un parallélogramme.

(c) Est-ce que le parallélogramme $KLRQ$ est un rectangle ? Un carré ?

Correction à la page 1029.

Exercice 634

Soient les points $A(1;3)$, $B(4;1)$ et $C(\frac{9}{2};5)$. Faire un dessin et montrer par le calcul que C est sur la médiatrice de $[AB]$. Rappel : la médiatrice d'un segment est la droite passant perpendiculairement par le milieu du segment.

Correction à la page 1030.

Exercice 635

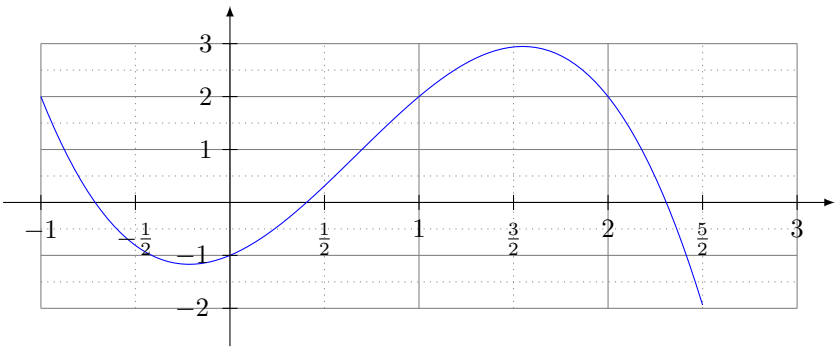
Un architecte doit construire une tour à base carré. Il propose de construire les murs entre les points $A(3;1)$, $B(7;3)$, $C(5;7)$ et $D(1;5)$. Est-ce correct ? Il voudrait placer une petite fenêtre au quart du mur $[DA]$. Quelles seront les coordonnées de cette fenêtre ?

Correction à la page 1031.

21.2 Représentation graphique de fonctions

Exercice 636

À partir du graphe ci-contre de la fonction f, répondre aux questions suivantes.



(a) Donner les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

(b) Sur quel intervalle la fonction est-elle croissante ?

(c) Quel est le maximum de la fonction sur l'intervalle $[-1, \frac{1}{2}]$?

(d) Quel est le maximum de la fonction sur l'intervalle $[\frac{1}{2}, 2]$?

(e) Étudier les variations de cette fonction.

(f) Donner les antécédents de 2.

(g) Quelle est l'image de -1 par f ?

Correction à la page 1032.

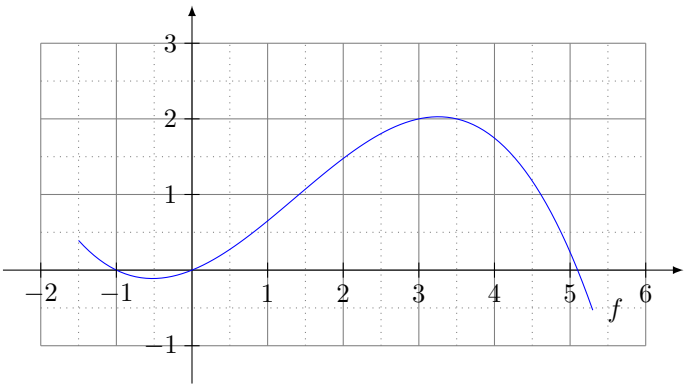
Exercice 637

Soit la fonction $f(x) = x^2 - 3x$. Lesquels parmi les points $A = (0;1)$, $B(2;-2)$, $C(-3;0)$ et $D(\frac{1}{2};-\frac{5}{2})$ sont sur la courbe représentative de f ?

Correction à la page 1033.

Exercice 638

Répondre aux questions à partir du graphe ci-contre.



(a) Sur quel intervalle(s) la fonction f est-elle décroissante ?

(b) Donner les antécédents de 2

(c) Que vaut $f(0)$?

(d) Résoudre l'équation $f(x) = 1$.

(e) Quel est le maximum de f sur l'intervalle $[-1;2]$?

(f) Dresser le tableau de variations de la fonction f.

Correction à la page 1033.

Exercice 639

Dessiner le graphe d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-3;10]$ satisfaisant aux caractéristiques suivantes :

(a) f est décroissante sur $[0;2]$,

(b) $f(0)=0$,

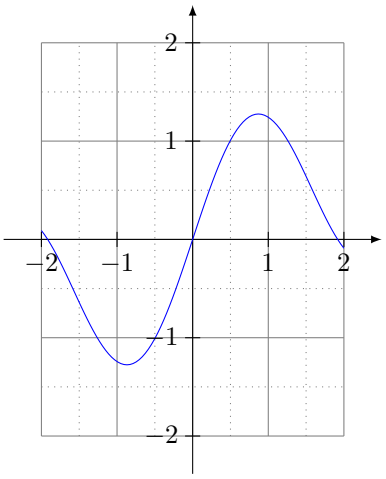
(c) $f(-3)=6$.

(d) Le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[2,10]$ est atteint pour $x=10$.

Correction à la page 1034.

Exercice 640

Nous considérons la fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-contre :



(a) Résoudre $f(x)=1$ et $f(x)=2$.

(b) Est-ce que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[-2;-1]$?

(c) Donner les antécédents de zéro par la fonction f.

(d) Quel est le maximum de f sur l'intervalle $[-1;1]$?

(e) Combien vaut $f(0)$?

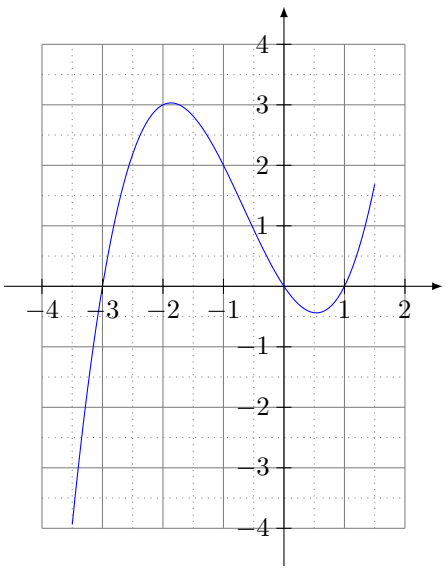
(f) Dresser le tableau de variation de f.

(g) Albert prétend que c'est le graphe de la fonction $x\mapsto 2x$. Il argumente : « le graphe passe par l'origine, donc c'est linéaire ; de plus elle passe par le point $(\frac{1}{2};1)$ dont c'est $2x$». Qu'en penser ?

Correction à la page 1034.

Exercice 641

Nous considérons la fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-contre :



(a) Résoudre $f(x)=2$.

(b) Est-ce que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[-3;-1]$?

(c) Résoudre $f(x)=0$.

(d) Donner un réel possédant deux antécédents.

(e) Donner l'image de -1 par f.

(f) Dresser le tableau de variation de f.

(g) Albert prétend que c'est le graphe de la fonction $x\mapsto -\frac{1}{2}x$. Il argumente : « le graphe passe par l'origine, donc c'est linéaire ; de plus elle passe par le point $(-1;2)$ dont c'est $-\frac{x}{2}$». Qu'en penser ?

Correction à la page 1036.

Exercice 642 . . . /5

Soit une fonction g définie sur $[-3;7]$ telle que

(a) le graphe de g passe par le point $A(1;2)$

(b) g est croissante sur $[-3;0]$ et décroissante sur $[1;7]$.

(c) $g(-3)=3$.

(d) Le maximum de g est atteint pour $x=0$.

Questions :

(a) À partir de ces données, comparer $g(2)$ et $g(-1)$.

(b) Dessiner une représentation graphique possible de g et en vous basant sur votre dessin :
- Dresser le tableau de variations de la fonction que vous avez dessinée.
- Dresser le tableau de signes de la fonction que vous l'avez dessinée.

Correction à la page 1036.

Exercice 643 . . . /6

Soit une fonction g définie sur $[-5;6]$ telle que

(a) l'image de -5 est zéro,

(b) g est croissante sur $[-5;0]$ et décroissante sur $[3;6]$.

(c) $g(0)=3$ et $g(6)=5$

(d) Le maximum de g est atteint pour $x=2$.

Questions :

(a) À partir de ces données, comparer $g(-1)$ et $g(5)$.

(b) Dessiner une représentation graphique possible de g et en vous basant sur votre dessin :
— Dresser le tableau de variations de la fonction que vous avez dessinée.
— Dresser le tableau de signes de la fonction telle que vous l'avez dessinée.

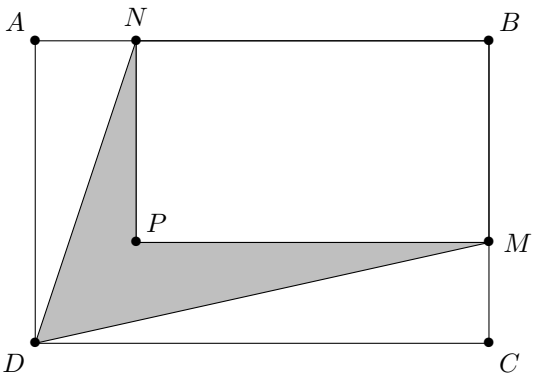
Correction à la page 1037.

21.3 Fonctions

Exercice 644 . . . /6

Nous considérons un rectangle $ABCD$ avec $AB = 6$ et $BC = 4$. Le point M est mobile sur $[CB]$ et nous notons x la distance CM. Le point N est placé sur $[AB]$ de telle sorte que $AN = CM = x$. Enfin le point P est placé à l'intérieur du rectangle de telle sorte que $NPMB$ soit un rectangle

Nous nommons f, g et h les fonctions qui à x font correspondre les aires de DAN, $PNBM$ et DCM.



(a) Dans quel intervalle varie x ?

(b) Expliquer pourquoi $f(x) = 2x$.

(c) Calculer les fonction g et h.

(d) Montrer que l'aire de la zone grisée en fonction de x est donnée par la fonction $A\colon x \mapsto -x^2 + 5x$.

(e) Bob prétend que l'aire de la zone grisée s'annule pour $x = 0$ et $x = 5$. Quel est son raisonnement ? Qu'en penser ?

Correction à la page 1038.

21.4 Fonctions affines et équations de droites

Exercice 645

Soit f la fonction affine donnée par la formule $f(x) = -3x + 7$.

(a) Calculer $f(1)$ et $f(\frac{4}{9})$.

(b) Donner un antécédent de 19.

(c) Pour quelle valeur de x a-t-on $f(x) = -32$?

Correction à la page 1038.

Exercice 646

Vrai ou faux. Justifier vos réponses.

(a) La fonction $f\colon x \mapsto 3x - 7$ est croissante.

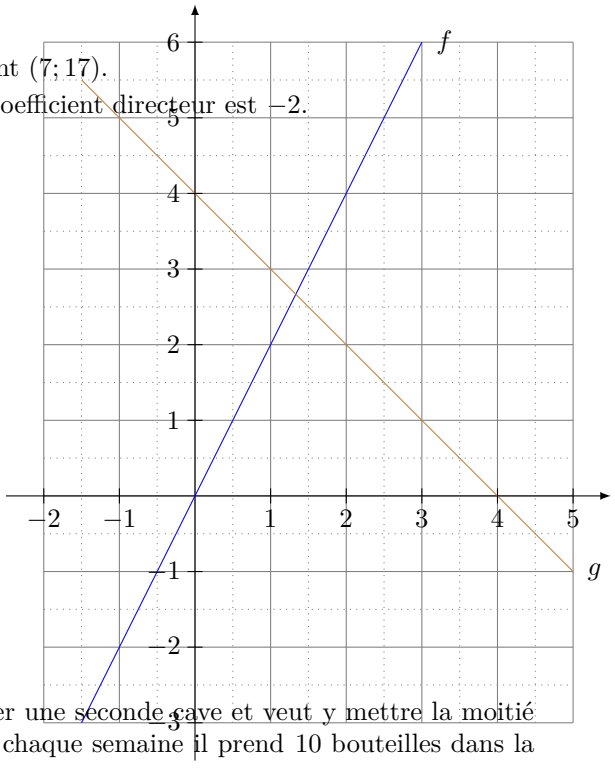
(b) Le graphe de la fonction $g\colon x \mapsto -2x + 3$ passe par le point $(7; 17)$.

(c) La fonction $h\colon x \mapsto \frac{2}{x} + 9$ est une fonction affine dont le coefficient directeur est -2.

Correction à la page 1039.

Exercice 647

À partir du dessin ci-contre,



(a) lire les valeurs $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ et $f(3)$;

(b) lire les valeurs $g(0)$, $g(1)$, $g(2)$ et $g(3)$;

(c) donner le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine des deux droites représentées ;

(d) sur le même graphique, dessiner le graphe de la fonction affine donnée par la formule $h(x) = 4x + 2$.

Correction à la page 1039.

Exercice 648

Un amateur de vin possédant 200 bouteilles vient de s'acheter une seconde cave et veut y mettre la moitié de sa collection. Sa méthode de travail est un peu particulière : chaque semaine il prend 10 bouteilles dans la

première cave, en boit une, et met les neuf autres dans la seconde cave. Après combien de semaines les deux caves seront à égalité ? Discuter le résultat (qui n'est pas un entier)

Correction à la page 1040.

Exercice 649

Le lièvre et la tortue font une course de 1 km. Monsieur lièvre décide de partir lorsque madame tortue (avançant à un mètre par minute) est déjà à seulement 2 m de l'arrivée. Le lièvre fait alors la course à 60 km/h. Qui gagne ? À quel moment la lièvre dépasse-t-il la tortue ?

Correction à la page 1040.

Exercice 650

Soit la fonction $g\colon x \mapsto 2x - 4$.

(a) Donner l'image de 130 par g. Donner un antécédent de 10 par g.

(b) Tracer son graphe dans un repère orthonormé.

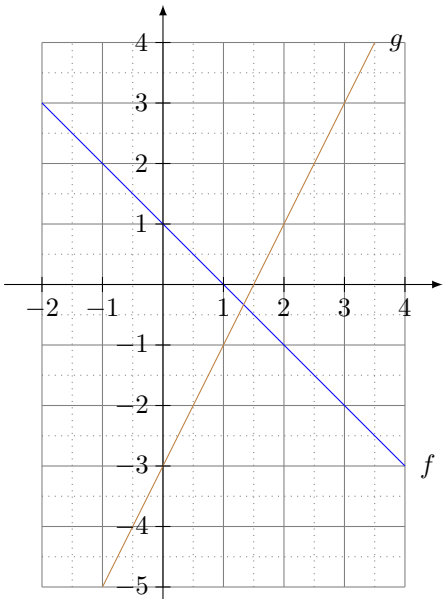
(c) Étudier son signe.

(d) Donner sous forme d'intervalle les solutions de $g(x) \geqslant 0$.

Correction à la page 1041.

Exercice 651

À partir du dessin ci-contre,



(a) lire les valeurs $f(-1)$, $f(0)$ et $f(\frac{5}{2})$;

(b) donner le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine des deux droites représentées ;

(c) sur le même graphique, dessiner le graphe de la fonction affine $h\colon x \mapsto -3x + 1$.

Correction à la page 1042.

Exercice 652

Fonctions affines.

(a) Donner une fonction affine dont le coefficient directeur est 4 et pour laquelle 3 est un antécédent de 10.

(b) Dessiner le graphique de la fonction $g\colon x \to 4x - 2$.

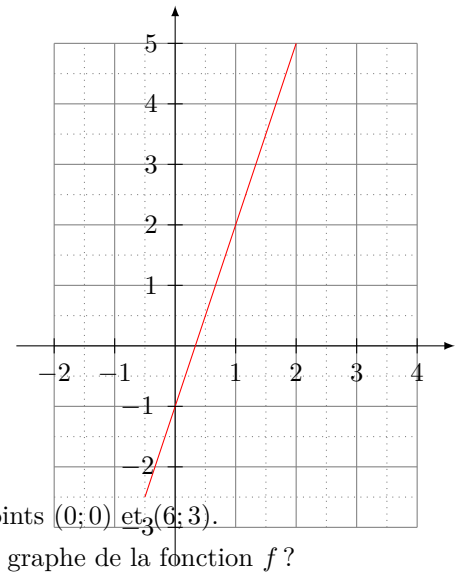
(c) Donner le tableau de signe de g.

(d) Résoudre $g(x) < 0$ et donner les solutions sous forme d'intervalle.

Correction à la page 1042.

Exercice 653

Soient les fonctions affines $f(x) = 3x - 1$ et $g(x) = -x + 3$.



(a) Le graphe ci-contre représente une de ces deux fonctions ; laquelle ?

(b) Tracer l'autre sur le même graphe.

(c) Pour quelle valeur de x a-t-on $f(x) = g(x)$?

Correction à la page 1043.

Exercice 654

À propos de fonctions affines.

(a) Donner une fonction affine f dont le graphe passe par les points $(0; 0)$ et $(6; 3)$.

(b) Est-ce que les points $A(20; 10)$, $B(2; 4)$ et $C(0; 5)$ sont sur le graphe de la fonction f ?

(c) Tracer dans un repère le graphe des fonctions $g(x) = 2x + 1$ et $h(x) = 3x - 4$.

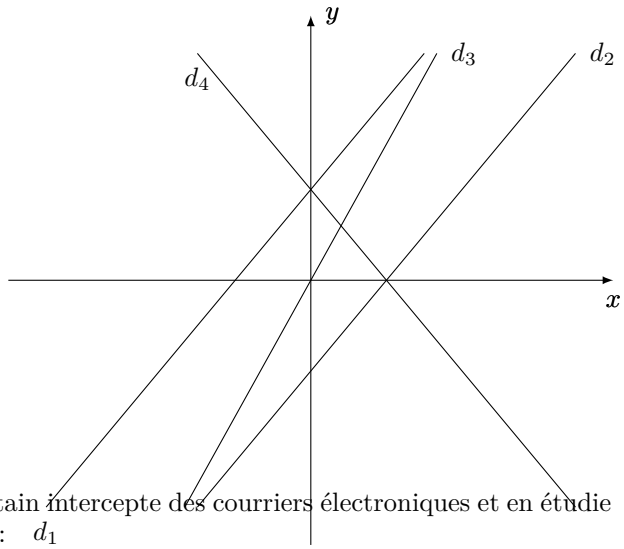
(d) Résoudre l'équation $g(x) = h(x)$.

(e) En déduire les coordonnées du point d'intersection entre les droites représentatives de h et de g.

Correction à la page 1044.

Exercice 655

Dire quelle fonction correspond à quelle droite sur le dessin ci-contre (justifier) :



(a) $f_a(x) = 2x + 2$

(b) $f_b(x) = -2x + 2$

(c) $f_c(x) = 2x - 2$

(d) $f_d(x) = 3x$

Correction à la page 1045.

21.5 Statistiques descriptives

Exercice 656

Une agence de sécurité nationale d'un certain pays lointain intercepte des courriers électroniques et en étudie la longueur (en caractères). Voici un extrait des résultats :

Nombre de caractères	200	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
Effectifs	50	20	65	40	15	12	20	17	28	13	5
FCC											

(a) Combien de courriers sont répertoriés dans cet extrait ?

(b) Compléter la ligne des fréquences cumulées croissantes.

(c) En déduire les quartiles et la médiane de la série.

Correction à la page 1045.

Exercice 657

Le tableau suivant donne le salaire brut mensuel dans une entreprise :

Salaire	900	1100	1300	1500	1700	1900	2100	2500	3100	4500	total
Effectif	12	10	20	18	8	8	5	5	2	1	89

(a) Dresser le tableau des effectifs cumulés croissants de cette série.

(b) Calculer le salaire moyen brut.

(c) Est-il vrai que la moitié des salariés gagnent moins que la moyenne ?

(d) Calculer le pourcentage des salariés dont le salaire est compris dans l'intervalle interquartile.

(e) Dans la série initiale, une erreur a été commise : il y a en fait 8 salaires de 1500 euros et 18 salaires de 1700 euros. Dire, sans calculatrice, si cette erreur augmente ou diminue ou n'influence pas le salaire moyen et le salaire médian. Expliquer.

Note : des lignes vides ont été laissées dans le tableau ; utilisez-les comme bon vous semble.

Correction à la page 1046.

Exercice 658

Les notes à un devoir d'une classe de 33 élèves sont :

3	4.5	5	5	5	5.5	6	7	7.5	8	8.5
8.5	9	9	9	9.5	9.5	9.5	9.75	10	10	10
10.5	10.5	10.75	11	11	11.5	11.5	11.75	11.75	14	15.5

(a) Nous souhaitons regrouper ces note dans les classes $[0;5[$, $[5;8[$, $[8;10[$, $[10;12[$, $[12;15[$ et $[15,20]$. Quels sont les effectifs de ces classes ?

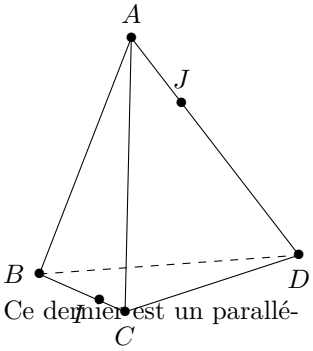
(b) Tracer un histogramme de ces données avec ces classes. Prendre pour échelle 1 carré = un élève. Détailler le calcul de la hauteur du rectangle correspondant à la classe $[0;5[$.

Correction à la page 1047.

21.6 Géométrie dans l'espace

Exercice 659

Sur la figure ci-contre, $ABCD$ est un tétraèdre. Le point J est sur le segment $[AD]$ et le point I est sur le segment $[BC]$.



(a) Donner la droite d'intersection des plans (DIJ) et (BCD).

(b) Donner la droite d'intersection des plans (DIJ) et (ABD).

Correction à la page 1047.

Exercice 660 . . . /4

Un bûcheron veut faire entrer un tronc d'arbre de 15 m de long dans son camion. Ce dernier est un parallélépipède rectangle dont les dimensions de la base sont 13 m×5 m.

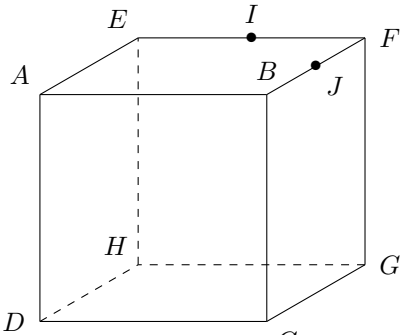
(a) Est-ce qu'il pourra y mettre le tronc d'arbre à plat ?

(b) Quitte à ne pas mettre le tronc à plat, est-ce que le bûcheron peut le rentrer dans son camion sachant qu'il fait 6 m de hauteur ? Sinon, quelle longueur devra-t-il couper ?

Correction à la page 1048.

Exercice 661 . . . /6

La figure ci-contre est un cube ; I et J sont les milieux de $[EF]$ et $[BF]$.



(a) Pourquoi peut-on dire que I est dans le plan (GHE) ? Et pourquoi peut-on dire que J n'est pas dans le plan (GHE) ?

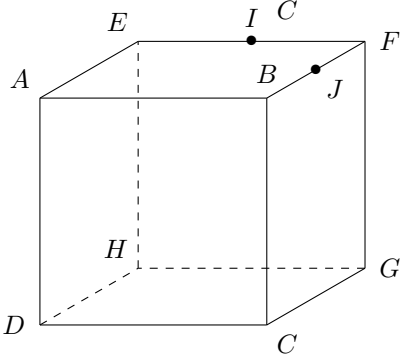
(b) Est-ce que les plans (ABF) et (HGA) sont sécants ? Si oui, déterminer l'intersection $(ABF) \cap (HGA)$.

(c) Si la longueur du côté du cube est de 7 km, quelle est la longueur du segment $[IJ]$?

Correction à la page 1048.

Exercice 662 . . . /5

La figure ci-contre est un cube ; I et J sont les milieux de $[EF]$ et $[BF]$.



(a) Pourquoi peut-on dire que la droite (AJ) intersecte la droite (EF) ?

(b) Alice a prolongé les droite (IH) et (AD) avec sa règle et a trouvé un point d'intersection. Qu'en penser ?

(c) Est-ce que les plans (ABF) et (HGA) sont sécants ? Si oui, déterminer l'intersection $(ABF) \cap (HGA)$.

(d) Si la longueur du côté du cube est de 7 km, quelle est la longueur du segment $[IJ]$?

Correction à la page 1049.

21.7 Vecteurs

Numéro 1. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(4;-7)$, $B(5,10)$ et $C(1;-6)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(1;17)$

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(-3;1)$

$X=(0;-23)$

(b) Soient les points $D(1;-3)$, $L(4;0)$ et $B(-4;7)$. Donner les coordonnées du point K tel que $DLBK$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$K=(-7;4)$

Numéro 2. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(8;-1)$, $B(4,-7)$ et $C(8;-5)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(-4;-6)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(0;-4)$
$X=(12;1)$

(b) Soient les points $E(-10;2)$, $B(8;-5)$ et $D(3;10)$. Donner les coordonnées du point F tel que $EBDF$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$F=(-15;17)$

Numéro 3. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $F(9;0)$, $L(6;3)$ et $E(1;6)$. Donner les coordonnées du point M tel que $FLEM$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$M=(4;3)$

(b) Soient les points $A(1;-5)$, $B(7,-6)$ et $C(1;-4)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(6;-1)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(0;1)$
$X=(-5;-3)$

Numéro 4. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(-8;9)$, $B(-3,-7)$ et $C(-9;-8)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(5;-16)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(-1;-17)$
$X=(-14;8)$

(b) Soient les points $L(-7;7)$, $A(7;-8)$ et $F(-3;-8)$. Donner les coordonnées du point D tel que $LAFD$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$D=(-17;7)$

Numéro 5. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $K(0;8)$, $A(0;-7)$ et $D(3;4)$. Donner les coordonnées du point B tel que $KADB$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$B=(3;19)$

(b) Soient les points $A(-4;3)$, $B(8,-6)$ et $C(-5;-7)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(12;-9)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(-1;-10)$
$X=(-17;2)$

Numéro 6. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $F(10;-5)$, $M(-7;-5)$ et $B(5;-7)$. Donner les coordonnées du point D tel que $FMBD$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$D=(22;-7)$

(b) Soient les points $A(1;-5)$, $B(9,10)$ et $C(-6;3)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(8;15)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(-7;8)$
$X=(-14;-12)$

Numéro 7. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(-9;-2)$, $B(1,10)$ et $C(1;4)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(10;12)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(10;6)$
$X=(-9;-8)$

(b) Soient les points $M(3;7)$, $B(-6;-5)$ et $A(1;10)$. Donner les coordonnées du point L tel que $MBAL$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$L=(10;22)$

Numéro 8. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(-10;-7)$, $F(-5;0)$ et $D(3;4)$. Donner les coordonnées du point E tel que $AFDE$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$E=(-2;-3)$

(b) Soient les points $A(8;2)$, $B(-5,-1)$ et $C(4;-9)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(-13;-3)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(-4;-11)$
$X=(17;-6)$

Numéro 9. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $B(10;0)$, $K(6;-7)$ et $D(10;-8)$. Donner les coordonnées du point L tel que $BKDL$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$L=(14;-1)$

(b) Soient les points $A(-1;4)$, $B(-7,2)$ et $C(5;5)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(-6;-2)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(6;1)$
$X=(11;7)$

Numéro 10. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(-2;-1)$, $B(-10,-1)$ et $C(-7;-7)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(-8;0)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(-5;-6)$
$X=(1;-7)$

(b) Soient les points $A(2;4)$, $F(-9;-9)$ et $B(-3;3)$. Donner les coordonnées du point L tel que $AFBL$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$L=(8;16)$

Numéro 11. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $F(-7;6)$, $D(-3;-5)$ et $M(-4;10)$. Donner les coordonnées du point L tel que $FDML$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$L=(-8;21)$

(b) Soient les points $A(2;-3)$, $B(0,-6)$ et $C(3;-2)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(-2;-3)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(1;1)$
$X=(5;1)$

Numéro 12. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $F(9;3)$, $L(10;4)$ et $A(-5;-6)$. Donner les coordonnées du point D tel que $FLAD$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$D = (-6;-7)$

(b) Soient les points $A(10;2)$, $B(7,-9)$ et $C(-1;-8)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-3;-11)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-11;-10)$
$X = (2;3)$

Numéro 13. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(-1;-10)$, $B(7,4)$ et $C(-5;-10)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (8;14)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-4;0)$
$X = (-13;-24)$

(b) Soient les points $E(-10;-5)$, $L(8;-3)$ et $D(3;2)$. Donner les coordonnées du point A tel que $ELDA$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$A = (-15;0)$

Numéro 14. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(5;-10)$, $B(-7,-10)$ et $C(9;6)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-12;0)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (4;16)$
$X = (21;6)$

(b) Soient les points $F(-9;8)$, $K(-8;-3)$ et $L(-2;-2)$. Donner les coordonnées du point A tel que $FKLA$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$A = (-3;9)$

Numéro 15. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $D(7;-6)$, $L(3;-7)$ et $K(0;-3)$. Donner les coordonnées du point A tel que $DLKA$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$A = (4;-2)$

(b) Soient les points $A(7;-9)$, $B(-6,-2)$ et $C(-7;10)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-13;7)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-14;19)$
$X = (6;3)$

Numéro 16. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $F(-5;8)$, $M(6;5)$ et $D(5;10)$. Donner les coordonnées du point K tel que $FMDK$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$K = (-6;13)$

(b) Soient les points $A(9;-8)$, $B(9,0)$ et $C(0;-3)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (0;8)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-9;5)$
$X = (0;-11)$

Numéro 17. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(-4;4)$, $B(-6,-8)$ et $C(10;6)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(-2;-12)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(14;2)$
$X=(12;18)$

(b) Soient les points $K(-7;-10)$, $M(-7;5)$ et $E(9;2)$. Donner les coordonnées du point D tel que $KMED$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$D=(9;-13)$

Numéro 18. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $L(4;-7)$, $F(5;0)$ et $A(2;8)$. Donner les coordonnées du point M tel que $LFAM$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$M=(1;1)$

(b) Soient les points $A(-10;-3)$, $B(10,-2)$ et $C(7;6)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(20;1)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(17;9)$
$X=(-13;5)$

Numéro 19. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $B(1;-9)$, $E(8;0)$ et $L(10;-4)$. Donner les coordonnées du point M tel que $BELM$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$M=(3;-13)$

(b) Soient les points $A(2;-9)$, $B(5,5)$ et $C(4;-10)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(3;14)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(2;-1)$
$X=(1;-24)$

Numéro 20. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(9;3)$, $B(8,-2)$ et $C(-6;-3)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(-1;-5)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(-15;-6)$
$X=(-5;2)$

(b) Soient les points $L(0;-6)$, $F(-6;9)$ et $E(7;-5)$. Donner les coordonnées du point D tel que $LFED$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$D=(13;-20)$

Numéro 21. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(9;-4)$, $B(-8,9)$ et $C(-10;9)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(-17;13)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(-19;13)$
$X=(7;-4)$

(b) Soient les points $D(-9;1)$, $E(-6;-3)$ et $A(-9;-3)$. Donner les coordonnées du point L tel que $DEAL$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$L=(-12;1)$

Numéro 22. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(-4;-3)$, $B(-8,-9)$ et $C(9;5)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(-4;-6)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(13;8)$
$X=(13;11)$

(b) Soient les points $F(1;-10)$, $B(-8;-10)$ et $L(-3;3)$. Donner les coordonnées du point M tel que $FBLM$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$M=(6;3)$

Numéro 23. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(8;-8)$, $B(-6;5)$ et $L(5;7)$. Donner les coordonnées du point E tel que $ABLE$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$E=(19;-6)$

(b) Soient les points $A(1;3)$, $B(-4,5)$ et $C(10;-4)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(-5;2)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(9;-7)$
$X=(15;-6)$

Numéro 24. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $F(-5;3)$, $K(1;3)$ et $A(7;6)$. Donner les coordonnées du point L tel que $FKAL$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$L=(1;6)$

(b) Soient les points $A(2;0)$, $B(-2,5)$ et $C(-6;-7)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(-4;5)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(-8;-7)$
$X=(-2;-12)$

Numéro 25. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(-8;-8)$, $B(0,1)$ et $C(9;3)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(8;9)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(17;11)$
$X=(1;-6)$

(b) Soient les points $L(-7;4)$, $M(9;-1)$ et $F(-3;-8)$. Donner les coordonnées du point A tel que $LMFA$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$A=(-19;-3)$

Numéro 26. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(0;2)$, $B(-10,-2)$ et $C(2;-3)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(-10;-4)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(2;-5)$
$X=(12;1)$

(b) Soient les points $A(-9;-9)$, $K(-2;9)$ et $E(-7;1)$. Donner les coordonnées du point B tel que $AKEB$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$B=(-14;-17)$

Numéro 27. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(6;7)$, $B(9,7)$ et $C(9;5)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(3;0)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(3;-2)$
$X=(6;5)$

(b) Soient les points $A(-7;-6)$, $D(2;-2)$ et $M(10;-4)$. Donner les coordonnées du point K tel que $ADMK$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$K=(1;-8)$

Numéro 28. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $F(-4;2)$, $E(2;-1)$ et $B(2;-10)$. Donner les coordonnées du point L tel que $FEBL$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$L=(-4;-7)$

(b) Soient les points $A(-5;2)$, $B(-6,8)$ et $C(-7;-1)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(-1;6)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(-2;-3)$
$X=(-6;-7)$

Numéro 29. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $L(-4;-4)$, $A(-7;-6)$ et $K(9;-7)$. Donner les coordonnées du point D tel que $LAKD$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$D=(12;-5)$

(b) Soient les points $A(8;-2)$, $B(9,5)$ et $C(9;6)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(1;7)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(1;8)$
$X=(8;-1)$

Numéro 30. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(4;-9)$, $B(10,4)$ et $C(10;-8)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(6;13)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(6;1)$
$X=(4;-21)$

(b) Soient les points $K(-5;4)$, $A(-4;-5)$ et $E(5;4)$. Donner les coordonnées du point B tel que $KAEB$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$B=(4;13)$

Numéro 31. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(-4;1)$, $B(2,-9)$ et $C(-3;-2)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(6;-10)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(1;-3)$
$X=(-9;8)$

(b) Soient les points $B(-1;3)$, $K(-3;-9)$ et $A(-10;-6)$. Donner les coordonnées du point D tel que $BKAD$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$D=(-8;6)$

Numéro 32. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(-8;8)$, $L(9;3)$ et $D(3;-6)$. Donner les coordonnées du point M tel que $ALDM$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$M = (-14;-1)$

(b) Soient les points $A(9;0)$, $B(-1,4)$ et $C(6;-4)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-10;4)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-3;-4)$
$X = (16;-8)$

Numéro 33. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(1;-9)$, $B(3,6)$ et $C(8;6)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (2;15)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (7;15)$
$X = (6;-9)$

(b) Soient les points $A(6;-5)$, $D(7;-7)$ et $B(-2;-7)$. Donner les coordonnées du point M tel que $ADBM$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$M = (-3;-5)$

Numéro 34. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(-1;1)$, $B(0,-7)$ et $C(5;-1)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (1;-8)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (6;-2)$
$X = (4;7)$

(b) Soient les points $F(-1;3)$, $M(2;8)$ et $E(0;-3)$. Donner les coordonnées du point K tel que $FMEK$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$K = (-3;-8)$

Numéro 35. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $F(9;-4)$, $L(5;-5)$ et $E(-3;-9)$. Donner les coordonnées du point D tel que $FLED$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$D = (1;-8)$

(b) Soient les points $A(-6;2)$, $B(-5,-3)$ et $C(-6;-1)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (1;-5)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (0;-3)$
$X = (-7;4)$

Numéro 36. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(3;-5)$, $B(7,-10)$ et $C(-9;6)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (4;-5)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-12;11)$
$X = (-13;11)$

(b) Soient les points $M(10;-8)$, $F(-5;-4)$ et $L(0;6)$. Donner les coordonnées du point K tel que $MFLK$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$K = (15;2)$

Numéro 37. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $F(10;-3)$, $B(4;-7)$ et $M(10;1)$. Donner les coordonnées du point L tel que $FBML$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$L = (16;5)$

(b) Soient les points $A(-1;9)$, $B(1,6)$ et $C(0;-1)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (2;-3)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (1;-10)$
$X = (-2;2)$

Numéro 38. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(-1;4)$, $B(1,-4)$ et $C(4;-6)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (2;-8)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (5;-10)$
$X = (2;2)$

(b) Soient les points $K(-5;6)$, $L(-6;-2)$ et $E(-5;-1)$. Donner les coordonnées du point M tel que $KLEM$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$M = (-4;7)$

Numéro 39. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $E(-4;9)$, $L(-5;-2)$ et $B(-6;10)$. Donner les coordonnées du point D tel que $ELBD$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$D = (-5;21)$

(b) Soient les points $A(6;-8)$, $B(10,10)$ et $C(1;1)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (4;18)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-5;9)$
$X = (-3;-17)$

Numéro 40. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(-7;4)$, $B(4,-10)$ et $C(-2;-1)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (11;-14)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (5;-5)$
$X = (-13;13)$

(b) Soient les points $F(8;9)$, $K(-9;-7)$ et $D(-8;7)$. Donner les coordonnées du point B tel que $FKDB$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$B = (9;23)$

Numéro 41. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(-10;9)$, $F(4;-6)$ et $E(-10;0)$. Donner les coordonnées du point M tel que $AFEM$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$M = (-24;15)$

(b) Soient les points $A(-1;1)$, $B(6,-8)$ et $C(-4;-4)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (7;-9)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-3;-5)$
$X = (-11;5)$

Numéro 42. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $M(-8;5)$, $E(-5;10)$ et $L(-6;1)$. Donner les coordonnées du point B tel que $MELB$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$B = (-9;-4)$

(b) Soient les points $A(0;-5)$, $B(-6,8)$ et $C(-3;-1)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-6;13)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-3;4)$
$X = (3;-14)$

Numéro 43. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $E(-2;-6)$, $D(-3;6)$ et $A(1;7)$. Donner les coordonnées du point B tel que $EDAB$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$B = (2;-5)$

(b) Soient les points $A(-1;-5)$, $B(0,-3)$ et $C(-4;0)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (1;2)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-3;5)$
$X = (-5;-2)$

Numéro 44. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(9;5)$, $B(-9,-8)$ et $C(6;-7)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-18;-13)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-3;-12)$
$X = (24;6)$

(b) Soient les points $L(7;9)$, $A(-7;9)$ et $K(10;-8)$. Donner les coordonnées du point E tel que $LAKE$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$E = (24;-8)$

Numéro 45. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(2;-10)$, $B(-8,7)$ et $C(-7;5)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-10;17)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-9;15)$
$X = (3;-12)$

(b) Soient les points $L(-5;-5)$, $F(-10;3)$ et $K(-10;9)$. Donner les coordonnées du point B tel que $LFKB$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$B = (-5;1)$

Numéro 46. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $M(10;3)$, $B(-3;1)$ et $K(-10;-5)$. Donner les coordonnées du point E tel que $MBKE$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$E = (3;-3)$

(b) Soient les points $A(4;-6)$, $B(-2,4)$ et $C(8;-10)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-6;10)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (4;-4)$
$X = (14;-20)$

Numéro 47. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $L(-4;6)$, $F(4;9)$ et $M(-10;-3)$. Donner les coordonnées du point D tel que $LFMD$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$D = (-18;-6)$

(b) Soient les points $A(-6;-1)$, $B(10,-2)$ et $C(-8;-1)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (16;-1)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-2;0)$
$X = (-24;0)$

Numéro 48. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $D(-9;9)$, $F(7;3)$ et $B(6;10)$. Donner les coordonnées du point E tel que $DFBE$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$E = (-10;16)$

(b) Soient les points $A(4;-1)$, $B(-10,7)$ et $C(10;5)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-14;8)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (6;6)$
$X = (24;-3)$

Numéro 49. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $D(-4;-9)$, $L(1;6)$ et $K(-4;-4)$. Donner les coordonnées du point E tel que $DLKE$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$E = (-9;-19)$

(b) Soient les points $A(6;-2)$, $B(2,-6)$ et $C(-6;-1)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-4;-4)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-12;1)$
$X = (-2;3)$

Numéro 50. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $F(-10;2)$, $B(5;3)$ et $L(-8;-10)$. Donner les coordonnées du point E tel que $FBLE$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$E = (-23;-11)$

(b) Soient les points $A(10;-8)$, $B(3,-2)$ et $C(0;-8)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-7;6)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-10;0)$
$X = (7;-14)$

Numéro 51. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $E(-6;10)$, $K(7;-1)$ et $A(1;-2)$. Donner les coordonnées du point L tel que $EKAL$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$L = (-12;9)$

(b) Soient les points $A(-7;1)$, $B(6,5)$ et $C(2;4)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (13;4)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (9;3)$
$X = (-11;0)$

Numéro 52. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(6;-5)$, $B(-4,6)$ et $C(-4;-6)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(-10;11)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(-10;-1)$
$X=(6;-17)$

(b) Soient les points $M(-8;-3)$, $K(9;-10)$ et $D(-4;-6)$. Donner les coordonnées du point B tel que $MKDB$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$B=(-21;1)$

Numéro 53. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $D(8;9)$, $A(-2;2)$ et $B(1;-8)$. Donner les coordonnées du point M tel que $DABM$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$M=(11;-1)$

(b) Soient les points $A(-5;6)$, $B(-2,0)$ et $C(4;10)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(3;-6)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(9;4)$
$X=(1;16)$

Numéro 54. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(4;-6)$, $B(-5;3)$ et $K(-3;-8)$. Donner les coordonnées du point D tel que $ABKD$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$D=(6;-17)$

(b) Soient les points $A(1;3)$, $B(0,6)$ et $C(3;-4)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(-1;3)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(2;-7)$
$X=(4;-7)$

Numéro 55. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(-7;7)$, $B(-2,-8)$ et $C(-10;-7)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(5;-15)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(-3;-14)$
$X=(-15;8)$

(b) Soient les points $M(-8;1)$, $B(-5;9)$ et $L(3;9)$. Donner les coordonnées du point E tel que $MBLE$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$E=(0;1)$

Numéro 56. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(-1;0)$, $B(-6,8)$ et $C(4;-10)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX}=\overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)

$\overrightarrow{AB}=(-5;8)$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(5;-10)$
$X=(9;-18)$

(b) Soient les points $D(1;-7)$, $E(6;2)$ et $B(-4;-9)$. Donner les coordonnées du point F tel que $DEBF$ soit un parallélogramme (méthode au choix).

$F=(-9;-18)$

Numéro 57. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $E(-2;-4)$, $B(-6;-10)$ et $A(-6;-7)$. Donner les coordonnées du point L tel que $EBAL$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$L = (-2;-1)$

(b) Soient les points $A(-8;4)$, $B(8,-7)$ et $C(8;6)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (16;-11)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (16;2)$
$X = (-8;17)$

Numéro 58. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $L(1;-4)$, $D(0;8)$ et $K(7;-9)$. Donner les coordonnées du point B tel que $LDKB$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$B = (8;-21)$

(b) Soient les points $A(2;-6)$, $B(-3,3)$ et $C(-8;8)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-5;9)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-10;14)$
$X = (-3;-1)$

Numéro 59. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(2;6)$, $B(-8,-3)$ et $C(3;-9)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-10;-9)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (1;-15)$
$X = (13;0)$

(b) Soient les points $A(7;0)$, $D(7;6)$ et $L(-8;-1)$. Donner les coordonnées du point F tel que $ADLF$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$F = (-8;-7)$

Numéro 60. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(-2;8)$, $B(1,10)$ et $C(2;-7)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (3;2)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (4;-15)$
$X = (-1;-9)$

(b) Soient les points $K(2;-5)$, $L(-7;9)$ et $E(6;-10)$. Donner les coordonnées du point B tel que $KLEB$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$B = (15;-24)$

Numéro 61. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $F(9;-5)$, $A(9;-8)$ et $D(-2;4)$. Donner les coordonnées du point M tel que $FADM$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$M = (-2;7)$

(b) Soient les points $A(-6;1)$, $B(-1,1)$ et $C(6;-2)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (5;0)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (12;-3)$
$X = (1;-2)$

Numéro 62. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $E(0;-1)$, $L(1;-5)$ et $F(-9;5)$. Donner les coordonnées du point K tel que $ELFK$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$K = (-10;9)$

(b) Soient les points $A(3;-6)$, $B(0,-10)$ et $C(-8;-2)$.
(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.
(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-3;-4)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-11;4)$
$X = (-5;2)$

Numéro 63. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(5;-6)$, $B(-9,7)$ et $C(-10;-4)$.
(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.
(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-14;13)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-15;2)$
$X = (4;-17)$

(b) Soient les points $M(5;-3)$, $L(-6;-3)$ et $B(-2;-6)$. Donner les coordonnées du point E tel que $MLBE$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$E = (9;-6)$

Numéro 64. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(-7;1)$, $B(-6,2)$ et $C(-7;-5)$.
(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.
(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (1;1)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (0;-6)$
$X = (-8;-6)$

(b) Soient les points $L(5;5)$, $M(7;10)$ et $E(8;-2)$. Donner les coordonnées du point F tel que $LMEF$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$F = (6;-7)$

Numéro 65. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $M(-3;-9)$, $D(-2;0)$ et $A(5;1)$. Donner les coordonnées du point F tel que $MDAF$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$F = (4;-8)$

(b) Soient les points $A(-4;9)$, $B(0,0)$ et $C(-6;-7)$.
(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.
(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (4;-9)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-2;-16)$
$X = (-10;2)$

Numéro 66. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(2;-10)$, $B(1,-1)$ et $C(6;6)$.
(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.
(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-1;9)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (4;16)$
$X = (7;-3)$

(b) Soient les points $K(-7;-1)$, $B(6;-2)$ et $M(-5;2)$. Donner les coordonnées du point E tel que $KBME$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$E = (-18;3)$

Numéro 67. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $L(-10;10)$, $F(0;1)$ et $E(0;6)$. Donner les coordonnées du point K tel que $LFEK$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$K = (-10;15)$

(b) Soient les points $A(-5;10)$, $B(7,-5)$ et $C(7;5)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (12;-15)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (12;-5)$
$X = (-5;20)$

Numéro 68. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $D(-7;-2)$, $F(-6;2)$ et $K(9;-8)$. Donner les coordonnées du point E tel que $DFKE$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$E = (8;-12)$

(b) Soient les points $A(7;-6)$, $B(6,-2)$ et $C(-9;0)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-1;4)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-16;6)$
$X = (-8;-4)$

Numéro 69. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(-1;-9)$, $B(5,-8)$ et $C(4;8)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (6;1)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (5;17)$
$X = (-2;7)$

(b) Soient les points $E(-3;3)$, $F(-4;5)$ et $D(-3;10)$. Donner les coordonnées du point A tel que $EFDA$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$A = (-2;8)$

Numéro 70. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $K(-2;-6)$, $F(8;9)$ et $B(5;10)$. Donner les coordonnées du point M tel que $KFBM$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$M = (-5;-5)$

(b) Soient les points $A(5;8)$, $B(-10,-6)$ et $C(2;6)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-15;-14)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-3;-2)$
$X = (17;20)$

Numéro 71. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(-10;8)$, $B(-9,10)$ et $C(-6;-1)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (1;2)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (4;-9)$
$X = (-7;-3)$

(b) Soient les points $K(9;1)$, $L(-2;-8)$ et $F(-6;-7)$. Donner les coordonnées du point A tel que $KLFA$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$A = (5;2)$

Numéro 72. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $M(8;10)$, $E(-9;-6)$ et $L(-4;2)$. Donner les coordonnées du point F tel que $MELF$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$F = (13;18)$

(b) Soient les points $A(5;10)$, $B(-7,-10)$ et $C(1;8)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-12;-20)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-4;-2)$
$X = (13;28)$

Numéro 73. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $A(1;2)$, $B(-4,9)$ et $C(-10;4)$.

(a1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(a2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-5;7)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-11;2)$
$X = (-5;-3)$

(b) Soient les points $A(0;7)$, $K(-5;-1)$ et $B(-3;6)$. Donner les coordonnées du point F tel que $AKBF$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$F = (2;14)$

Numéro 74. *Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul accompagné d'un raisonnement.*

(a) Soient les points $M(-1;-6)$, $F(-7;8)$ et $A(10;-5)$. Donner les coordonnées du point E tel que $MFAE$ soit un parallélogramme (méthode au choix).
$E = (16;-19)$

(b) Soient les points $A(7;-3)$, $B(-9,2)$ et $C(-3;9)$.

(b1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b2) Donner les coordonnées du point X tel que $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{BC}$ (méthode au choix)
$\overrightarrow{AB} = (-16;5)$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (-10;12)$
$X = (13;4)$

Exercice 663

Soient les points $A(-2;1)$, $B(7;1)$, $C(25;3)$ et $D(15;3)$.

(a) Est-ce que $ABCD$ est un parallélogramme (justifier par un calcul) ?

(b) Si $ABCD$ est un parallélogramme, est-ce un rectangle ? Si $ABCD$ n'est pas un parallélogramme, où aurait-t-on dû placer D pour qu'il en fût un ?

(c) Calculer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$.

(d) Démontrer que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EB}$.

(e) Où se trouve le point B par rapport au segment $[CE]$? (justifier)

Correction à la page 1050.

Exercice 664

Soient les points $A(1;-5)$, $B(2;-1)$, $C(2;19)$ et $D(1;15)$.

(a) Est-ce que $ABCD$ est un parallélogramme (justifier par un calcul) ?

(b) Si $ABCD$ est un parallélogramme, est-ce un rectangle ? Si $ABCD$ n'est pas un parallélogramme, où aurait-t-on dû placer D pour qu'il en fût un ?

(c) Calculer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$.

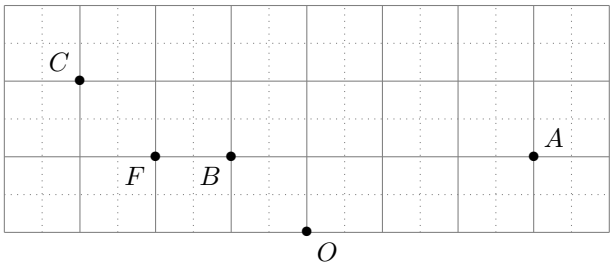
(d) Démontrer que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EB}$.

(e) Où se trouve le point B par rapport au segment $[CE]$? (justifier)

Correction à la page 1051.

Exercice 665

À partir du dessin ci-contre :



(a) Construire sur le dessin ci-contre le vecteur $\vec{v} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC}$ et placer le point E tel que $\vec{v} = \overrightarrow{OE}$.

(b) Le point F est-il le translaté de E par $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{AO}$ ou $\overrightarrow{BC}$?

(c) Prouver que les droites (AE) et (OF) sont parallèles.

(d) Est-ce que $OAEF$ est un rectangle ?

Correction à la page 1052.

21.8 Intervalle de confiance et de fluctuation

Exercice 666

La proportion de gauchers dans un certain pays est de 0.12. Une entreprise de 2000 employés compte 280 gauchers ; la direction trouve ça beaucoup (parce que ça fait du matériel spécifique à acheter). À la lumière de votre cours de math, qu'en pensez-vous ?

D'un autre côté, le ministère suspecte cette même entreprise de discrimination à l'embauche parce que sur les 60 cadres, il n'y a que 18 femmes. Fort de votre cours de math, est-ce que vous trouvez que les soupçons du ministères peuvent être justifiés ?

Correction à la page 1053.

21.9 Exercices mélangés

Exercice 667

Vrai ou faux. Justifier les réponses.

(a) Le nombre $x = -5$ est solution de l'inéquation $-x \leqslant 2$.

(b) La représentation graphique de la fonction $g\colon x \mapsto 5x + 2$ passe par les points $A(2;0)$ et $B(1;7)$.

(c) Un triangle dont les côtés mesurent 5 km, 6 km et 7 km est rectangle.

(d) La fonction $k(x) = \frac{1-3x}{2}$ est croissante.

(e) Les droites représentatives des fonctions affines $f(x) = 25x + 12$ et $g(x) = 25x - 12$ sont parallèles.

Correction à la page 1053.

Exercice 668

Pour chacune des questions suivantes, une seule proposition est correcte. Dire laquelle en justifiant brièvement.

(a) Pour l'inéquation $-x + 2 > 3$
- (a1) $x = -1$ est une solution
- (a2) $x = 1000$ est une solution
- (a3) $x = -2$ est une solution

(b) La fonction $x \mapsto -2x - 7$
- (b1) est croissante
- (b2) est décroissante
- (b3) est linéaire

(c) L'intervalle $]-12, 15]$
- (c1) contient -12
- (c2) contient 18
- (c3) contient 0

Correction à la page 1054.

Exercice 669 . . . /4

Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse est correcte ; dire laquelle (et expliquer le choix)

(a) L'algorithme

```
Demander x
Si x < 10 , alors :
    Écrire «plus petit»
Si x > 15, alors :
    Écrire «plus grand»
```

- (a1) Ne fait rien si l'utilisateur rentre 12.
- (a2) Écrit «plus petit» si l'utilisateur rentre 10.
- (a3) Écrit «plus grand» si l'utilisateur rentre 10.

(b) L'expression $(x-7)^2$
- (b1) est égale à -36 si $x = 1$.
- (b2) est égale à 36 si $x = 1$.
- (b3) est égale à $x^2 - 49$ pour tout réel x.

(c) La fraction
$$\frac{6a^2}{8a^2+4a}$$
(c1) peut seulement être simplifiée par a
(c2) peut être simplifiée par 2 et par a.
(c3) peut seulement être simplifiée par 2

(d) Les représentations graphiques des fonctions $f(x)=4x^2+7$ et $g(x)=4x^2-2$
(d1) ne sont pas des droites
(d2) sont des droites parallèles
(d3) sont des droites sécantes

Correction à la page 1054.

Exercice 670 . . . /4
Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse est correcte ; dire laquelle (et expliquer le choix)

(a) L'algorithme

```
Demander x
Si x < 10 , alors :
    k = 3x
Sinon :
    k = −x + 7
Écrire k
```

(a1) Écrit -3 si l'utilisateur rentre -1.
(a2) Écrit 60 si l'utilisateur rentre 20.
(a3) Ne fait rien si l'utilisateur rentre 10.

(b) L'équation
$$(x+2)(x-10)=0$$
(b1) a pour solutions 2 et -10
(b2) n'a pas de solutions
(b3) a pour solutions -2 et 10.

(c) La fraction
$$\frac{9a}{3a^2+6}$$
(c1) peut être simplifiée par a
(c2) peut être simplifiée par 3
(c3) peut être simplifiée par 3 et par a.

(d) Les représentations graphiques des fonctions $f(x)=3x+7$ et $g(x)=3x^2+5x-7$
(d1) sont des droites parallèles
(d2) sont des droites sécantes
(d3) ne sont pas toutes les deux des droites

Correction à la page 1054.

21.10 Type calcul mental

Exercice 671
Questions type «calcul mental» (mais il faut quand même un peu de justification).

(a) Simplifier la fraction
$$\frac{3x^2+7x}{18x}.$$
(b) Donner la valeur exacte de la longueur d'un rectangle dont la largeur est 6 cm et dont l'aire est 23 cm^2.
(c) Est-ce que 1 est une solution de l'équation suivante ?
$$5x^2(x-1)=0.$$
(d) Donner un exemple de suite de nombres dont la médiane est plus grande que la moyenne.
(e) Si $f(x)=\frac{x+3}{-x}$, combien vaut $f(-4)$?

Correction à la page 1055.

Exercice 672
Questions type «calcul mental» (mais il faut quand même un peu de justification).

(a) Simplifier la fraction
$$\frac{3x^2+6x}{18x}.$$
(b) Si un carré a une aire de 23 cm^2, donner une valeur exacte de la longueur de son côté.
(c) Écrire sous forme d'une somme : $(x+3)^2$.
(d) Résoudre $(x-3)(x+12)=0$.
(e) Si $f(x)=x^2+2x$, combien vaut $f(-4)$?

Correction à la page 1055.

Exercice 673 . . . /5
Type «calcul mental». Les réponses doivent être brièvement justifiées.

(a) Développer $(x-4)^2$.

(b) Simplifier et dire par combien vous avez simplifié :

$$\frac{12x+50}{2x}.$$

(c) Si $f(x) = -3x^2 + 7$, combien vaut $f(-2)$?

(d) Donner une valeur exacte de la longueur de la diagonale d'un carré dont le côté mesure 6 km.

(e) Les fonctions $f(x) = 7x - 150$ et $g(x) = -6x - 150$ ont-elles des droites représentatives parallèles ?

Correction à la page 1056.

Exercice 674 . . . /5

Type «calcul mental». Les réponses doivent être brièvement justifiées.

(a) Résoudre $(x+3)(x-15) = 0$

(b) Si $f(x) = -2x + 12$, que vaut $f(7)$?

(c) Simplifier et dire par combien vous avez simplifié :

$$\frac{6a+a^2}{3a}.$$

(d) Quelle est la distance entre les points $A(0;5)$ et $B(6;-4)$?

(e) Un rectangle a une aire de $2\,\text{cm}^2$; un des côtés mesure 7 cm. Quelle est la valeur exacte de la longueur du côté adjacent.

Correction à la page 1056.

Exercice 675

Questions type «calcul mental».

(a) Simplifier

$$\frac{a^2+2a}{8a}$$

(b) La fonction $f(x) = -3x + 7$ est-elle croissante ou décroissante ?

(c) Résoudre

$$\frac{1}{x} = \frac{4}{7}.$$

(d) Développer $(x-4)^2$.

(e) Donner un encadrement de $f(-3)$

x	-4		0		2		7
	7				4		
$f(x)$		↘		↗		↘	
			3				3

Correction à la page 1057.

Exercice 676

Questions de type «calcul mental».

(a) Donner une fonction affine dont le graphe est parallèle à celui de la fonction $g(x) = -2x - 6$.

(b) Simplifier

$$\frac{9x+6b}{3}.$$

(c) Quel est la longueur du segment $[AB]$ si $A(10;20)$ et $B(15;25)$?

(d) Pour quelle valeur de y le point $K(3;y)$ est sur le graphe de la fonction $f(x) = -5x - 10$?

(e) Donner une suite de 5 nombres dont la médiane est plus grande que la moyenne.

Correction à la page 1057.

Exercice 677

Questions type «calcul mental». Les réponses doivent être justifiées.

(a) Mettre au même dénominateur et effectuer :

$$2 - \frac{2}{a}$$

(b) Donner les équations de deux droites différentes passant par le point $A(4;10)$.

(c) Le point $B(-4;15)$ est-il sur le graphe de la fonction $f(x) = x^2 - 1$?

(d) Est-ce que $x = -3$ est solution de l'inéquation $x^2 + 1 \geqslant -1$?

(e) Résoudre $4x + 3 = 10 - x$.

Correction à la page 1058.

21.11 Algorithmique

Exercice 678 . . . /3

Le programme suivant sert à vérifier si la moyenne d'un élève à 3 devoirs est plus grande que 10/20 :

```
Écrire « Première note :» ; demander a
Écrire « Seconde note :» ; demander b
Écrire « Troisième note :» ; demander c
Si ..... , alors :
    Écrire « Moyenne plus grande que 10/20»
Sinon :
    Écrire « Moyenne plus petite que 10/20»
```

(a) Compléter les pointillés.

(b) Qu'affiche le programme *tel que vous l'avez complété* si on entre les valeurs $a = 10$, $b = 8$ et $c = 12$?

Correction à la page 1058.

Alice veut se faire un aide mémoire qui lui donne le volume d'un cylindre en fonction du rayon de la base et de sa hauteur :

```
Écrire «Combien vaut ..... ?» ; Demander
.........
Écrire «Combien vaut ..... ?» ; Demander
.........
V = ..................
Écrire V
```

Compléter les pointillés.

Chapitre 22

Les exercices (seconde)

22.1 Repères, distance et milieu

Attention : vous devez laisser sur votre feuille les traces de vos recherches et les étapes intermédiaires de vos calculs !

Exercice 679

Dessiner un repère orthonormé (O, I, J) en prenant $OI = 2\,\text{cm}$ et $OJ = 2\,\text{cm}$. Y placer les points $A(2;-2)$, $B(1;3)$, $C(-1;-2)$, $D(4;-2)$ et $E(1;-3)$.

Correction à la page 1059.

Exercice 680

Placer dans un repère orthonormé les points $A(1;2)$ et $B(3;1)$. Mesurer les coordonnées des points d'intersection entre la droite (AB) et les axes des ordonnées et des abscisses.

Correction à la page 1059.

Exercice 681

Soient dans un repère orthonormé les points $K(-3;2)$ et $L(2;-3)$. Placer un point M de telle sorte que le triangle KLM soit rectangle en M. Quelles sont ses coordonnées ?

Correction à la page 1059.

Exercice 682

Placer dans les plan muni d'un repère orthonormé les points $(a; a+1)$ pour a prenant les valeurs -1, 0, 1 et 4.

Correction à la page 1059.

Exercice 683

Placer les points $K(2;2)$ et $L(-1;6)$ dans un repère orthonormé d'unité 1 cm.

(a) Calculer la distance entre ces deux points.

(b) Vérifier la réponse en mesurant avec une règle.

Correction à la page 1059.

Exercice 684

Placer les points $A(-5;0)$ et $B(7;5)$ dans un repère orthonormé d'unité 1 cm.

(a) Calculer la longueur du segment $[AB]$.

(b) Vérifier la réponse en mesurant avec une règle.

Correction à la page 1059.

Exercice 685

Est-ce que le point $(3;2)$ est à l'intérieur du cercle de centre $(0;0)$ et de rayon 4 ?

Correction à la page 1059.

Exercice 686

Un joueur de Counter-Strike est embusqué aux coordonnées $(30;25)$ de la carte. Son fusil a une portée de 300 m. Est-ce qu'il pourra toucher l'ennemi situé en $(-200;10)$?

Correction à la page 1059.

Exercice 687

Une ligne de chemin de fer à grande vitesse doit être construite entre les villes V et W. La ville W est située à 120 km au sud et à 210 km à l'est de V. Sachant qu'un kilomètre de ligne à grande vitesse coûte 17 millions d'euros, quel sera le coût des travaux ?

Correction à la page 1059.

Exercice 688

Soient les points $A = (0;0)$, $B = (2;2)$ et $C = (-2;2)$. Est-ce que le triangle ABC est isocèle ? rectangle ? équilatéral ? Calculer le périmètre de ce triangle.

Correction à la page 1059.

Exercice 689

Est-ce que le point $(1;1)$ est intérieur au cercle de rayon 1 centré en $(0;0)$? Donner un points à l'intérieur de ce cercle, un point sur le cercle et un point à l'extérieur du cercle.

Correction à la page 1060.

Exercice 690

Placer les points $C(1;3)$ et $D(5;1)$ dans un repère orthonormé.

(a) Calculer les coordonnées du point milieu du segment $[CD]$.

(b) Vérifier les calculs sur le dessin.

Correction à la page 1060.

Exercice 691

Placer les points $A(5;-1)$ et $B(0;-3)$ dans un repère orthonormé.

(a) Calculer les coordonnées du point milieu du segment $[AB]$.

(b) Vérifier les calculs sur le dessin.

Correction à la page 1060.

Exercice 692

Compléter le tableau suivant en plaçant les points A et B dans le plan.

A	$(0;0)$	$(1;2)$	$(-3;-2)$	$\left(\frac{7}{11};-6\right)$
B	$(6;9)$	$(3;4)$	$(-1;5)$	$\left(\frac{-2}{11};1\right)$
milieu de $[AB]$				

Correction à la page 1060.

Exercice 693

Soient les points $B(1;2)$ et $C(-2;-1)$. Trouver par un dessin des points A et D de telle sorte que $ABCD$ soit un carré. Justifier parle calcul que les points choisis forment bien un carré.

Correction à la page 1060.

Exercice 694

Dans un repère orthonormé nous considérons les points $K=(-1;3)$, $L=(4;2)$, $M=(2;0)$ et $N=(-3;1)$.

(a) Calculer les milieux des segments $[KM]$ et $[NL]$.

(b) Que pouvons-nous en déduire sur la nature du quadrilatère $KLMN$?

Correction à la page 1060.

Exercice 695

Un théâtre numérote les sièges du public. Les rangées sont numérotées de 1 à 25 et les sièges de chaque rangée sont numérotés de 1 à 37. Quels sont les numéros écrits sur le siège du milieu ?

Correction à la page 1060.

Exercice 696

Si $A=(3;-6)$, trouver le point B tel que $M=(1;1)$ soit le milieu de $[AB]$.

Correction à la page 1060.

Exercice 697

Dans un repère orthonormé nous considérons les points $A=(-1;2)$, $B=(3;3)$, $C=(1,-1)$ et $D=(-1;-2)$.

(a) Calculer coordonnées des milieux des côtés du quadrilatère $QBCD$. Nous les nommons K, L, M et N.

(b) Quelle est la nature du quadrilatère $KLMN$?

Correction à la page 1060.

Exercice 698

L'écran de mon ordinateur est «1280×800». Quelles sont les coordonnées du point central de l'écran ? Quelle est la longueur (en pixel) de la diagonale ? Nous prenons le pixel comme «unité de longueur».

Correction à la page 1060.

Exercice 699

Donner les coordonnées du point B tel que $(0;0)$ soit le milieu du segment $[AB]$ avec $A=(3;-2)$.

Correction à la page 1060.

Exercice 700

(a) Quelle sont les coordonnées du symétrique du point $(3;4)$ par rapport à l'origine ?

(b) Est-ce que le point de coordonnées $(-2;-1)$ est le symétrique du point $(0;2)$ par rapport au point $(-1;1)$?

(c) Quelle sont les coordonnées du symétrique du point $3;4$ par rapport au point $(1;2)$?

Correction à la page 1060.

Exercice 701

Au cinéma, la première rangée est à 3 m de l'écran et la dernière à 50 m. À quelle distance de l'écran se trouvera quelqu'un qui se place au milieu ?

Correction à la page 1060.

Exercice 702

Soient les points $A = (3;6)$, $B = (4;4)$, $C = (8;5)$ et $D = (7;7)$. Dessiner la situation. Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

Conseil : pour prouver qu'un quadrilatère est un parallélogramme, il suffit de prouver que ses diagonales se coupent en leur milieux.

Correction à la page 1060.

Exercice 703

Soient les points $A = (2;2)$, $B = (6;0)$ et $C = (9;5)$. Calculer les coordonnées du milieu de $[AC]$. Déterminer un point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Correction à la page 1061.

Exercice 704

Soient les points $A = (2;0)$ et $B = (2;6)$.

(a) Donner un point C tel que ABC soit un triangle rectangle en B.

(b) Donner un point D tel que ABD soit un triangle isocèle en D.

(c) Donner un point E tel que ABE soit un triangle rectangle en E (plus difficile).

Justifier les trois réponses par un calcul ou par des propriétés connues des triangles.

Correction à la page 1061.

Exercice 705

Les points $(1;1)$, $(4;-1)$ et $(-1;5)$ forment-ils un triangle isocèle ? Répondre par le calcul.

Correction à la page 1061.

Exercice 706

Soit un parallélogramme $ABCD$ de centre O. Nous supposons que $AB = 4\sqrt{5}$, $AO = 8$ et $BO = 4$.

(a) Reporter les mesures sur un dessin à main levée.

(b) Est-ce que ce parallélogramme est un losange ?

Indice : un parallélogramme est un losange si et seulement si les diagonales se coupent perpendiculairement.

Correction à la page 1061.

Exercice 707

Soient les points $A = (0;6)$ et $B = (4;1)$. Donner un point C tel que le triangle ABC soit isocèle en A.

Est-ce que vous pouvez en trouver d'autres ? Beaucoup d'autres ?

Correction à la page 1062.

Exercice 708

Soient les points $A = (1;3)$, $B = (4;1)$ et $C = (\frac{9}{2};5)$. Montrer par le calcul que C est sur la médiatrice de $[AB]$.

Correction à la page 1062.

Exercice 709

Soientles points A, B, C dont les coordonnées dans un repère orthonormé sont $A = (-1;1)$, $B = (1;2)$ et $C = (3;-2)$.

(a) Calculer les longueurs des côtés du triangle ABC.

(b) Calculer l'aire du triangle.

(c) Donner le rayon et le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

Correction à la page 1062.

Exercice 710

Soit un carré $ABCD$.

(a) Est-ce que les points (C, D, A) peuvent servir de repère ?

(b) Donner les coordonnées du centre P du carré dans le repère (C, D, A).

(c) Donner les coordonnées de A, B, C, D et P dans le repère (P, A, B).

Correction à la page 1062.

22.2 Fonctions linéaires et affines

Exercice 711

(a) Soit $f\colon x \mapsto 3x-1$. Calculer $f(2)$, $f(-1)$ et $f(34)$.

(b) Soit $g\colon x \mapsto -10x+12$. Calculer $f(-3)$, $f(\sqrt{2})$ et $f(0)$.

Correction à la page 1062.

Exercice 712

Dire si les fonctions suivantes sont affines et, le cas échéant, préciser m et p.

(a) $f(x) = 3x+8$

(b) $g(x) = x-1$

(c) $h(x) = \frac{2}{x} - 7$

(d) $i(x) = 1-x$

(e) $j(x) = x^2+x+1$

(f) $k(x) = -\frac{1}{2}x$.

Correction à la page 1062.

Exercice 713

Tracer dans un repère orthonormé le graphe des fonctions affines suivantes :

(a) $l(x) = 8x$

(b) $g(x) = -x+3$

(c) $h(x) = 5x-7$

(d) $k(x) = -7x-1$

(e) $f(x) = 2x$

(f) $c(x) = -2$

Correction à la page 1062.

Exercice 714

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = 12x-7$.

(a) Calculer $f(1)$, $f(3)$ et $f(-1)$.

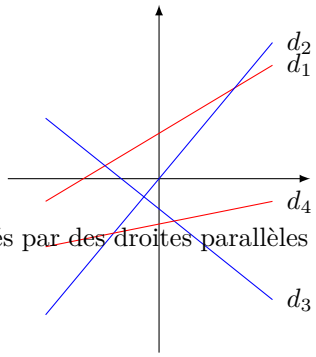
(b) Donner un antécédent de -19.

(c) Calculer $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et $f\left(-\frac{3}{4}\right)$.

Correction à la page 1062.

Exercice 715

À propos des droites d_1, d_2, d_3 et d_4 ci-contre.



(a) Les classer par ordre croissant de coefficient directeur.

(b) Laquelle a un coefficient directeur positif et une ordonnée à l'origine négative ?

Correction à la page 1062.

Exercice 716

À l'aide d'un petit dessin, dire si les couples de fonctions suivants sont représentés par des droites parallèles ou non.

(a) $f\colon x \mapsto 2x+6$ et $g\colon x \mapsto 4x$.

(b) $r\colon x \mapsto 2x+3$ et $g\colon x \mapsto 2x-2$.

(c) $h\colon x \mapsto -7x+9$ et $k\colon x \mapsto -9x+6$.

(d) $l\colon x \mapsto -3x+6$ et $q\colon x \mapsto -3x-2$.

Correction à la page 1062.

Exercice 717

(a) Donner un exemple de fonction affine décroissante.

(b) Donner un exemple de fonction affine dont le graphe passe par le point $(3;17)$.

Correction à la page 1063.

Exercice 718

Sans dessin, dire pour chacun des couples de fonctions affines suivants laquelle a un graphe dont la pente est la plus forte :

(a) $f\colon x \mapsto 3x+2$ et $g\colon x \mapsto 5x+7$.

(b) $r\colon x \mapsto 2x+3$ et $g\colon x \mapsto x-2$.

(c) $h\colon x \mapsto 7x-5$ et $k\colon x \mapsto 7x+1$.

(d) $l\colon x \mapsto -8x+2$ et $q\colon x \mapsto 3x+9$.

Correction à la page 1063.

Exercice 719

Soient les fonctions $f : x \mapsto 3x - 1$ et $g : x \mapsto -x + 3$, et les points $A = (0; -1)$, $B = (\frac{1}{2}; \frac{5}{2})$, $C = (-2; 5)$ et $D = (-2; -7)$.

(a) Parmi les points A, B, C et D, dire lesquels sont sur le graphe de f.

(b) Parmi les points A, B, C et D, dire lesquels sont sur le graphe de g.

(c) Tracer les graphes de f et g.

(d) Résoudre graphiquement ou algébriquement $f(x) = g(x)$.

(e) Donner le point d'intersection des graphes de f et de g.

Correction à la page 1063.

Exercice 720

Soit la fonction $f : x \mapsto 2x - 1$. Vrai ou faux ?

(a) $f(x) \geqslant 6$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

(b) Il existe un $x \in \mathbb{R}$ tel que $f(x) \geqslant 6$.

(c) Il existe un unique réel x tel que $f(x) = 2$.

(d) La fonction f est croissante.

(e) Il existe un nombre a tel que $f(a) = a$.

Correction à la page 1063.

Exercice 721

Soient les fonctions $f(x) = 3x + 4$ et $g(x) = -4x + 3$. Pour chacune de ces deux fonctions,

(a) Étudier le signe.

(b) Dessiner le graphe.

(c) Donner sous forme d'intervalles l'ensemble des abscisses sur lesquelles la fonction est négative.

Correction à la page 1063.

Exercice 722

Dresser le tableau de signe des fonctions suivantes :

(a) $f(x) = 2x - 4$

(b) $h(x) = -3x + 10$

(c) $g(x) = \frac{x}{2}$

(d) $i(x) = -x$

Pour chaque fonction, dire si elle est croissante ou décroissante.

Correction à la page 1063.

Exercice 723

Quelque questions sur des fonctions linéaires.

(a) Trouver une fonction linéaire f telle que $f(3) = 6$.

(b) Trouver une fonction linéaire pour laquelle -2 est l'image de 10.

(c) Trouver une fonction linéaire pour laquelle 10 est antécédent de 7.

Correction à la page 1063.

Exercice 724

Un amateur de vin possédant 200 bouteilles vient de s'acheter une seconde cave et veut y mettre la moitié de sa collection. Sa méthode de travail est un peu particulière : chaque semaine il prend 10 bouteilles dans la première cave, en boit une, et met les neuf autres dans la seconde cave. Après combien de semaines les deux caves seront à égalité ? Discuter le résultat (qui n'est pas un entier)

Correction à la page 1063.

Exercice 725

Le degré Fahrenheit est l'unité de mesure des températures utilisée aux États-Unis. Dans ce système, l'eau gèle à 32°F et bout à 212°F. À combien de degré Fahrenheit correspond 20 °C ? Donner une formule qui permet de convertir les degrés Celsius en degrés Fahrenheit.

Correction à la page 1063.

Exercice 726

Donner une formule qui fasse la conversion entre une vitesse donnée en km/h et la vitesse en m/s.

Correction à la page 1063.

Exercice 727

Donner une fonction affine dont le coefficient directeur vaut 4 et dont l'image de 3 est -13.

Correction à la page 1063.

Exercice 728

Le lièvre et la tortue font une course de 1 km. Monsieur lièvre décide de partir lorsque madame tortue (avançant à un mètre par minute) est déjà à seulement 2 m de l'arrivée. Le lièvre fait alors la course à 60 km/h. Qui gagne ? À quel moment la lièvre dépasse-t-il la tortue ?

Correction à la page 1063.

Exercice 729

Donner une fonction affine dont le coefficient directeur vaut -7 et dont l'antécédent de 2 est 3.

Correction à la page 1063.

Exercice 730

Résoudre les inéquations suivantes. Donner les solutions sous forme d'intervalle.

(a) $2x < 10$.
(b) $3x + 5 \leqslant 20$
(c) $-x + 2 \geqslant 0$
(d) $10x - 7 > 3x + 2$.

Correction à la page 1064.

Exercice 731

Dire si les fonctions suivantes sont croissantes ou décroissantes.

(a) $f(x) = 4x - 2$
(b) $g(x) = -12x - 10$
(c) $h(x) = \frac{1}{2}x + 12$
(d) $k(x) = \frac{2x-4}{3}$
(e) $l(x) = \frac{1-5x}{2}$
(f) $r(x) = -\frac{-x+3}{5}$
(g) $q(x) = -\frac{1-x}{7}$

Correction à la page 1064.

Exercice 732

Dresser le tableau de signe des fonctions suivantes :

(a) $f(x) = \frac{2x+3}{2}$
(b) $g(x) = -\frac{1+x}{7}$
(c) $h(x) = \frac{x}{3} - 9$
(d) $k(x) = 4 - x$
(e) $l(x) = -\frac{x}{7} + \frac{1}{7}$.

Correction à la page 1064.

Exercice 733

Plus difficile. À l'aide d'un dessin.

(a) Trouver une fonction affine f telle que $f(10) = 21$ et $f(15) = 31$.
(b) Trouver une fonction affine f telle que $f(1) = 7$ et $f(0) = 3$.
(c) Trouver une fonction affine f telle que $f(1) = 1$ et $f(3) = -3$.

Correction à la page 1064.

Exercice 734

Marc veut choisir un abonnement pour son nouveau téléphone portable. Les formules suivantes sont proposées :

	Forfait pour 2 heures de communication	Supplément par minute de dépassement
Formule 1	30€	0.25€
Formule 2	15€	0.75€
Formule 3	20€	0.5€

Marc sait qu'il va dépasser les deux heures de communications, et voudrait savoir quelle est la formule la plus intéressante en fonction du nombre x de minutes de dépassement. Nous notons f_1, f_2 et f_3 les fonctions qui donnent le coût total à payer en fonction du nombre de minutes de dépassement.

(a) Écrire les fonctions f_1, f_2 et f_3.
(b) Résoudre par le calcul les équations $f_1(x) = f_2(x)$, $f_1(x) = f_3(x)$ et $f_2(x) = f_3(x)$.
(c) Dessiner dans un même repère les graphes de ces trois fonctions pour $x \in [0, 60]$.
(d) Vérifier graphiquement les solutions obtenues au point (b).
(e) Sur le même dessin, tracer en couleur le graphique de la fonction qui à chaque x fait correspondre le tarif le plus bas pour une personne qui dépasse son forfait de x minutes.
(f) Pour le mois de décembre, Marc estime qu'il va téléphoner 153 minutes. Quelle formule devrait-il choisir ?

Correction à la page 1064.

22.3 Représentation graphique de fonctions

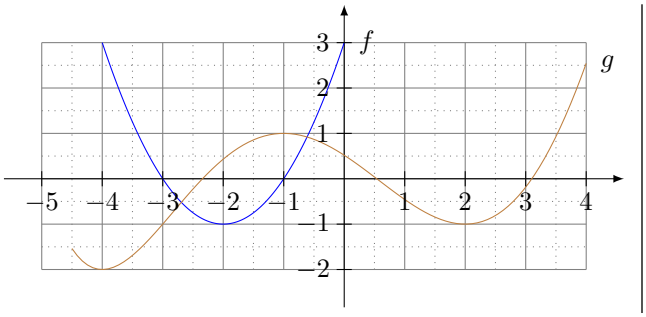
Exercice 735

Compléter le tableau ci-contre qui donne une correspondance entre les inégalités et les intervalles.
Conseil : aidez-vous de dessins.

Inégalité	Intervalle
$x \leqslant 3$	
$x > -1$	
	$[7; +\infty[$
	$]-\infty, -2[$
$1 \leqslant x < 8$	
$x < -5$ ou $x \geqslant 3$	
	$]-2, 6]$
	$]-\infty, 1]$

Correction à la page 1064.

Exercice 736



Répondre à partir du graphique ci-contre.

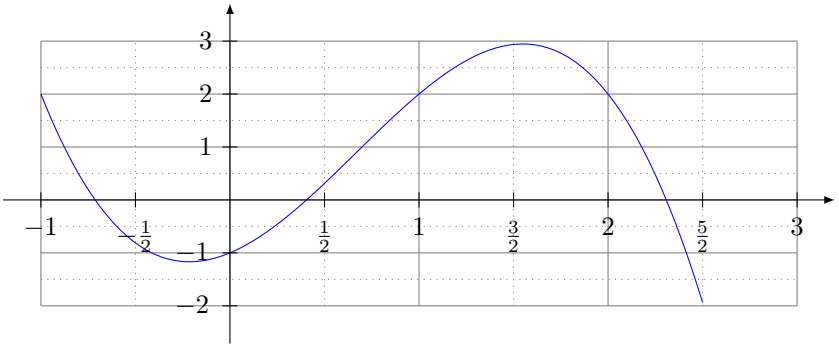
(a) Donner les valeurs de $g(2)$ et $f(-3)$.

(b) Dresser le tableau de variation des fonctions f et g.

Correction à la page 1064.

Exercice 737

À partir du graphe ci-contre de la fonction f, répondre aux questions suivantes.



(a) Donner les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

(b) Sur quel intervalle la fonction est-elle croissante ?

(c) Quel est le maximum de la fonction sur l'intervalle $[-1, \frac{1}{2}]$?

(d) Quel est le maximum de la fonction sur l'intervalle $[\frac{1}{2}, 2]$?

(e) Étudier les variations de cette fonction.

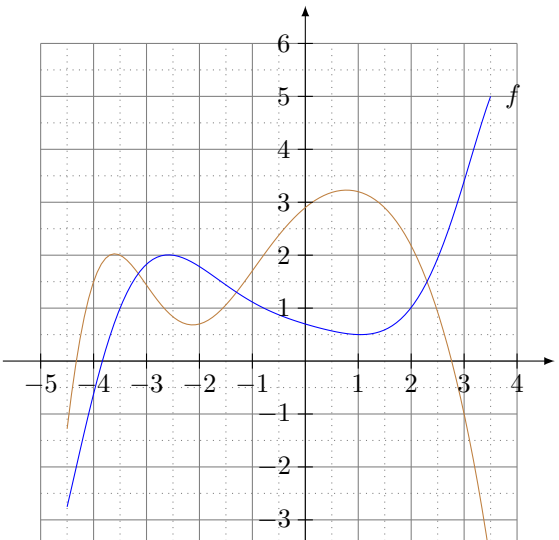
(f) Donner les antécédents de 2.

(g) Quelle est l'image de -1 par f ?

Correction à la page 1064.

Exercice 738

À l'aide du graphique ci-contre, donner les solutions (approximatives) des équations



(a) $f(x) = 1$

(b) $g(x) = 3$

(c) $f(x) = -2$

(d) $f(x) = g(x)$.

Correction à la page 1064.

Exercice 739
Soit une fonction définie sur $[-20, 20]$ dont le tableau de variation est

x	-20		-3		10		20
			-6				1
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	-10				-15		

(a) Comparer $f(5)$ et $f(9)$.
(b) Comparer $f(-5)$ et $f(0)$.
(c) Dessiner une forme possible du graphe de cette fonction.

Correction à la page 1064.

Exercice 740
Soit la fonction $f(x) = x^2 - x$. Lesquels parmi les points $A = (0; 1)$, $B = (0; -1)$, $C = (3; 6)$ et $D = (-2; 2)$, sont sur la courbe représentative de f ?

Correction à la page 1064.

Exercice 741
Soit la fonction $f(x) = 2x^2 - 3$.
(a) Calculer $f(2)$ et $f(-3)$.
(b) Est-ce que le point $(1, -1)$ est sur le graphe de f ? Et le point $(-10, -203)$?
(c) Pour quelle(s) valeur(s) de a le point $(3, a)$ est-il sur le graphe de f ?

Correction à la page 1064.

Exercice 742
Nous considérons la fonction définie par $f(x) = -x^2 + 2x$ définie sur $\mathbb{R}$.
(a) Le point $A(2; 0)$ appartient-il à la courbe représentative de f ?
(b) Le point $A(-2; -7)$ appartient-il à la courbe représentative de f ?

Correction à la page 1064.

Exercice 743
À propos d'une fonction f définie sur $[-2, 4]$, nous avons les informations suivantes :

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	0	1	2	1	3	4	5

Répondre par «vrai», «faux» ou «on ne sait pas» aux questions suivantes :
(a) $f(3) = 2$.
(b) La fonction est croissante sur $[-2, 0]$.
(c) $f(2) = 3$.
(d) La fonction f a un maximum en $x = 4$ et ce maximum vaut 5.
(e) L'image de 0 par f est 2.
(f) L'antécédent de 1 par f est -1.

Correction à la page 1064.

Exercice 744
(a) Pour quelle valeur de a, le point $(1; 7)$ est-il sur le graphe de la fonction $f(x) = 2x + a$?
(b) Pour quelle(s) valeur(s) de a, le point $(a, 4)$ est-il sur le graphe de la fonction $f(x) = x^2$?
(c) Pour quelle(s) valeur(s) de a, le point $(7, a + 1)$ est-il sur le graphe de la fonction $f(x) = -x$?

Correction à la page 1064.

Exercice 745
Soit la fonction $f(x) = x^2 + 3$.
(a) Donner l'image de -7 par la fonction f.
(b) Pour quelle(s) valeur(s) de a le point $(a, 28)$ est-il sur le graphe de f ?

Correction à la page 1064.

Exercice 746
Dessiner le graphe d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-5; 5]$ satisfaisant aux caractéristiques suivantes :
(a) f est croissante sur $[-5; 0]$,

(b) $f(-1) = -2$,

(c) $f(5) = 6$.

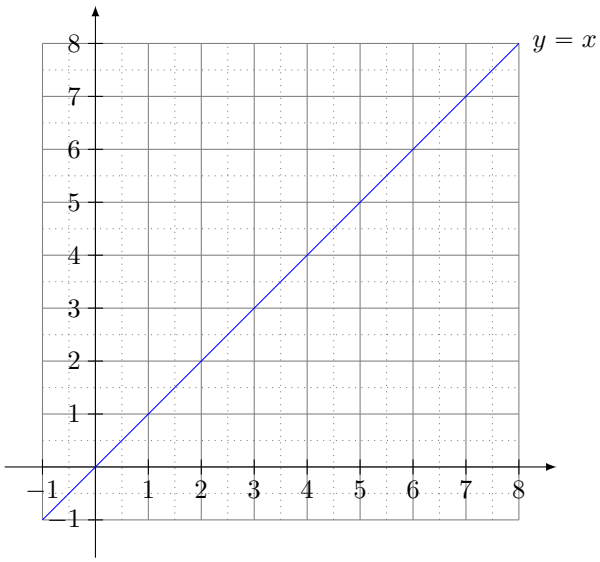
(d) le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[2, 4]$ est atteint pour $x = 3$,

(e) f est décroissante sur $[3, 4]$,

Correction à la page 1065.

Exercice 747

À partir du graphique ci-contre, répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes.



(a) L'image de 7 par la fonction f est 4.

(b) $f(3) = 4$.

(c) Les antécédents de 3 sont 2 et 4

(d) $f(2) = 5$.

(e) L'image de 0 par la fonction f est 1.

(f) $f(3) > f(5)$.

(g) f est croissante sur $[1, 3]$.

(h) f est décroissante sur $[3, 6]$.

(i) f a un minimum pour $x = 5$ et il vaut 2.

(j) L'image de 1 par la fonction f est 0.

Toujours à partir du même dessin, donner les solutions (approximatives) de l'équation $f(x) = x$.

Correction à la page 1065.

22.4 Statistique descriptive

Exercice 748

Un boucher doit faire des tranches de 100 g. Voici le relevé des poids réels des tranches :

Valeurs	90 g	95 g	100 g	105 g	110 g	115 g
Effectifs	25	30	10	15	15	5

Combien vaut le troisième quartile ? Tracer le graphe des effectifs cumulées croissantes.

Faire les exercices 13 et 14 de la page 257.

Correction à la page 1065.

Exercice 749

Compléter le tableau suivant :

Valeurs	100	150	200	250	Total
Effectifs	5		2	1	10
Fréquences					

Faire à la maison les exercices 5 et 6 de la page 256.

Correction à la page 1065.

Exercice 750

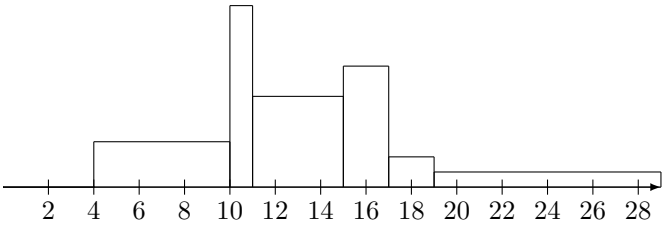
Soit une liste de 10 nombres. Si nous ajoutons 15 au plus grand des nombres, de combien change la moyenne ? Et la médiane ?

Faire à la maison l'exercice 48 de la page 260.

Correction à la page 1065.

Exercice 751

Dans l'histogramme suivant, l'effectif de la classe $[17;19[$ est égal à 2. Faire un tableau décrivant les effectifs de chaque classe.



Conseil : prendre comme unité verticale la hauteur de la classe la plus basse comme unité.

Faire les exercices 24 et 25 de la page 258.

Correction à la page 1065.

Exercice 752

Donner une liste de 10 nombres dont la moyenne est 10 et dont la médiane est plus grande que 12.

Faire les exercices 42 et 43 de la page 260.

Correction à la page 1065.

Exercice 753

Voici une suite de nombres : 0,0,0,5,3,8,2,3,3789,0,4,10. Sans faire de calculs, dire si la moyenne sera plus grande ou plus petite que la médiane. Expliquer.

Correction à la page 1065.

Exercice 754

(a) Donner un exemple d'une série de 5 nombres dont la médiane vaut 10.

(b) Donner un exemple d'une série de 7 nombres dont le premier quartile vaut 1.

Correction à la page 1065.

Exercice 755

Louis veut postuler pour un poste dans une entreprise, et il veut choisir la bonne. Pour l'entreprise A, il connait la distribution des salaires :

Salaire	850	1000	1100	1250	1350	3000	5000	10000
Effectifs	1	4	9	12	19	3	1	1
Fréquences								

(a) Calculer le salaire moyen dans l'entreprise A.

(b) Compléter la ligne des fréquences de l'entreprise A. (justifier une seule des cases suffit)

(c) Calculer la médiane et les quartiles des salaires dans cette entreprise.

(d) À propos de l'entreprise B, Louis connaît les données suivantes :

(d1) Salaire moyen : 3970

(d2) Salaire médian : 1000

(d3) Premier quartile : 950

(d4) Troisième quartile : 1100

Louis n'ayant pas un emploi de cadre, quelle entreprise a l'air de lui donner le meilleur salaire ? Justifier.

Correction à la page 1065.

Exercice 756

La gendarmerie a effectué un contrôle de vitesse sur une route nationale à deux voies. La limitation est de 90 km/h. Voici les résultats groupés en classes :

Vitesse (en km/h)	$]60,70]$	$]70,80]$	$]80,90]$	$]90,100]$	$]100,120]$
Nombre de véhicules	1	6	20	19	4

(a) Dans quelle classe va une voiture roulant à exactement 90 km/h ?

(b) Quel est le pourcentage de véhicule roulant trop vite ?

(c) Dessiner un histogramme représentant la situation.

Correction à la page 1066.

Exercice 757

Le nombre de SMS reçus par les élèves d'une classe au cours d'une semaine se répartit comme suit :

Nombre de SMS reçus	0	5	12	15	18	50
Effectifs	10	6	8	6	4	1

Vrai ou faux (justifier) ?

(a) L'effectif total de cette série est 100.

(b) Le nombre moyen de SMS reçu par un élève est égal à 16.7.

(c) L'écart interquartile $Q_3 - Q_1$ de cette série est égal à 18.

(d) Six élèves on reçu au moins 15 SMS.

(e) Le nombre médian de SMS reçus est égal à 12.

Correction à la page 1066.

Exercice 758

Reprendre les données de l'exercice 759. Le professeur veut classer les élèves en trois catégories : faibles, moyens et forts. Tracer l'histogramme des notes pour les classes $[0;8]$, $]8;12]$ et $]12;20]$.

Faire l'exercice 30 de la page 259.

Correction à la page 1066.

Exercice 759

Voici un relevé de notes à un devoir :

note x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	total
effectifs n_i	0	0	1	2	2	4	6	5	4	5	11	5	6	6	5	4	3	5	2	1	0	77
fréquence																						

(a) Remplir les cases vides.

(b) Donner la moyenne.

(c) Combien de candidats ont obtenu moins de 5 ?

(d) Déterminer la médiane et les quartiles.

(e) Tracer le graphique des fréquences cumulées.

Correction à la page 1066.

Exercice 760

Le tableau suivant donne le salaire brut mensuel dans une entreprise :

Salaire	900	1100	1300	1500	1700	1900	2100	2500	3100	4500
Effectif	12	10	20	18	8	8	5	5	2	1

(a) Dresser le tableau des effectifs cumulés croissants de cette série.

(b) Calculer le salaire moyen brut.

(c) Est-il vrai que la moitié des salariés gagnent moins que la moyenne ?

(d) Calculer à 1% près, le pourcentage du nombre de salaires compris dans l'intervalle interquartile.

(e) Représenter le diagramme en bâtons correspondant à la répartition des salaires dans cette entreprise.

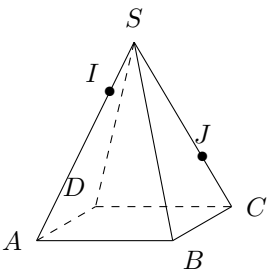
(f) Dans la série initiale, une erreur a été commise : il y a en fait 8 salaires de 1500 euros et 18 salaires de 1700 euros. Dire, sans calculatrice, si cette erreur augmente ou diminue ou n'influence pas sur le salaire moyen, le salaire médian, et l'étendue. Expliquer.

Correction à la page 1066.

22.5 Géométrie dans l'espace

Exercice 761

Soit la pyramide régulière de base carrée dessinée ci-contre. Le point I est sur le segment AS et le point J est le milieu de $[SC]$.



(a) Parmi tous les points représentés, lesquels sont dans le plan (ASC) ? (sans justifications)

(b) Est-ce que le droites (AC) et (IJ) sont sécantes ?

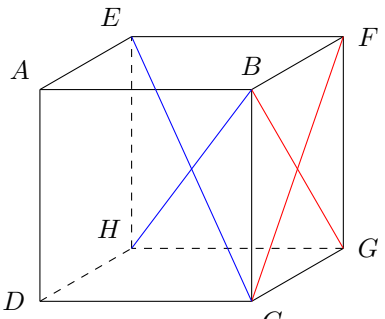
(c) Déterminer l'intersection entre les plans (SAJ) et (BCD).

(d) Où placer le point I sur $[AS]$ pour que les droites (AC) et (IJ) ne soient pas sécantes ?

Correction à la page 1067.

Exercice 762

Le solide ci-contre est un cube.



(a) Pourquoi peut-on affirmer que H est dans le plan (EBC) ?

(b) Est-ce que (BG) et (CF) sont perpendiculaires.

(c) Est-ce que (BH) et (CE) sont sécantes ? Perpendiculaires ?

(d) Si ce cube avait un côté de 5 cm, quelle serait la longueur de $[CH]$?

Correction à la page 1068.

Exercice 763

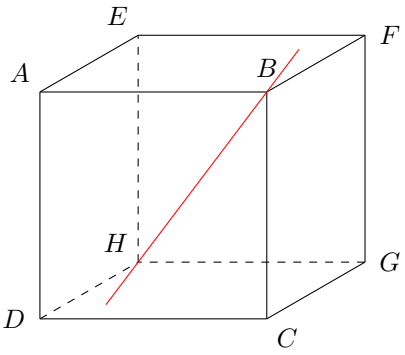
Sur le cube $ABCDEFGH$ nous considérons I, le milieu de la face $AEFB$ et K, le milieu de la face $AEHD$. Prouver que (KI) est parallèle à (DB).

Faire à la maison l'exercice 30 de la page 238.

Correction à la page 1068.

Exercice 764

En regardant la figure ci-contre :



(a) Donner une droite coplanaire à (BH) passant par E.

(b) Donner une droite non coplanaire à (BH) passant par G.

(c) Quelle est la position relative des droites (DC) et (EF) ?

(d) Quelle est la position relative des plans (ABF) et (HGA) ?

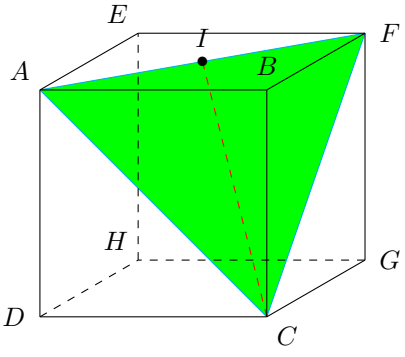
(e) Quelle est la position relative des plans (AHC) et (EBG) ?

Faire à la maison l'exercice 32 de la page 238.

Correction à la page 1068.

Exercice 765

Sur le dessin ci-contre, nous nommons c la longueur des côtés du cube. Le point I est le milieu de $[AF]$. Les réponses aux questions suivantes dépendent de c.



(a) Quel est le périmètre du triangle AFC ?

(b) Quelle est la longueur de la hauteur $[IC]$?

(c) Calculer l'aire du triangle AFC.

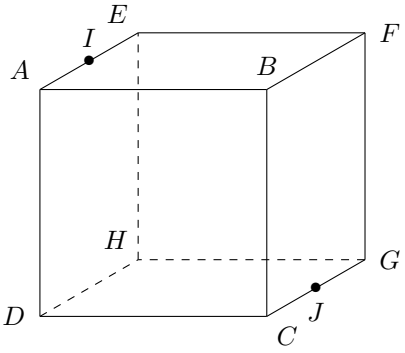
(d) Quelle est la nature du triangle AEF ?

(e) Calculer l'aire du triangle AEF. Comparer à l'aire du triangle ADC.

Correction à la page 1068.

Exercice 766

La figure $ABCDEFGH$ est un cube de 2 m de côté. Le point I est le milieu du côté $[AE]$ et J est le milieu de $[CG]$. Nous notons α le plan (IJD).



(a) Est-ce que les points I et J sont dans le plan (AEH) ?

(b) Est-ce que les plans α et (AEH) sont sécants ? Que vaut $(AEH) \cap \alpha$?

(c) Donner $(IJ) \cap (DHC)$.

(d) Quelle est la position relative des droites (EF) et (AH) ?

(e) Donner une droite du plan (EFG) à être parallèle au plan α.

Correction à la page 1068.

Exercice 767

Sur le cube $ABCDEFGH$ nous plaçons les points K : milieu de $[EH]$, J : milieu de $[AD]$ et I : milieu de $[AC]$. Prouver que les couples de droites suivants sont sécantes :

(a) EK et FH.

(b) IC et BJ.

(c) EJ et HD.

Faire l'exercice 17 de la page 236.

Correction à la page 1068.

Exercice 768

Martin a une boîte parallélépipédique rectangle dont la base est un carré de 8.5 cm. Il ne parvient pas à y faire rentrer à plat son stylo de 13 cm de long. Est-ce normal ? Quelle devrait être la hauteur de la boîte pour qu'il parvienne à y mettre son stylo ?

Correction à la page 1068.

Exercice 769

Un cylindre a pour hauteur 6 cm et le rayon de sa base est de 3 cm.

(a) Combien de fois peut-on remplir ce cylindre avec dix litres d'eau ?

(b) Calculer son aire totale (aire latérale plus la base et le «couvercle»)

Correction à la page 1068.

Exercice 770

Nous empilons trois balles de tennis de 6.4 cm de diamètre dans une boîte cylindrique juste assez grande pour les contenir.

(a) Quelles sont les mesures de la boîte ?

(b) Quel volume d'eau (en litres) pourrait-on encore ajouter dans la boîte après y avoir mis les balles ?

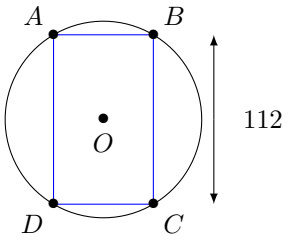
Correction à la page 1068.

Exercice 771

Nous considérons une sphère de centre O et de rayon 65 cm.

(a) Quel est le rayon de la section horizontale à 56 cm de haut ?

(b) Le dessin ci-contre représente en coupe un cylindre inclus à la sphère. Calculer le volume du cylindre.



Faire à la maison l'exercice 10 de la page 234.

Correction à la page 1069.

Exercice 772

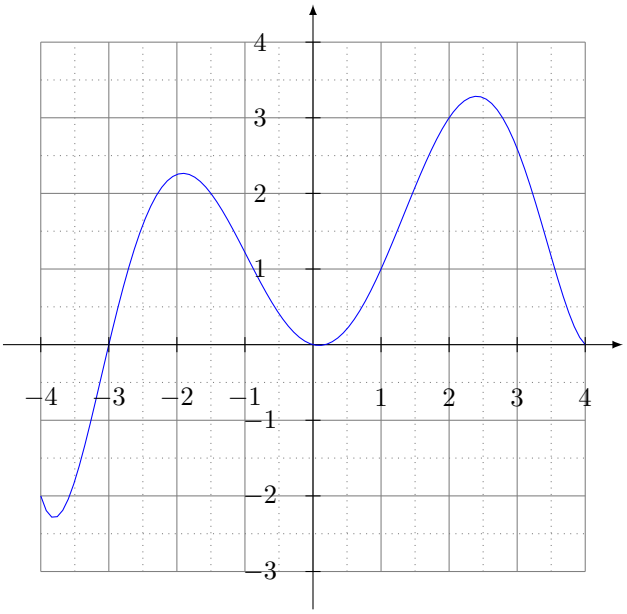
La plus grosse étoile connue est VY Canis Majoris dont le volume est environ 216 millions de fois celui du Soleil. Si le Soleil avait un rayon de 1 mm, quel serait le rayon de VY Canis Majoris ?

Regardez http://www.youtube.com/watch?v=HEheh1BH34Q.

Correction à la page 1069.

22.6 Variations de fonctions

Exercice 773



Nous considérons la fonction f dont la représentation graphique dans un repère orthonormal est donnée ci-contre

(a) Déterminer l'ensemble de définition de f. Nous noterons D_f cet ensemble.

(b) Déterminer $f(2)$.

(c) Déterminer les éventuels antécédents de 0 par la fonction f.

(d) Donner un réel ayant exactement deux antécédents par f.

(e) Dresser le tableau de variations de f.

(f) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles $0 \leqslant f(x) \leqslant 1$.

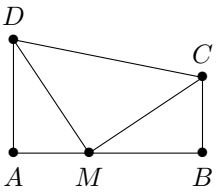
(g) Donner le minimum et le maximum de f sur D_f ainsi que les valeurs de x pour lesquels ils sont atteints ; même question sur $[-3;1]$.

(h) Dresser le tableau de signe de f sur D_f.

Correction à la page 1069.

Exercice 774

Le quadrilatère $ABCD$ est un trapèze rectangle avec $AB = 8$, $AD = 5$ et $BC = 3$. Pour tout point M du segment $[AB]$ nous notons x la distance AM. Nous notons f, g et h les fonctions qui à x associent l'aire des triangles AMD, MCD et BCM.



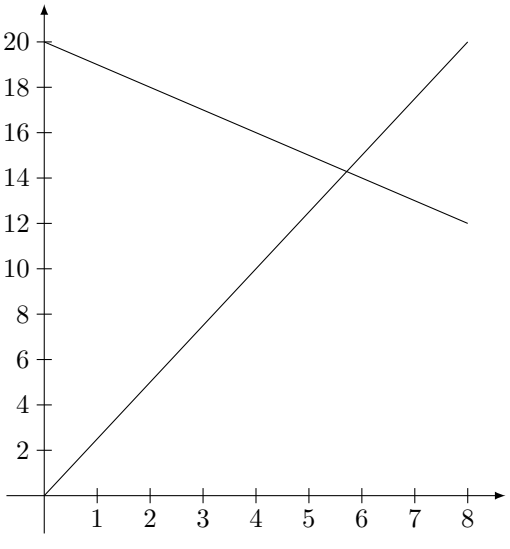
(a) À quel intervalle appartient x ?

(b) Montrer que $f(x) = \frac{5}{2}x$.

(c) Montrer que $h(x) = -\frac{3}{2}x + 12$.

(d) En déduire l'expression de $g(x)$.

Sur le graphe ci-contre nous avons représenté deux droites. Chacune est soit f, soit g soit h. Associer la droite à la fonction et tracer celle qui manque.



(a) Peut-on trouver un point M tel que AMD et MBC aient la même aire ? Justifier graphiquement.

(b) Déterminer la le calcul la position du point M pour que l'aire de AMD soit égale à celle de BCM.

Correction à la page 1070.

Exercice 775

L'organisation d'une sortie en autocar coûte 25 euros par personne inscrite. Malheureusement trois personnes inscrites étaient absentes, et chacun des autres a dû payer un supplément de 1.5 euros. Combien de participants étaient inscrits ?

Correction à la page 1070.

Exercice 776

Ci-dessous se trouve le tableau de variations d'une fonction f dont nous notons C_f la courbe représentative dans un repère du plan. :

x	-2		0		2		6
$f(x)$	5	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1

Vrai ou faux (justifier) ?

(a) Le maximum de f est 6.

(b) La courbe C_f passe par le point de coordonnées $(2;3)$.

(c) Le minimum de f est atteint en $x = 6$.

(d) $f(2.5) < f(2.6)$.

(e) $f(-1) = f(1)$

(f) L'image de 5 par f est -2.

(g) f est croissante sur $[0;3]$.

(h) L'équation $f(x) = 2$ admet 3 solutions exactement.

Faire à la maison le numéro 20, page 48.

Correction à la page 1070.

Exercice 777

Soit une fonction f définie sur $[-2;10]$ dont le tableau de variations est

x	-2		-1		2		4		10
$f(x)$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	5	$\searrow$	2	$\nearrow$	6

(a) Comparer l'image de 5 par f et l'image de $-\frac{3}{2}$ par f.

(b) Donner un encadrement de $f(3)$.

(c) Est-ce que le point $(-1;5)$ appartient à la courbe représentative de f ?

(d) Tracer un graphique de ce que pourrait être la fonction f.

(e) Dresser le tableau de signe de la fonction que vous avez dessinée.

Correction à la page 1070.

Exercice 778

Soit h une fonction définie sur $[-2;10]$ telle que

(a) l'image de -2 est 0 et un antécédent de 7 est 10.,

(b) h est croissante sur $[1;4]$, décroissante sur $[-2;1]$ et sur $[4;10]$.,

(c) le minimum de h est -4 et son maximum est 11.

À partir de ces informations, répondre aux questions suivantes :

(a) Dresser le tableau de variations de la fonction h.

(b) Comparer (si possible) les nombres suivants : 0 et $h(0)$; $h(-1)$ et $h(3)$; $h(7)$ et $h(8)$.

(c) Construire une courbe représentative de h possible.

Correction à la page 1070.

Exercice 779

Nous donnons le tableau de valeurs suivant pour une fonction f définie sur $[-5;10]$:

x	-5	-2	0	1	6	10
$f(x)$	20	-1	-5	-4	31	95

Répondre aux affirmations suivantes par «vrai», «faux» ou «on ne peut pas savoir».

(a) L'image de -5 est 20.

(b) Un antécédent de 1 est -4.

(c) -5 admet un unique antécédent.

(d) La représentation graphique de f passe par le point $A(10;95)$.

(e) La fonction f est définie par la formule $x \mapsto x^2 - 5$.

(f) Pour tout x dans $[-5;10]$, le nombre $f(x)$ est strictement négatif.

(g) Pour tout x dans $[-2;1]$, le nombre $f(x)$ est strictement négatif.

Correction à la page 1070.

Exercice 780

Un élève écrit le programme suivant pour répondre à une question portant sur des dés :

```
S=0
n=0
tant que n<10 :
        a=nombre aléatoire entre 1 et 6
        S=S+a
        n=n+1
m=S/10
afficher m
```

Quelle était la question ?

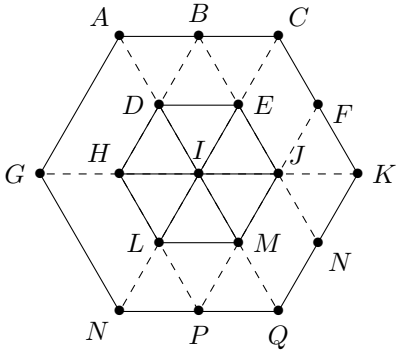
Écrire un programme du même type donnant la moyenne des résultats obtenus en laçant deux dés.

Correction à la page 1070.

22.7 Vecteurs

Exercice 781

Donner la ou les bonnes possibilités.



(a) L'image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{JP}$ est :

(a1) H	(a3) L
(a2) P	(a4) P.

(b) Le vecteur $\overrightarrow{AE}$ est égal au(x) vecteur(s)

(b1) $\overrightarrow{GH}$	(b3) $\overrightarrow{HM}$
(b2) $\overrightarrow{QM}$	(b4) $\overrightarrow{AI}$.

Faire l'exercice 11 de la page 211.

Correction à la page 1070.

Exercice 782

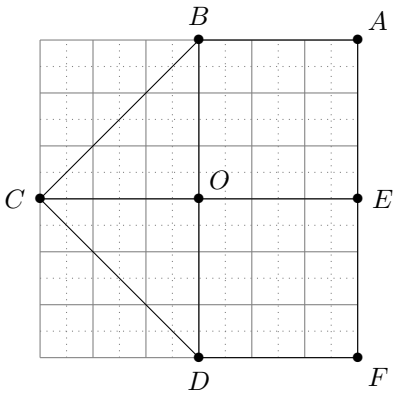
Dire lesquelles des possibilités suivantes sont correctes (il y a peut-être plus d'une bonne réponse par ligne) :

	Possibilité A	Possibilité B	Possibilité C
Si la translation de vecteur $\overrightarrow{QR}$ transforme S en T	alors $QR = TS$	alors $\overrightarrow{QR} = \overrightarrow{ST}$	$\overrightarrow{QR} = \overrightarrow{TS}$
Si $\overrightarrow{UV} = \overrightarrow{WX}$	alors (UV) est parallèle à (WX)	$[UW]$ et $[XV]$ ont même milieu	$UVWX$ est un parallélogramme.

Faire l'exercice 6 de la page 210.

Correction à la page 1070.

Exercice 783



Construire les vecteurs $\vec{u} = \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FE}$, $\vec{v} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DE}$, $\vec{w} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DF}$, $\vec{r} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{OA}$, et $\vec{s} = \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{EA}$.
Correction à la page 1071.

Exercice 784

Soient les points $A(3;2)$, $B(0;0)$ et $C(4;0)$. Dessiner et construire sur la feuille les points P et M définis par

(a) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}$

(b) $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$

Montrer que

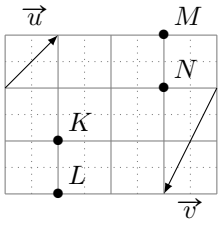
(a) $BAPC$ est un parallélogramme ;

(b) A est le milieu du segment $[PM]$.

Correction à la page 1071.

Exercice 785

Vrai ou faux ?



(a) $\overrightarrow{KL} + \vec{u} = \overrightarrow{LN}$

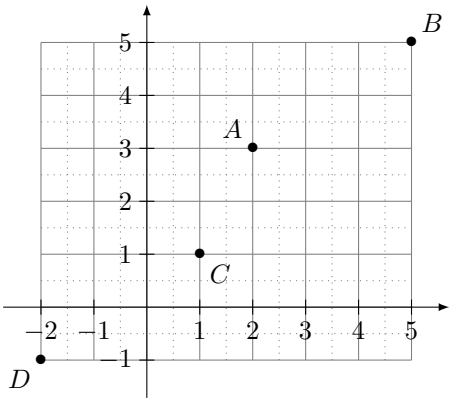
(b) $\overrightarrow{LK} = \vec{u} + \vec{v}$

(c) $\overrightarrow{KM} = \overrightarrow{LK} + \vec{u}$

Faire l'exercice 16 de la page 211.
Correction à la page 1071.

Exercice 786

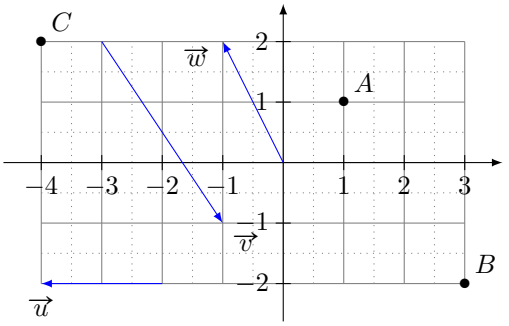
Donner les coordonnées des points A, B, C et D ainsi que celles des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$. Qu'en déduire quant au quadrilatère $ABCD$?



Sur le même dessin, placer les vecteurs $\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ ainsi qu'un point X tel que $\overrightarrow{AX} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Faire l'exercice 27 de la page 213.
Correction à la page 1071.

Exercice 787



(a) À partir du dessin ci-contre, donner les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CA}$.

(b) Dessiner deux représentations du vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$.

(c) Pour quel point E a-t-on $\overrightarrow{AE} = -\vec{u}$? Quelles sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AE}$?

Faire l'exercice 21 de la page 212.
Correction à la page 1071.

Exercice 788

Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ dans les situations suivantes.

(a) $A = (0, 0)$, $B = (-3, 7)$

(b) $A = (1, 2)$, $B = (-4, -5)$

(c) $A = (6, -8)$, $B = (9, -3)$.

Faire l'exercice 24 de la page 212.
Correction à la page 1071.

Exercice 789

Simplifier au maximum les expressions suivantes.

(a) $\vec{r} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}$

(b) $\vec{v} = \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AK}$

(c) $\vec{u} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AB}$.

(d) $\vec{w} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{KM} - \overrightarrow{ON}$.

Correction à la page 1071.

Exercice 790

Soient les points $O = (0; 0)$, $A = (1; -2)$, $B = (5; 5)$, et $C = (-3; 0)$.

(a) Donner les coordonnées des vecteurs $\vec{u} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$ et $\vec{w} = \overrightarrow{AC}$.

(b) Donner les coordonnées des vecteurs $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} + \vec{w}$ et $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$.

Faire l'exercice 27 de la page 213 et 82, page 217.
Correction à la page 1071.

Exercice 791

Placer les points $A = (-1; -1)$, $B = (3; 1)$, $C = (2; 3)$ et $D = (-1; 1)$ dans un repère.

(a) Est-ce que $ABCD$ est un parallélogramme ?

(b) Construire le point E tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$, et donner les coordonnées du point E.

(c) Démontrer que $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BE}$. Qu'en déduire sur le point B par rapport au segment $[BC]$?

Faire l'exercice 39, page 214.
Correction à la page 1071.

Exercice 792

Soient les parallélogrammes $ABCD$ et $ABDE$. Faire un dessin.

(a) À partir des points A, B, C, D et E, donner deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$.

(b) Où se trouve le point D par rapport au segment $[EC]$? Conjecturer et prouver.

(c) Soit F le symétrique de C par rapport à D (donc D est le milieu de $[CF]$). Montrer que $DFEA$ est un parallélogramme.

Correction à la page 1071.

Exercice 793

Soient les points de coordonnées $A = (-2; 4)$, $B = (3; 3)$, $C = (-1; 0)$ et $D = (4; -1)$

(a) Démontrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

(b) Est-ce que $ABCD$ est un losange ?

Correction à la page 1071.

Exercice 794

Soient les points $A = (0; 0)$, $B = (2; 1)$, $C = (-2; 3)$, $E = (-3; -2)$ et $F = (1; 5)$.

(a) Calculer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

(b) Prouver que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{FC}$.

(c) Que peut-t-on dire du quadrilatère $AECF$?

(d) Montrer que les segments $[FE]$ et $[BD]$ ont même milieu.

Correction à la page 1071.

Exercice 795

Un poisson nage perpendiculairement d'une rive à l'autre d'un fleuve à la vitesse de 15 km/h. Le fleuve a une largeur de 25 m et le poisson est emporté par un courant de 5 km/h. De combien de mètres sera-t-il dévié dans le sens du courant durant sa traversée ?

Correction à la page 1072.

Exercice 796

Soit un triangle ABC et I, J et K les milieux de $[AB]$, $[BC]$ et $[CA]$. Prouver que $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{KC}$.

Correction à la page 1073.

Exercice 797

Soit un quadrilatère $ABCD$ et I, J, K et L les milieux des segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$. Faire un dessins. Démontrer que le quadrilatère $IJKL$ est un parallélogramme.

Faire l'exercice 90, page 218.

Correction à la page 1073.

Exercice 798

Soient $[AC]$ et $[BD]$ deux diamètres d'un cercle. Montrer que $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

Indice : Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

Correction à la page 1073.

Exercice 799

Nous considérons les points $A(0; 2)$, $B(4.5; 4.5)$ et $D(1.5; -2)$ ainsi que le vecteur $\vec{u} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1.5 \end{pmatrix}$.

(a) Placer ces points dans un repère et construire le point C tel que $\overrightarrow{AC} = \vec{u}$.

(b) Construire l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BD}$. Nous nommons E ce point.

(c) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ ainsi que la distance AB.

(d) Démontrer que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

(e) Pourquoi peut-on affirmer que $ABCD$ est un parallélogramme ?

(f) Calculer les coordonnées du point E.

Correction à la page 1073.

22.8 Équation de droite

Exercice 800

Représenter graphiquement les droites d'équations :

(a) $y = 3x - 1$

(b) $x = -4$

(c) $x = -6x + 5$

(d) $y = 3$

Correction à la page 1073.

Exercice 801

Les points $A(0; 2)$, $B(-2; -14)$, $C(4; -16)$ et $D(6; 26)$ sont-ils sur la droite d'équation $y = 5x - 4$?

Faire les exercices 8 et 10 de la page 186.

Correction à la page 1073.

Exercice 802

Pour chacune des droites suivantes, donner le coefficient directeur et l'ordonnée du point d'abscisse 5.

(a) $y = x - 2$

(b) $y = \frac{3}{2}x + 4$

(c) $y = -3$

(d) $y = 4 - x$

Correction à la page 1074.

Exercice 803

Un chemin de pente constante 80% relie un village situé à 300 m d'altitude à un château fort situé à 500 m d'altitude. Quelle est la longueur du chemin ?

Correction à la page 1074.

Exercice 804

Soient les points $A = (-2; -6)$ et $B = (0; 7)$. Quel est le coefficient directeur de la droite (AB) ?

Correction à la page 1074.

Exercice 805

Dessiner la droite passant par les points $K(-2; 5)$ et $L(1; -2)$. Déterminer graphiquement son équation.

Correction à la page 1074.

Exercice 806

Tracer la droite passant par les points $A(1; 2)$ et $B(2; 5)$. Quelle est l'équation de la droite parallèle à (AB) et passant par l'origine ?

Faire l'exercice 20 à la page 186.

Correction à la page 1074.

Exercice 807

Tracer la droite de coefficient directeur 2 passant par le point $A(-2; 3)$. Déterminer son équation.

Correction à la page 1074.

Exercice 808

Soient les points $A = (2; 4)$ et $B = (-4; -5)$.

(a) Prouver que la droite (AB) a pour équation $y = 1.5x + 1$.

(b) Donner l'équation de la droite parallèle à (AB) passant par l'origine O du repère. Nous allons appeler d cette droite.

(c) Le point $E = (6; 9)$ appartient-il à la droite d ?

(d) Calculer les longueurs AB et OE. Que pouvons-nous en déduire ?

Correction à la page 1074.

Exercice 809

Dans un repère orthonormé nous posons $A(4; 0)$ et $C(1; 3)$.

(a) Calculer les coordonnées du point B tel que $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OA}$.

(b) Donner les équations des droites (OC), (AB) et (BC).

(c) Lesquelles parmi ces trois droites sont parallèles ?

(d) Donner l'équation de la droite parallèle à (OB) passant par A.

(e) (plus difficile) Déterminer l'équation de la droite passant par C et perpendiculaire à (AB).

Correction à la page 1074.

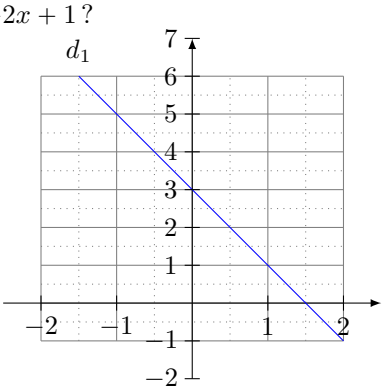
Exercice 810

Quelle est l'abscisse du point d'ordonnée -5 de la droite d'équation $y = -2x + 1$?

Correction à la page 1074.

Exercice 811

À partir du dessin ci-contre :



(a) Déterminer l'équation de la droite d_1.

(b) Tracer une droite d_2 parallèle à d_1 et donner son équation.

(c) Déterminer une équation de la droite d_3 passant par $A(-10; -6)$ et $B(14, 6)$.

(d) Calculer les coordonnées de l'intersection $d_1 \cap d_3$.

Correction à la page 1074.

Exercice 812

Pour chacun des couples de droites suivants, déterminer si possible les intersection (par le calcul) et dessiner.

(a) $d_1 : y = 5$ et $d_2 : y = 2x + 3$

(b) $d_3 : y = 2x - 4$ et $d_4 : x = 6$

(c) $d_5 : y = 2x + 3$ et $d_6 : y = 2x - 1$.

Faire les exercices 24 à 31 de la page 187.
Correction à la page 1074.

Exercice 813

Soit d_1 la droite d'équation $y = 2x - 1$.

(a) Déterminer l'équation de la droite d_2 parallèle à d_1 et passant par $A(-2;1)$.

(b) Soient les points $C(-1;2)$ et $E(1;6)$. Est-ce que la droite (CE) est parallèle à d_1 ?

(c) Le point $B(1;3)$ est-il sur la droite (CE) ?

(d) Les droite (CE) et d_2 sont-elles sécantes ?

Correction à la page 1074.

Exercice 814

Donner l'équation d'une droite coupant la droite $d_1 : y = -3x + 7$ en un point d'ordonnée 29.
Correction à la page 1074.

Exercice 815

Soit la droite d d'équation $y = 12x - 17$.

(a) Déterminer les coordonnées du point A situé sur d d'abscisse 2.

(b) Déterminer les coordonnées du point B situé sur d d'ordonnée 427.

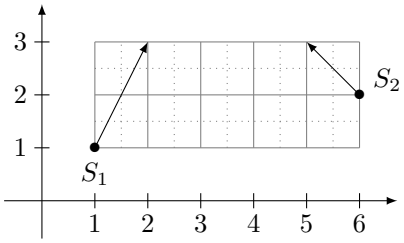
Correction à la page 1074.

Exercice 816

Donner l'équation de la droite passant par le point $(-2;7)$ et parallèle à la droite (OA) avec $A(4;-1)$.
Correction à la page 1074.

Exercice 817

Deux sous-marins veulent déterminer la position d'un porte-avion ennemi. Le sonar d'un sous-marin ne peut pas déterminer la position d'un objet, mais seulement la direction dans laquelle il se trouve. Dans un repère dont l'unité est la dizaine de kilomètres, la situation est dessinée ci-contre ; les sous-marins sont situés aux points S_1 et S_2, et les directions dans lesquelles ils voient le porte-avion est donné par les flèches. Déterminer la position du porte-avion.



Est-il à portée de tir si les torpilles ont une portée de 50 km ?
Correction à la page 1074.

Exercice 818

Soient les points $A(1;1)$ et $B(10;10)$.

(a) Est-ce que le point $S(4;3)$ est sur la droite (AB) ?

(b) Pour quelle valeur de a le point de coordonnées $(4;a)$ est sur la droite (AB) ?

Correction à la page 1075.

Exercice 819

(a) Soit $F = (4;1)$. Donner un point E tel que (EF) soit parallèle à la droite représentative de la fonction $f(x) = 3x - 1$.

(b) Pour quelle valeur de a, la droite représentative de $f(x) = 3x+1$ est-elle parallèle à la droite représentative de $g(x) = ax - 9$?

Correction à la page 1075.

Exercice 820

Dans chacune des configurations suivantes, dire si les droites d_1 et d_2 sont sécantes. Si elles le sont, donner le point d'intersection.

(a) $d_1 : y = x - 1$ et $d_2 : y = -3x + 3$.

(b) $d_1 : y = 5x - 1$ et $d_2 : y = -2x$.

(c) $d_1 : y = 5x - 1$ et $d_2 : y = 2 + 5x$.

Faire l'exercice 32 de la page 187.
Correction à la page 1075.

Exercice 821

(a) Est-ce que les points $K(10;32)$, $L(16;24)$ et $E(30;22)$ sont alignés ?

(b) Un joueur situé à la position $K(10;32)$ sur la carte d'un jeu de combat veut tirer sur un ennemi situé à la position $E(30;22)$. Peut-il l'atteindre sans toucher son ami positionné en $A(22;28)$?

Faire les exercices 36 et 39 de la page 187.
Correction à la page 1075.

Exercice 822
Quelle est l'ordonnée du point d'abscisse 4 sur la droite passant par les points $O(0;0)$ et $K(1;2)$.
Correction à la page 1075.

Exercice 823
Un randonneur suit un sentier de 315 m de long pour un dénivelé total de 90 m. Quel est le pourcentage de la pente ? (vous pouvez donner une réponse approchée)
Correction à la page 1075.

Exercice 824
Donner les équations de deux droites qui ont le point $(10;15)$ comme point d'intersection.
Correction à la page 1075.

Exercice 825
Soient les points $A = (0;-9)$ et $B = (3;0)$.

(a) Donner l'équation de la droite d passant par A et B.

(b) Soit la droite d' d'équation $y = -x + 11$. Calculer les coordonnées du point d'intersection entre d et d'.

Correction à la page 1075.

Exercice 826

(a) Pour quelle valeur de b le point $(1,4)$ est-il sur la droite d'équation $y = -x + b$?

(b) Pour quelle valeur de k le point (k,k) est-il sur la droite d'équation $y = \frac{x}{2} + 10$?

Correction à la page 1075.

Exercice 827
Une ligne de chemin de fer doit être construite entre des villes A et B. La ville B est à 60 km au nord et 20 km à l'ouest de la ville A. Une route droite relie déjà ces deux villes et le cahier de charge indique que le chemin de fer doit être parallèle à la route, tout en passant par la gare la plus proche de A, à savoir une petite gare située à 1 km à l'est de A.

(a) Faire un dessin de la situation en choisissant un système d'axe pratique à utiliser.

(b) Un vieux château situé à 15 km au sud et 6 km à l'est de B est un monument classé. Est-ce que cela pose un problème en ce qui concerne le tracé du chemin de fer ?

Correction à la page 1075.

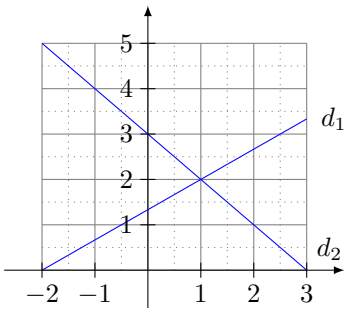
Exercice 828
À propos de la figure ci-contre.

(a) Donner les équations des deux droites.

(b) Calculer les coordonnées du point d'abscisse 13 se trouvant sur la droite d_1.

(c) Retrouver le point d'intersection par le calcul.

Correction à la page 1075.



22.9 Intervalle de confiance et de fluctuation (2A)

Exercice 829
Nous savons qu'environ 31% des collégiens anglais souffrent d'asthme. Un collège recensant 284 élèves compte 57 élèves ayant mentionné des problèmes d'asthme sur leur fiche médicale.

(a) Est-ce que la proportion de élèves souffrant d'asthme est normale ?

(b) Doit-on s'inquiéter de l'état de santé des élèves de ce collège ?

Correction à la page 1075.

Exercice 830
Selon une étude fiable, 26% des français se déclarent allergiques au pollen. Dans un petit village de 400 personnes, on relève 120 personnes allergiques. Peut-on dire que le taux d'allergies dans ce village est anormalement élevé ?
Correction à la page 1075.

Exercice 831
Nous supposons que la proportion des français souffrant d'acné est de 0.2. Une étude portant sur 1000 personnes montre que 312 d'entre elles souffrent d'acné. Est-ce que cet échantillon est «normal» ?

Correction à la page 1076.

Exercice 832

La réserve indienne d'Aamjiwnaang compte environ 700 habitants. Sur les 132 enfants nés entre 1999 et 2003, 46 étaient des garçons. Est-ce normal ?

Correction à la page 1076.

Exercice 833

Une association de riverains se plaint d'un carrefour sur lequel trop de monde oublie son clignotant. Elle affirme que 40% des automobilistes tournent sans clignotant. La mairie décide de prendre le problème à bras le corps et place un policier pour compter. Sur 500 voitures observées, le policier note 190 oublis de clignotant.

(a) Déterminer un intervalle de confiance au seuil 95%

(b) D'après cet échantillon, peut-on valider les allégations de notre association de riverains ?

(c) Combien de voitures faut-il observer pour obtenir un intervalle de confiance d'une amplitude inférieure à 0.05 ?

Correction à la page 1076.

Exercice 834

Nous souhaitons estimer la proportion de personnes dans une ville V souffrant de surpoids. Pour cela, les enquêteurs ont sélectionné 460 personnes de manière aléatoire à partir de la liste des logements connus par la municipalité.

(a) Dans un premier temps, les enquêteurs veulent savoir si l'échantillon sélectionné est représentatif de la population de la ville. Ils savent que la ville comprend 46% d'hommes et 20% de personnes de plus de 60 ans.

(a1) Déterminer l'intervalle de fluctuation au seuil de 0.95 de la proportion de femmes dans un échantillon de 460 personnes de la ville.

(a2) Déterminer l'intervalle de fluctuation au seuil de 0.95 de la proportion de personnes de plus de 60 pour un échantillon de 460 personnes de la ville.

(a3) Le tableau suivant montre comment est composé l'échantillon prélevé par les enquêteurs :

	hommes	femmes	total
plus de 60 ans			108
moins de 60 ans			352
total	200	260	460

Nous disons que l'échantillon est représentatif de la ville si pour chacune des variables «âge» et «genre», la l'intervalle de fluctuation (précédemment calculé) contient la valeur de l'échantillon.

Est-ce le cas ici ?

(b) Dans l'échantillon représentatif, la fréquence des personnes en surpoids est de 29.5%. Déterminer un intervalle de confiance au seuil 95% pour la proportion réelle dans la ville.

Correction à la page 1076.

Exercice 835

Un sondage portant sur 100 personnes montre que le candidat K à une élection municipale obtiendrait 44% des votes au premier tour. La règle électorale indique qu'un candidat obtenant 50% des suffrages gagne dès le premier tour. Monsieur K affirme qu'il compte gagner sans second tour. Est-il trop optimiste ?

Le lendemain, un autre sondage, basé sur 1000 personnes lui donnerait 46%. Étant monté de 1%, il estime que ses chances de gagner ont encore augmenté. Qu'estimez-vous ?

Correction à la page 1076.

Exercice 836

Un (vrai) fan de Michael Jackson possède une liste de lecture de 300 titres dont 100 de son idole. En mode «lecture aléatoire» sur une liste de 50 chansons, il remarque que sont lecteur lui sort du Micheal Jackson trois fois sur quatre. Est-ce qu'il peut soupçonner son mode aléatoire de ne pas être tellement aléatoire ?

Correction à la page 1076.

Exercice 837

Lors d'une élection, un sondage portant sur un échantillon aléatoire de 1000 personnes donne 400 votants en faveur d'un candidat L. Au risque d'erreur de 5%, quelle information peut-on obtenir sur la proportion réelle d'électeurs envisageant de voter pour L ?

Quel conseil donneriez-vous à quelqu'un qui voudrait parier un gros paquet sur la victoire de L ?

Correction à la page 1076.

Exercice 838

Un sondage portant sur 500 personnes donne 31% des voix au candidat J. et 37% au candidat K. Le jour du scrutin, monsieur J. prend 36.5% et monsieur K. prend 36%. C'est donc monsieur J. qui remporte l'élection.

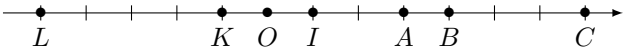
(a) Est-ce que le candidat K. peut être étonné de n'obtenir que 36% alors que les sondages lui donnaient 37% ?

(b) En tant qu'expert statisticien, que pensez-vous de la différence entre les 31% annoncés et les 36.5% obtenus par monsieur J. ?

Correction à la page 1076.

22.10 Vecteurs : colinéarité (2D)

Exercice 839
Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{OL}$ et $\overrightarrow{AK}$ en fonction de $\overrightarrow{OI}$.



Déterminer les réels a et b tels que $\overrightarrow{LK} = a\overrightarrow{KI}$ et $\overrightarrow{KI} = b\overrightarrow{CA}$.
Correction à la page 1076.

Exercice 840
Vrai ou faux ?

(a) Soient A et B deux points distincts du plan, et M un point vérifiant $MA = MB$. Alors B est le symétrique de A par rapport à M.

(b) Si $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{LF}$ alors les points K, L et F sont alignés.

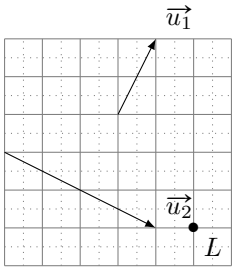
(c) Si $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{GH}$ alors $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{DG}$.

Correction à la page 1076.

Exercice 841
Sur le dessin :

(a) Tracer les vecteur $-2\overrightarrow{u_1}$ et $\frac{3}{2}u_2$.

(b) Placer le point K de telle sorte que $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{u_2}$.



Correction à la page 1077.

Exercice 842
Donner les coordonnées du vecteur $k\overrightarrow{v}$ dans les cas suivants :

(a) $k = 4$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$; | (b) $k = -3$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ | (c) $k = -1$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-6\\-4\end{pmatrix}$.

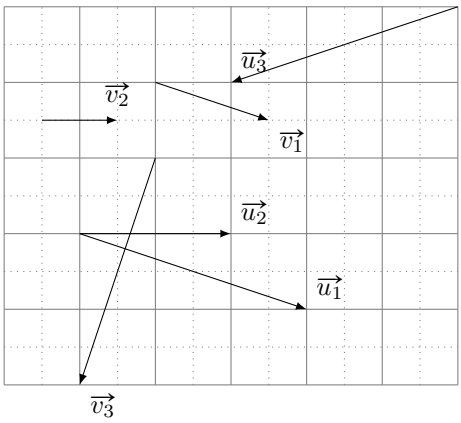
Correction à la page 1077.

Exercice 843
Existe-t-il un réel k tel que $v = k\overrightarrow{u}$ dans les cas suivants ?

(a) $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1.5\\3\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-3\\6\end{pmatrix}$ | (b) $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix}2\\2.5\end{pmatrix}$ | (c) $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2.5\\-1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$.

Correction à la page 1077.

Exercice 844
Donner si possible des nombres a, b et c tels que $\overrightarrow{u_1} = a\overrightarrow{v_1}$, $\overrightarrow{u_2} = b\overrightarrow{v_2}$ et $\overrightarrow{u_3} = c\overrightarrow{v_3}$.



Correction à la page 1077.

Exercice 845

Nous considérons les points $A(-1;1)$, $B(5;3)$ et $C(5;5)$. Faire un dessin qui sera complété au fur et à mesure.

(a) Calculer les coordonnées de M tel que $\overrightarrow{MC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

(b) Calculer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

(c) Quelles sont les coordonnées du milieu I de $[CD]$?

(d) Prouver que les points I, M et B sont alignés.

Correction à la page 1077.

Exercice 846

Soient les points $A(-3;-1)$, $B(5;-3)$ et $D(10;10)$. Si nous posons $K(14;a)$, pour quelle valeur de a les droites (AB) et (KD) sont parallèles ?

Correction à la page 1078.

Exercice 847

Nous considérons les points $A(-8;-1)$, $B(-4;7)$, $C(5;8)$ et $D(1;0)$.

(a) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.

(b) Que peut-on en déduire à propos du quadrilatère $ABCD$?

(c) Est-ce que $ABCD$ est un losange ? Justifier.

(d) Nous définissons le point L par l'égalité

$$\overrightarrow{AL} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$$

Montrer que les coordonnées de L sont $\left(-\frac{11}{3};2\right)$.

(e) Calculer les coordonnées du milieu J de $[AB]$.

(f) Les ponts J, L et D sont-ils alignés ?

Correction à la page 1078.

Exercice 848

Soient les points $A(-2;2)$, $B(5;6)$ et $C(4;1)$.

(a) Calculer les coordonnées de M tel que $\overrightarrow{MC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

(b) Calculer les coordonnées de D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

(c) Calculer les coordonnées de I, milieu de $[CD]$.

(d) Démontrer que I, M et B sont alignés.

Correction à la page 1078.

Exercice 849

Soient les points $A(1;2)$, $B(-2;4)$ et $C(-1;1)$.

(a) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

(b) Déterminer par le calcul les coordonnées du point E tel que $-2\overrightarrow{EA} + 3\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{AC}$.

(c) Soit $F(x, x+1)$. Déterminer pour quelle valeur de x les droites (AB) et (CF) sont parallèles.

Correction à la page 1078.

Exercice 850

Dire si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires dans les cas suivants. Si oui, donner le nombre a tel que $\vec{u} = a\vec{v}$.

(a) $\vec{u}\begin{pmatrix}10\\15\end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix}30\\45\end{pmatrix}$

(b) $\vec{u}\begin{pmatrix}10\\15\end{pmatrix}$ et $\vec{v}=\begin{pmatrix}30\\-45\end{pmatrix}$

(c) $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}=\begin{pmatrix}1.5\\3\end{pmatrix}$

(d) $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}=\begin{pmatrix}-1\\2/3\end{pmatrix}$

(e) $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\15\end{pmatrix}$ et $\vec{v}=\begin{pmatrix}8/5\\12\end{pmatrix}$

Correction à la page 1078.

Exercice 851

Soit une parallélogramme $ABCD$; nous définissons les points M et N de telle sorte que $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN}=3\overrightarrow{AD}$.

(a) Montrer que $\overrightarrow{CM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$.

(b) Est-il possible de trouver un réel k tel que $\overrightarrow{CN}=k\overrightarrow{CM}$?

Correction à la page 1078.

Exercice 852

Soient les points $A(2;1)$, $B(5;4)$ et $C(6;3)$.

(a) Quelle est la nature du triangle ABC ?

(b) Calculer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{BC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$.

Correction à la page 1078.

Exercice 853

Nous considérons les points $A(1;2)$, $B(-2;4)$ et $C(-1;1)$ dans un repère orthonormé. Soit $F(x;x+1)$; déterminer pour quelle valeur de x les droites (AB) et (CF) sont parallèles.

Correction à la page 1078.

Exercice 854

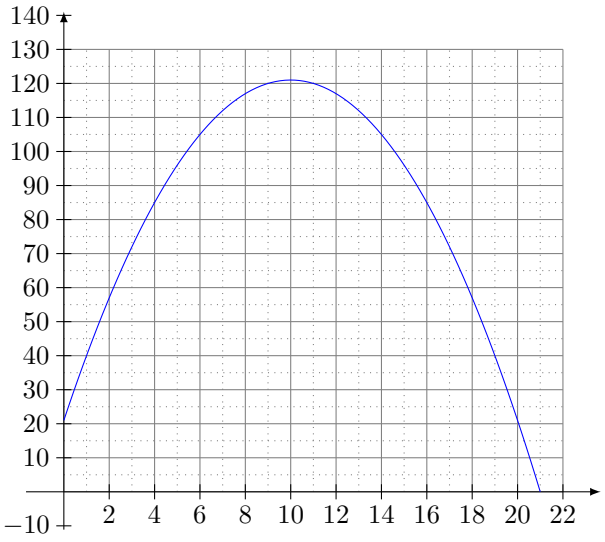
Soient les points $K(10;3)$, $L(-7;9)$ et $M(0;12)$. Donner les coordonnées d'un point F tel que (KL) soit parallèle à (MF).

Correction à la page 1078.

22.11 Le second degré

Exercice 855

La trajectoire d'un boulet de canon est donnée par le graphe ci-dessous :



(a) Déterminer graphiquement pendant combien de temps la hauteur du boulet est-elle supérieure à 85 m ?

(b) En admettant que $h(x)=-x^2+20x+21$,

(b1) Montrer que $h(x)-85=-(x-4)(x-16)$.

(b2) Résoudre sur $[0,21]$ l'inéquation $-(x-4)(x-16)\geqslant 0$.

Correction à la page 1078.

Exercice 856

Vrai ou faux ?

(a) Pour $x = 0$, nous avons $x^2 - 2x = x(x-2)$.

(b) Pour $x = 1$, nous avons $x^2 - 2x = x(x-2)$.

(c) Pour tout réel x, nous avons $x^2 - x = x(x+3)$.

(d) Il existe un réel x tel que $x^2 - x = x(x+3)$.

Correction à la page 1078.

Exercice 857

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2$ et C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé du plan. Est-ce que le point $A(1+\sqrt{2}; 1)$ appartient à C_f ?

Correction à la page 1078.

Exercice 858

Écrire le tableau de variations de la fonction $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 8$ définie sur $\mathbb{R}$.

Correction à la page 1078.

Exercice 859

Soit la fonction f définie sur $[-1, \infty[$ par $f(x) = x^2 + 2x - 8$.

(a) Montrer que $f(x) = (x-2)(x+4)$ et résoudre $f(x) = 0$.

(b) Étudier les variations de f.

(c) Calculer les images de -1, 0, 1 et 3 par f.

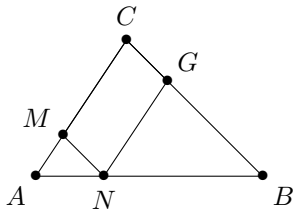
(d) Quels sont les antécédents de 1 par f ?

Correction à la page 1078.

Exercice 860

Le triangle ABC est quelconque, le point M est variable sur le segment $[AC]$. Nous notons x la distance AM. Les points N et G sont placés sur les côtés $[AB]$ et $[BC]$ de telle sorte que $CGNM$ soit un parallélogramme.

Nous notons $f(x)$ l'aire de AMN et $g(x)$ celle de NBG.



(a) Voici un tableau de variation :

x	0		6
	15	$\searrow$	
			0

Est-ce celui de f ou de g ?

(b) Dresser le tableau de variations de l'autre fonction.

(c) On note h la fonction qui donne l'aire du parallélogramme $CGNM$ en fonction de x. Roger affirme que la fonction h est croissante sur $[0, 6]$. Qu'en penser ?

Correction à la page 1078.

Exercice 861

Un oiseau plonge dans l'eau depuis une branche. La trajectoire de l'oiseau est donnée par une fonction $h(x)$ donnant sa hauteur au dessus du niveau de l'eau. Il s'agit d'une parabole donnée par $h(x) = x^2 - 6x + 5$ pour $x \in [0; 6]$.

(a) Quelle est la hauteur de la branche ?

(b) Montrer que $h(x) = (x-3)^2 - 4$

(c) Donner le tableau de variations de h.

(d) Jusqu'à quelle profondeur plonge l'oiseau ?

(e) Quelle équation faut-il résoudre pour trouver à quel endroit l'oiseau entre et sort de l'eau ?

(f) Résoudre cette équation.

(g) Donner un tableau de signe de h.

(h) Dessiner l'allure générale de la trajectoire de l'oiseau.

Correction à la page 1078.

Exercice 862

(a) Pour quelle(s) valeur(s) de a, le point $(a, 4)$ est sur la graphique de la fonction carré ?

(b) Pour quelle(s) valeur(s) de a, le point $(-3, a)$ est sur la graphique de la fonction carré ?

Correction à la page 1078.

Exercice 863

Compléter :

(a) Si $0 \leqslant x \leqslant \sqrt{3}$ alors $\ldots \leqslant x^2 \leqslant \ldots$.

(b) Si $-2 < x < 0$ alors $\ldots < x^2 < \ldots$.

(c) Si $-2 \leqslant x \leqslant 3$ alors $\ldots \leqslant x^2 \leqslant \ldots$.

Correction à la page 1079.

Exercice 864

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

(a) $x^2 = 4$

(b) $x^2 + 2 = 0$

(c) $x^2 < 36$

(d) $x^2 \geqslant 16$.

Correction à la page 1079.

Exercice 865

Résoudre les équations suivantes :

(a) $4x^2 - (x+3)^2 = 0$

(b) $4(2x-1)^2 = (x-3)^2$

(c) $9x^2 - (2x-1)^2 = 0$

Correction à la page 1079.

Exercice 866

En utilisant les propriétés de la fonction carré, donner un encadrement de x^2 dans chacun des cas suivants :

(a) $5 \leqslant x \leqslant 6$

(b) $x \leqslant -3$

(c) $-2 < x < 3$

(d) $1.3 \leqslant x \leqslant 2.7$

(e) $-2 \leqslant x \leqslant 2$

(f) $-1.1 < x < 2.3$

(g) $x \geqslant -4$

(h) $-7 < x < -2$

(i) $x < 8$

(j) $x > 8$

Correction à la page 1079.

Exercice 867

Résoudre les équations et inéquations suivantes. Les solutions des inéquations doivent être données sous forme d'intervalle.

(a) $x^2 = 16$

(b) $x^2 \geqslant 4$

(c) $x^2 = 144$

(d) $(x+1)^2 = 9$

(e) $(x-1)^2 = 0$

(f) $x^2 < 36$

(g) $(x+4)^2 \geqslant 9$

(h) $(3x-7)^2 < 49$.

Correction à la page 1079.

Exercice 868

Nous voudrions comparer les nombres $A = \sqrt{2} + \sqrt{7}$ et $B = \sqrt{9 + 2\sqrt{14}}$ sans faire appel à la calculatrice.

(a) Calculer A^2 et B^2 (penser aux identités remarquables).

(b) Que peut-on déduire comme comparaison entre A^2 et B^2 ?

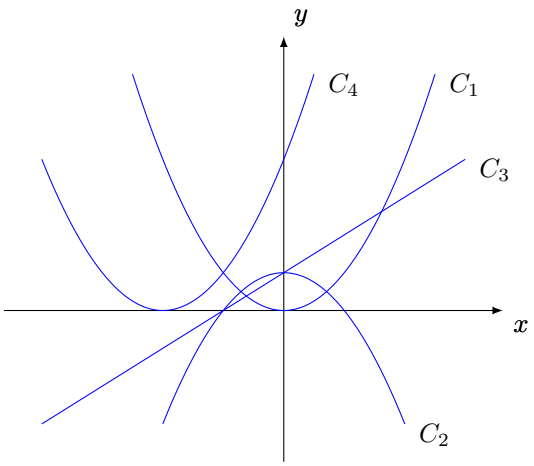
(c) Déduire une comparaison entre A et B en expliquant les étapes du raisonnement.

Correction à la page 1079.

Exercice 869

Faire correspondre à chaque graphique l'expression correspondante :

(a) $f_a(x) = x + 1$
(b) $f_b(x) = (x + 2)^2$
(c) $f_c(x) = x^2$
(d) $f_d(x) = 1 - x^2$



Expliquer les éléments qui ont permis l'identification.
Correction à la page 1079.

Exercice 870

Nous voulons creuser une piscine cylindrique de 5 m de profondeur, mais vu que l'eau coûte cher, nous la voulons d'un volume de 45 m^3. Quel doit être le rayon ?
Donner une réponse exacte et une approximation numérique.
Correction à la page 1079.

Exercice 871

Pour quelle(s) valeurs de x a-t-on $x^2 = 9$?
Correction à la page 1079.

Exercice 872

Résoudre l'inéquation $x^2 < 25$. Écrire la solution sous forme d'intervalle et la représenter graphiquement.
Correction à la page 1079.

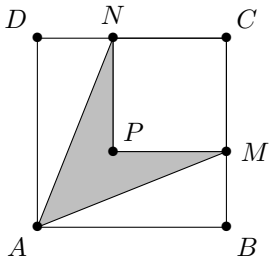
Exercice 873

(a) Si x est un nombre plus petit que 2, puis-je affirmer que $x^2 < x$?
(b) Si x est un nombre plus petit que -3 puis-je affirmer que x^2 sera plus petit que -9 ?
(c) Si $x < 1$, alors $x^2 < 1$. Vrai ou faux ?

Correction à la page 1079.

Exercice 874

Nous considérons un carré $ABCD$ de côté 5 cm. Le point M est sur $[BC]$ et N sur $[CD]$ et sont tels que $BM = DN$. Le point P est placé de telle façon à ce que $MCNP$ soit un carré. Les points M et N sont mobiles et nous notons x la distance BM.



(a) Exprimer en fonction de x les aires du carré $MCNP$ et des triangles ABM et ADN.
(b) En déduire que l'aire de la zone grisée est donnée par $A(x) = -x^2 + 5x$ pour $x \in [0; 5]$.
(c) Montrer que $A(x) = -(x - 2.5)^2 + 6.25$.
(d) Le but maintenant est de déterminer où placer M de telle sorte que l'aire de la zone grisée soit supérieure ou égale à 5.25 cm^2
  (d1) Montrer que pour tout réel x,
  $A(x) - 5.25 = (x - 3.5)(1.5 - x)$.

(d2) Dresser le tableau de signes de
$f(x) = (x - 3.5)(1.5 - x)$

(d3) En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $A(x) \geqslant 5.25$.

(d4) Conclure.

Correction à la page 1079.

22.12 Probabilités

Attention : vous devez laisser sur votre feuille les traces de vos recherches et les étapes intermédiaires de vos calculs !

Exercice 875

On tire une carte d'un paquet de 52 cartes. Donner la probabilité des événements suivants :

(a) «La carte tirée est la dame de cœur»

(b) «La carte tirée est rouge»

(c) «La carte tirée est un dix»

(d) «La carte tirée est une rouge ou un as».

Correction à la page 1081.

Exercice 876

Nous considérons le tirage d'une carte au hasard dans un paquet de 52 cartes, et les événements suivants : A : «tirer un as» , B : «tirer une carte rouge» et C : «tirer un cœur». Exprimer les événements suivants par une phrase en français.

(a) $A \cap C$
(b) $A \cap B$
(c) $A \cup C$
(d) $A \cup B$
(e) $B \cap \bar{C}$.

Correction à la page 1081.

Exercice 877

Nous prélevons 250 pièces produites par une machine, et nous contrôlons la qualité et remarquons alors que 10 des pièces prélevées sont trop lourdes tandis que 15 sont trop légères. Nous admettons que l'échantillon est représentatif de l'ensemble de la production de la machine.

(a) Si nous prenons une pièce au hasard parmi les pièces produites, quelle est la probabilité que la masse ne soit pas correcte ? (trop lourde ou trop légère)

(b) Sachant que la pièce prélevée a une masse inadéquate, quelle est la probabilité qu'elle soit trop lourde ?

Correction à la page 1081.

Exercice 878

Un étalage de yaourts se compose comme suit :

	cerise	fraise	nature	total
bio	20	50	50	120
pas bio	70	150	200	420
total	90	200	250	540

Nous nommons C l'événement «prendre un yaourt à la cerise», F l'événement «prendre un yaourt à la fraise», N l'événement «prendre un yaourt nature» ainsi que B l'événement «prendre un yaourt bio» et P l'événement «prendre un yaourt non bio».

(a) Nous supposons être pressé et prendre un yaourt au hasard dans le rayon.

(a1) Quelle est la probabilité qu'il soit à la fraise ?

(a2) Quelle est la probabilité qu'il soit non bio ?

(b) Nous sommes maintenant (un peu) plus attentif.

(b1) En sachant que le yaourt pris est à la cerise, quelle est la probabilité qu'il soit à bio ?

(b2) En sachant que le yaourt pris est bio, quelle est la probabilité qu'il soit nature ?

(c) Calculer $P(F \cap B)$ et $P(C \cup P)$.

(d) Soit K l'événement «Prendre un yaourt bio à la fraise ou à la cerise». Décrire par une phrase l'événement contraire, et l'exprimer à l'aide de B, P, F, C, N et de leurs contraires.

Correction à la page 1081.

Exercice 879

Un vendeur de téléphones s'est intéressé aux motifs de mécontentement de ses clients. Plus précisément il a noté les clients qui se plaignait de batterie défectueuses et d'écrans griffés. Sur 600 téléphones retournés en magasin, il a noté les résultats suivants :

	batterie ok	batterie défectueuse	total
écran ok		150	350
écran griffé		50	
total	400		600

Par exemple le nombre 250 représente le nombre de téléphones retournés avec un écran griffé. Nous notons les événements suivants :

— E : «le téléphone a un écran griffé»
— B : «la batterie du téléphone est défectueuse»

(a) Expliquer en français ce que représente le nombre 150 du tableau, et le compléter.

(b) Nous tirons un téléphone au hasard parmi les 600. Décrire les événements K, L et M à l'aide de E et B, et en calculer les probabilités.
— K : «le téléphone a un écran griffé mais la batterie est correcte»
— L : «le téléphone présente au moins un des deux défauts étudiés»
— M : «le téléphone a un défaut autre que l'écran ou la batterie»

Correction à la page 1081.

Exercice 880

Un sac contient trois boules bleues B_1, B_2 et B_3 ainsi que deux boules rouges R_1 et R_2. Nous tirons succéssivement et sans remises deux boules au hasard du sac et nous en notons les couleurs.

(a) Construire l'arbre correspondant à la situation.

(b) À l'aide de l'arbre, déterminer les probabilités des événements suivants

(b1) Obtenir exactement deux boules bleues.

(b2) Obtenir au moins une boule bleue.

(b3) Obtenir au plus une boule rouge.

Correction à la page 1082.

Exercice 881

Un lycée contient 500 élèves dont 350 sont inscrits à une activité sportive et 200 à une activité musicale. En outre, 100 élèves sont inscrits au deux. Nous prenons un élève au hasard dans le lycée et nous considérons les événements suivants :

— A : «l'élève choisi fait du sport»
— B : «l'élève choisi fait de la musique».

(a) Déterminer les probabilités de A et B.

(b) Décrire en français l'événement $A \cap B$. Calculer $P(A \cap B)$.

(c) Décrire en français l'événement $A \cup B$. Calculer $P(A \cup B)$.

(d) Sachant que l'élève choisit ne joue pas de musique, calculer la probabilité qu'il pratique un sport.

Correction à la page 1082.

Exercice 882

Nous tirons deux dés à six faces. Quelle est la probabilité d'avoir au moins un six ?

Correction à la page 1082.

Exercice 883

(a) Nous considérons l'expérience aléatoire qui consiste à tirer une carte au hasard dans un paquet de 52 cartes.

(a1) Quelle est la probabilité de l'événement «La carte tirée est le sept de pique» ?

(a2) Quelle est la probabilité de l'événement «La carte tirée est un roi noir» ?

(a3) Quelle est la probabilité de l'événement «La carte tirée est un valet rouge ou un cœur» ?

(b) Nous avons maintenant deux paquets de cartes et nous tirons une carte de chacun. Quelle est la probabilité d'obtenir les deux six de trèfle ?

Correction à la page 1082.

Exercice 884

Nous tirons un nombre au hasard entre 1 et 25 (y compris). Soient les événements A =«obtenir un nombre divisible par 4» et B =«obtenir un nombre plus grand (ou égal) à 13».

(a) Donner l'ensemble des événements élémentaires qui forment l'événement A.

(b) Calculer la probabilité de A et de B.

(c) Calculer $p(A \cap B)$ et $p(A \cup B)$.

Correction à la page 1082.

Exercice 885

Quelle est la probabilité d'obtenir deux fois le même nombre en lançant deux dés ?

Correction à la page 1082.

Exercice 886

Soient deux événements A et B. On sait que $p(A) = \frac{1}{4}$, $p(B) = \frac{4}{5}$ et $p(A \cap B) = \frac{1}{5}$. Calculer $p(A \cup B)$ et $p(\bar{B})$.

Correction à la page 1083.

Exercice 887

Nous lançons un dé et puis un autre, et nous notons les résultats.

(a) Combien d'éléments contient l'univers (l'ensemble de toutes les issues possibles) de cette expérience ?

(b) Nous considérons maintenant la différence entre le plus grand des deux et le plus petit. Par exemple si nous lançons un 2 puis un 5, nous considérons avoir obtenu trois.

(b1) Dessiner un tableau résumant les différentes possibilités.

(b2) Quelle est la probabilité d'obtenir 1 ? Quelle est la probabilité d'obtenir 6 ?

(b3) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre plus petit ou égal à 3 ?

Correction à la page 1083.

Exercice 888

On tire au hasard trois villes sur une mappemonde. Quelle est la probabilité qu'elles se trouvent toutes dans le même hémisphère ? Nous supposons ici qu'il y a autant de villes dans l'hémisphère nord que dans l'hémisphère sud.

Correction à la page 1083.

Exercice 889

Nous avons deux sacs. Le premier contient une boule jaune, une boule verte et une boule rouge. Le second sac contient une boule jaune, une boule verte et une boule noire. Nous tirons une boule dans chaque sac.

(a) Quelle est la probabilité d'avoir deux boules jaunes ?

(b) Quelle est la probabilité d'avoir au moins une boule verte ?

(c) Quelle est la probabilité d'avoir une boule noire ?

(d) Quelle est la probabilité d'avoir une rouge et une noire ?

Correction à la page 1083.

Exercice 890

Trois personnes jouent au jeu suivant : ils écrivent leurs noms sur un bout de papier qu'ils plient et qu'ils placent dans un chapeau. Ensuite ils reprennent chacun un des papiers au hasard. Ceux qui tirent leur propre nom gagnent.

(a) Est-il possible qu'exactement deux des trois personnes tirent leur noms ? Expliquer.

(b) De combien de façon différentes les papiers peuvent être tirés ? (exemple : A prend le papier de B, B prend celui de A et C prend le sien)

(c) Calculer la probabilité des événements suivants :

(c1) «Tout le monde gagne».

(c2) «Une seule personne gagne» .

(c3) «Personne ne gagne».

Correction à la page 1083.

Exercice 891

Un joueur de poker a quatre cartes en main dont deux as et tire une carte au hasard dans le paquet restant. Quelle est la probabilité de tirer un as ?

Correction à la page 1083.

Exercice 892

Un premier sac contient quatre boules portant les numéros 0, 1, 4 et 6. Un second sac contient trois boules numérotées 1, 3 et 5. Nous tirons une boule de chaque sac et considérons la somme des deux nombres obtenus.

(a) Quelle est la probabilité d'obtenir 3 ? Quelle est le probabilité d'obtenir 8 ?

(b) Quel est le nombre le plus haut que l'on puisse obtenir ? Quelle est sa probabilité ?

(c) Quels sont les résultats les plus probables ?

Correction à la page 1083.

Exercice 893

Nous tirons un point A au hasard parmi tous les points (x, y) de coordonnées entières telles que $0 < x \leqslant 10$ et $0 < y \leqslant 10$.

(a) Quelle est la probabilité que le point A soit le point $(3; 7)$?

(b) Quelle est la probabilité que le point A soit sur la droite $y = x + 5$?

(c) Soit d la droite contenant le point $(0; 0)$ et le point A. Quelle est la probabilité que le point $(1; 2)$ soit sur la droite d ?

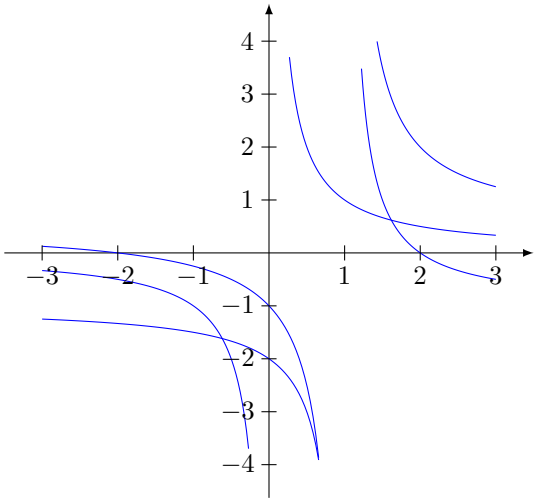
Correction à la page 1083.

22.13 Fonctions homographiques

Attention : vous devez laisser sur votre feuille les traces de vos recherches et les étapes intermédiaires de vos calculs !

Exercice 894

Associer les fonctions suivantes au graphes.



(a) $f_a(x) = \frac{0.5x+1}{x-1}$

(b) $f_b(x) = \frac{2-x}{x-1}$

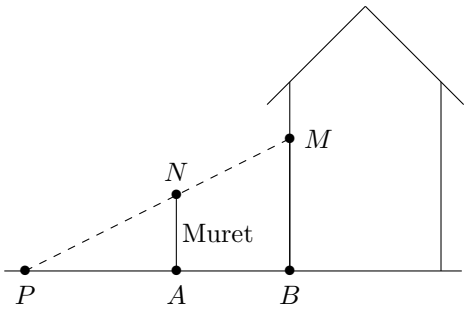
(c) $f_c(x) = \frac{1}{x}$

Correction à la page 1083.

Exercice 895

Un muret vertical $[AN]$ de deux mètres de haut est placé trois mètres devant le mur d'une maison. Au sol, un projecteur P est dirigé vers le muret et projette une ombre $[BM]$ sur le mur qui contient une fenêtre.

Où situer le projecteur pour que l'ombre projetée sur le mur couvre entièrement la fenêtre dont le sommet est à une hauteur de 2.5 m, autrement dit pour que BM soit strictement supérieur à 2.5 m ?



Correction à la page 1083.

Exercice 896

Nous considérons la fonction

$$f(x) = \frac{x-2}{x+1}.$$

(a) Compléter le tableau suivant :

x	4	2	1	0	-2
$f(x)$					

(b) Calculer l'image de 0 par la fonction f.

(c) Donner un antécédent de 0 par f.

(d) Calculer l'image de $-\frac{1}{2}$ par f.

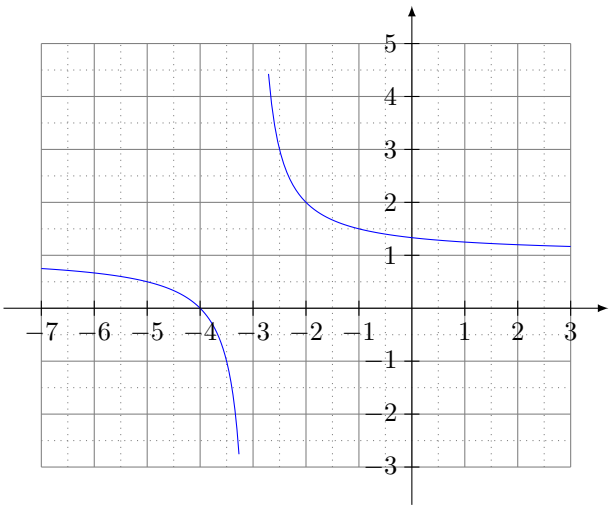
(e) Donner un antécédent de $-\frac{1}{2}$ par f.

Donner les réponses sous forme de fractions simplifiées.

Correction à la page 1083.

Exercice 897

Répondre aux questions dans la mesure de la précision du graphe.



(a) Déterminer l'image de 0 et de -3 par la fonction f.

(b) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.

(c) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < 0$.

(d) Déterminer graphiquement l'antécédent de 1

(e) Déterminer graphiquement l'ensemble des réels x tels que $1 \leqslant f(x) \leqslant 3$.

(f) Tracer sur le même graphique la droite d'équation $y = x + 4$.

Nous savons que le graphique est celui de la fonction $f(x) = \frac{1}{x-a} + 1$. En regardant le graphique, déterminer la valeur interdite et donc la valeur de a.

Les questions suivantes sont à résoudre par le calcul, en utilisant la valeur de a que nous venons de trouver.

(a) Résoudre par le calcul $f(x) = 0$.

(b) Résoudre par le calcul l'inéquation $f(x) < 0$.

(c) Résoudre par le calcul l'inéquation $f(x) \geqslant 3$.

(d) Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = x + 4$.

(e) Résoudre par le calcul l'inéquation $f(x) < x + 4$.

Correction à la page 1084.

Exercice 898

Un automobiliste fait le trajet de Besançon à Dole (40 km) à une vitesse moyenne de 70 km/h. À Dole, il monte sur l'autoroute sur laquelle il avance à une vitesse constante de 130 km/h.

Après combien de kilomètres sa vitesse moyenne atteint 129 km/h ? et 130 km/h ?

Correction à la page 1084.

Exercice 899

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$$f : x \mapsto \frac{2}{3x-7}, \quad g : x \mapsto \frac{-x+3}{15x}, \quad h : x \mapsto \frac{-9}{1-4x}.$$

Correction à la page 1084.

Exercice 900

(a) On sait que $x \geqslant 0$. Comparer $\frac{1}{x+1}$ et $\frac{1}{x+3}$.

(b) On sait que $x \leqslant 0$. Comparer $\frac{1}{x-\sqrt{5}}$ et $\frac{1}{x-2}$.

Correction à la page 1084.

Exercice 901

Pour quelle valeur de a le graphe de la fonction $x \mapsto \frac{x+a}{3x-2}$ passe-t-il par le point $(4, 2)$?

Correction à la page 1084.

Exercice 902

Résoudre l'équation

$$\frac{3x-6}{x-2} = 5.$$

Correction à la page 1084.

Exercice 903

Dire parmi les nombres $x = 0$, $x = 1$, $x = 7$ et $x = -1$, lesquels sont solutions de l'inéquation

$$3x + 2 \leqslant \frac{3}{2} - x.$$

Correction à la page 1084.

Exercice 904

Dresser le tableau de signe de la fonction

$$f(x) = \frac{(3x+9)(4-2x)}{2(x-1)}.$$

En déduire les solutions de l'équation $f(x) < 0$.

Correction à la page 1084.

Exercice 905

Parmi les expressions suivantes, laquelle est égale à $3x + 2 - (x + 3)(3x + 2)$?

(a) $-(3x + 2)(x + 2)$

(b) $(3x + 2)(x - 2)$

(c) $(3x + 2)(-x + 5)$.

Même énoncé pour $(7 - x)(3x + 10) + 2x(x - 7)$.

(a) $(7 - x)(x + 10)$

(b) $(7 - x)(5 + 10x)$

(c) $(x - 7)(5x + 10)$

Correction à la page 1084.

Exercice 906

Résoudre l'équation

$$5x(1 + 2x) + (2x + 1)(x - 7) = 0.$$

Indice : mettre en facteur $1 + 2x$.

Correction à la page 1084.

Exercice 907

Résoudre les inéquations suivantes en donnant les solutions sous forme d'intervalle. Pour ce faire, factoriser les expressions et donner le tableau de signe.

(a) $(5x - 1)(x + 3) \geqslant 0$

(b) $9 - x^2 + (3 - x)(2x + 5) \leqslant 0$. Indice : que faire avec $9 - x^2$?

(c) $x - 1 + (3x + 10)(1 - x) < 0$.

Correction à la page 1084.

Exercice 908

Tracer la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-10; 9]$ et vérifiant les conditions suivantes :

— $f(0) = 1$,

— l'équation $f(x) = 0$ admet les solutions -3, $\frac{3}{2}$ et 5,

— le tableau de variations de f est

x	-10		2		3		9
$f(x)$	-2	↗	5	↘	-4	↗	3

Correction à la page 1084.

Exercice 909

Dresser le tableau de signe de la fonction

$$f(x) = \frac{(x+1)(1-x)}{x+3}$$

Attention aux valeurs interdites.

Correction à la page 1084.

Exercice 910

Soit la fonction

$$f(x) = x^2 - \frac{10}{7}x - \frac{8}{7}.$$

(a) Pour quelle valeur de a avons-nous $f(x) = (x-2)(x+a)$?

(b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

Correction à la page 1085.

Exercice 911

Résoudre les inéquations suivantes en donnant les solutions sous forme d'intervalle.

(a) $\frac{4}{3x+1} + 2 < 0$

(b) $(x+2)^2 \leqslant (1-x)^2$

Correction à la page 1085.

Exercice 912

Résoudre l'équation

$$\frac{3x^2}{x+1} = \frac{6x^2 - 4x}{(3x-2)(x+1)}.$$

Correction à la page 1085.

Exercice 913

(a) Factoriser $(x+1)$ dans l'expression $4(x+1) - (x+1)(x+3)$.

(b) Résoudre l'inéquation

$$\frac{4(x+1)}{x+3} \geqslant x+1$$

en se servant éventuellement du premier point.

Attention aux valeurs interdites.

Correction à la page 1085.

Exercice 914

Nous considérons la quantité $A = (3x-2)^2 - 16$.

(a) Développer et simplifier A.

(b) Factoriser A.

(c) En utilisant la forme que vous préférez, calculer pour quelle valeur de x nous avons $A = 0$.

Correction à la page 1085.

Exercice 915

(a) Montrer que l'inéquation $\frac{x+1}{3x+2} \leqslant \frac{x-2}{3x+1}$ est équivalente à l'inéquation $\frac{12x-3}{(3x+2)(3x+1)} \leqslant 0$.

(b) Résoudre cette inéquation.

Correction à la page 1085.

Exercice 916

Résoudre les inéquations suivantes, en donnant les solutions sous forme d'intervalles.

(a) $4x - 1 \geqslant 2x - 1$

(b) $2(x-3) < x - 5$ et $1 - (x+4) \leqslant 3$

(c) $3x + 1 > x - 3$ et $2x - 1 \leqslant 6x + 11$

Correction à la page 1085.

22.14 Trigonométrie

Attention : vous devez laisser sur votre feuille les traces de vos recherches et les étapes intermédiaires de vos calculs !

Exercice 917

Nous savons que la circonférence du cercle est de 2π pour un tour de $360°$. Pour cette question, nous considérons un cercle trigonométrique de centre O, le point I de coordonnées $(1,0)$ et un point M variable sur le cercle.

(a) Compléter le tableau de proportionnalité suivant :

Mesure de l'angle $\widehat{IOM}$	$180°$	$90°$	$60°$	$45°$		$0°$
Longueur de l'arc $\widehat{IM}$					$\frac{\pi}{6}$	

(b) Quelle est la longueur de l'arc $\widehat{IM}$ lorsque l'angle $\widehat{IOM}$ vaut $57°$?

(c) Pour quelle valeur de l'angle $\widehat{IOM}$ la longueur de $\widehat{IM}$ vaut-elle $\frac{\pi}{5}$?

Correction à la page 1085.

Exercice 918

Nous avons un tuyau de 10 m à enrouler autour d'un enrouleur de 50 cm de rayon. Combien de tours allons-nous faire ?

Correction à la page 1085.

Exercice 919

La ville de Séoul est située à environ $35°$ nord tandis que la ville de Darwin (Australie) est à $12° < ++ >$ sud. Ces deux villes sont à environ la même longitude : $130°$ est.

Quelle est la distance entre les deux villes ?

Correction à la page 1085.

Exercice 920

Nous voulons installer un petit toboggan pour enfant dans une piscine. La pente devra faire 3.5 m et l'angle ne pourra pas excéder $30°$. Étant donné les dispositions des lieux, le tout ne pourra pas prendre plus de 3 m de long. Est-ce possible ?

Correction à la page 1085.

Exercice 921

Les nombres suivants ont-ils même image sur le cercle trigonométrique ?

(a) $\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$.
(b) $\frac{2\pi}{3}$ et $\frac{4\pi}{3}$.
(c) $\frac{3\pi}{5}$ et $\frac{13\pi}{5}$.
(d) $\frac{12\pi}{10}$ et $\frac{22\pi}{10}$.

Correction à la page 1085.

Exercice 922

Donner un réel positif et un réel négatif ayant même image que $\frac{\pi}{3}$ sur le cercle trigonométrique.

Correction à la page 1085.

Exercice 923

Nous savons que $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right) = \frac{\sqrt{5}}{4} - \frac{1}{4}$. Donner une valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)$.

Correction à la page 1086.

Exercice 924

Vrai ou faux ? Justifier par un dessin.

(a) $\cos(\pi/3) = \cos(2\pi/3)$
(b) $\sin(\pi/4) = \sin(-\pi/4)$
(c) $\cos(3\pi/7) = -\cos(10\pi/7)$
(d) $\sin(\pi/6) = -\cos(2\pi/3)$

Correction à la page 1086.

Exercice 925

Soit un triangle ABC équilatéral de côté ℓ. Nous notons H le milieu du côté $[AB]$.

(a) Exprimer la longueur h de la hauteur en fonction de ℓ en utilisant le théorème de Pythagore.

(b) Exprimer la longueur de la hauteur en fonction de ℓ en utilisant le sinus de l'angle $\widehat{HAB}$.

(c) À partir des deux expressions trouvées de h, déterminer la valeur de $\sin(60°)$.

Correction à la page 1086.

Exercice 926

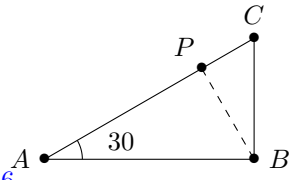
Dessiner un cercle trigonométrique, et y placer les images des réels $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{2\pi}{3}$.

Indice : π correspond à un demi-cercle ($180°$), donc $2\pi/3$ corresponds à deux tiers de ce demi-cercle.

Correction à la page 1086.

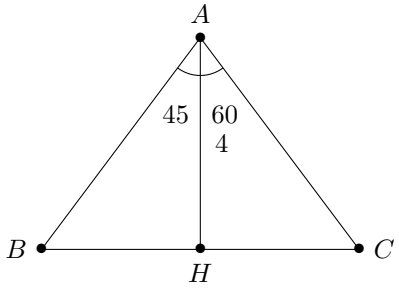
Exercice 927

Sur la figure ci-contre, le segment $[CB]$ est de longueur 7. Donner les mesures du triangle PCB.



Correction à la page 1086.

Exercice 928



Le dessin ci-contre n'est pas à l'échelle.

(a) Calculer les valeurs exactes de BH, BA, CH et CA

(b) En déduire que le périmètre du triangle ABC vaut $4(\sqrt{3}+\sqrt{2}+3)$.

Correction à la page 1086.

Exercice 929

Vrai ou faux ? Expliquer.

(a) Il existe un réel x tel que $\sin(x) = 0.7$ et $\sin(x) = 0.3$.

(b) Il n'existe pas de réel x tel que $(\sin(x)+\cos(x))^2 = 1$.

(c) Pour tout $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $\sin(x) + \cos(x) > 1$ est positif.

(d) Pour tout x réel, nous avons $\cos(2x) = 2\cos(x)$.

(e) Pour tout x réel, $\sin(x) + \cos(x)$ est positif.

Correction à la page 1086.

Exercice 930

La ville de Dublin est situé à 53.2° nord et 6° ouest. Minsk est à 53.5° nord et 27° est. En première approximation, nous acceptons que la latitude est identique (environ 53.5° nord). Quelle est alors la distance entre ces deux villes ?

Correction à la page 1086.

Chapitre 23

Autres exercices

23.1 Statistique descriptive

Exercice 931

Le tableau suivant donne la répartition des entreprises du secteur automobile en fonction de leur chiffre d'affaire (en millions d'euros).

chiffre d'affaire	moins de 0.25	$[0.25, 0.5[$	$[0.5; 1[$	$[1, 2.5[$	$[2.5; 5, [$	$[5, 10[$
nombre d'entreprises	137	106	112	154	100	33

Tracer l'histogramme correspondant. Pour rappel, la notation $[a, b[$ signifie «de a (compris) à b (non compris)».

Correction à la page 1086.

Exercice 932

Déterminer le premier et le troisième quartile de chaque série.

(a) 1000 ; 1000 ; 1200 ; 1200 ; 1200 ; 1500 ; 1500 ; 2000 ; 2500 ; 3100

(b) 5 ; 1 ; 2 ; 9 ; 4 ; 5 ; 7 ; 5 ; 9 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 2 ; 9 ; 6 ; 5 ; 9 ; 3

Correction à la page 1087.

Exercice 933

Soit la liste du nombre de lettres dans le prénom de quelque élèves : 5, 8, 6, 5, 7, 6, 8, 5, 7, 7, Donner la moyenne, la médiane, le premier et le troisième quartile de cette liste.

Correction à la page 1087.

Exercice 934

Donner la moyenne, la médiane, le premier et troisième quartile de la suite suivante : 14, 16, 16, 7, 8, 2.

Correction à la page 1087.

Exercice 935

Compléter la liste suivante de telle sorte que la médiane soit 5 : 1, 6, 8, 15.

Correction à la page 1087.

Exercice 936

Jouons avec la moyenne et la médiane.

(a) Donner un exemple de série statistique d'au moins 5 nombres dont la moyenne est égale à la médiane.

(b) Donner un exemple de série statistique d'au moins 5 nombres dont la moyenne est plus grande que la médiane.

(c) Donner un exemple de série statistique d'au moins 5 nombres dont la moyenne est plus petite que la médiane.

Correction à la page 1087.

Exercice 937

Voici un relevé de cotes (sur 20) : 10, 13, 0, 2, 18, 10, 16, 9, 0, 9, 9, 5, 5, 6, 5, 8, 12, 12, 8, 11, 11, 2, 8, 17, 10, 10, 14.

Donner la moyenne, la médiane, les quartiles et tracer le graphe des effectifs cumulées.

Correction à la page 1087.

Exercice 938

Le tableau ci-dessous présente la série de notes obtenues par les élèves d'une classe de 2^{nde} à un devoir.

Note sur 20	5	6	8	9	11	12	13	15	18	19
Effectif	1	2	6	2	1	4	2	3	1	1

(a) Représenter cette série par un diagramme en bâtons.

(b) Quel est l'effectif de la classe ?

(c) Calculer la note moyenne de ce devoir. arrondie au dixième de point près.

(d) Déterminer la note médiane de cette série.

(e) Déterminer les quartiles de cette série.

(f) Représenter le diagramme en boîtes de cette série, et interpréter par une ou deux phrases les résultats obtenus.

Correction à la page 1089.

Exercice 939 [2]

Une classe de 31 élèves a fait un DS dont voici les notes :

notes	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
effectifs	1	3	1	4	3	9	4	1	2	1	2

Calculer la moyenne, et dessiner le diagramme en boîtes (médiane, quartiles) de cette distribution.

Correction à la page 1089.

Exercice 940

On considère une entreprise de 89 personnes octroyant des salaires compris entre 900 et 4500 euros. On suppose que dans cette entreprise, 20 personnes gagnent 4500 euros. Proposer une répartition des 69 autres personnes pour que le salaire médian de l'entreprise soit de 1500 euros.

Correction à la page 1089.

Exercice 941

En 2009, la population française est d'environ 64 millions de personnes (31 millions d'hommes et 33 millions de femmes). L'âge médian des hommes est de 38 ans et celui des femmes 41 (source : INSEE).

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

(a) La moitié des hommes a 38 ans ou moins.

(b) La moitié des femmes a 41 ans ou plus.

(c) L'âge médian de l'ensemble de la population est supérieur à 41 ans.

(d) L'effectif des hommes âgés de 41 ans ou plus est inférieur à celui des femmes de la même catégorie d'âge.

Correction à la page 1089.

Exercice 942

Au cours de l'année 2006, un garage automobile a réparé 3 725 véhicules. Le gestionnaire a réalisé une étude statistique portant sur le montant des factures. Les résultats figurent dans le tableau suivant.

Montant de la facture (en euros)	[0 ;500[	[500 ;1000[	[1000 ;1500[	[1500 ;3000[
Fréquence	0,37	0,36	0,18	0,09

(a) Construire l'histogramme de cette série.

(b) Peut-on calculer la moyenne de cette série ? la médiane ?

Correction à la page 1090.

Exercice 943

La répartition des exploitations agricoles françaises selon la taille en 1995, en pourcentage du nombre d'exploitations, est donnée dans le tableau suivant *(Source : Ministère de l'Agriculture)* :

Surface	< 10	[10 ;35[	[35 ;50[	[50 ;100[	$\geqslant 100$
Quantité (%)	36	24	10	19	11

(a) Représenter cette répartition par un histogramme. *N.B. : On prendra comme échelle : un grand carreau pour 4 %, et on choisira une largeur de 100 ha pour le dernier effectif.*

(b) Que peut-on dire de la représentation des petites exploitations en France ?

Correction à la page 1090.

Exercice 944

Comparaison d'histogrammes.

(a) La structure de la population française est donnée par le tableau ci-dessous. Représenter cette distribution par un histogramme, en limitant la dernière classe à 110 ans.

Age	− 15 ans	15–65 ans	+ de 65 ans
Proportion	20 %	65 %	15 %

On prendra comme unité d'aire : 3 carreaux pour 5 %.

(b) La structure de la population du Kenya est donnée par le tableau ci-dessous. Représenter cette distribution par un histogramme ayant la même échelle que celui du 1.

Age	− 15 ans	15–65 ans	+ de 65 ans
Proportion	52 %	47 %	2 %

Correction à la page 1090.

Exercice 945

Pierre a des notes de trois types : des devoirs à la maison, comptés avec un coefficient 1 ; des contrôles de cours, comptés coefficient 2 ; et des devoirs surveillés, comptés coefficient 3. Au deuxième trimestre, il a obtenu les notes suivantes :

Note	9	8	15	12	7	16
Coefficient	3	2	1	2	3	1

(a) Quelle est la moyenne de Pierre ce trimestre ?

(b) Si les notes n'étaient pas pondérés par des coefficients (c'est-à-dire s'ils avaient tous le même coefficient), quelle serait la moyenne de Pierre ?

(c) Proposer un jeu de coefficients pour les devoirs à la maison, les contrôles de cours et les devoirs surveillés qui permette à Pierre d'obtenir la moyenne.

Les règles à respecter sont les suivantes :
— les coefficients sont des entiers ;
— aucun coefficient ne peut être nul ;
— le coefficient des devoirs surveillés doit être plus grand que celui des contrôles de cours, qui doit être plus grand que celui des devoirs à la maison.

En revanche, les coefficients peuvent être aussi grands que nécessaire.

(d) On reprend les coefficients initiaux.

Le prochain devoir est un devoir surveillé de deux heures, comptés coefficient 6. Les notes sont toutes entières.

Quelle est la note minimale qui permettrait à Pierre d'obtenir la moyenne ce trimestre ? D'obtenir au moins 12 de moyenne ? Y a-t-il une note qui lui permette d'obtenir au moins 14 de moyenne ?

Justifier toutes les réponses.

Correction à la page 1090.

Exercice 946

La moyenne des 10 premiers DS de Fanny est de 11.1/20. Quelle est la note du dernier, sachant que la moyenne des neuf premiers est de 11 tout rond ?

Correction à la page 1091.

Exercice 947 [34]

Quatre régions ont le même nombre d'habitants. Mais dans la première région, il y a un médecin pour 100 habitants, dans la deuxième région, il y a un médecin pour 200 habitants, dans la troisième, un médecin pour 250 habitants, et dans la quatrième, un médecin pour 500 habitants.

Quel est le nombre moyen d'habitants par médecins pour l'ensemble des quatre régions ?

Correction à la page 1091.

Exercice 948

Voici un petit tableau de l'INSEE, parlant du chiffre d'affaire des éditeurs vidéos en million d'euros.

	Vidéo à la demande	Vente			Total
		total	dont DVD	dont Blu-ray	
2004	nd	1958.8	1844.6		nd
2005	nd	1784.2	1757.3		nd
2006	nd	1659.2	1654.7		nd
2007	28.9	1494.1	1479.9	14.3	1523.0
2008	53.2	1382.4	1331.0	51.5	1435.6
2009	97.0	1384.4	1277.1	107.3	1481.4
2010	152.0	1385.4	1211.7	173.7	1537.4
2011	219.5	1257.5	1048.4	209.1	1477

Dessiner un diagramme en camembert pour les années 2007 et 2011.

Correction à la page 1091.

23.2 Repères

Exercice 949

Une piscine a pour dimension 25 m fois 50 m et 4 couloirs numérotés de 0 à 3. Un nageur parcours la piscine dans le sens de la diagonale. Dans quel couloir sera-t-il lorsqu'il aura parcouru la moitié de son parcours ?

Même question pour une piscine olympique comprenant 10 couloirs numérotés de 0 à 9.

Correction à la page 1091.

Exercice 950

Le tableau suivant recense différentes situations de points A et B dans le plan. Pour chaque cas, dessiner les points et trouver le milieu.

A	$(3;0)$	$(2;7)$	$(1;1)$	$(0;0)$	$(-1;3)$	$(7;-8)$
B	$(7;0)$	$(2;5)$	$(3;3)$	$(3;4)$	$(1;-5)$	$(-6;1)$
milieu						

Correction à la page 1091.

Exercice 951

(a) Simplifier
$$\frac{14x+4}{8}$$

(b) Résoudre $4x-5=9$.

(c) Mettre au même dénominateur et effectuer la somme :
$$\frac{1}{x}+\frac{2}{3a}.$$

(d) Mettre a en facteur dans l'expression $a^3-\frac{a}{2}$.

Correction à la page 1091.

Exercice 952

Soient deux cercles C et C' de centre O et O' et de rayons différents. Nous supposons qu'ils se coupent en deux points que nous nommons A et B. Nous nommons K le point d'intersection entre les droites (AB) et (OO').

(a) Dessiner la situation.

(b) Le triangle $AO'B$ est isocèle en O'. Pourquoi ?

(c) En déduire que O' est sur la médiatrice du segment $[AB]$.

(d) Prouver que O est également sur la médiatrice de $[AB]$.

(e) En déduire que les droites (AB) et (OO') sont perpendiculaires.

(f) Si C et C' ont même rayon, quelle est la nature du quadrilatère $OAO'B$?

Correction à la page 1091.

Exercice 953

Soit un carré $ABCD$ de 3 cm de côté.

(a) Calculer la longueur de la diagonale $[BD]$.

(b) Le triangle ABC est-il isocèle ? rectangle ?

(c) Relire la définition d'un repère orthonormé et conclure que l'on peut utiliser A, B et D comme repère.

(d) Exprimer les coordonnées de A, B, C et D dans ce repère.

(e) Calculer la longueur du segment $[BD]$ en utilisant les coordonnées calculées pour la question précédente.

(f) Le résultat des questions (a) et (e) sont ils contradictoires ?

Correction à la page 1091.

Exercice 954

Considérons le programme suivant :

ex_prg_exo1.py

```
def mystere(Ax,Ay,Bx,By):
    a=(Bx+Ax)/2
    b=(By+Ay)/2
    return a,b  # Oui : python peut retourner un couple de nombres.

print(mystere(0,0,4,-2))
print(mystere(1,1,5,4))
```

(a) Qu'affiche le programme ?

(b) Quelle interprétation géométrique donner ?

Correction à la page 1092.

Exercice 955

Les points $(1;1)$, $(3;1)$ et $(2;2)$ forment-ils un triangle isocèle ?

Correction à la page 1092.

Exercice 956

Considérons le programme suivant :

ex_prg_exo2.py

```
def mystere(Ax,Ay,Bx,By):
    a=2*Ax-Bx
    b=2*Ay-By
    return a,b

print(mystere(0,0,4,-2))
print(mystere(1,1,5,4))
```

(a) Qu'affiche le programme ?

(b) Faire quelque essais : choisir des points A et B, calculer le point retourné par la fonction et dessiner.

(c) Quelle interprétation géométrique donner ? Justifier.

Correction à la page 1092.

Exercice 957

Soit un parallélogramme $ABCD$ de centre O. Soit I le milieu du segment $[AD]$ et J le point d'intersection de (IC) et BD.

(a) Dessiner la situation.

(b) Quel est le rôle du point J dans le triangle ADC ?

(c) Prouver que la droite (AJ) coupe le segment $[DC]$ en son milieu.

Correction à la page 1092.

Exercice 958

Résoudre

$$5x - 3\left(6 - \frac{3x}{-2}\right) = 5.$$

Correction à la page 1092.

Exercice 959

On se place dans un repère orthonormé

(a) Dessiner les points $A = (-3;-4)$, $B = (-1;6)$, $C = (3;2)$ et $D = (1;-8)$.

(b) Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

(c) Nous nommons E le point tel que C soit le milieu du segment $[EB]$. Montrer par le calcul que les coordonnées de E sont $(7;-2)$.

(d) Quelle est la nature du quadrilatère $ACED$? Justifier.

Correction à la page 1092.

Exercice 960

Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre $(0;0)$ et passant par le point $A = (1;3)$.

(a) Calculer le rayon du cercle.

(b) À quelle distance de $(0;0)$ se trouve le point $(3;1)$?

(c) Est-ce que le point $(3;1)$ est sur le cercle ? (répondre en utilisant les calculs précédents)

(d) Est-ce que le point $(2;1)$ est sur le cercle ?

(e) Donner un point sur le cercle, un point hors du cercle et un point à l'intérieur du cercle (autres que les points $(3;1)$ et $(2;1)$).

Correction à la page 1092.

Exercice 961

Soit une tour de hauteur h. Nous voudrions savoir (en fonction de h) la distance à laquelle on voir l'horizon du sommet de la tour. Dans cet exercice, à part pour le dernier point, il faut faire tous les calculs en laissant les lettres R et h.

(a) Dessiner un grand cercle qui représente la Terre. Nous notons R son rayon et O son centre.

(b) Dessiner sur la surface de la Terre une tour de hauteur h.

(c) À quelle distance du centre de la Terre se trouve le sommet de la tour ? Nous nommons S le point au sommet de la tour et A le point à la base de la tour.

(d) Tracer la tangente à la Terre passant par S. Nous nommons B le point d'intersection. C'est en ce point que se trouve l'horizon. Les prochaines étapes nous permettront de calculer la longueur AB.

(e) À quelle distance le point B se trouve-t-il du centre de la Terre ? (facile)

(f) Écrire le théorème de Pythagore pour le triangle SBO en utilisant les réponses aux questions (b) et (e). Pour ce faire, sachez que la droite (SB) est perpendiculaire à la droite OB parce que pour un cercle, la tangente est toujours perpendiculaire au rayon.

(g) Déduire la longueur du segment $[SB]$ en fonction de R et h.

(h) Nous supposons maintenant que les droites (BA) et (AS) soient perpendiculaires. C'est pas tout à fait vrai, mais en pratique, ça signifie que la Terre est plate, ce qui est une bonne approximation pour de petites distances. Écrire le théorème de Pythagore dans le triangle ASB.

(i) Déduire la valeur de la longueur AB. La réponse dépend de R et de h.

(j) Calculer la réponse dans le cas de la tour Eiffel (324 m) en supposant que la Terre ait un rayon de 6300 km.

Correction à la page 1092.

Exercice 962

Soient les points $A = (3;5)$, $B = (4;3)$, $C = (2;2)$ et $D = (1;4)$. Prouver que le quadrilatère $ABCD$ est un carré. Faire un dessin peut aider.

Correction à la page 1093.

Exercice 963

Soient les points de coordonnées $A = (0;0)$, $B = (13;0)$ et $C = (9;6)$. Est-ce que le triangle ABC est rectangle ? Si oui, sur quel point est l'angle droit ?

Correction à la page 1094.

Exercice 964

Soit $ABCD$, un carré.

(a) Dessiner un point E tel que AEC soit isocèle en E.

(b) Comment sont les points D, E et B ? Émettre une conjecture.

(c) Démontrer la conjecture (penser aux médiatrices de segments).

Correction à la page 1094.

Exercice 965

(a) Soient les points $A = (-2;4)$ et $B = (-1;-1)$. Donner un point C tel que le triangle ABC soit rectangle en C.

(b) Soient les points $A = (0;1)$ et $B = (0;-3)$. Donner un point C tel que le triangle ABC soit rectangle en A

(c) Soient les points $A = (3;1)$ et $B = (3;7)$. Donner un point C tel que le triangle ABC soit rectangle (ici nous n'imposons pas en quel point ; c'est au choix).

Correction à la page 1094.

Exercice 966

Soient les points $A = (1;1)$, $B = (2;2)$ et $C = (5;3)$.

(a) Calculer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

(b) Est-ce que ce parallélogramme est un rectangle ? Justifier la réponse par un calcul.

Correction à la page 1094.

Exercice 967

Soient A, B et C, trois points du plan. Soit K le milieu du segment $[AC]$, et L le point d'intersection entre la droite (AB) et la parallèle à (BC) passant par K.

(a) Faire un dessin de la situation.

(b) Déterminer où se trouve le point L par rapport au segment $[AB]$.

(c) Si la distance entre B et C est de 16 cm, quelle est la distance entre K et L ?

Correction à la page 1095.

Exercice 968

Dessiner un repère orthonormé et placer les points $A = (1;1)$, $B = (-1;0)$, $C = (10, -\frac{1}{2})$, $D = (-1,-1)$.

Correction à la page 1095.

Exercice 969

Soit ABC un triangle équilatéral et G, son centre de gravité (intersection des médianes). Nous notons I, le milieu du segment $[BG]$. Calculer les coordonnées de I dans les repères (A,B,C), (G,B,C) et (A,I,B).

Faire des dessins et penser à Thalès.

Correction à la page 1095.

Exercice 970

(a) Rappeler la formule donnant la distance entre les points A et B de coordonnées $A = (x_A; y_B)$ et $B = (x_B; y_B)$. Illustrer par un dessin.

(b) Calculer la distance entre les points $A = (-1; 7)$ et $B = (5; 1)$.

(c) Soit ABC un triangle rectangle en B. Calculer la longueur du segment $[BC]$ sachant que $AC = 17\,\text{cm}$ et $AB = 8\,\text{cm}$?

Correction à la page 1095.

23.3 Fonctions affines

23.4 Fonctions et résolutions

23.4.a Image, antécédent

Exercice 971

Nous considérons le programme de calcul en quatre étapes suivant :
— choisir un nombre ;
— ajouter 5
— multiplier par 2
— retrancher 4.

Compléter le tableau suivant

x	0	1	-2	2/3	
image de x					16

Résoudre l'équation $2(x + 5) - 4 = 20$.

Correction à la page 1096.

Exercice 972

Un magicien en herbe voudrait créer un tour du même type de celui de l'exemple 15.14. Il voudrait commencer par
— choisir un nombre,
— faire +1,
— multiplier par 4,
— ...

et il voudrait que le nombre trouvé au final soit 8. Quelles étapes il peut ajouter dans les pointillés ? Plusieurs réponses sont possibles.

Correction à la page 1096.

Exercice 973

Soit f, la fonction qui à chaque entier positif fait correspondre le nombre de chiffres nécessaires à l'écrire. Par exemple $f(52) = 2$ parce qu'il y a deux chiffres dans «52».

(a) Combien vaut $f(5)$?

(b) Combien vaut $f(5200)$?

(c) Donner un antécédent de 5.

(d) Combien d'antécédents a le nombre 1 ?

(e) Combien d'antécédents a le nombre 3 ?

(f) Calculer $f(98)$, $f(99)$, $f(100)$ et $f(101)$.

(g) Donner un exemple de $n \in \mathbb{N}$ tel que $f(n) = f(n + 1)$.

(h) Donner un exemple de $n \in \mathbb{N}$ tel que $f(n) \neq f(n + 1)$.

Correction à la page 1096.

Exercice 974

Donner un exemple de fonction pour laquelle 6 est un antécédent de 8.

Correction à la page 1096.

Exercice 975

Quels sont les antécédents de 3 pour la fonction $f(x) = x^2 + 1$?

Correction à la page 1096.

23.4.b Exemples de fonctions

Exercice 976

Soit le programme qui consiste à prendre un nombre, ajouter 5, multiplier par 3, soustraire 2 et enfin diviser par 2/3.

(a) Exprimer le résultat du programme en terme d'une fonction de x. Simplifier votre réponse autant que possible.

(b) Calculer l'image de 0, de 1 et de $\frac{2}{9}$ par ce programme.

(c) Donner un antécédent de $\frac{9}{2}$ par ce programme.

(d) Donner un antécédent de $\frac{1}{2}$ par ce programme.

Rappel : diviser un nombre par la fraction $\frac{a}{b}$ revient à multiplier par $\frac{b}{a}$.

Correction à la page 1097.

Exercice 977

Nous considérons l'ensemble de tous les rectangle d'aire $12\,\text{cm}^2$. Soit x la base de l'un d'eux. Quelle est sa hauteur ? Exprimer ce lien en termes de fonctions. Quel est le domaine de la fonction ainsi définie ?

Correction à la page 1098.

Exercice 978

Nous voulons savoir la longueur du côté d'un triangle équilatéral dont l'aire vaut $\sqrt{3}$.

(a) Dessiner un triangle équilatéral ABC et la hauteur issue de A. Nous nommons H le point d'intersection avec le côté $[BC]$.

(b) Nommons x la longueur du côté du triangle.

(c) Quelle est la longueur du segment $[BH]$? Quelle est la longueur du segment $[AB]$?

(d) Écrire le théorème Pythagore dans le triangle AHB.

(e) Exprimer la longueur AH en fonction de x. Soit $h(x)$ cette fonction.

(f) Donner la fonction $S(x)$ qui donne l'aire du triangle en fonction de x.

(g) Résoudre $S(x) = \sqrt{3}$.

Correction à la page 1098.

Exercice 979

Donner en fonction du rayon r le rapport entre l'aire et la circonférence d'un cercle.

Correction à la page 1098.

Exercice 980

Un magasin voudrait vendre une valise à 90€, mais en même temps il voudrait pouvoir afficher «-70%». Nous voudrions savoir à quel prix «de départ» il doit vendre la valise.

(a) Nous nommons x le prix «de départ» de la valise.

(b) Écrire le prix de la valise à «-70%» en fonction de x. Soit $p(x)$ cette fonction.

(c) Résoudre $p(x) = 90$.

(d) Combien vaut 90 plus 70% de 90 ? Est-ce la même réponse que la solution de $p(x) = 90$?

Correction à la page 1099.

Exercice 981

(a) Donner un exemple de fonction pour laquelle 4 est l'image de 2.

(b) Donner un exemple de fonction pour laquelle 2 est un antécédent de 10.

(c) Résoudre l'équation

$$3x + 10 = 7.$$

Simplifier au maximum la réponse.

Correction à la page 1099.

Exercice 982

Répondre aux questions à partir du graphe ci-contre. Les réponses peuvent être approximatives. La fonction g est celle en trait discontinu.

(a) Quel est l'ensemble de définition de f ?

(b) Combien vaut $f(0)$?

(c) Quels sont les antécédents de -1 par f ?

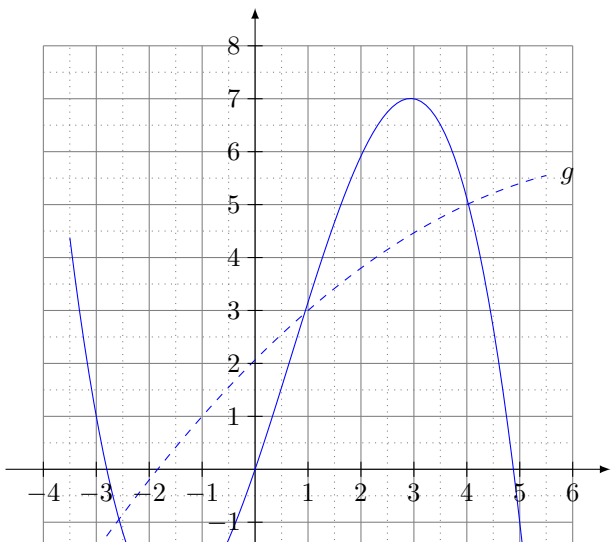
(d) Résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant 3$.

(e) Donner un antécédent de 8.

(f) Résoudre $f(x) = g(x)$.

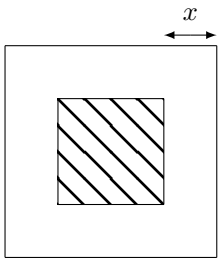
(g) Résoudre $f(x) < g(x)$.

(h) Combien vaut $f(3)$?



Correction à la page 1099.

Exercice 983



Un décorateur d'espace public doit entourer un jardinet carré de 5 m de côté d'une allée comme sur le dessin ci-contre. Il veut savoir quelle largeur il doit donner à l'allée pour que cette dernière ait la même aire que le jardinet.

Correction à la page 1099.

Exercice 984

Est-ce que les fonctions

$$f(x) = \frac{3x+4}{2}$$

et

$$g(x) = 3\frac{x}{2} + 2$$

sont égales ?

Correction à la page 1099.

Exercice 985

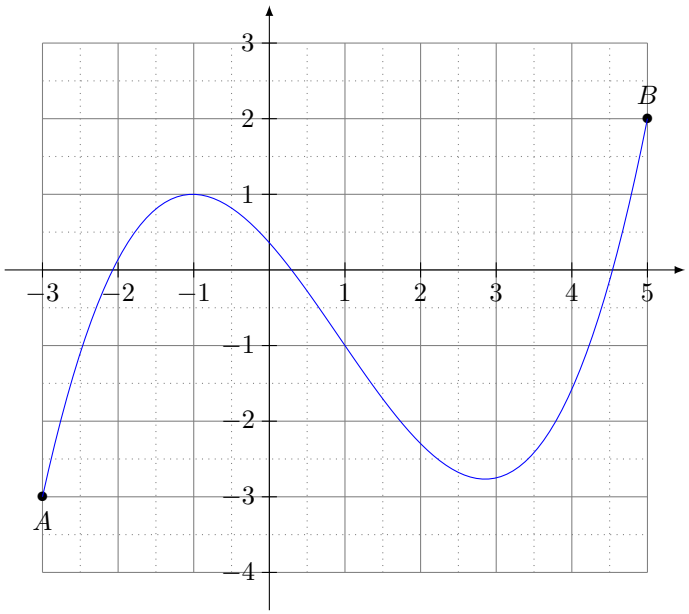
Résoudre les équations suivantes. Donner les résultats sous formes de fractions.

(a) $x + \frac{3x}{4} = 2(1+x)$
(b) $\frac{x+1}{2} = 7$
(c) $\frac{1}{x} = 0.5$.
(d) $10 = 5 + \frac{x}{100} \times 5$.

Correction à la page 1099.

Exercice 986

Soit la fonction f donnée par le graphique ci-contre.



(a) Donner l'ensemble de définition de f.

(b) Donner les solutions de $f(x) = 0$.

(c) Tracer la droite (AB).

(d) Si g est la fonction dont le graphe est la droite (AB), résoudre $f(x) = g(x)$.

(e) Calculer les coordonnées du milieu du segment $[AB]$.

Les réponses aux questions (b) et (d) peuvent être approximatives.

Correction à la page 1099.

Exercice 987

(a) Pour quelle valeur de x avons-nous $3x + 4 = 10$?
(b) Pour quelles valeurs de x avons-nous $x^2 - 1 = 8$?

Correction à la page 1099.

Exercice 988

Un poisson nage perpendiculairement d'une rive à l'autre d'un fleuve à la vitesse de 15 km/h. Le fleuve a une largeur de 25 m et le poisson est emporté par un courant de 5 km/h. Nous voulons savoir de combien de mètres il aura dévié dans le sens du courant durant sa traversée.

(a) Nous supposons que la rive de départ soit la droite $y = 0$ et que la rive d'arrivée soit $y = 25$. Le poisson part du point $(0;0)$ Dessiner.
(b) Calculer les coordonnées du vecteur vitesse du poisson, résultant de la nage et du courant.
(c) Écrire l'équation de la droite que suivra le poisson.

(d) Calculer le point d'intersection avec l'autre rive du fleuve.

(e) Conclure.

Correction à la page 1099.

Exercice 989

Soit un carré $ABCD$ de longueur 8 cm, et un point mobile M sur le segment $[AB]$. Nous notons x la longueur $[AM]$. Nous dessinons à l'intérieur de $ABCD$ les deux choses suivantes :

— un carré de côté $[AM]$;

— un triangle isocèle de base $[MB]$ et dont la hauteur a même mesure que le côté $[AM]$.

Nous voudrions savoir si il est possible de choisir x de telle sorte que l'aire du petit carré soit égale à celle du triangle.

(a) Déterminer la fonction $A(x)$ qui donne l'aire totale du petit carré et du triangle en fonction de x.

(b) Quel est l'ensemble de définition de la fonction A ?

(c) Quelle est l'équation à résoudre ?

(d) Quelles sont les solutions ?

Correction à la page 1099.

Exercice 990

Soit la fonction $f(x) = 3x^2$ et deux nombres a et b. Calculer les valeurs suivantes. Il peut rester a et b dans les réponses.

(a) $f(2)$

(b) $f(-2)$

(c) $f(a)$

(d) $f(a+1)$

(e) $f(a+b)$

(f) $f(ab)$

(g) $f(2a)$

(h) $f(a^2)$

(i) $f(6b)$

(j) $f(1.25)$. Donner le résultat sous forme de fraction.

(k) $f(a-1)$

Correction à la page 1099.

Exercice 991

L'énergie produite par une éolienne est proportionnelle au cube de la vitesse du vent [1]. Nous notons

$$E(v) = av^3$$

où a est un coefficient sur lequel nous ne donnons pas de précisions.

(a) Quelle est l'énergie produite pour une vitesse $v = 1$?

(b) Quelle est l'énergie produite pour une vitesse $v = 3$?

(c) Soit v_0 la vitesse du vent le 13 janvier. Le 14 janvier, la vitesse du vent a doublé et atteint donc $2v_0$. Écrire, en fonction de a et de v_0 l'énergie produite par l'éolienne les 13 et 14 janvier.

(d) Quel est le rapport d'énergie produite entre le 14 et le 13 ?

Correction à la page 1099.

Exercice 992

Soit un verre d'eau parallélépipédique rectangle dont la base est un carré de 4 cm. À quelle hauteur faut-il le remplir pour avoir 64 cm^3 ?

Pour rappel, le volume est donné par l'aire de la base multiplié par la hauteur.

Correction à la page 1100.

Exercice 993

Considérons la situation de la figure 23.1. Le point M est mobile sur le segment AB et nous avons $\|BC\| = 2\,\text{cm}$, $\|AB\| = 3\,\text{cm}$.

Si nous notons par x la distance entre A et M, nous voulons calculer l'aire du triangle AMQ. Pour cela, commencer par écrire le théorème de Thalès pour les droites MQ et BC qui intersectent l'angle A. Exprimer alors la hauteur du triangle en fonction de x. Conclure.

Correction à la page 1100.

Exercice 994

Résoudre

$$7 + \frac{x}{100} \times 7 = 49.$$

Correction à la page 1100.

Exercice 995

Soit un rectangle de base 4 et de hauteur x.

1. Pour savoir pourquoi, demandez au prof.

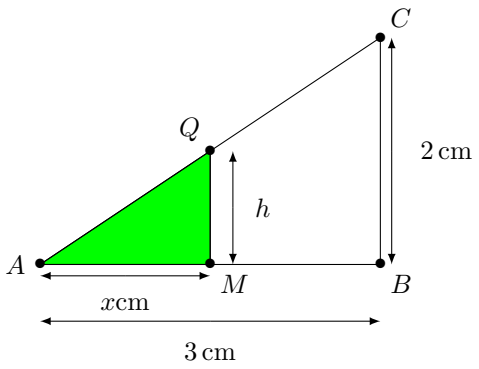


FIGURE 23.1 – La figure de l'exercice 993.

(a) Donner la longueur de la diagonale en fonction de x. Écrire la réponse sous la forme $d(x) = \dots$

(b) Quel est l'ensemble de définition de cette fonction ?

(c) Est-elle croissante ? Décroissante ?

(d) Pour quelle valeur de x la diagonale est de longueur 5 ?

Correction à la page 1100.

Exercice 996

Des melons sont vendus 5 euros pièce.

(a) Donner l'expression du prix à payer en fonction du nombre de melons achetés.

(b) Quel est l'ensemble de définition de la fonction ?

(c) Tracer un graphique du prix à payer en fonction du nombre de melons achetés (entre 0 et 10).

(d) Est-ce qu'il faut relier les points sur le graphique ?

Mêmes questions pour des pommes vendues à 2.5 euros le kilo.

Correction à la page 1100.

Exercice 997

Dessiner le graphe des fonctions suivantes :

(a) $f(x) = -x$

(b) $f(x) = 3x$

(c) $f(x) = x + 3$

(d) $f(x) = -2x + 1$

(e) $f(x) = 4$

(f) $f(x) = x$

(g) $f(x) = x^2$

(h) $f(x) = -x^2$

Correction à la page 1100.

23.4.c Plus avancés

Exercice 998

Pour la fonction $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + 4x}$,

(a) calculer si possible $f(-1)$ et $f(0)$,

(b) donner l'ensemble de définition,

(c) donner le ou les antécédents de $-1/4$.

Correction à la page 1100.

23.5 Comparaison de séries statistiques

Exercice 999

Une usine possède deux machines à ensacher des boulons par sacs de 112. Aucune machine n'étant parfaites, elles ne font pas que des sacs d'exactement 112 boulons chacun. Voici la composition des 200 derniers sacs pour les deux machines :

Nombre de boulons	108	109	110	111	112	113	114	115
Nombre de sacs (machine A)	3	3	10	34	93	40	16	1
Nombre de sacs (machine B)	7	23	18	29	36	37	25	25

Selon vous, quelle est la machine la plus fiable. Quel arguments donneriez-vous si vous deviez la vendre ?

Correction à la page 1101.

Exercice 1000

(a) La moyenne des points de 20 élèves à une interrogation est de 12 sur 20 avec un écart-type de 1. Est-ce qu'un élève peut «raisonnablement» espérer avoir réussi ?

(b) Même question si l'écart-type est de 4.

Correction à la page 1101.

Exercice 1001

On compare les salaires de deux entreprises de 6 personnes. Dans la première les salaires sont : 1150€, 1300€, 1300€, 1400€, 1450€, 1500€. Dans la seconde entreprise, les salaires sont : 700€, 900€, 1300€, 1400€, 1800€, 2000€.

(a) Calculer les moyennes des salaires dans les deux entreprises.

(b) Sachant cette moyenne, peut-on dire que ces entreprises donnent des salaires «justes» ?

(c) Les deux entreprises distribuent-elles leurs salaires de la même façon ? Préciser en utilisant l'écart-type.

Correction à la page 1101.

Exercice 1002 [35]

Le chef du rayon électroménager d'un grand magasin dispose du tableau ci-dessous qui donne, en milliers d'euros, les chiffres d'affaires mensuels de son rayon pour les années 2003, 2004 et 2005.

Mois	Année 2003	Année 2004	Année 2005
Janvier	330	380	415
Février	450	485	510
Mars	645	660	700
Avril	795	810	845
Mai	975	960	990
Juin	1125	1125	1150
Juillet	330	360	390
Août	285	270	385
Septembre	420	470	525
Octobre	540	615	670
Novembre	1155	1125	1090
Décembre	1740	1610	
Total	8790		
Moyenne		739	753
Écart type		383	319

(a) Compléter le tableau.

(b) Quelle proportion le chiffre d'affaires de décembre 2005 représente-t-il par rapport au chiffre d'affaires total de l'année 2005 ?

(c) On suppose que cette proportion reste inchangée en 2006. On pense que le chiffre d'affaires de 2006 sera de 10 millions d'euros. Quel sera, sous ces hypothèses, le chiffre d'affaires de décembre 2006 ?

(d) Quel commentaire vous suggère l'évolution, sur les années 2003, 2004 et 2005, des chiffres d'affaires moyens et celle des écarts types des séries statistiques de ces trois années ?

Correction à la page 1101.

Exercice 1003

Louis et Bernard comparent leurs poins aux différents DS. Les voici

	$DS1$	$DS2$	$DS3$	$DS4$	$DS5$
Louis	12	9	15	11	13
Bernard	16	5	17	6	16

(a) Calculer la moyenne de Louis et Bernard.

(b) Calculer l'écart-type de ces deux résultats.

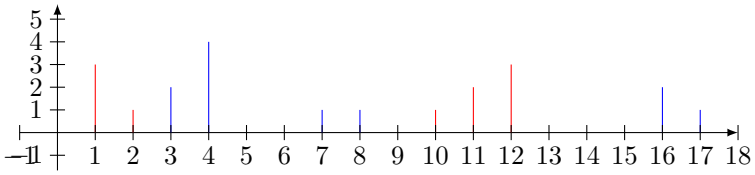
(c) Comparer les deux séries en s'appuyant sur les moyennes et les écarts-types.

Correction à la page 1101.

Exercice 1004

Le temps d'attente au téléphone lors d'un appel au service après vente est un facteur important de satisfaction du client. On estime qu'un client est satisfait si il attends 5 minutes ou moins ; il sera très insatisfait d'attendre 10 minutes ou plus.

Sur le diagramme suivant, nous avons mis en bleu les effectifs en fonction du temps d'attente du premier centre d'appel et en rouge ceux du second centre d'appel :



Les données ne sont pas très réalistes ; elles sont choies pour illustrer «clairement» un phénomène.

(a) Donner la moyenne et l'écart-type du temps d'attente des deux centres.

(b) Calculer la médiane et les quartiles pour les deux centres d'appels.

(c) Quel est le centre d'appel qui évite au mieux d'avoir des clients très insatisfaits ? (est-ce qu'il est préférable d'utiliser le couple moyenne–écart-type ou le couple médiane-quartile pour répondre à cette question ?)

(d) Quel est le centre d'appel ayant le nombre de clients satisfaits le plus élevé ?

Correction à la page 1101.

Exercice 1005 [36]

Une entreprise veut revoir sa politique salariale. Actuellement, la direction a remarqué que la moyenne des salaires est situé dans le premier quartile des salaires, situation qu'elle n'estime pas très logique. Le salaire minimum est de 1200 et le maximum est de 6000. Le but de la révision est de rationaliser les salaires tout en augmentant le salaire médian.

Supposons pour simplifier que l'entreprise comprenne entre 15 et 20 employés (vous pouvez choisir combien exactement).

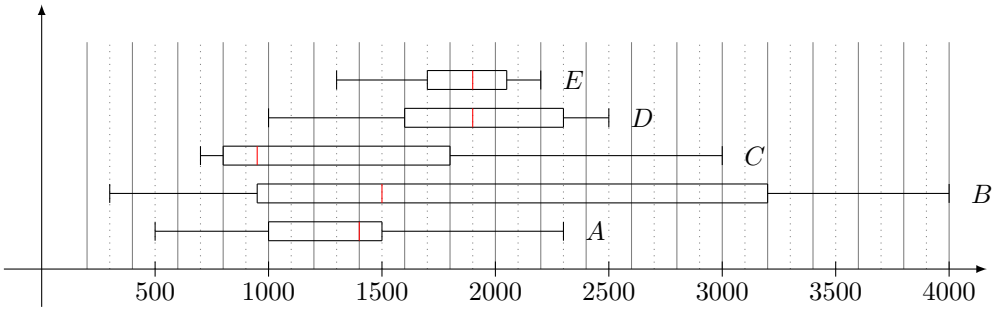
(a) Proposer une distribution des salaires satisfaisant aux conditions d'avant la réforme.

(b) Proposer une réforme des salaires qui fasse en sorte que la moyenne devienne égale à la médiane tout en augmentant la médiane par rapport à la distribution proposée au premier point.

Correction à la page 1101.

Exercice 1006

Voici les diagrammes en boîtes des salaires mensuels de cinq entreprises.



Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer une entreprise pour laquelle l'affirmation est vraie (plusieurs réponses sont parfois possibles).

(a) Le plus haut salaire est au moins dix fois supérieur au plus bas.

(b) Au moins la moitié des employés ont un salaire ne dépassant pas 1500 euros.

(c) Au moins 25% des employés gagnent moins de 1000 euros par mois.

(d) Au moins trois salariés sur quatre ont un salaire dépassant 1500 euros.

(e) Le patron (le plus haut salaire) gagne trois fois plus qu'au moins la moitié des employés.

Donner une répartition des salaires qui correspondrait à l'entreprise B. Vous avez le choix du nombre de salariés.

Correction à la page 1101.

Exercice 1007 [37]

Brice a lancé 50 fois un dé, tandis que Marie l'a lancé un certain nombre de fois. Leurs résultats sont résumés dans le tableau suivant :

Chiffre obtenu	1	2	3	4	5	6
Brice (effectifs)	9	12	8	7	5	9
Marie (fréquence)	0.24	0.12		0.17	0.08	0.19

(a) Compléter le tableau.

(b) Interpréter le 0.12 de la ligne de Marie en termes de pourcentage.

(c) Quel est le pourcentage de 4 obtenu par Brice ?

(d) Vrai ou faux (justifier)

(d1) Marie a obtenu moins de 3 que de 1.

(d2) Brice et Marie ont obtenu la même proportion de 2.

(e) Calculer la moyenne et l'écart-type de chacune des deux séries.

Correction à la page 1102.

Exercice 1008 [38]

Deux classes de 1stmg comparent leurs résultats et déclarent : «nos classes ont le même profil puisque dans les deux classes, la médiane est 10». Voici les notes :

notes	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
effectifs 1stmg1	0	3	4	4	5	7	3	4	2	1	0	0
effectifs 1stmg2	2	4	3	3	3	4	3	2	2	3	1	2

(a) Vérifier que les deux médianes valent 10.

(b) Tracer le diagramme en boîte des deux séries.

(c) Pensez-vous que les profils des deux classes soient réellement identiques ? Argumentez en utilisant les diagrammes dessinés.

Correction à la page 1102.

23.6 Probabilités

Exercice 1009

Un premier sac contient trois boules numérotées 0, 2 et 4. Un second sac contient trois boules numérotées 0, 1 et 3. Nous tirons une boule de chaque sac et considérons la somme des deux nombres obtenus.

(a) Quelle est la probabilité que la somme soit égale à 0 ?

(b) Quelle est la probabilité que la somme soit égale à 5 ?

(c) Quelle est la probabilité que la somme soit un nombre pair ?

Correction à la page 1102.

Exercice 1010

Nous tirons une boule au hasard d'une urne en contenant 24 dont 9 jaunes, 7 rouges, 5 vertes, et 3 bleues. Nous regardons la couleur de la boule tirée.

(a) Combien de résultats sont possibles ?

(b) Donner la probabilité des événements suivants :

(b1) «La boule tirée est rouge».

(b2) «La boule tirée est rouge ou bleue»

(b3) «La boule tirée n'est pas verte»

(b4) «La boule tirée n'est pas noire»

(b5) «La boule tirée n'est ni jaune ni rouge»

Correction à la page 1103.

Exercice 1011

Nous tirons un nombre au hasard entre zéro et vingt (y compris). Nous désignons par A l'événement «obtenir un nombre plus grand ou égal à 15» et par B l'événement «obtenir un nombre divisible par 3». Donner $p(A \cap B)$ et $p(A \cup B)$.

Correction à la page 1103.

Exercice 1012 [39]

Nous considérons un dé truqué à 6 faces. Nous savons que les faces 1, 2, 3, 4 et 5 ont la même probabilité, mais que la face 6 a une probabilité 1/3.

(a) Donner la probabilité d'obtenir un nombre différent de 6.

(b) En déduire la probabilité d'obtenir 1. Compléter le tableau

Issue	1	2	3	4	5	6	total
Probabilité						$\frac{1}{3}$	1

(c) Calculer la probabilité de l'événement «obtenir un nombre pair».

Correction à la page 1103.

Exercice 1013

Une urne contient 9 boules jaunes, 7 rouges, 5 vertes et 3 bleues. De plus ces boules sont numérotées de 1 à 9 pour les boules jaunes, de 1 à 7 pour les rouges, de 1 à 5 pour les vertes et de 1 à 3 pour les bleues.

(a) Combien de boules portant le numéro 2 y a-t-il ?

(b) Combien de boules portant le numéro 7 y a-t-il ?

(c) Décrire l'univers de cette nouvelle expérience aléatoire qui consiste à regarder à la fois le numéro et la couleur de la boule tirée. Combien d'élément contient cet univers ?

(d) Donner la probabilité des événements suivants :
- «La boule tirée porte le numéro 4».
- «La boule tirée porte un numéro pair».
- «La boule tirée est verte ou porte un numéro impair».
- «La boule tirée porte un numéro plus grand ou égal à 3, mais n'est pas jaune».

Correction à la page 1103.

Exercice 1014

Décrire les univers des expériences aléatoires suivantes.

(a) Tirer une lettre au hasard dans l'alphabet.

(b) Tirer une voyelle au hasard.

(c) Jouer à pile ou face.

Correction à la page 1103.

Exercice 1015

Un tiroir contient 17 chaussettes noires et 15 rouges. Combien de chaussettes doit-on en tirer pour être certain d'en avoir au moins deux de la même couleur ?

Correction à la page 1103.

Exercice 1016

Nous savons que 51% des nouveau-nés sont des garçons. Si nous en tirons un au hasard, quelle est le probabilité que ce soit un garçon ? Une fille ? Compléter le tableau suivant :

Sexe	Garçon	Fille
Probabilité		

Correction à la page 1104.

23.7 Intervalles de confiance et de fluctuation

Exercice 1017 [40]

Une petite ville des États-Unis, Woburn, a connu 9 cas de leucémie parmi les 5969 garçons de moins de 15 ans sur la période 1969-1979. La fréquence des leucémies pour cette tranche d'âge aux États-Unis est égale à $0,00052$.

(a) Si vous alliez en procès contre les industries avoisinantes pour accuser leur polution de provoquer des leucémies, que raconteriez-vous au juge pour le convaincre que la situation est anormale ?

(b) Selon vous, que répondra l'avocat des industriels ?

Correction à la page 1104.

Exercice 1018

Un sondage sur 100 consommateurs de chocolats montre que 25% achèteraient du chocolat à l'orange et 27% achèteraient du chocolat à la pistache. Le directeur commercial d'un producteur apprenant ces résultats s'exclame «Il faut abandonner la production de chocolats à l'orange et tout miser sur la pistache». Qu'en pensez-vous ?

Correction à la page 1104.

Exercice 1019

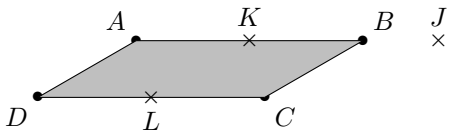
Un célèbre(?) réseau social compte environ 900 millions d'utilisateurs sur un planète qui compte 7.5 milliards d'habitants. Si nous prenons un échantillon de 1000 humains au hasard, que pouvons-nous dire de son intervalle de fluctuation ?

Correction à la page 1104.

23.8 Géométrie dans l'espace

Exercice 1020

Sur la figure ci-contre, $ABCD$ est un carré tandis que J, K et L sont trois points dans l'espace. Les propositions suivantes sont-elles vraies, fausses, ou indécidables sur le dessin ?



(a) Le point K est sur le segment $[AB]$.

(b) Les points D, L et C sont alignés.

(c) Les points A, L et C sont alignées.

(d) La droite (KL) est parallèle à la droite (AD).

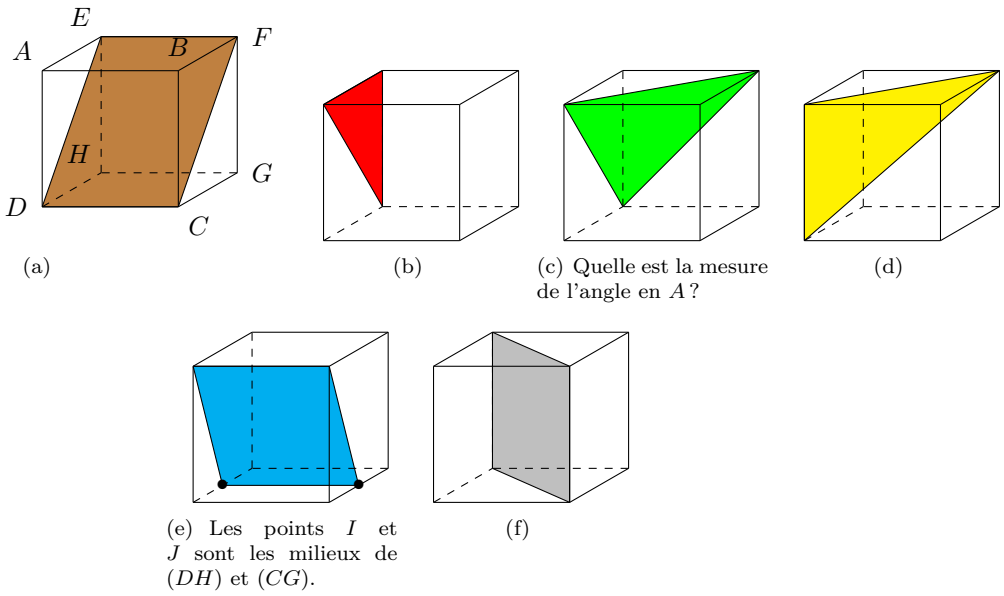
(e) La droite (BJ) est parallèle à la droite (DC).

(f) La droite (AL) intersecte la droite (DC).

Correction à la page 1104.

Exercice 1021

Donner la nature de chacune des surfaces de la figure 23.2.



(a) (b) (c) Quelle est la mesure de l'angle en A ? (d)

(e) Les points I et J sont les milieux de (DH) et (CG). (f)

FIGURE 23.2 – Quelle type de surfaces sont dessinées ?

Correction à la page 1104.

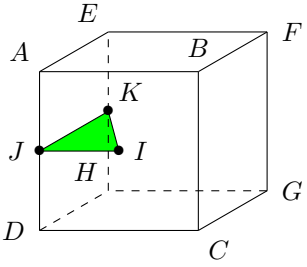
Exercice 1022

Quels sont les volumes des solides présentés à la figure 23.3 ?

Correction à la page 1104.

Exercice 1023

Le dessin ci-contre représente un cube de 7 cm de côté. Le point I est le centre du carré $ABCD$, le point J est le milieu du segment $[AD]$, et le point K est le milieu du segment $[EH]$.



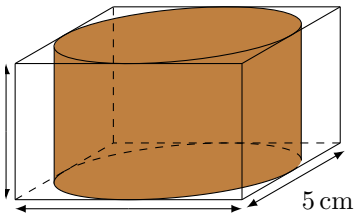
(a) Dessiner le triangle IJK en vraie grandeur.

(b) Quelle est l'aire du triangle IJK ?

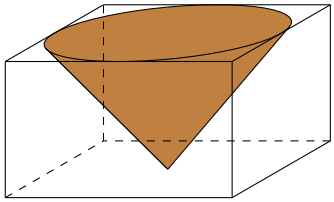
(c) Quelle est l'aire du triangle CGF ?

Correction à la page 1104.

Exercice 1024

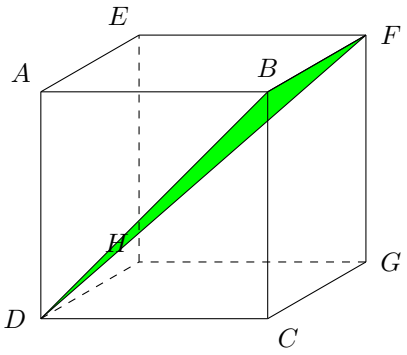


(a) Un cylindre



(b) Un cône

FIGURE 23.3 – Quelque solides dont il faut savoir le volume.



La figure ci-contre représente un cube dont les côtés font 5 m.

(a) Est-ce que les droites (DB) et (BF) sont perpendiculaires ?

(b) Déterminer la longueur de tous les côtés du triangle DBF. Donner une réponse exacte (en laissant les racines et les fractions simplifiées si il y en a).

(c) Dessiner en vraie grandeur le triangle DBF à l'échelle 1 cm égal 1 m.

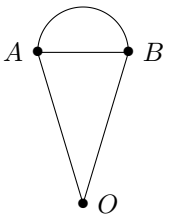
Attention pour le dessin : il y a moyen (en réfléchissant un peu) de tracer le côté $[BD]$ de façon exacte, sans avoir recours à une approximation numérique de sa longueur.

Correction à la page 1104.

Exercice 1025

Un cornet de glace avec une boule est représenté par un cône de 10 cm de hauteur surmonté d'une demi-sphère de crème glacée de 5 cm de diamètre.

Le dessin ci-contre représente la situation (très) schématiquement.



(a) Reporter les mesures de l'énoncé sur le dessin.

(b) Donner le volume total du cornet et de la glace en cm^3.

Correction à la page 1104.

Exercice 1026

Par combien multiplie-t-on le volume d'un cylindre si on multiplie sa hauteur par 2 ? Et en multipliant le rayon de sa base par 3 ?

Correction à la page 1104.

Exercice 1027

Le rayon de la Terre que nous supposerons être sphérique est environ de 6400 km. Celui de la Lune est de 1700 km.

(a) Quel est le rapport des rayons ?

(b) Quel est le volume de la Terre ?

(c) Quel est le volume de la Lune ?

(d) Quel est le rapport des volumes ?

Correction à la page 1104.

Exercice 1028

(a) Quel est le volume d'un cube de 3 cm d'arête ?

(b) Quelle est l'aire d'un triangle de base 4 m et de hauteur 50 cm ?

(c) Quel est le volume d'une sphère de rayon 7 m ?

(d) Quel est le volume de un litre d'eau ?

(e) Quel est le volume d'un cube dont les côtés font 5 m ? Par combien multiplie-t-on ce volume en considérant un cube de 10 m ?

(f) Quel est le volume d'un parallélépipède rectangle d'arêtes de longueurs 4, 7, 3 ? Par combien on multiplie ce volume si on double la largeur ? Et si on double tous les côtés ?

(g) Quel est le volume d'une citerne cylindrique de diamètre 1.5 m et de longueur 3 m ?

Correction à la page 1104.

23.8.a Questions de cours

Exercice 1029

Rappeler la définition de la réunion de deux événements, ainsi que la formule qui permet de la calculer. Expliquer les notations utilisées.

Correction à la page 1105.

23.9 Trigonométrie

Exercice 1030

1. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.

(a) Les nombres $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{5\pi}{2}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.

(b) Les nombres $\frac{2\pi}{3}$ et $-\frac{2\pi}{3}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.

(c) $\cos(\frac{10\pi}{4})=\cos(\frac{2\pi}{4}\ )$

2. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.

(a) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.

(b) Les nombres $\frac{2\pi}{3}$ et $-\frac{2\pi}{3}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.

(c) $\cos(\frac{\pi}{4})=\cos(\frac{3\pi}{4}\ )$

3. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.

(a) Les nombres $\frac{2\pi}{3}$ et $-\frac{2\pi}{3}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.

(b) Les nombres π et $-\pi$ ont même image sur le cercle trigonométrique.

(c) $\sin(\frac{\pi}{2})=\sin(\frac{5\pi}{2}\ )$

4. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.

(a) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.

(b) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{2\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.

(c) $\sin(\frac{10\pi}{4})=\sin(\frac{6\pi}{4}\ )$

5. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.

(a) Les nombres $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{5\pi}{2}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.

(b) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.

(c) $\sin(\ \pi)=\sin(-\pi\ )$

6. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{2\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\cos(\frac{2\pi}{3})=\cos(-\frac{2\pi}{3}\ )$

7. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{6\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\sin(\frac{\pi}{3})=\sin(\frac{2\pi}{3}\ )$

8. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{5\pi}{2}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\sin(\frac{\pi}{3})=\sin(\frac{2\pi}{3}\ )$

9. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{5\pi}{2}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres π et $-\pi$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\sin(\frac{10\pi}{4})=\sin(\frac{2\pi}{4}\ )$

10. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{2\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\sin(\frac{10\pi}{4})=\sin(\frac{2\pi}{4}\ )$

11. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{2\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\cos(\frac{\pi}{3})=\cos(\frac{2\pi}{3}\ )$

12. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{2\pi}{3}$ et $-\frac{2\pi}{3}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.

(b) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{2\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\sin(\frac{\pi}{2})=\sin(\frac{5\pi}{2}\ )$

13. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{5\pi}{2}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{2\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\sin(\frac{\pi}{3})=\sin(\frac{2\pi}{3}\ )$

14. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{5\pi}{2}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\cos(\frac{10\pi}{4})=\cos(\frac{2\pi}{4}\ )$

15. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{5\pi}{2}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{6\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\cos(\frac{\pi}{3})=\cos(\frac{2\pi}{3}\ )$

16. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{6\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\cos(\frac{\pi}{4})=\cos(-\frac{\pi}{4}\ )$

17. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{2\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{5\pi}{2}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\cos(\frac{\pi}{2})=\cos(\frac{5\pi}{2}\ )$

18. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{2\pi}{3}$ et $-\frac{2\pi}{3}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{2\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\sin(\frac{10\pi}{4})=\sin(\frac{6\pi}{4}\ )$

19. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{5\pi}{2}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\cos(\frac{10\pi}{4})=\cos(\frac{2\pi}{4}\ )$

20. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres π et $-\pi$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\cos(\frac{10\pi}{4})=\cos(\frac{6\pi}{4}\ )$

21. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{6\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\cos(\frac{2\pi}{3})=\cos(-\frac{2\pi}{3}\ )$

22. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{5\pi}{2}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\sin(\frac{\pi}{3})=\sin(\frac{2\pi}{3}\ )$

23. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres π et $-\pi$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{2\pi}{3}$ et $-\frac{2\pi}{3}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\sin(\frac{\pi}{4})=\sin(\frac{3\pi}{4}\ )$

24. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{2\pi}{3}$ et $-\frac{2\pi}{3}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\cos(\frac{10\pi}{4})=\cos(\frac{2\pi}{4}\ )$

25. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.

(b) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\sin(\frac{\pi}{4})=\sin(-\frac{\pi}{4}\ )$

26. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{5\pi}{2}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\cos(\frac{10\pi}{4})=\cos(\frac{2\pi}{4}\ )$

27. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{6\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\cos(\frac{\pi}{2})=\cos(\frac{5\pi}{2}\ )$

28. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{2\pi}{3}$ et $-\frac{2\pi}{3}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\sin(\frac{\pi}{2})=\sin(\frac{5\pi}{2}\ )$

29. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{2\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres π et $-\pi$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\sin(\frac{\pi}{4})=\sin(\frac{3\pi}{4}\ )$

30. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\cos(\frac{\pi}{3})=\cos(\frac{2\pi}{3}\ )$

31. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{5\pi}{2}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\cos(\frac{\pi}{4})=\cos(-\frac{\pi}{4}\ )$

32. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{6\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\cos(\frac{10\pi}{4})=\cos(\frac{2\pi}{4}\ )$

33. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{2\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\sin(\frac{2\pi}{3})=\sin(-\frac{2\pi}{3}\ )$

34. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{6\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{2\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\cos(\frac{\pi}{4})=\cos(\frac{3\pi}{4}\ )$

35. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{6\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\cos(\frac{\pi}{4})=\cos(-\frac{\pi}{4}\ )$

36. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{2\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{10\pi}{4}$ et $\frac{6\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\cos(\ \pi)=\cos(-\pi\ )$

37. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{5\pi}{2}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(b) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.
(c) $\cos(\frac{\pi}{3})=\cos(\frac{2\pi}{3}\ )$

38. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.
(a) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.

(b) Les nombres $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.

(c) $\sin(\pi)=\sin(-\pi)$

39. Vrai ou faux ? Vous pouvez justifier par un dessin.

(a) Les nombres $\frac{2\pi}{3}$ et $-\frac{2\pi}{3}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.

(b) Les nombres $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{5\pi}{2}$ ont même image sur le cercle trigonométrique.

(c) $\sin(\frac{\pi}{2})=\sin(\frac{5\pi}{2})$

Correction à la page 1105.

Exercice 1031

La SNCF veut enrouler un fil de cuivre de 100 m de long autour d'une grande bobine de 1 m de diamètre. Combien de tours seront nécessaires ?

À la moitié du deuxième tour, nous mettons une marque sur le fil. À quelle distance du début du fil se trouve la marque ?

Correction à la page 1105.

23.10 Vecteurs

Exercice 1032

Simplifier au maximum les expressions suivantes :

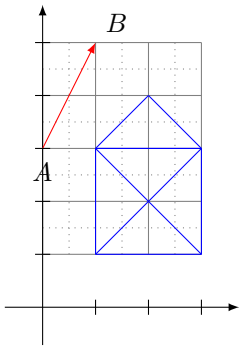
(a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{EA}$.

(b) $\overrightarrow{KL}+\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AL}-\overrightarrow{KB}$.

Correction à la page 1105.

Exercice 1033

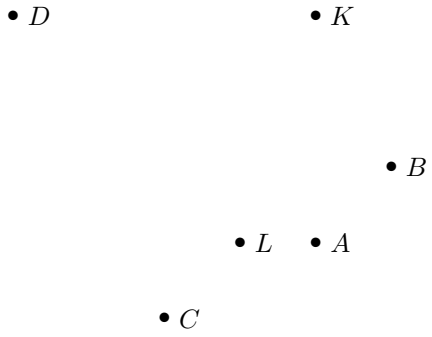
Dessiner l'image de la petite maison ci-contre par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.



Correction à la page 1105.

Exercice 1034

Construire, sans utiliser de quadrillage les points $t_{A,B}(K)$ et $t_{C,D}(L)$.



Correction à la page 1105.

Exercice 1035

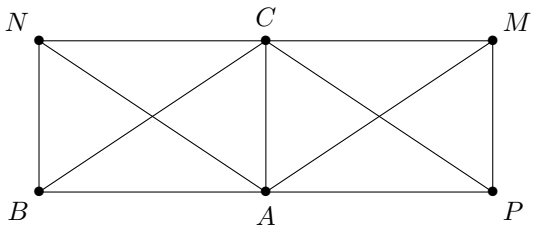
Compléter les égalités suivantes pour qu'elles soient vraies.

(a) $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{B.}$.
(b) $\overrightarrow{H.} = \overrightarrow{..} + \overrightarrow{IJ}$
(c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{..}$
(d) $\overrightarrow{XK} = \overrightarrow{XL} + \overrightarrow{.K}$
(e) $\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{R.} + \overrightarrow{.S}$
(f) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{.}$
(g) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{..}$
(h) $\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{PR} = \overrightarrow{..}$

Correction à la page 1105.

Exercice 1036

Sur la figure ci-contre, $MNBP$ est un rectangle, C est le milieu de $[MN]$ et A est le milieu de $[BP]$.



Compléter les égalités suivantes de manière à ce qu'elles soient correctes.

(a) $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{P?}$
(b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{??}$
(c) $\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CP} = ?\overrightarrow{B}$

Correction à la page 1105.

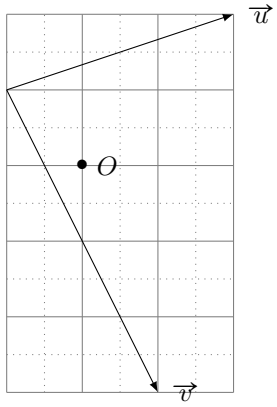
Exercice 1037

À partir du dessin ci-contre.

(a) Tracer le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.

(b) Tracer le vecteur $\vec{u} - \vec{v}$.

(c) Placer le point A tel que $\overrightarrow{OA} = 2\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}$.



Correction à la page 1105.

Exercice 1038

Soit un parallélogramme $ABCD$ et les points K et L tels que $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CL} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$. Prouver que $AKCL$ est un parallélogramme.

Correction à la page 1105.

Exercice 1039

Soit $[AB]$ un segment de longueur 4 cm et le point M définit par $3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

(a) Exprimer $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$.

(b) Placer le point M sur une figure.

Correction à la page 1105.

Exercice 1040

Nous considérons le carré $ABCD$ ainsi que les points E et F placés à l'extérieur du carré de sorte que les triangles CDE et DAF soient équilatéraux. Prouver que (FE) est parallèle à (AC).

Correction à la page 1105.

Exercice 1041

Nous considérons trois points quelconques A, B et C.

(a) Construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

(b) Construire le point N tel que $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

(c) Construire le point P tel que $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$.

(d) Construire le point Q tel que $\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}$.

Correction à la page 1105.

Exercice 1042

Soient les points $A = (2;1)$, $B = (4;0)$ et $C = (1;-2)$.

(a) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CB}$.

(b) Donner les coordonnées d'un point N tel que

$$3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AN}.$$

(c) Représenter les points A, B, C et N dans un repère orthonormé.

(d) Soit Q, le point de coordonnées $(8;-2)$. Donner la valeur λ pour laquelle

$$\overrightarrow{AB} = \lambda\overrightarrow{AQ}.$$

(e) Montrer que le quadrilatère $AQNC$ est un parallélogramme. Donner en le centre.

(f) Est-ce que le quadrilatère $AQNC$ est un rectangle ?

Correction à la page 1105.

Exercice 1043

Soit un triangle ABC. Nous nommons I, J et K les milieux respectifs des côtés $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$.

(a) Prouver que (IJ) est parallèle à (BC) en partant de l'égalité vectorielle $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JC}$.

(b) Prouver que $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{KC} = \overrightarrow{IJ}$.

(c) Pour quelle valeur de s a-t-on $\overrightarrow{BC} = s\overrightarrow{IJ}$?

Correction à la page 1105.

Exercice 1044

Soit, dans un repère $(0, I, J)$, les points $A = (2;1)$, $B = (-3,6)$, $C = (10,37)$.

(a) Donner les coordonnées des points O, I et J.

(b) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OI}$, $\overrightarrow{OJ}$, $\overrightarrow{IA}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{IJ}$.

(c) Calculer les coordonnées des vecteurs $2\overrightarrow{AB}$, $-\overrightarrow{OC}$, $-34\overrightarrow{AC}$.

(d) Construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AO}$.

(e) Calculer les coordonnées du point N tel que $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.

Correction à la page 1105.

Exercice 1045

Soit un parallélogramme $ABCD$ de centre O. Simplifier l'expression

$$\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}.$$

Correction à la page 1106.

Exercice 1046

Soit un triangle équilatéral ABC. Construire le point D vérifiant

$$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}.$$

Correction à la page 1106.

Exercice 1047

Soit un parallélogramme $ABCD$ de centre O. Démontrer que $2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AO}$.

Correction à la page 1106.

Exercice 1048

Soit un parallélogramme $ABCD$ et $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AD}$. Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CA}$ à l'aide de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Correction à la page 1106.

Exercice 1049

Dessiner sur le dessin ci-contre les vecteurs

(a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

(b) $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{BC}$

(c) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE}$

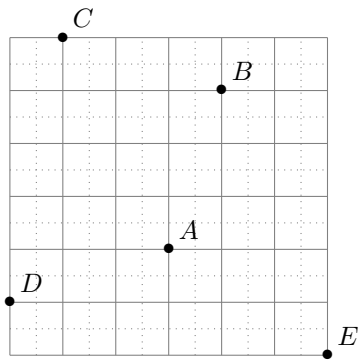
(d) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CE}$

(e) $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}$

(f) $2\overrightarrow{EA}$

(g) $-\overrightarrow{BA}$

(h) $\frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$



Correction à la page 1106.

Exercice 1050

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O. Nous notons I le milieu du segment $[AB]$ et K celui de $[CD]$. La droite (AK) coupe (BD) au point M et nous notons N l'intersection entre (CI) et BD.

(a) Dessiner la situation.

(b) Prouver que $(AK) \parallel (IC)$.

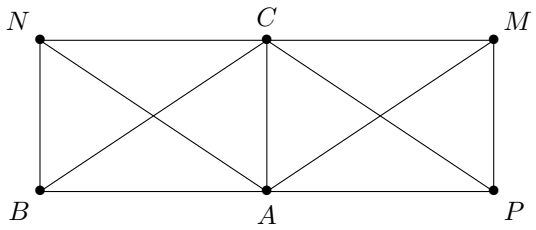
(c) Démontrer que $BN = NM = MD$ (penser à Thalès).

(d) Quel est le point N par rapport au triangle ABC ?

Correction à la page 1106.

Exercice 1051

Sur ce dessin, $MNBP$ est un rectangle, C est le milieu de $[MN]$ et A est le milieu de $[BP]$. Nous avons les mesures AB =4 cm et AC =3 cm.



Compléter les égalités suivantes de telles façon à ce qu'elles soient correctes.

(a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{B?}$

(b) $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{P?}$

(c) $\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{??}$

(d) $\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{??}$

(e) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A?}$

(f) $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{P?}$

(g) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{??}$

(h) $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B?}$

(i) $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{C?}$

(j) $NA - BA$

Correction à la page 1106.

Exercice 1052

Soient les vecteurs $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ dans un repère.

(a) Quelles sont les coordonnées du vecteur $3\vec{u}$?

(b) Quelles sont les coordonnées du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$?

(c) Quelles sont les coordonnées du vecteur $-\vec{u}$?

Correction à la page 1106.

Exercice 1053

Démontrer que les points $A = (0; 0)$, $B = (3; 0)$, $C = (5, 2)$, $D = (2, 2)$ forment un parallélogramme.

Correction à la page 1106.

Exercice 1054

Soit un triangle ABC.

(a) Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$.

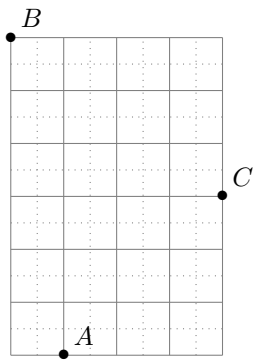
(b) Construire le point E tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

(c) Où se trouve le point A par rapport au segment $[ED]$?

Correction à la page 1106.

Exercice 1055

Recopier la figure ci-contre, et répondre aux questions.



(a) Construire le point D tel que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$.

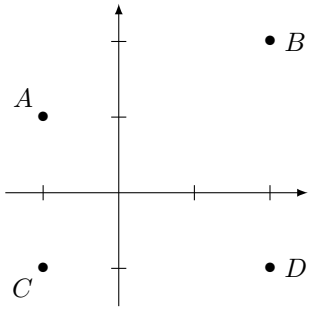
(b) Construire le point E tel que $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AB}$.

(c) Démontrer que C est le milieu de $[ED]$.

Correction à la page 1106.

Exercice 1056

Donner l'image de D par la translation



$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$.

Correction à la page 1106.

Exercice 1057

Soit I le milieu du segment $[AB]$ et K, un point n'appartenant pas à la droite (AB).

(a) Construire les points C et D vérifiant $\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IK}$ et $\overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IK}$.

(b) Quelle est la nature du quadrilatère $AIKC$?

(c) Quelle est la nature du quadrilatère $IBDK$?

(d) Prouver que K est le milieu de $[CD]$.

(e) Prouver que $\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{BK}$.

Nous nommons E le symétrique de I par rapport à K.

(a) Exprimer la définition de E par une égalité vectorielle.

(b) Prouver que $\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IE}$.

Correction à la page 1106.

23.10.a Colinéarité

Exercice 1058

Pour chacun des couples de vecteurs suivants, indiquer si ils sont colinéaires. Justifier soit en donnant un facteur multiplicateur soit en expliquant pourquoi il n'en existe pas.

(a) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$.

(b) $\vec{u} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 12 \end{pmatrix}$.

(c) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

Correction à la page 1106.

Exercice 1059

Dire pour chacun des couples de vecteurs suivants si il sont colinéaires.

(a) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \end{pmatrix}$

(b) $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \end{pmatrix}$

(c) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 7 \\ 10 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

(d) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$

(e) $\vec{u} = \begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

(f) $\vec{u} = \begin{pmatrix}\sqrt{5}+1\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix}4\\\sqrt{5}-1\end{pmatrix}$.

Correction à la page 1106.

Exercice 1060

Soit le vecteur $\vec{u} = \begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ et le point $A = (1;2)$.

(a) Déterminer le point B de telle sorte que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.

(b) Donner la valeur de x telle que le vecteur $\vec{v} = \begin{pmatrix}x\\9\end{pmatrix}$ soit colinéaire à $\vec{u}$.

(c) Dessiner les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans un repère orthonormé.

(d) Déterminer graphiquement et par le calcul les cordonnées du vecteur $2\vec{v} - \vec{u}$.

(e) Soit le point $A = (-2;7)$.

(e1) Déterminer le point B tel que $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.

(e2) Donner un point C tel que le vecteur $\overrightarrow{AC}$ soit parallèle à la droite d'équation $y = 2x + 11$.

Correction à la page 1106.

Exercice 1061

Dans chacune des situation suivantes, dire si les droites (AB) et (CD) sont sécantes ou parallèles.

(a) $A = (1;1)$, $B = (3,3)$, $C = (3,4)$, $D = (3,7)$.

(b) $A = (1;2)$, $B = (0,1)$, $C = (10,10)$, $D = (9,9)$.

(c) $A = (1;2)$, $B = (3,4)$, $C = (5,6)$, $D = (7,8)$.

(d) $A = (0;0)$, $B = (2,3)$, $C = (-1,-3)$, $D = (1,0)$.

(e) $A = (0;0)$, $B = (1,0)$, $C = (5,-3)$, $D = (-2,-3)$.

(f) $A = (1;3)$, $B = (3,1)$, $C = (7,-3)$, $D = (-2,0)$.

Correction à la page 1107.

Exercice 1062

Soient les points $A = (-1;3)$, $B = (1;1)$, $C = (2;2)$ et $D = (3;4)$.

(a) Calculer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB}$

(b) Calculer les coordonnées du point F tel que C soit le milieu de $[AF]$.

(c) Calculer les coordonnées du point G tel que $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$.

(d) Est-ce que les points E, F et G ainsi construits sont alignés ?

Correction à la page 1107.

Exercice 1063

Soit un triangle ABC. Nous considérons les points N, M et P tels que $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

Prouver que les points N, P et M sont alignés.

Correction à la page 1107.

Exercice 1064

Soient les points $O = (0,0)$, $A = (2,3)$, $B = (1,-4)$ et $C = (3,-1)$. Vrai ou Faux ? Justifier.

(a) Les vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires.

(b) Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $\begin{pmatrix}1\\7\end{pmatrix}$.

(c) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC}$.

Correction à la page 1107.

Exercice 1065

Soit $\vec{v}$ les vecteur de coordonnées $\vec{v} = \begin{pmatrix}-5\\15\end{pmatrix}$ et le point $K = (100;-34)$. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

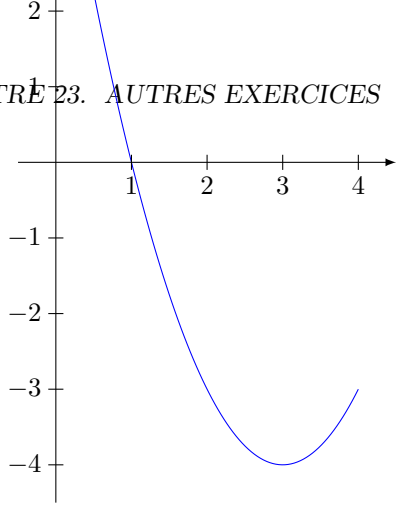
(a) $\vec{v}$ est colinéaire au vecteur $\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$.

(b) Si $A = (95;-19)$ alors $\vec{v} = \overrightarrow{KA}$.

Correction à la page 1107.

23.11 Second degré

Exercice 1066



Un oiseau pêche son poisson en plongeant dans un lac depuis une falaise. Nous modélisons sa trajectoire (hauteur par rapport à la surface de l'eau en fonction de la distance horizontale de la falaise) par la fonction

$$h(x) = x^2 - 6x + 5$$

dessinée ci-contre.

(a) De quelle hauteur l'oiseau a-t-il sauté ?

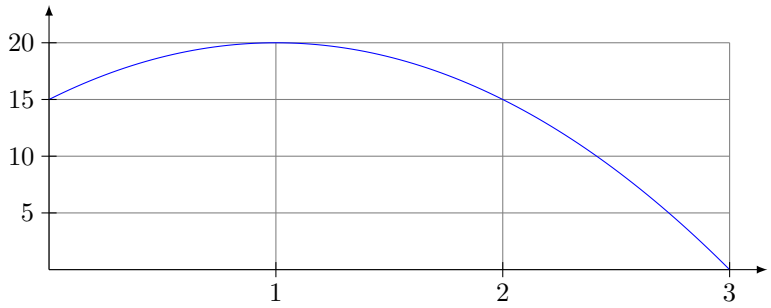
(b)

<++>

Correction à la page 1107.

Exercice 1067 [37]

Un berger syldave s'entraine pour le championnat national du lancer de chèvre. L'épreuve consiste à lancer une chèvre vers le haut depuis le bord d'une falaise située au bord d'un lac tranquille. La hauteur de la chèvre en fonction du temps (en secondes) par rapport à la surface du lac tranquille est une fonction f donnée par le graphique suivant.



À partir du graphique :

(a) À quelle hauteur se trouve la chèvre au moment du lancer ?

(b) Pendant combien de temps la chèvre reste à une hauteur supérieure à celle à laquelle elle a été lancée ?

(c) À quel moment la chèvre atteint-elle sa hauteur maximale ? Quelle est cette hauteur ?

(d) Au bout de combien de temps la chèvre touche-t-elle la surface de l'eau ?

(e) Résumer toutes ces informations en dressant le tableau de variation de la fonction f.

Quelque questions théoriques. Nous considérons la fonction

$$\begin{aligned} f\colon [0,3] &\to \mathbb{R} \\ t &\mapsto -5t^2 + 10t + 15. \end{aligned}$$

(a) Vérifier que f peut s'écrire

$$f(t) = 20 - 5(x-1)^2$$

(b) Factoriser f et résoudre l'équation $f(t) = 0$.

(c) Interpréter les solutions. Une des deux solutions trouvées est à rejeter en ce qui concerne le problème de berger syldave qui nous intéresse. Pourquoi ?

(d) Résoudre l'équation $f(x) = 15$. Que représentent les solutions dans le lancer de chèvre ?

(e) Du pied de la falaise, un concurrent mal intentionné veut toucher la chèvre avec un lance-pierre. Il tire verticalement et la hauteur de la pierre en fonction du temps est donnée par la fonction $g(x) = 10x$.

(e1) Représenter g sur le même graphique que f.

(e2) Déterminer par calcul le moment et la hauteur à laquelle la chèvre sera touchée. Montrer sur le graphique le point correspondant.

Correction à la page 1107.

Exercice 1068

Dresser le tableau de signe et de variations des fonctions

(a) $f(x) = x^2 - 4$

(b) $g(x) = 4x^2 - 1$

Correction à la page 1107.

Exercice 1069 [37]

Soit la fonction f définie par $f(x) = 4x^2 + 16x - 9$.

(a) Donner l'ensemble de définition de f.

(b) Compléter le tableau de variation :

x	$-\infty$	$\ldots$	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	$\ldots$	$\nearrow$

(c) Calculer $f(-5)$ et $f(3)$

(d) Tracer approximativement la courbe entre -7 et 3. Indiquer sur le graphique les éléments-clefs qui ont permis de tracer. Aidez-vous des questions précédentes.

(e) Calculer les images de -10 et de 10 par la fonction f.

(f) Donner un encadrement de $f(x)$ pour $3 < x < 10$.

(g) Donner un encadrement de $3f(x) + 5$ pour $-10 \leqslant x \leqslant -5$.

(h) Donner un encadrement de $-2f(x)$ pour $-5 \leqslant x \leqslant -2$.

Correction à la page 1108.

Exercice 1070

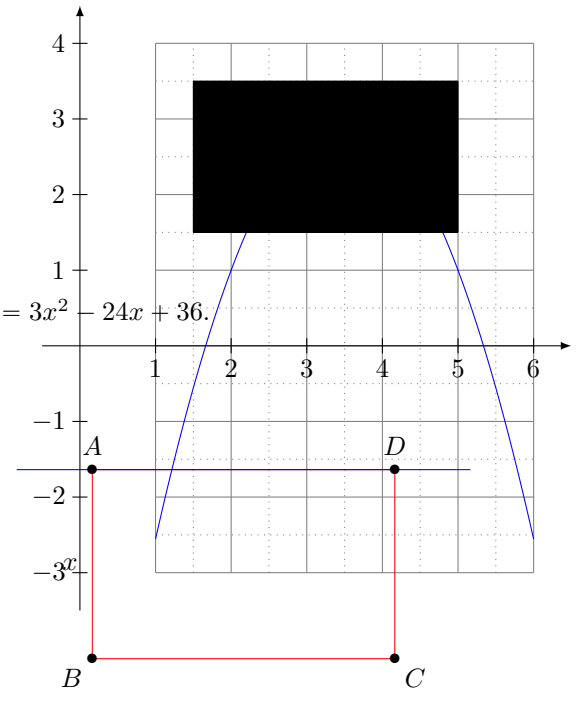
Donner des expressions plus simples des nombres suivants :

(a) $\sqrt{9+25}$ | (b) $(-4)^2$ | (c) $\sqrt{(-7)^2}$

Correction à la page 1108.

Exercice 1071

Afin de préserver son anonymat, la fonction du second degré ci-contre s'est parée d'un grand rectangle noir. Nous savons que les points $(2;1)$ et $(5;1)$ sont sur la courbe. À défaut de pouvoir reconnaître la fonction, donner l'abscisse de son sommet.



Justifier en utilisant un calcul ou des propriétés des paraboles.

Correction à la page 1108.

Exercice 1072

Donner le tableau de variations sur $\mathbb{R}$ la fonction $f(x) = 3x^2 - 24x + 36$.

Correction à la page 1108.

Exercice 1073

Les moniteurs d'une colonie de vacances désirent délimiter une surface de baignade rectangulaire la plus grande possible, en installant une ligne de bouées de 80 mètres de long. On modélise la situation de la façon suivante : le bord de la plage est supposé rectiligne, et $ABCD$ est un rectangle. On note x la longueur AB en mètres.

Nous voudrions déterminer pour quel x l'aire de baignade est maximale.

(a) Exprimer la longueur de chacun des côtés du rectangle $ABCD$ en fonction de x et les reporter sur la figure.

(b) En déduire l'expression $A(x)$ de l'aire du rectangle $ABCD$ en m^2 en fonction de x.

(c) Quelle est la nature de la fonction $x \mapsto A(x)$?

(d) Tracer à main levée la courbe représentative de la fonction A.

(e) Donner la valeur de x pour laquelle cette aire est maximale. Quelle est la valeur de ce maximum ?

Correction à la page 1108.

Exercice 1074

Donner le tableau de variation de la fonction $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$.

Correction à la page 1108.

Exercice 1075

Démontrer que la fonction $g(x) = x^2 + 3$ est croissante sur $[0, \infty[$.

Correction à la page 1108.

Exercice 1076

Soient les fonction $f(x) = \frac{x^2}{2}$ et $g(x) = 3x - 4$.

(a) Tracer sur un même graphique les courbes représentatives de f et de g sur l'intervalle $[-4, 6]$.

(b) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$. Indiquer les solutions sur le graphique et écrire les solutions sur la feuille.

(c) Démontrer (par un calcul) que

$$\frac{1}{2}x^2 - 3x + 4 = \frac{1}{2}(x-2)(x-4)$$

pour tout $x \in \mathbb{R}$.

(d) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$. Écrire la solution sous forme d'intervalle et l'indiquer sur le graphique.

Correction à la page 1108.

Exercice 1077 [41]

Chaque jour, une entreprise fabrique x objets, avec $x \in [0; 50]$. Le coût de production des x objets est donné en euros par : $C(x) = 60 - 0,3x$. Le revenu des x objets est donné en euros par $R(x) = 20,1\,x - 0,3x^2$.

Le bénéfice quotidien de cette entreprise est noté $B(x)$, il correspond à la différence entre le revenu et le coût de production.

(a) Exprimer $B(x)$ en fonction de x.

(b) Vérifier que le bénéfice peut également s'écrire $B(x) = -0,3(x-34)^2 + 286,8$.

(c) Quel est le bénéfice maximal ? Quel nombre d'objets l'entreprise doit-elle produire pour l'atteindre ?

Correction à la page 1108.

Exercice 1078 [41]

(a) Résoudre : $(3+5x)^2 - (4x-7)(3+5x) = 0$

(b)(b1) Montrer que l'équation $(7x+1)^2 = (4-8x)^2$ est équivalente à l'équation $(15x-3)(-x+5) = 0$.

(b2) Résoudre cette dernière équation et conclure.

(c) Résoudre : $x^2 - 1 + (x-1)(4x+3) = 0$

Correction à la page 1108.

Exercice 1079

Soit la fonction $f(x) = (2x-1)^2 + 3$.

(a) Donner la forme développée de f.

(b) Quel type de fonction est-ce ?

(c) Donner la valeur de x pour laquelle f admet un minimum. Préciser la valeur de ce minimum.

Correction à la page 1108.

Exercice 1080

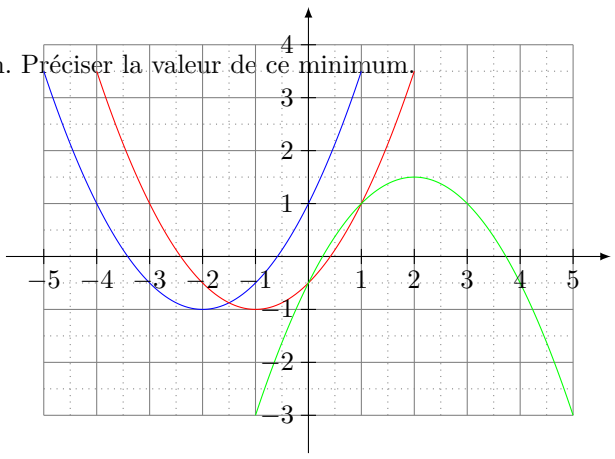
Associer à chacune des fonctions

(a) $f(x) = \frac{x^2}{2} + 2x + 1$.

(b) $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2}$

(c) $h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{1}{2}$

son graphe représenté ci-contre.



Correction à la page 1108.

Exercice 1081

Soit la fonction $f(x) = -x^2 + 4x + 3$.

(a) Montrer que $f(x) = 7 - (x-2)^2$.

(b) En déduire que f admet un maximum pour $x = 2$.

Correction à la page 1108.

Exercice 1082

Soit $f(x) = x^2 + 6x + 1$.

(a) Factoriser $f(x) + 8$.

(b) En déduire que f admet un minimum en $x = -3$.

Correction à la page 1108.

Exercice 1083 [42]

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 2x - 1$.

(a) Déterminer les points d'intersection entre la parabole de f et la droite d'équation $y = -1$. Nous nommons A et B ces points.

(b) Calculer les coordonnées K du point milieu du segment $[AB]$. Quel est l'axe de symétrie de la parabole représentative de f ?

Correction à la page 1108.

Exercice 1084

Résoudre l'inéquation $x^2 \geqslant 9$. Dessiner la fonction carré et montrer les solutions sur le graphique.

Correction à la page 1108.

Exercice 1085

Soit $f(x) = x^2$. Calculer $f(4)$ et $f(12)$. Est-ce qu'on peut dire que pour tout a, $f(3 \times a) = 3 \times f(a)$?

Correction à la page 1109.

Exercice 1086

Soit $f(x) = x^2$. Calculer $f(3)$, $f(4)$ et $f(3 + 4)$. Est-ce qu'on a le droit d'écrire $(3 + 4)^2 = 3^2 + 4^2$?

Correction à la page 1109.

Exercice 1087

Sans calculatrice, comparer les nombres $A = \sqrt{2}+\sqrt{7}$ et $B = \sqrt{8 + 2\sqrt{14}}$. Conseil : commencer par comparer A^2 et B^2.

Correction à la page 1109.

Exercice 1088

Vrai ou faux ?

(a) L'équation $(2x - 3)^2 = (2x + 9)^2$ n'admet pas de solutions dans $\mathbb{R}$.

(b) Si $x > 2$ alors $x^2 > 4$.

(c) Si $a = -b$ alors $a^2 = b^2$.

(d) L'équation $x^2 = 9$ admet une unique solution.

(e) Si $-1 < x < 3$ alors $1 < x^2 < 9$.

Correction à la page 1109.

Exercice 1089

Soit x un nombre réel vérifiant $x \leqslant 3$. Peut-on affirmer qu'alors $x^2 \leqslant 9$? Justifier à partir d'un dessin de la fonction carré.

Correction à la page 1109.

23.12 Systèmes

Exercice 1090 [41]

Un lycée veut organiser une grande sortie pour toutes les classes de seconde. Pour ce faire, un certain nombre de cars sont loués. Au départ, les professeurs avaient voulu mettre 41 élèves par cas, mais alors il manquait 7 places. Alors ils ont décidé de mettre 43 élèves par car et il y a eu 3 places en trop.

Combien d'élèves partaient en voyage ?

Correction à la page 1109.

Exercice 1091 [41]

L'été dernier, Johann et Thibault ont effectué des travaux saisonniers. Thibault a gagné deux fois plus d'argent que Johann. Puis, chacun a dépensé une part de son salaire : Thibault, les deux tiers, et Johann 50 % de son salaire.

(a) Déterminer le montant du salaire de chacun sachant que le montant total des sommes dépensées était de 440€

(b) Combien chacun a-t-il dépensé ?

Correction à la page 1109.

Exercice 1092

Le périmètre d'un rectangle est de 32 cm. Lorsqu'on augmente sa longueur de 5 cm et sa largeur de 4 cm, son aire augmente de 160 cm^2. Quelle est la largeur et la longueur du rectangle ?

Correction à la page 1109.

Exercice 1093

Un père dit à ses enfants :«Aujourd'hui la somme de nos âges est de 45 ans et j'ai huit fois l'âge de Julie et dans 4 ans j'aurai 4 fois l'âge de Charles. » Quels sont les âges du père, de Julie et de Charles ?

Correction à la page 1109.

Exercice 1094

Une dame croise trois mendiants. Au premier elle donne la moitié de ce qu'elle a sur elle plus un euro. Au second, elle donne la moitié de ce qui lui reste plus deux euros, et au troisième elle donne encore la moitié de ce qui lui reste plus trois euros. À ce moment elle remarque qu'elle n'a plus que un euro en poche.

Combien avait-elle au début de sa promenade ?

Correction à la page 1109.

Exercice 1095 [37]

Résoudre les systèmes suivants.

(a)
$$\begin{cases} 3x+5y=1 \\ -2x+7y=0 \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} \frac{1}{3}x+\frac{4}{5}y=-1 \\ 5x+12y=3 \end{cases}$$

(c)
$$\begin{cases} x+y=2x+3 \\ 2x+2y=x-y+1 \end{cases}$$

(d) Attention : le suivant est difficile :
$$\begin{cases} 3x^2-5y^2=-2 \\ -2x^2+4y^2=1 \end{cases}$$

Pour le résoudre, poser $u=x^2$, $v=y^2$, résoudre par rapport à u et v. Cela vous donne 4 solutions pour x et y vu que $x=\pm\sqrt{u}$ et $y=\pm\sqrt{v}$. Lesquelles sont réellement solutions du système de départ ?

Question supplémentaire : dessiner des figures illustrant ces systèmes.

Correction à la page 1109.

Exercice 1096

Soit le rectangle $OABC$ avec $O=(0;0)$, $A=(4;0)$, $B=(4;3)$ et $C=(0;3)$. Soit aussi K le milieu de $[CB]$. Nous nommons E le point d'intersection $(OK)\cap(CA)$ et $F=(KA)\cap(OB)$.

(a) Déterminer les coordonnées de K.

(b) Donner les équations des droites (OK), CA, KA et OB.

(c) Calculer les coordonnées des points E et F.

(d) Prouver que $\overrightarrow{EF}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Correction à la page 1110.

Exercice 1097

Un policier poursuit un bandit. Si ce dernier arrive à sa voiture plus de 10 secondes avant le policier, il pourra s'échapper. Au départ de la poursuite, le bandit était à 200 mètres de sa voiture avec une avance de 40 mètres sur le policier. Le bandit court à 7 m/s tandis que le policier court à 8 m/s.

(a) Écrire la fonction qui donnent en fonction du temps les distance entre le bandit et sa voiture.

(b) Écrire la fonction qui donnent en fonction du temps les distance entre le policier et la voiture.

(c) Est-ce que le policier rejoint le bandit avant ou après que ce dernier ait rejoint sa voiture ?

(d) Le bandit pourra-t-il s'échapper ?

Correction à la page 1111.

Exercice 1098

Résoudre par le calcul le système
$$\begin{cases} x-2y=-8 \\ 3x+y=11. \end{cases}$$

Vérifier la solution en remplaçant dans les équations.

Correction à la page 1111.

Exercice 1099

Nous munissons le plan d'un repère orthonormé (O, I, J) et nous considérons les droites d et d' d'équations

$$y = -2x - 3$$
$$y = \frac{1}{2}x + 2.$$

(a) Dessiner d et d'.
(b) Calculer le point d'intersection de d et d'.
(c) Est-ce que le point $B = (1; -5)$ est sur d ?
(d) Donner l'équation de la parallèle à d' passant par B.
(e) Est-ce que $D = (4; 4)$ est sur la droite d' ?
(f) Donner l'équation de la parallèle à d passant par D.
(g) Pour que point C le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme. Donner les coordonnées de C.
(h) Calculer les longueurs AB, AD et BD.
(i) Quelle est la nature du triangle ABD ?
(j) En déduire quelle est précisément la nature du quadrilatère $ABCD$.

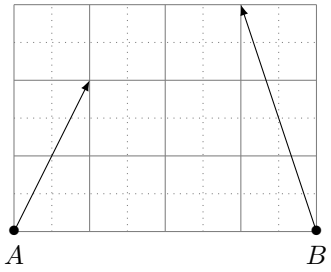
Correction à la page 1111.

Exercice 1100

Deux joueurs de jeu de combat tirent des rayons de plasma. Si les rayons s'intersectent, il se produit une explosion qui tue tout le monde dans un rayon de 4 m.



Capture d'écran de Cube 2



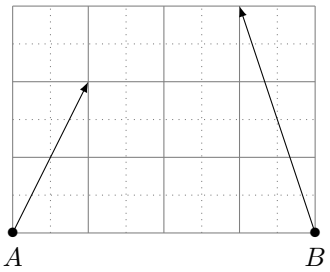
Les joueurs A et B sont dans la situation ci-dessus et tirent dans les directions indiquées par les vecteurs dessinés. Vont-ils survivre ?

Correction à la page 1112.

Exercice 1101

Deux joueurs de jeu de combat tirent des rayons de plasma. Si les rayons s'intersectent, il se produit une explosion qui tue tout le monde dans un rayon de 4 m.

Les joueurs A et B sont dans la situation ci-contre (le grillage est donné en mètres) et tirent dans les directions indiquées par les vecteurs dessinés. Vont-ils survivre ? Répondre par le calcul (un dessin est le bienvenu, mais ne constitue pas une réponse à part entière).



Correction à la page 1112.

23.12.a Factorisation

Exercice 1102

Factoriser les expressions suivantes en utilisant des identités remarquables ou des mises en facteur.

(a) $x^2 + 2x + 1$
(b) $x^2 - 2x + 1$
(c) $4x^2 + 4x$
(d) $(x-2)^2 - 9$
(e) $x^2 - 9$
(f) $4x^2 + 12x + 9$
(g) $(x+1)^2 - 16$

Correction à la page 1112.

Exercice 1103

Factoriser les expressions suivantes en utilisant les techniques usuelles, mais en plusieurs étapes.

(a) $4x^3 - 4x$
(b) $3x^2 + 6x + 3$
(c) $(x+1)^2 + 3x + 3$
(d) $16x^2 - 36$
(e) $8x^2 - 8x + 2$
(f) $(2x-3)(3x+7) - 2x + 3$
(g) $x^2 + 2x + 1 - a^2$
(h) $x^2 - 4 + 3(x+2)$
(i) $4x^2 - 12x + 9$
(j) $(x-5)^2 + 3(x+2)(x-5)$

Correction à la page 1112.

Exercice 1104

Résoudre l'équation $7x(1+3x) + (3x+1)(x-8) = 0$.

Correction à la page 1112.

Exercice 1105

Dessiner sur une droite graduée les ensembles $A = [-2;7[\cup]4;7]$ et $B =]-3;5[\cap [1,\infty[$.

Correction à la page 1113.

Exercice 1106

Résoudre l'équation

$$(3x+7)^2 - (1-x)(3x+7) = 0.$$

Correction à la page 1113.

Exercice 1107 [37]

Soit la fonction

$$f(x) = \frac{(x-\frac{1}{3})(3x+2) - (9x^2-4)}{(\frac{4}{3}-x)}.$$

(a) En utilisant un produit remarquable, comment peut-on récrire $9x^2 - 4$?
(b) Factoriser $f(x)$.
(c) Résoudre $f(x) = 0$.

Correction à la page 1113.

Exercice 1108

Soit la fonction

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{25}{9}.$$

(a) Factoriser $f(x)$.
(b) Résoudre $f(x) = 0$.

Correction à la page 1113.

Exercice 1109

1. Factoriser l'expression $(3x+2)(x+7) + 3x + 2$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

2. Factoriser l'expression $(x-7)(1-4x) + x - 7$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

3. Factoriser l'expression $(2x-3)(9x+9) + 2x - 3$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

4. Factoriser l'expression $(6x+2)(6x+2) - 5x(6x+2)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

5. Factoriser l'expression $(4x-7)(3x-7)-2x(3x-7)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

6. Factoriser l'expression $4x(2x+4)+(2x+4)(6x-8)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

7. Factoriser l'expression $(3x-1)(1-9x)+3x-1$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

8. Factoriser l'expression $(9-4x)(6x+9)+5x(6x+9)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

9. Factoriser l'expression $-8x(8-5x)+(8-5x)(9-5x)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

10. Factoriser l'expression $(4x+5)(4x-5)+4x+5$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

11. Factoriser l'expression $6-8x+(6-8x)(9-8x)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

12. Factoriser l'expression $1-6x+(1-6x)(5x+1)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

13. Factoriser l'expression $3x+3+(3x+3)(5x-7)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

14. Factoriser l'expression $(4x-4)(3-2x)-3x(3-2x)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

15. Factoriser l'expression $7-7x+(7-7x)(x+6)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

16. Factoriser l'expression $4 - 9x + (4 - 9x)(8x + 7)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

17. Factoriser l'expression $(3x + 3)(2 - x) + 2x(2 - x)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

18. Factoriser l'expression $(2 - 2x)(6x - 6) + 2 - 2x$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

19. Factoriser l'expression $(6x + 9)(5x + 9) + 6x + 9$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

20. Factoriser l'expression $(6x + 4)(7x + 7) + 4x(7x + 7)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

21. Factoriser l'expression $(6 - 5x)(5x + 2) + 6 - 5x$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

22. Factoriser l'expression $(2x - 8)(6 - 8x) + 2x - 8$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

23. Factoriser l'expression $-7x(2 - 3x) + (2 - 3x)(7x - 1)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

24. Factoriser l'expression $(4x - 4)(9x + 1) - 4x(9x + 1)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

25. Factoriser l'expression $4 - x + (4 - x)(5x + 9)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

26. Factoriser l'expression $(7x + 8)(6 - 5x) + 7x + 8$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

27. Factoriser l'expression $3 - 6x + (3 - 6x)(7x + 2)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

28. Factoriser l'expression $2x(8x + 2) + (8x + 2)(1 - x)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

29. Factoriser l'expression $1 - 7x + (1 - 7x)(7x - 4)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

30. Factoriser l'expression $(8 - 8x)(3x - 3) + 8 - 8x$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

31. Factoriser l'expression $1 - x + (1 - x)(8x - 5)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

32. Factoriser l'expression $(2x - 1)(2x - 3) - 6x(2x - 3)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

33. Factoriser l'expression $(2x - 1)(8 - 9x) + 2x - 1$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

34. Factoriser l'expression $(9 - 9x)(4x + 2) + 9 - 9x$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

35. Factoriser l'expression $2x(6x - 3) + (6x - 3)(4x + 3)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

36. Factoriser l'expression $(6 - 9x)(9x + 7) - 4x(9x + 7)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

37. Factoriser l'expression $9x(6x - 7) + (6x - 7)(8x + 2)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

38. Factoriser l'expression $(4x-8)(4-9x)+4x-8$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

39. Factoriser l'expression $-5x(x-9)+(x-9)(7x+3)$. Pour quelle valeur de x est-elle nulle ?

Correction à la page 1113.

23.13 Fonction inverse

Exercice 1110

(a) Richard veut parcourir 60 km à vélo en deux heures et demie. À quelle vitesse doit-il pédaler ? À quelle vitesse doit-il pédaler pour effectuer ce trajet en deux heures et dix minutes ?

(b) Écrire la fonction qui à x fait correspondre la vitesse à laquelle il faut se déplacer pour effectuer 60 km en une heure plus x minutes.

(c) Retrouver les réponses de la première question en utilisant la fonction trouvée à la seconde question.

Correction à la page 1113.

Exercice 1111

Si $a<1$, peut-on affirmer que $\frac{1}{a}>1$? Justifier votre réponse en utilisant un dessin du graphique de la fonction $x\mapsto\frac{1}{x}$.

Correction à la page 1113.

Exercice 1112

(a) Résoudre $\frac{1}{x+1}=0.5$

(b) Résoudre $\frac{1}{x}=-3$.

(c) Donner les valeurs de x pour lesquelles

$$-\frac{1}{2}\leqslant\frac{1}{x}\leqslant 10.$$

Pour celle-ci, vous pouvez justifier en utilisant un dessin.

Correction à la page 1113.

Exercice 1113

Résoudre les équations et inéquations suivantes.

(a) $\frac{x+3}{x-2}=4$.

(b) $-\frac{1}{10}\leqslant\frac{1}{x}\leqslant\frac{3}{4}$.

Correction à la page 1113.

Exercice 1114

Résoudre les inéquations suivantes.

(a) $-2\leqslant\frac{1}{x}<5$

(b) $3<\frac{1}{x}<16$

(c) $-\frac{1}{10}\leqslant\frac{1}{x+1}\leqslant\frac{1}{100}$

(d) $\frac{1}{x}+1\in[-9,11]$.

Correction à la page 1113.

Exercice 1115

Résoudre l'inéquation

$$-\frac{1}{10}\leqslant\frac{1}{x}\leqslant\frac{3}{4}.$$

Correction à la page 1113.

Exercice 1116

Si a et b sont des réels différents de zéro tels que $a<b$, peut-on affirmer que $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$?

Correction à la page 1113.

Exercice 1117

Classer les nombre suivants par ordre croissant de leurs inverses : $a = 1$, $b = 0.2$, $c = 10$, $d = -2$, $e = -7$, $f = 2$, $g = 7$.

Correction à la page 1114.

Exercice 1118

Donner un encadrement de $\frac{1}{x}$ dans les cas suivants :

(a) $x \in [2, 10]$
(b) $x \in]2, 10[$
(c) $x \in [-4, -1[$
(d) $x \in]-2, 13]$

Correction à la page 1114.

Exercice 1119 [41]

(a) Nous savons que $x \geqslant 0$. Comparer $\frac{1}{x+4}$ et $\frac{1}{x+1}$.
(b) Nous savons que $x \leqslant 0$. Comparer $\frac{1}{x-5}$ et $\frac{1}{x-\sqrt{10}}$.

Correction à la page 1114.

Exercice 1120

Donner les ensembles de définition des fonctions suivantes :

(a) $f(x) = \dfrac{1}{x+3}$
(b) $g(x) = 2x^2 - 3x + 1$
(c) $h(x) = \dfrac{x-1}{3x-2}$
(d) $k(x) = \dfrac{3}{x} - 4x^2 + 2x - 1$

Correction à la page 1114.

Exercice 1121

Écrire le tableau de variation des fonctions suivantes.

(a) $f(x) = 3x - 2$
(b) $g(x) = \frac{1}{3x-2}$
(c) $h(x) = -x$
(d) $k(x) = -\frac{1}{x}$

Correction à la page 1114.

Exercice 1122

Donner l'image par la fonction inverse des nombres suivants :

(a) 3
(b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{2}{3}$
(d) $\sqrt{2}$
(e) $\pi + 1$
(f) 10^4
(g) 3×10^8
(h) 2×10^{-7}
(i) -10^{14}

Correction à la page 1114.

Exercice 1123

Résoudre les équations suivantes.

(a) $\frac{1}{x} = 6$
(b) $\frac{1}{x} = -\frac{1}{2}$
(c) $\frac{1}{x} = \frac{13}{17}$
(d) $4 + \frac{1}{x} = -7$
(e) $2 = \frac{2}{3x+7}$

Correction à la page 1114.

Exercice 1124

Représenter graphiquement les fonctions suivantes.

(a) $f(x) = \frac{1}{x}$
(b) $g(x) = \frac{2}{x}$
(c) $h(x) = -\frac{1}{x}$
(d) $k(x) = \frac{1}{x+4}$
(e) $m(x) = \frac{1}{x-3}$

Correction à la page 1114.

Exercice 1125

En utilisant les propriétés de la fonction inverse, comparer les nombres suivants. Expliquer la démarche.

(a) $\frac{1}{\sqrt{10}+3}$ et $\frac{1}{\sqrt{10}-4}$.
(b) $\frac{1}{x^2+3}$ et $\frac{1}{x^2+4}$.

Discutez éventuellement en fonction du signe ou de la valeur de x.

Correction à la page 1114.

Exercice 1126

Résoudre les inéquations suivantes.

(a) $\frac{1}{x} \leqslant \frac{2}{3}$.
(b) $\frac{1}{x} > 4$
(c) $\frac{1}{7} > \frac{2}{x}$
(d) $\frac{1}{x} \geqslant -2$

Correction à la page 1114.

Exercice 1127 [41]

En utilisant les propriétés de la fonction inverse, comparer les nombres suivants.

(a) $\frac{1}{\sqrt{6}+2}$ et $\frac{1}{\sqrt{6}-3}$.
(b) $\frac{1}{x^2}$ et $\frac{1}{x^2+2}$

Note : nous ne supposons rien sur la valeur de x. Discuter si nécessaire.

Correction à la page 1114.

Exercice 1128

Donner l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$$f : x \to \frac{x+1}{x-3}$$

et

$$g : x \to \frac{x-1}{5-3x}.$$

Pour chacune des fonctions suivantes, dire si elle est égale à f, à g ou à aucune des deux. Justifier par du calcul.

(a) $k(x) = 1 + \frac{4}{x-3}$
(b) $l(x) = 1 - \frac{4}{x-3}$
(c) $p(x) = 1 - \frac{6-4x}{5-3x}$
(d) $q(x) = 1 + \frac{4x-6}{5-3x}$

Correction à la page 1114.

Exercice 1129

Résoudre les équations et inéquations suivantes.

(a) $$-4x - 2 = \frac{10}{-6}.$$

(b) $$\frac{1}{8x+3} = -5$$

(c) $$\frac{1}{x} \leqslant \frac{1}{3}$$

(d) $$4 \leqslant x^2 \leqslant 16.$$

Donner les réponses sous forme de fractions simplifiées.

Correction à la page 1114.

Exercice 1130

Soit la fonction

$$f(x) = 2 + \frac{5}{2x}.$$

(a) Quelles sont les valeurs interdites de cette fonction ?
(b) Calculer l'image de 5 par f.
(c) Donner un antécédent de 0 par f.

Les réponses doivent être données sous forme de fractions simplifiées.

Correction à la page 1114.

Exercice 1131

(a) Alphonse veut un tapis de $5\,\text{m}^2$ sur lequel laisser jouer son bébé. En ce qui concerne la longueur, il veut au minimum 2 m et au maximum 3 m. Quelles sont les largeurs correspondantes ?
(b) Si $xy = 5$ et si $2 \leqslant y \leqslant 3$, quel encadrement peut-on donner de x ?

Correction à la page 1114.

Exercice 1132

Résoudre $\frac{x+3}{x-2} = 4$ et $-\frac{1}{10} \leqslant \frac{1}{x} < \frac{3}{4}$.

Correction à la page 1114.

23.14 Techniques de calcul

23.14.a Choses basiques

Exercice 1133

Pour les exercices suivants, laisser les réponses sous forme de fractions simplifiées. Pour l'inéquation, donner la solution sous forme d'un intervalle.

(a) Résoudre l'équation $5 - 4x = 7$.

(b) Résoudre l'inéquation $8x + 3 < 0$.

(c) Simplifier la fraction suivante : $\frac{2a + a^2}{4a}$.

Correction à la page 1115.

Exercice 1134

(a) Calculer
$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4}.$$

(b) Mettre au même dénominateur
$$\frac{1}{x} + \frac{5}{4}.$$

(c) Résoudre
$$5x = 4$$
en laissant le résultat sous forme de fractions.

(d) Simplifier
$$\frac{5x}{x^2}$$

(e) Résoudre
$$\frac{x+2}{3} = 4.$$

(f) Calculer
$$\frac{15}{7} \times \frac{7}{5}.$$

(g) Mettre au même dénominateur et effectuer la somme
$$\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-1}$$

(h) Simplifier
$$\frac{a + 2a}{a}.$$

(i) Résoudre
$$10x + 5 = 5.$$

(j) Calculer
$$\frac{3}{4} + \frac{5}{8}.$$

(k) Mettre au même dénominateur
$$\frac{1}{2} - \frac{a}{x}$$

(l) Effectuer
$$x^2(x^{-3} + 2).$$

(m) Calculer
$$\frac{x}{2} \times \frac{4}{x^2}.$$

(n) Factoriser
$$x^2 - 9$$

(o) Résoudre
$$\frac{3}{4}x + 5 = 10$$

(p) Effectuer
$$-2(x + 3 - x^3).$$

(q) Résoudre $3x + 4 = 6$

(r) Calculer
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{7}.$$

(s) Quelle est l'aire d'un carré de côté de $12\,\text{cm}^2$.

(t) Simplifier
$$\frac{2x + 4}{2}.$$

(u) Sur la figure 23.4, quelles sont (en fonction de x) la longueur, la largeur et l'aire du rectangle ?

(v) Factoriser
$$2ax + 2x$$

(w) Résoudre
$$\frac{100}{x} = 2$$

(x) Calculer
$$\frac{7}{8} \times \frac{7}{3}.$$

(y) Mettre au même dénominateur
$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}.$$

(a) Résoudre
$$\frac{31}{27}x = 1.$$

(b) Quelles sont les coordonnées du milieu du segment délimité par les points $A = (1; 2)$ et $B = (-3; 8)$?

(c) Simplifier
$$\frac{x^2 - 9}{x + 3}.$$

(d) Résoudre
$$3x + 1 = 1.$$

(e) Mettre 2 en évidence dans l'expression $2x + 4$.

(f) Simplifier
$$\frac{3x + 6}{3}.$$

(g) Résoudre
$$\frac{6x}{7} = 3.$$
(h) Développer $x^2(1+x)$.
(i) Simplifier
$$\frac{6+12a}{3}.$$
(j) Résoudre
$$\frac{2x+1}{3} = 7$$
(k) Mettre x en évidence dans $ax^2 - x$.
(l) Mettre au même dénominateur et effectuer la somme
$$\frac{a}{4} + \frac{2}{x}.$$
(m) Développer $(1+x)^2$
(n) Développer $(1-a)^2$
(o) Factoriser $9 - a^2$
(p) Résoudre
$$\frac{21}{x} + 1 = 4$$
(q) Factoriser $(x-1)^2 - 49$
(r) Factoriser $a^2 + 8a + 16$
(s) Résoudre $x^2 + 6x + 9 = 0$

Correction à la page 1115.

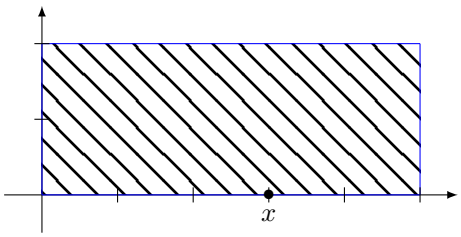


FIGURE 23.4 – figure de l'exercice 1134

Exercice 1135
Résoudre les équations suivantes

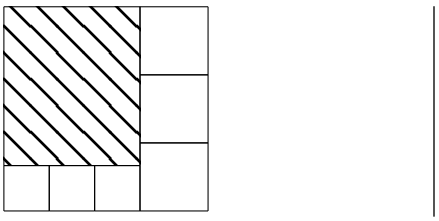
(a) $2(x-1) = 4$.
(b) $3(2x+7) - x = x + 10$.
(c) $\frac{x+1}{2x+3} = -1$.
(d) $x^2 - 3x + 1 = x + 1$.

Correction à la page 1115.
Exercice 1136

(a) Calculer
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$
(b) Calculer
$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4}.$$

Correction à la page 1115.
Exercice 1137
Simplifier
$$\frac{-2+2\sqrt{3}}{-2}.$$
Correction à la page 1115.
Exercice 1138
Donner des valeurs telles que
$$\frac{\cdot}{4} = \frac{\cdot}{2} + \frac{\cdot}{6}.$$
Correction à la page 1115.
Exercice 1139
Comparer 8.7 et $\sqrt{87}$.
Correction à la page 1115.
Exercice 1140

Un jardinier a un potager carré. Il commence par découper trois parcelles carrés sur le côté est, puis trois carrés sur ce qu'il reste du côté sud. Ce qui lui reste a une aire de 49 ^{2}m. Quelle est la taille du potager complet ?



Correction à la page 1115.

23.14.b Calcul algébrique

Exercice 1141

(a) $(3-x)(2x+5)$ vaut

(a1) $(x-3)(2x-5)$

(a2) $-(x-3)(2x+5)$

(b) $-(5x+1)(x-3)$ vaut

(b1) $(5x+1)(3-x)$

(b2) $(-5x+1)(x-3)$

(b3) $(-5x-1)(-x+3)$

(b4) $-(5x+1)(x+3)$

Correction à la page 1115.

Exercice 1142

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$(1+4x)^2-(5x-2)(4x+1)=0$$

Correction à la page 1115.

Exercice 1143

Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation

$$(5x-7)^2=(x-5).$$

Correction à la page 1115.

Exercice 1144

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$\frac{12x-6}{6x-8}=0$$

Attention aux valeurs interdites.

Correction à la page 1115.

Exercice 1145

Dresser le tableau de signe de la fonction

$$\frac{(-9x-9)(2x-1)}{5x+20}.$$

Correction à la page 1115.

23.15 Équations de droites

Exercice 1146

Donner un vecteur directeur de la droite d'équation $y=-2x+7$.

Correction à la page 1115.

Exercice 1147

Compléter le tableau suivant. Chaque ligne concerne une droite : les points A et B sont sur la droite et $\vec{v}$ est un vecteur directeur de la droite. Il y a toujours beaucoup de possibilités pour les points et le vecteur directeur, mais une seule pour l'équation.

A	B	Équation	Vecteur directeur
$(1,-2)$	$(4,13)$		
$(-1,0)$			$\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$
		$y=-x+3$	
$(0,0)$			$\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$
	$(7,128)$		$\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}$
$(-1;-1)$	$(0,0)$		
		$y=-x$	
$(1,1)$			$\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$
		$y=x$	

Correction à la page 1115.

Exercice 1148

Donner l'équation de la droite passant par le point $A=(-1,3)$ et dont $\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur.

Correction à la page 1116.

Exercice 1149

Soit la droite d'équation $y=-6x+2$. Donner son coefficient directeur et son ordonnée à l'origine.

Correction à la page 1116.

Exercice 1150

Dire si les fonctions suivantes sont affines (c'est à dire du type $ax+b$) et, le cas échéant, préciser a et b.

(a) $f(x)=3x+8$
(b) $g(x)=\frac{2}{x}-7$
(c) $h(x)=1-x$
(d) $k(x)=-\frac{1}{2}x$.

Correction à la page 1116.

Exercice 1151

Soient les points $A=(3;5)$ et $B=(5;8)$. Est-ce que la droite (AB) passe par l'origine du repère ?

Correction à la page 1116.

Exercice 1152

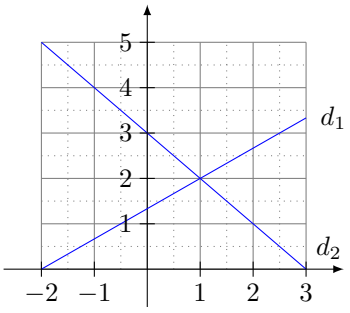
Quel est le coefficient directeur de la droite passant par les points $A=(2,5)$ et $B=(4,-1)$?

(a) -3
(b) 2
(c) $-1/3$
(d) 3

Correction à la page 1116.

Exercice 1153

À propos de la figure ci-contre,



(a) Déterminer graphiquement les équations des deux droites.
(b) À partir des équations de droites trouvées, calculer les coordonnées du point d'abscisse 27 se trouvant sur la droite f.
(c) À partir des équations de droites trouvées, calculer les coordonnées du point d'intersection.

Correction à la page 1116.

Exercice 1154

Donner l'équation de la droite passant par les points $A=(1;4)$ et $B=(3,10)$.

Correction à la page 1117.

Exercice 1155

Compléter le tableau suivant. Chaque ligne concerne une droite : les points A et B sont sur la droite et $\overrightarrow{v}$ est un vecteur directeur de la droite. Il y a toujours beaucoup de possibilités pour les points et le vecteur directeur, mais une seule pour l'équation.

A	B	Équation	Vecteur directeur
$(1,-2)$	$(4,13)$		
$(1,2)$	$(4,4)$		
$(-1,0)$			$\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$
		$y=-x+3$	
$(0,0)$			$\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$
	$(7,128)$		$\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}$
$(-1;-1)$	$(0,0)$		
		$y=-x$	
$(1,1)$			$\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$
		$y=x$	
$(-1,7)$	$(7,1)$		
$(1,1)$			$\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}$

Correction à la page 1117.

Exercice 1156

(a) Donner une fonction affine f telle que $f(0)=3$ et $f(1)=-2$.

(b) Donner une fonction linéaire telle que $f(3)=5$.

(c) Donner une fonction affine telle que $f(-1)=2$ et $f(1)=3$.

(d) Donner une fonction affine telle que $f(3)=7$ et $f(9)=7$.

(e) Donner une fonction affine telle que $f(10)=10$ et dont le graphe passe par le point $(1;2)$.

Correction à la page 1119.

Exercice 1157

Un premier taxi divise son prix en deux paries : 0.2 euros de frais de prise en charge plus un euro par km parcouru. Un second taxi divise son prix en 1 euro de frais de prise en charge plus 0.8 euros par kilomètre parcouru.

(a) Combien coûte un trajet de 5 km avec le premier taxi ?

(b) Combien de kilomètres peut-t-on effectuer dans le second taxi avec 10 euros ?

(c) À partir de combien de kilomètres parcourus le second taxi est-il avantageux ?

Correction à la page 1119.

Exercice 1158

Une entreprise de location de véhicules propose trois tarifs en fonction du nombre de jours de location.
— Première option : 150€ pour la première semaine puis 25€ par jour supplémentaire.
— Seconde option : 30€ par jour quelle que soit la durée.
— Troisième option : 50€ de frais de dossier et 25€ par jour.

(a) Évelyne propose la fonction suivante pour exprimer le prix à payer pour la première option en fonction du nombre de jours de location :

$$f_1(x)=\begin{cases}150 & \text{si } 0\leqslant x\leqslant 7\\ 150+25x & \text{si } x>7.\end{cases}$$

Est-ce correct ?

(b) Avec la première option, combien coûte 3 jours de location ? Et 10 jours ?

(c) Écrire les fonctions f_2 et f_3 qui expriment le coût de location suivant les options deux et trois en fonction du nombre de jours de location du véhicule.

(d) Tracer les trois fonctions dans un même repère.

(e) Tracer la fonction qui donne le meilleur prix en fonction du nombre de jours de location.

Correction à la page 1119.

Exercice 1159

Dessiner les représentations graphiques des fonctions

$$f\colon x \mapsto 3-2x$$

et

$$g\colon x \mapsto \frac{x+3}{2}.$$

Correction à la page 1120.

Exercice 1160

Donner l'équation de la droite passant par le point $A=(1;-2)$ et de vecteur directeur $\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$.

Correction à la page 1120.

Exercice 1161

Soit un repère orthonormal O,I,J dont l'unité est le centimètre et les points $A=(-2;5)$, $B=(-1;-2)$ et $C=(7;2)$.

(a) Le triangle ABC est-il rectangle ?

(b) Donner l'équation de la droite passant par A et B. Donner son coefficient directeur.

Correction à la page 1120.

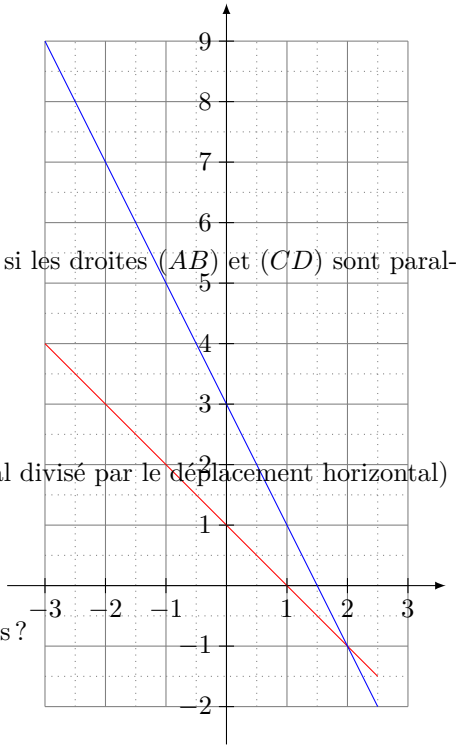
Exercice 1162

Soient les fonctions affines $f(x)=-x+1$ et $g(x)=-2x+3$.

(a) Le graphe ci-contre représente une de ces deux fonctions ; laquelle ?

(b) Tracer l'autre sur le même graphe.

(c) Pour quelle valeur de x a-t-on $f(x)=g(x)$?



Correction à la page 1120.

Exercice 1163

Dans chacune des configurations suivantes, déterminer par le calcul si les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

(a) $A=(3,7)$, $B=(0,1)$, $C=(10;13)$, $D=(-6;-19)$

(b) $A=(1;5)$, $B=(4;-10)$, $C=(0;-1)$, $D=(\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$.

(c) $A=(3;8)$, $B=(3;-1)$, $C=(-4;1)$, $D=(-4;10)$

Conseil : (au moins) deux méthodes sont possibles.

— Calculer le coefficient directeur de la droite (déplacement vertical divisé par le déplacement horizontal)

— Voir si le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est colinéaire au vecteur $\overrightarrow{CD}$.

À vous de choisir laquelle vous préférez.

Correction à la page 1120.

Exercice 1164

Les droites d'équations $y=\frac{3}{4}x+2$ et $y=3x+2$ sont-elles parallèles ?

Correction à la page 1120.

Exercice 1165

Les points $A=(1;3)$, $B=(-1;0)$ et $C=(3,7;)$ sont-ils alignés ?

Correction à la page 1120.

Exercice 1166

Pour quelle valeur de k le point $(1,k)$ est-il sur la droite passant par les points $A=(0,3)$ et $B=(-7,-4)$?

Correction à la page 1120.

Exercice 1167

Soient les points $A=(2;3)$ et $B=(4;1)$. Déterminer les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AB}$.

Correction à la page 1120.

Exercice 1168 [37]

Donner les équations des droites d_i données par les renseignements suivants.

(a) La droite d_1 passe par l'origine et a pour coefficient directeur -2.

(b) La droite d_2 passe par les points $A=(2;3)$ et $B=(-1;-3)$.

(c) La droite d_3 passe par le point A et est parallèle à l'axe des ordonnées.

(d) La droite d_4 passe par le point B et est parallèle à l'axe des abscisses.

(e) La droite d_5 est parallèle à d_2 et passe par A.

Correction à la page 1121.

Exercice 1169

Vrai ou faux.

(a) Le point $(0,-3)$ est sur la droite d'équation $y=-x+3$.

(b) Le point $(1,2)$ est sur la droite d'équation $y=-x+3$.

(c) Si $x^2=16$, alors $x=4$.

(d) Si $-1\leqslant x\leqslant 2$, alors $x^2\leqslant 4$.

(e) Le point $(2,2)$ est situé à l'intérieur du disque de centre $(0,1)$ et de rayon 3.

Correction à la page 1121.

23.15.a Tableaux de variation et de signe

Exercice 1170

Donner le tableau de signe de la fonction $h\colon x\mapsto -4x+7$.

Correction à la page 1121.

Exercice 1171

Compléter les tableaux de signes suivants.

x	$-\infty$	$\ldots$	$+\infty$
$-3x+1$	$\ldots$	0	$\ldots$

x	$-\infty$	$\ldots$	$+\infty$
$2x+4$	$\ldots$	0	$\ldots$

Résoudre l'inéquation $-3x+1>0$ et donner les solutions sous forme d'un intervalle.

Correction à la page 1121.

23.15.b Problèmes

Exercice 1172 [37]

Soient les points $A=(\frac{1}{2};\frac{3}{2})$, $B=(\frac{9}{2});\frac{5}{2}$ et $C=3;6$. Nous notons A', B' et C' les milieux respectifs de $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$.

(a) Calculer les coordonnées des points A', B', C'.

(b) Déterminer les équations des droites (AA'), BB' et CC'.

(c) Montrer que les droites (AA') et (BB') sont sécantes, et calculer les coordonnées du point d'intersection. Nous notons G ce point.

(d) Montrer que G appartient également à la droite (CC').

(e) À quelle propriété des triangles vue au collège tout ceci vous fait penser ?

Correction à la page 1121.

Exercice 1173

Soit le système

$$\begin{cases} 2x-3ay=4b \\ bx-5ay=2. \end{cases}$$

Pour quelle(s) valeur(s) des réels a et b, le couple $(-1;4)$ est-il solution de ce système ?

Correction à la page 1121.

23.16 Révision de seconde

Exercice 1174

Soient les points $A=(3,4)$, $B=(1,-7)$ et $C=(123,-13)$.

(a) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CB}$.

(b) Pour quel point M a-t-on $\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{CB}$?

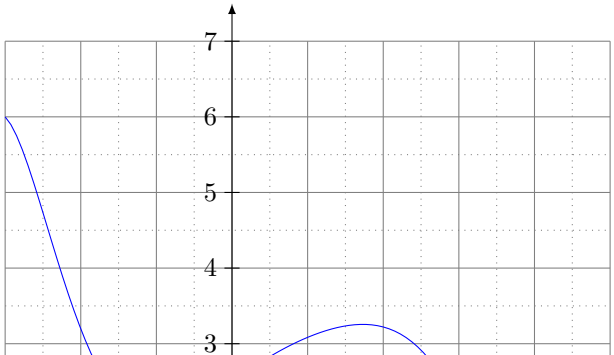
Correction à la page 1121.

Exercice 1175

Les questions suivantes se rapportent à la figure ci-contre représentant le graphe d'une fonction f. Les réponses peuvent être des valeurs approximatives, dans la mesure de la précision du dessin.

(a) Quel est l'ensemble de définition de f ?

(b) Donner l'image de -1 par la fonction f.



(c) Résoudre $f(x) = 3$ et $f(x) = -2$.

(d) Vrai ou faux ?

(d1) La fonction f est croissante sur $[-3, -2]$.

(d2) $f(2) = -1$

(d3) La fonction f est décroissante sur $[2, 4]$.

(d4) La fonction f est décroissante sur $[-2, 0]$.

(e) Étudier les variations de f.

(f) Résoudre $f(x) \geqslant 2.5$.

Correction à la page 1121.

Exercice 1176

Un randonneur très consciencieux met 30 minutes pour se préparer à sortir et marche ensuite à une vitesse de 5 km/h (si bien qu'il met par exemple 2h30 pour parcourir 10 km).

(a) Tracer sur un graphique la fonction qui donne le nombre de kilomètres parcourus en fonction du temps depuis le début de sa préparation.

(b) Un autre promeneur sort de chez lui au moment où le premier commence tout juste à se préparer et marche tranquillement à la vitesse de 2 km/h. Tracer son graphique sur le même dessin que le premier.

(c) À partir de combien de temps le premier randonneur a-t-il parcouru plus de distance que le second ? Quelle est la distance parcourue à ce moment ?

Correction à la page 1121.

Exercice 1177

Nous considérons une classe de 30 élèves. Si nous en tirons un au hasard, nous considérons les événements A : «l'élève tiré est une fille» et B : «l'élève tiré porte des lunettes». Nous supposons que la classe contienne 18 garçons et 7 élèves portant des lunettes. De plus nous savons que 3 filles portent des lunettes.

(a) Quelles sont les probabilités $P(A)$ et $P(B)$?

(b) Décrire en français les événements $\bar{A}$ et $\bar{B}$.

(c) Décrire en français et donner la probabilité des événements $A \cup \bar{B}$.

Correction à la page 1121.

Exercice 1178

Un joueur soupçonneux veut vérifier si un dé est truqué parce qu'il a l'impression que les nombres 1 et 2 arrivent trop souvent à son goût. Il décide donc de lancer 100 fois le dé et de compter combien de fois il obtient 1 ou 2. Résultat : sur 100 lancers, il a obtient 44 fois un 1 ou un 2.

Peut-il accuser le dé, au péril de se faire passer pour un mauvais perdant ?

Correction à la page 1121.

Exercice 1179

1. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(7x - 2)(7x - 9) \geqslant 0$

(b) $\frac{1}{3-8x} = \frac{3x}{(3-8x)(9-7x)}$

2. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(2x + 8)(x + 2) \geqslant 0$

(b) $\frac{3x}{(4x-1)(4-8x)} = \frac{1}{4x-1}$

3. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(2-6x)(7x+3)>0$

(b) $\frac{1}{9x-5}=\frac{-5x}{(9x-5)(7-8x)}$

4. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(6x-4)(9x+2)\leqslant 0$

(b) $\frac{1}{7x-7}=\frac{6x}{(7x-7)(9x-9)}$

5. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(4x-7)(1-x)\leqslant 0$

(b) $\frac{-3x}{(8-4x)(2x+5)}=\frac{1}{8-4x}$

6. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(6x+8)(2x+1)\leqslant 0$

(b) $\frac{-4x}{(2x-9)(5-7x)}=\frac{1}{2x-9}$

7. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(x-9)(9x+9)\geqslant 0$

(b) $\frac{8x}{(5-4x)(7-4x)}=\frac{1}{5-4x}$

8. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(3x-9)(9x+5)\leqslant 0$

(b) $\frac{1}{2-5x}=\frac{-8x}{(2-5x)(7-2x)}$

9. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(3x-2)(x-7)>0$

(b) $\frac{-8x}{(x-1)(6-x)}=\frac{1}{x-1}$

10. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(8x+5)(1-3x) < 0$

(b) $\frac{1}{3-5x} = \frac{9x}{(3-5x)(8x-5)}$

11. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(8x-3)(9-x) > 0$

(b) $\frac{6x}{(9x-6)(4x-9)} = \frac{1}{9x-6}$

12. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(1-6x)(2x+3) \geqslant 0$

(b) $\frac{-6x}{(7-9x)(6x-2)} = \frac{1}{7-9x}$

13. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(6-7x)(3x-6) > 0$

(b) $\frac{1}{4x-3} = \frac{-2x}{(4x-3)(2x-4)}$

14. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(2-2x)(1-5x) < 0$

(b) $\frac{x}{(9-5x)(3x+6)} = \frac{1}{9-5x}$

15. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(4x+4)(2x+4) \leqslant 0$

(b) $\frac{5x}{(6-2x)(3x-1)} = \frac{1}{6-2x}$

16. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(5x+6)(7-5x) < 0$

(b) $\frac{-8x}{(x-7)(2x+3)} = \frac{1}{x-7}$

17. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(2x-9)(3-5x) \geqslant 0$
(b) $\frac{3x}{(6-9x)(7x-6)} = \frac{1}{6-9x}$

18. Résoudre en justifiant les étapes.
(a) $(3x-4)(2x+6) < 0$
(b) $\frac{4x}{(5x+2)(5x+9)} = \frac{1}{5x+2}$

19. Résoudre en justifiant les étapes.
(a) $(5x+6)(5-7x) \geqslant 0$
(b) $\frac{6x}{(6x+6)(6-x)} = \frac{1}{6x+6}$

20. Résoudre en justifiant les étapes.
(a) $(9-8x)(6x-8) \geqslant 0$
(b) $\frac{1}{8x+6} = \frac{3x}{(8x+6)(4-x)}$

21. Résoudre en justifiant les étapes.
(a) $(8-x)(7x+4) < 0$
(b) $\frac{3x}{(8x+5)(x+9)} = \frac{1}{8x+5}$

22. Résoudre en justifiant les étapes.
(a) $(3-2x)(8x+6) \leqslant 0$
(b) $\frac{1}{8-2x} = \frac{5x}{(8-2x)(3-2x)}$

23. Résoudre en justifiant les étapes.
(a) $(7-7x)(6x+3) < 0$
(b) $\frac{1}{1-3x} = \frac{-4x}{(1-3x)(9x-1)}$

24. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(7x + 7)(2x - 8) \leqslant 0$

(b) $\frac{1}{3-9x} = \frac{9x}{(3-9x)(9x+4)}$

25. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(7x - 8)(7 - 9x) < 0$

(b) $\frac{1}{x+9} = \frac{-7x}{(x+9)(4x+1)}$

26. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(4 - x)(9 - 4x) \leqslant 0$

(b) $\frac{1}{8x+8} = \frac{-7x}{(8x+8)(8x+9)}$

27. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(8x + 3)(x - 7) \leqslant 0$

(b) $\frac{1}{6x-7} = \frac{6x}{(6x-7)(3-6x)}$

28. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(3x + 4)(3x - 8) \geqslant 0$

(b) $\frac{9x}{(4-3x)(3x-5)} = \frac{1}{4-3x}$

29. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(5x - 5)(9 - x) \geqslant 0$

(b) $\frac{1}{9-5x} = \frac{-6x}{(9-5x)(9-7x)}$

30. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(3x + 9)(6x - 3) \geqslant 0$

(b) $\frac{1}{9-3x} = \frac{6x}{(9-3x)(4-3x)}$

31. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(2x-6)(2x+6)<0$
(b) $\frac{1}{4x+3}=\frac{2x}{(4x+3)(9x-6)}$

32. Résoudre en justifiant les étapes.
(a) $(7x-7)(3x-3)<0$
(b) $\frac{1}{3x-5}=\frac{8x}{(3x-5)(6x-6)}$

33. Résoudre en justifiant les étapes.
(a) $(3x-3)(9x-9)<0$
(b) $\frac{1}{3x+8}=\frac{5x}{(3x+8)(4x+6)}$

34. Résoudre en justifiant les étapes.
(a) $(8-6x)(7-8x)\geqslant 0$
(b) $\frac{-2x}{(8x-3)(3x-6)}=\frac{1}{8x-3}$

35. Résoudre en justifiant les étapes.
(a) $(5x+7)(x-4)\leqslant 0$
(b) $\frac{1}{4x+5}=\frac{2x}{(4x+5)(9x+3)}$

36. Résoudre en justifiant les étapes.
(a) $(x+8)(6x-6)<0$
(b) $\frac{1}{x-1}=\frac{-9x}{(x-1)(6-9x)}$

37. Résoudre en justifiant les étapes.
(a) $(4-4x)(3x-4)\leqslant 0$
(b) $\frac{1}{8x+1}=\frac{-3x}{(8x+1)(4x+1)}$

38. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(x-9)(6x+1)<0$

(b) $\frac{1}{9-5x}=\frac{4x}{(9-5x)(5x-1)}$

39. Résoudre en justifiant les étapes.

(a) $(9x+8)(6x+3)\leqslant 0$

(b) $\frac{5x}{(8x-8)(5x+7)}=\frac{1}{8x-8}$

Correction à la page 1121.

Exercice 1180

1. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 62° nord tandis que la ville W est située à 6° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 49° sud ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{2\pi}{5})=\cos(-\frac{2\pi}{5})$?

2. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 44° nord tandis que la ville W est située à 61° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 49° sud ?

(c) Vrai ou faux : $\sin(\pi)=\sin(-\pi)$?

3. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 27° nord tandis que la ville W est située à 20° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 51° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{\pi}{4})=\cos(\frac{3\pi}{4})$?

4. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 75° nord tandis que la ville W est située à 44° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 70° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{10\pi}{4})=\cos(\frac{6\pi}{4})$?

5. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 63° nord tandis que la ville W est située à 13° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 16° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{10\pi}{4})=\cos(\frac{6\pi}{4})$?

6. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 52° nord tandis que la ville W est située à 58° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 2° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{\pi}{4})=\cos(\frac{3\pi}{4})$?

7. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 30° nord tandis que la ville W est située à 19° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 74° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{\pi}{3})=\cos(\frac{2\pi}{3})$?

8. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 75° nord tandis que la ville W est située à 2° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 3° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\sin(\frac{2\pi}{5})=\sin(-\frac{2\pi}{5})$?

9. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 69° nord tandis que la ville W est située à 55° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 41° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\sin(\frac{10\pi}{4})=\sin(\frac{6\pi}{4})$?

10. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 62° nord tandis que la ville W est située à 4° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 5° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{10\pi}{4})=\cos(\frac{2\pi}{4})$?

11. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 43° nord tandis que la ville W est située à 23° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 75° sud ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{\pi}{3})=\cos(\frac{2\pi}{3})$?

12. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 59° nord tandis que la ville W est située à 12° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 75° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\sin(\frac{10\pi}{4})=\sin(\frac{2\pi}{4})$?

13. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 78° nord tandis que la ville W est située à 28° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 5° sud ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{2\pi}{3})=\cos(-\frac{2\pi}{3})$?

14. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 49° nord tandis que la ville W est située à 26° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 43° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{\pi}{4})=\cos(\frac{3\pi}{4})$?

15. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 58° nord tandis que la ville W est située à 70° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 19° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\pi)=\cos(-\pi)$?

16. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 22° nord tandis que la ville W est située à 72° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 66° sud ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{10\pi}{4})=\cos(\frac{2\pi}{4})$?

17. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 54° nord tandis que la ville W est située à 48° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 43° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\sin(\frac{\pi}{2})=\sin(\frac{5\pi}{2})$?

18. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 67° nord tandis que la ville W est située à 2° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 51° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\sin(\frac{\pi}{2})=\sin(\frac{5\pi}{2})$?

19. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 56° nord tandis que la ville W est située à 46° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 59° sud ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{\pi}{3})=\cos(\frac{2\pi}{3})$?

20. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 20° nord tandis que la ville W est située à 27° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 76° sud ?

(c) Vrai ou faux : $\sin(\frac{10\pi}{4})=\sin(\frac{6\pi}{4})$?

21. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 10° nord tandis que la ville W est située à 55° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 66° sud ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{\pi}{3})=\cos(\frac{2\pi}{3})$?

22. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 18° nord tandis que la ville W est située à 23° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 32° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\sin(\frac{2\pi}{5})=\sin(-\frac{2\pi}{5})$?

23. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 2° nord tandis que la ville W est située à 38° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 46° sud ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{\pi}{4})=\cos(\frac{3\pi}{4})$?

24. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 19° nord tandis que la ville W est située à 48° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 24° sud ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{10\pi}{4})=\cos(\frac{6\pi}{4})$?

25. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 8° nord tandis que la ville W est située à 58° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 32° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\sin(\frac{2\pi}{5})=\sin(-\frac{2\pi}{5})$?

26. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 28° nord tandis que la ville W est située à 37° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 33° sud ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{2\pi}{3})=\cos(-\frac{2\pi}{3})$?

27. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 10° nord tandis que la ville W est située à 60° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 50° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{10\pi}{4})=\cos(\frac{2\pi}{4})$?

28. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 1° nord tandis que la ville W est située à 39° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 40° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\sin(\frac{2\pi}{5})=\sin(-\frac{2\pi}{5})$?

29. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 51° nord tandis que la ville W est située à 64° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 53° sud ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{10\pi}{4})=\cos(\frac{2\pi}{4})$?

30. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 21° nord tandis que la ville W est située à 27° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 40° sud ?

(c) Vrai ou faux : $\sin(\frac{2\pi}{5})=\sin(-\frac{2\pi}{5})$?

31. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 61° nord tandis que la ville W est située à 3° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 44° sud ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\pi)=\cos(-\pi)$?

32. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 62° nord tandis que la ville W est située à 27° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 12° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{10\pi}{4})=\cos(\frac{2\pi}{4})$?

33. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 51° nord tandis que la ville W est située à 80° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 38° sud ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{10\pi}{4})=\cos(\frac{6\pi}{4})$?

34. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 73° nord tandis que la ville W est située à 68° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 36° sud ?

(c) Vrai ou faux : $\sin(\pi)=\sin(-\pi)$?

35. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 39° nord tandis que la ville W est située à 58° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 43° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\sin(\pi)=\sin(-\pi)$?

36. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 69° nord tandis que la ville W est située à 35° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 53° sud ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{10\pi}{4})=\cos(\frac{6\pi}{4})$?

37. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 30° nord tandis que la ville W est située à 67° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 24° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\sin(\frac{\pi}{3})=\sin(\frac{2\pi}{3})$?

38. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 68° nord tandis que la ville W est située à 23° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 54° sud ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{\pi}{2})=\cos(\frac{5\pi}{2})$?

39. Vous pouvez justifier les réponses aux questions suivantes par un dessin et un petit calcul.

(a) La ville V est située à 19° nord tandis que la ville W est située à 53° sud, sur le même méridien. Quelle est la distance entre ces deux villes ? (le rayon de la Terre est approximativement de 6300 km).

(b) Quel est le rayon de la «tranche» horizontale de la Terre à 38° nord ?

(c) Vrai ou faux : $\cos(\frac{\pi}{4})=\cos(\frac{3\pi}{4})$?

Correction à la page 1122.

23.17 Algorithmique

Exercice 1181

À quoi sert l'algorithme suivant ?

demander x_A, y_A
demander x_B, y_B.
$x_M = \frac{x_A+x_B}{2}$
$y_M = \frac{y_A+y_B}{2}$
Écrire $(x_M; y_M)$

Écrire sur le même modèle un algorithme qui sert à calculer la distance entre deux points.
Correction à la page 1122.

Quatrième partie

Première STMG

Chapitre 1

Proportions

1.1 Effectifs

Nous disons qu'un gaz est en concentration de une **partie par million** si un million de grammes d'air contient un gramme du gaz. Voici quelque chiffre concernant l'évolution de la concentration de CO_2 dans l'atmosphère ; les chiffres sont en ppm :

1750	2005	1012
280	380	395

Pour information, cette concentration n'a pas dépassé les 300 ppm depuis au moins 600.000 ans.

(a) De combien de pourcents la concentration de CO_2 a augmenté entre 1750 et 2005 ?

(b) Sur un kilo d'air, combien de grammes de CO_2 ?

(c) Quelle est la vitesse (en ppm par an) d'augmentation de la concentration entre 1750 et 2005 ? Même question entre 2005 et 2012.

Définition
Une **population** est un ensemble fini. Si E est une population, une **sous-population** est un sous-ensemble $A \subset E$. L'**effectif** d'une population est le nombre de ses éléments.

La **proportion** de A dans E est le rapport

$$p_A = \frac{n_A}{n_E}$$

où n_A et n_E sont les effectifs de A et E.

Note : une proportion est un nombre compris entre zéro et un.

Exemple
Demander combien il y a de gauchers dans la classe. Quelle en est la proportion ? △

1.2 Proportions et inclusions

Exemple
Diviser la classe en 4 groupes suivant que l'élève habite ou non à Dole et qu'il utilise ou non un cahier. Remplir le tableau suivant :

	habite à Dole	n'habite pas à Dole	total
utilise un cahier			
n'utilise pas de cahier			
total			

Soit E la population totale : toute la classe ; soit A la population de ceux qui vivent à Dole ; et B celle de ceux qui utilisent un cahier.

(a) Trouver les effectifs des populations $A \cup B$ et $A \cap B$.

(b) Quelle est la proportion de A dans E ? Et celle du complémentaire $\bar{A}$?

(c) Exprimer les proportions $p_{A\cap B}$ et $p_{A\cup B}$.

△

Nous avons l'égalité

$$n_{A\cup B} = n_A + n_B - n_{A\cap B}$$

parce que dans le compte $n_A + n_B$, nous comptons deux fois les individus qui sont dans A et dans B. En passant aux proportions (c'est à dire en divisant tout par n_E), nous avons la formule

$$p_{A\cup B} = p_A + p_B - p_{A\cap B}.$$

Remarque 1.4.
Si les populations A et B sont disjointes, alors $n_{A\cap B} = 0$ et nous trouvons la formule

$$p_{A\cup B} = p_A + p_B.$$

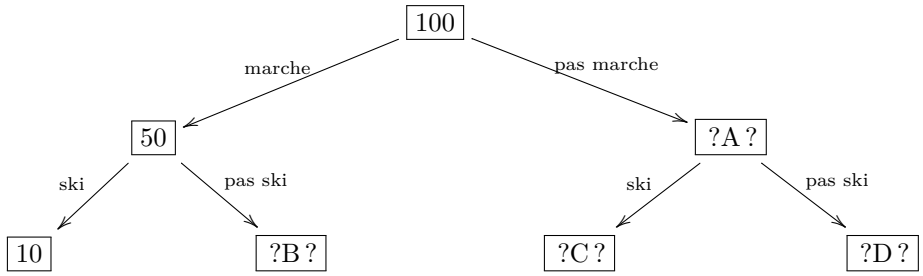
Exemple
Dans une station de montagne, 35% des personnes font du ski de fond et 50% font de la marche.

(a) Si nous supposons que personne ne fait les deux, quelle est la proportion des personnes ne faisant ni l'un ni l'autre ?

Sur 100 personnes, 35 font du ski de fond, 50 font de la marche , donc 85 font l'un ou l'autre et par conséquent 15 ne font rien. Il y a donc 15% des personnes de la station de montagne ne faisant ni ski de fond mi marche.

(b) Si 10% des personnes font le ski de fond et la marche, quelle est la proportion des personnes ne faisant ni l'un ni l'autre ?

Lorsqu'on a une étude de plusieurs critères pour la même population, avec intersection, le plus simple est de faire un arbre, et de le remplir avec les données.

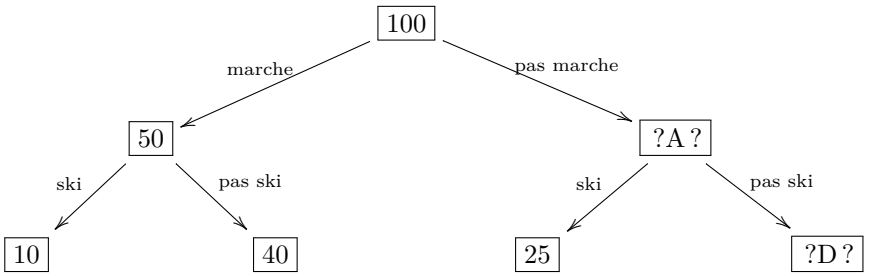


Dans ce diagramme, le 100 indique l'ensemble de la station, le 50 indique les 50% qui font de la marche et le 10 indique les 10% de personnes qui font les deux. En effet : la case en bas à gauche est la case dans laquelle sont les personnes qui font la marche et le ski de fond.

Les autres cases peuvent maintenant être remplies. On commence par la case $?B?$. Étant donné que le groupe de la marche fait 50 et que le sous-groupe de la marche et du ski fait 10, le sous-groupe de la «marche+pas ski» doit faire 40.

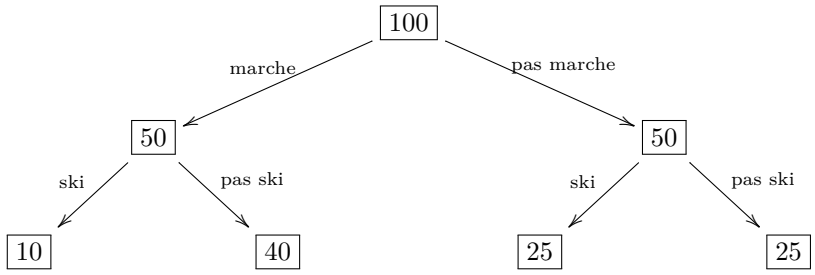
L'énoncé dit que 35 font du ski, donc la somme des «ski+marche» et «ski+pas marche» doit faire 35. Vu qu'on en a déjà 10 dans «ski+marche», il y en a 25 dans «ski+pas marche», c'est à dire dans la case $?C?$.

Nous pouvons déjà écrire ceci :



Étant donné que 50% font de la marche, 50% n'en font pas, donc la case ?A? vaut 50. Et pour compléter, la case ?D? doit faire 25 parce que la case «pas marche+ski» fait 25.

La tableau final est :



△

1.3 Exercices

1.3.a Effectifs et pourcentage

Exercice 1182

Factoriser 120 dans les expressions suivantes :

$$120 + 120a$$
$$\frac{120}{x} + 240.$$

Correction à la page 1122.

Exercice 1183

Un magasin «tout à 2 euros» devient «tout à 3 euros». Par quel facteur les prix ont été multipliés ? Quel est le pourcentage d'augmentation ?

Correction à la page 1122.

Exercice 1184

La population mondiale est de 7 milliards de personnes. Facebook compte 900 millions d'adhérents. Quelle proportion de la population mondiale a un compte ?

Si $a \in [0, 1]$ est la proportion de personnes sachant lire et écrire, donner –en fonction de a– la proportion de personnes sachant lire et écrire ayant un compte.

Correction à la page 1122.

Exercice 1185

Un jardin compte 10 sapins, 3 chênes et 4 pommiers. Quel est le pourcentage de feuillus ?

Correction à la page 1122.

Exercice 1186

Un plaisantin dit avoir joué 180 fois à pile ou face. Ayant obtenu 30 fois pile, il prétend avoir 80% de faces. Est-ce correct ?

Correction à la page 1122.

Exercice 1187

Un prix passe de 120 euros à 180 euros. Quelles sont les affirmations correctes ?

(a) Le prix a été multiplié par 0.5.
(b) Le prix a été multiplié par 1.5.
(c) Le prix a été divisé par 1/2.
(d) Le prix a augmenté de 50%.

Correction à la page 1122.

Exercice 1188

Certains commerçants de Dole ont apposés une affiche disant

Impôts sur les entreprises
+300%
Le grand Dole veut-il tuer nos entreprises et nos emplois ?

Combien d'impôts doit maintenant payer un vendeur de sandwiches qui payait 5000€ d'impôts avant la réforme ?

Correction à la page 1122.

Exercice 1189

Un restaurant a vendu 253 plats au poulet et 147 au porc. Quelle est la proportion de poulet vendu ?

Correction à la page 1122.

Exercice 1190

Dans les lignes du tableau suivant, A est une sous-population de E ; nous désignons par n_A et n_E leurs effectifs respectifs et par p la proportion de A dans E. Compléter le tableau :

n_E	n_A	p
	200	0.5
170	120	
1200		60%
	2008	0.99

Correction à la page 1122.

Exercice 1191

Parmi les gaz à effet de serre, le dioxyde de carbone représente 72% du total, le méthane 18% et les oxydes d'azote représentent 9% du total.

Par ailleurs, la combustion de la biomasse représente 10% des émissions de gaz à effet de serre. Nous savons que 9.1% du dioxyde de carbone et 6.6% du méthane provient de la combustion de la biomasse.

Quel est le pourcentage des oxydes d'azote provenant de la combustion de la biomasse ?

Correction à la page 1123.

Exercice 1192

Chacune des questions possède une, deux ou trois bonnes réponses. Lesquelles ?

(a) Un bracelet de 80 g contient 73.6 g d'or pur. Quelle est la proportion d'or pur dans le bracelet ?
  (a1) $\frac{23}{25}$
  (a2) 0.92%
  (a3) 0.92

(b) 60 personnes, soit 30% d'une population P vont travailler en bus. Combien de personnes comprend la population ?
  (b1) 90
  (b2) 200
  (b3) 125.

(c) Un lycée a 400 élèves. Parmi ces élèves, 30% vont en premières STMG et 60% de ces STMG étudient l'anglais. Combien d'élèves de STMG étudient une autre langue ?
  (c1) 72
  (c2) 144
  (c3) 48

(d) Un article coûte n euros et augmente de 5%. Quel est son nouveau prix ?
  (d1) $1.05n$
  (d2) $0.05 + n$
  (d3) $105n/100$.

(e) Une somme de 2000 euros est placée un an et devient 2100 euros. Quel était le taux ?
  (e1) 5%
  (e2) 10%
  (e3) 4.76%.

Correction à la page 1123.

Exercice 1193

Chacune des questions possède une, deux ou trois bonnes réponses. Lesquelles ?

(a) Dans une classe de 30 élèves, 21 ont 17 ans, 20% ont 18 ans et le reste a 16 ans. Alors
  (a1) 3% des élèves ont 16 ans
  (a2) 75% des élèves ont 17 ans.
  (a3) 3 élèves ont 16 ans

(b) L'ancien prix d'un objet était Q. Le nouveau prix est $0.75 \times Q$. Qu'a fait le prix ?
  (b1) Augmenté de 75%.
  (b2) Diminué de 75%.
  (b3) Diminué de 25%.
  (b4) Augmenté de 25%.

(c) Le prix d'une matière première a baissé de 5% et vaut maintenant 1000 euros la tonne. Quel était (en arrondi) le prix original ?
  (c1) 1050 euros.
  (c2) 1053 euros.
  (c3) 950 euros.
  (c4) 1047 euros.

Correction à la page 1123.

Exercice 1194

Une entreprise compte 600 salariés répartis de la façon suivante.

	hommes	femmes
cadres	45	55
employés	200	300

(a) Quel est le pourcentage de salariés masculins ?

(b) Parmi les hommes, quel est le pourcentage de cadres ?

(c) Quel est le pourcentage des salariés à être des cadres de sexe féminin ?

Correction à la page 1123.

Exercice 1195

Le tableau suivant donne le nombre de demandeurs d'emplois en fonction de l'âge et du sexe dans un village.

âge	hommes	femmes
$[16, 26[$	280	160
$[26, 40[$	310	360
$[40, 50[$	240	120
$[50, 60[$	420	530
$[60, 65[$	70	50

(a) Dans quelle case sont les demandeurs d'emplois ont exactement 40 ans ?

(b) Tracer les deux courbes de fréquences cumulées.

(c) Parmi les demandeurs d'emplois de 16 à 50 à (non compris), quelle est la proportion d'hommes ?

Correction à la page 1123.

Exercice 1196

Un assureur dit à son (futur ?) client «Avec nous, vous ferez 30% d'économies, soient 240 euros par rapport à votre ancien assureur !». Quel était le tarif de l'ancien assureur ?

Correction à la page 1123.

Exercice 1197

En faisant mes courses au magasin Y plutôt qu'au magasin X, je paie mes achats de la semaine 6% moins cher, soit une économie de 4.2 euros. Combien coûtaient les achats de la semaine au magasin X ?

Correction à la page 1123.

Exercice 1198

Une entreprise fait un chiffre d'affaires de 185338 euros et a pour objectif d'obtenir un taux de croissance de 0.87% cette année. De combien doit-elle augmenter son chiffre d'affaire pour atteindre ce résultat ?

Correction à la page 1123.

Exercice 1199

Cette année, une usine produit en moyenne 4758 jouets par jour, ce qui représente une augmentation de 52% par rapport à l'année passée. Combien de jouets avaient étés produits par jour l'année passée ?

Correction à la page 1123.

1.3.b Proportions et intersections

Exercice 1200

Sur un groupe de 8 personnes, 7 aiment le dessin, 4 aiment la musique et 3 aiment les deux. Dessiner l'arbre en suivant l'exemple 1.5.

Correction à la page 1123.

Exercice 1201

Dans une classe d'EPS de 25 élèves on demande qui aime le lancer du poids et qui aime la course. Le résultat est que 17 élèves aiment le lancer du poids, et 8 élèves aiment la course mais pas le lancer du poids. En tout, 10 élèves aiment la course.

Attention : parmi les 17 qui aiment le lancer du poids, certains aiment aussi la course.

Remplir le tableau d'effectifs suivant.

	aime le lancer	n'aime pas le lancer	total
aime la course		8	10
n'aime pas la course			
total	17		25

Correction à la page 1124.

Exercice 1202

Une enquête est menée auprès des clients des trains Corail et TGV. Au total l'enquête porte sur 2450 billets vendus dont 850 sur le réseau TGV. Sur le réseau TGV, 14% des billets sont de première classe, tandis qu'au total, 82% sont de seconde classe.

(a) Remplir le tableau suivant.

	billets Corail	billets TGV	total
billet première classe			
billet seconde classe			
total		850	2450

(b) Sandrine dit que environ 20% des billets Corail vendus sont de première classe. Sophie prétend que cette proportion est en réalité de 30%. Qui a raison ? Justifier.

(c) On propose le raisonnement suivant : 14% des billets de TGV sont de première classe et 20% des billets Corail sont de première classe. Donc, en faisant la somme, 34% des billets vendus au total sont de première classe. Qu'en penser ? Vérifier.

Correction à la page 1124.

Exercice 1203

> Près de 850 000 personnes travaillent en Lorraine fin 2010, ce qui représente 3,2% de l'emploi métropolitain. Les salariés constituent 92% de ces travailleurs. Le secteur tertiaire pourvoit 75,5% des emplois en Lorraine, soit une proportion proche de celle de la France de province (75,3%). Toutefois, l'industrie régionale tient encore une place importante (16% de l'emploi, contre 14,5% pour la France de province).

Citation de l'INSEE.

(a) Combien de personnes travaillaient en France métropolitaine en 2010 ?

(b) Combien de personnes travaillaient dans le tertiaire ?

(c) Combien de personnes travaillaient ni dans le tertiaire, ni dans l'industrie ?

Correction à la page 1124.

Exercice 1204

Deux hôpitaux A et B testent indépendamment deux médicaments nommés X et Y traitant la même maladie.

Le premier hôpital traite 500 patients avec le médicament X et 500 avec le médicament Y. Les résultats sont que 90% de patients traités avec le médicament A guérissent alors que 92% des patients traités par le médicament Y guérissent.

Le second hôpital a des résultats moins encourageants. Sur 300 malades ayant reçus le traitement X, 54% ont guéri et sur 700 ayant reçu le traitement Y, 55% ont guéri.

Nous observons que le taux de réussite du médicament X est meilleur dans les deux hôpitaux. Attention : surprise !

(a) Combien de personnes au total ont reçu le traitement X ? Parmi elles combien sont guéries ? Quelle est alors la proportion de guérison dans parmi les personnes ayant reçu le médicament Y ?

(b) Mêmes questions pour le traitement Y.

(c) Conclusion : quel médicament a l'air d'être le plus prometteur ?

Correction à la page 1124.

Exercice 1205

Une (ancienne) enquête a montré que 48% des ménages possèdent une connexion internet, 65% possèdent un lecteur de DVD et 35% possèdent les deux. Quel est le pourcentage des ménages ne possédant ni internet ni lecteur de DVD ?

Correction à la page 1124.

Exercice 1206

Une enquête portant sur 3063 personnes a montré que 2803 d'entre elles aimaient pratiquer un sport durant le temps libre. Parmi ces sportifs, 2517 aiment également la lecture. De tous les sondés, 407 ont déclarés ne pas aimer la lecture. Combien de sondés ont déclaré n'aimer ni le sport ni la lecture ?

Correction à la page 1124.

Exercice 1207 [39]

Une agence de voyage propose trois formules : A, B et C. Sur les 100 derniers clients, 35 ont choisi l'option A, 20 la formule B et 35 la formule C. Parmi ces mêmes 100 clients, 8 ont pris les formules A et B, 9 ont pris les formules B et C et enfin 19 ont pris A et C.

(a) Dessiner un diagramme de Venn décrivant la situation.

(b) Combien de clients (parmi les 100 derniers) n'ont choisi aucune des trois formules ?

Correction à la page 1124.

Chapitre 2

Second degré, paraboles

2.1 Définitions

Définition
Une fonction **polynôme de degré** 2 est une fonction s'exprimant sous la forme

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

où a, b et c sont des nombres réels avec $a \neq 0$.
La courbe représentative d'un polynôme de degré deux dans un plan orthonormé est une **parabole**.

2.1.a Symétries, tableau de variations

La parabole de la fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = -\frac{b}{2a}$, c'est à dire par rapport à la droite verticale en $x = -b/2a$. Le **sommet** est le point d'abscisse

$$x = -b/2a$$

situé sur la parabole.

Deux paraboles avec leurs axes de symétries sont dessinées à la figure 2.1.

Comment savoir si les branches de la paraboles $ax^2 + bx + c$ sont orientées vers le haut ou vers le bas ? La règle est simple :

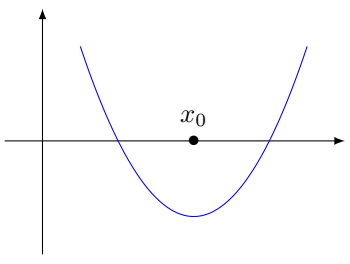
(a) si $a > 0$, alors elles sont tournées vers le haut ;

(b) si $a < 0$, alors elles sont tournées vers le bas.

Cette règle est facile à retenir en pensant par exemple à la parabole $x^2 + bx + c$ où b et c sont raisonnables. Si nous prenons $x = 1000$, alors x^2 vaut un million alors que les deux autres termes ne valent que de l'ordre du mille. Il est alors clair que la branche part vers l'infini.

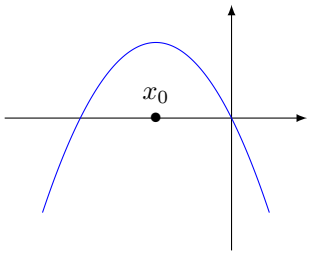
Le tableau de variations pour une parabole $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a > 0$ se présente ainsi :

x	$-\infty$	$x_0 = -b/2a$	∞
$f(x)$	∞ ↘	$f(x_0)$	↗ ∞



Le tableau de variations pour une parabole $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a < 0$ se présente ainsi :

x	$-\infty$	$x_0 = -b/2a$	∞
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$f(x_0)$	↘ $-\infty$



2.2 Tracer une parabole dont l'équation est connue

Maintenant que les symétrie de la paraboles sont sont connues, il devient relativement facile d'en dessiner. Il est important d'être capable de tracer à main levée une courbe approximative passant par quelque points connus. SANS CALCULATRICE [1].

La méthode pour tracer la courbe représentative de $f(x) = ax^2 + bx + c$ se décompose en les pas suivants.

(a) D'abord il faut trouver le sommet de la parabole en utilisant la formule

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

Le somme est alors le point $S = \big(x_0, f(x_0)\big)$.

(b) Tracer la droite verticale passant par le sommet ; ce sera l'axe de symétrie.

(c) Dresser le tableau de variations de f en regardant le signe de a. Si a est positif, le sommet sera le creux de la courbe ; si a est négatif, alors le sommet sera un pic du graphique.

(d) Calculer quelque valeurs autour du sommet, par exemple $x = 0$, $x = \pm 1$.

(e) Tracer une belle courbe passant par les points calculés, ayant le bon axe de symétrie et le bon sommet.

Exemple
Traçons la courbe représentative de $f(x) = x^2$. Ses paramètres sont $a = 1$, $b = 0$, $c = 0$; son axe de symétrie est donc $x = 0$, c'est à dire l'axe des ordonnées. Son sommet est le point $S = (0; 0)$ et le graphe passe par les points $(-2; 4)$, $(-1; 1)$, $(0; 0)$, $(2; 4)$. En repérant ces points sur la feuille, le tracé est aisé.

Attention : c'est une courbe qui monte assez fort. Elle est tracée sur la figure 2.2.

△

Exemple
Soit à tracer la courbe de $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

(a) Nous identifions $a = 1$, $b = -4$, $c = 3$.

(b) L'abscisse du sommet est $x_0 = -b/2a = \frac{4}{2} = 2$. Étant donné que $f(2) = 4 - 8 + 3 = -1$, le sommet est en $S = (2; -1)$.

(c) Calculons quelque points :
— $f(1) = 0$,
— $f(3) = 0$,
— $f(0) = 3$,
— $f(4) = 3$.
Il est important de résister à la tentation de faire cette étape à la calculatrice tant que vous n'êtes pas complètement à l'aise.

(d) Placer les points $(2; -1)$, $(1; 0)$, $(3; 0)$, $(0; 3)$ et $(4; 3)$ dans un plan.

(e) Tracer.

Le résultat est tracé sur la figure 2.3.

△

1. Si vous me permettez une analogie, utiliser une calculatrice pour faire des études de fonctions, c'est comme utiliser un anti douleur pour améliorer ses performances sportives.

Exemple
Traçons la courbe de $-x^2+4$. Une bonne chose à faire est de remarquer que cela est un produit remarquable :

$$f(x)=-(x+2)(x-2).$$

Ceci va un peu nous simplifier la tâche parce que nous savons immédiatement les racines [2] : ± 2.

Le sommet est en $x_0=0$ et donc le sommet est $S=(0;4)$. Nous pouvons encore calculer les points $f(1)=3$ et $f(3)=-5$. Avec cela nous pouvons tracer.

Le résultat est à la figure 2.4.

△

2.3 Donner l'équation d'une parabole dont deux racines sont connues

Exemple
Trouver une parabole qui s'annule en $x=3$ et $x=8$. Cela est très simple : il suffit d'écrire

$$f(x)=(x-3)(x-8).$$

Le fait que cela s'annule en $x=3$ et $x=8$ est immédiat. En développant nous pouvons également l'écrire

$$f(x)=(x-3)(x-8)=x^2-8x-3x+24=x^2-11x+24.$$

Le sommet de cette parabole est $11/2=5.5$. Remarquons encore que 5.5 est juste au milieu de 3 et 8. △

À retenir
Les polynômes du second degré s'annulant en $x=x_1$ et en $x=x_2$ s'écrivent

$$f(x)=m(x-x_1)(x-x_2)$$

où m est n'importe quel réel.

Attention aux signes. Un polynôme qui s'annule en $x=-1$ et $x=-5$ s'écrit $m(x+1)(x+5)$.

Exemple
Un polynôme du second degré s'annulant en $x=1$, en $x=-2$ et dont le sommet est à la hauteur 5. D'abord nous écrivons la forme générale du polynôme s'annulant en $x=1$ et $x=-2$:

$$f(x)=m(x-1)(x+2).$$

Nous développons : $f(x)=m\big(x^2+x-2\big)$. Le sommet de cette parabole est en $x_S=-1/2$; notez que cela ne dépend pas de m. Le sommet de la parabole est donc à la hauteur

$$\begin{aligned}f(x_S)&=f\left(-\frac{1}{2}\right)\\&=m\Big(\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}-2\Big)\\&=m\Big(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-2\Big)\\&=-\frac{5m}{4}.\end{aligned}$$

Nous devons fixer m pour que cette hauteur soit 5, c'est à dire résoudre

$$-\frac{5m}{4}=5,$$

la solution est $m=-4$. En définitive la fonction recherchée est

$$f(x)=-4x^2+4x-8.$$

△

2. Notons que nous n'avons pas encore montré comment trouver en général les racines d'un polynôme du second degré.

2.4 Équation du second degré

Le gros morceau de ce chapitre est de déterminer les racines des polynômes[3] du second degré. Les formules sont les suivantes.

À retenir
Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$. Les racines de f sont données par

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \tag{2.2}$$

Ces formules nécessitent de nombreux commentaires. Nous commençons par noter

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

et appeler ce nombre le **discriminant** de f. Le discriminant va jouer un grand rôle dans l'étude des polynômes du second degré. Les deux racine de f s'écrivent

$$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Vérifions que le nombre x_1 est bien une racine de $ax^2 + bx + c$. Pour cela nous devons calculer $ax_1^2 + bx_1 + c$ en y substituant la valeur de x_1. Le calcul est un peu long :

$$\begin{aligned} ax_1^2 + bx_1 + c &= a\left(\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right)^2 + b\left(\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right) + c \\ &= \frac{a}{4a^2}\big(b^2 - 2b\sqrt{\Delta} + b^2 - 4ac\big) + \frac{b}{2a}\big(-b + \sqrt{\Delta}\big) + c \qquad \text{développement du carré} \\ &= \frac{1}{4a}\big(2b^2 - 2b\sqrt{\Delta} - 4ac\big) - \frac{b^2}{2a} + \frac{b\sqrt{\Delta}}{2a} + c \\ &= \frac{b^2}{2a} - \frac{b\sqrt{\Delta}}{2a} - c - \frac{b^2}{2a} + \frac{b\sqrt{\Delta}}{2a} + c \\ &= 0 \end{aligned}$$

2.4.a Exemple quand tout va bien

Exemple
Trouver les racines de $f(x) = x^2 + 2x - 3$. Nous calculons le discriminant

$$\Delta = b^2 - 4 \times a \times c = 4 - 4 \times 1 \times (-3) = 16.$$

Donc $\sqrt{\Delta} = 4$. Les solutions sont donc

$$\frac{-2 + 4}{2} = 1$$

et

$$\frac{-2 - 4}{2} = -3.$$

Le polynôme $x^2 + 2x - 3$ s'annule donc pour $x = 1$ et $x = -3$.

Conseil : le vérifier en remplaçant x par 1 puis par -3 dans la fonction donnée!!

Le graphe de cette fonction est donné à la figure 2.5. Notez le sommet en $x_0 = -b/2a = -1$.

△

2.4.b Exemple quand tout va mal

Il existe des paraboles n'ayant pas de racines. Par exemple la fonction

$$f(x) = (x+1)^2 + 1$$

dont un dessin est donné à figure 2.6 ne s'annule pas parce que c'est un carré (toujours positif ou nul) plus 1. Les formules (2.2) sont-elles en défaut ? Voyons cela. D'abord nous développons le carré pour mettre f sous forme «usuelle» $ax^2 + bx + c$:

$$f(x) = (x+1)^2 + 1 = x^2 + 2x + 1 + 1 = x^2 + 2x + 2.$$

Le discriminant est

$$\Delta = 4 - 4 \times 1 \times 2 = 4 - 8 = -4.$$

Il n'est donc pas possible de calculer $\sqrt{\Delta}$ vu qu'il n'est pas possible de calculer des racines de nombres négatifs.

Nous retenons que si le discriminant est négatif, alors le polynôme n'a pas de racines.

2.4.c Et si le discriminant est nul ?

Il existe aussi des polynômes du second degré n'ayant qu'une seule racine, comme $(x+1)^2$ par exemple qui ne s'annule qu'en $x = -1$. Cette parabole est dessinée à la figure 2.7.

Encore une fois, regardons ce que vaut le discriminant. Il vaut

$$\Delta = 4 - 4 \times 1 \times 1 = 0.$$

Comment se présentent les équations 2.2 dans ce cas ? Nous avons

$$x_1 = \frac{-2 + \sqrt{0}}{2} = -1$$
$$x_2 = \frac{-2 - \sqrt{0}}{2} = -1.$$

Nous avons $x_1 = x_2$, ce qui correspond bien à n'avoir qu'une seule solution.

2.4.d Résumé

À retenir

Nous considérons le polynôme du second degré $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$ avec son discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$. Nous avons vu que

(a) Si le discriminant est strictement positif ($\Delta > 0$) alors f possède deux solutions distinctes données par

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

(b) Si le discriminant est nul ($\Delta = 0$) alors les deux équations (2.5) reviennent au même. Le polynôme $f(x)$ a une seule solution obtenue en posant $b^2 - 4ac = 0$ dans les équations 2.5 :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}.$$

(c) Si le discriminant est strictement négatif ($\Delta < 0$) alors $f(x)$ ne s'annule pour aucun réel x.

Remarque 2.11.

Nous avons vu à plusieurs reprises que le sommet d'une parabole était au milieu des deux racines. Dans le cas où $\Delta = 0$, il n'y a qu'une seule racine, et il n'est pas étonnant qu'elle soit confondue avec le sommet.

3. C'est à dire les x pour lesquels $f(x) = 0$

2.5 Factorisation du trinôme du second degré

Nous avons déjà dit que si x_1 et x_2 sont des racines de $f(x) = ax^2 + bx + c$, alors on pouvait écrire

$$f(x) = m(x - x_1)(x - x_2).$$

Étant donné que le coefficient de x^2 est a, le m doit être égal à a et nous avons

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2).$$

En utilisant les valeurs de x_1 et x_2 en termes de a et b nous avons la règle suivante.

À retenir
Si le discriminant du trinôme $f(x) = ax^2 + bx + c$ est positif ou nul, alors $f(x)$ se factorise en

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= a(x - x_1)(x - x_2) \\ &= a\left(x - \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)\left(x + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right). \end{aligned}$$

En pratique, on commence toujours par calculer le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$ et on vérifie son signe avant d'aller plus loin. Si il est négatif, alors le polynôme ne se factorise pas.

Note : cette factorisation est encore valable si $\Delta = 0$. Dans ce cas, les deux parenthèses sont égales et la factorisation se simplifie en

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2 = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2.$$

2.5.a Étude de signe

Nous sommes maintenant complètement équipés pour écrire le tableau de signe de tous les polynômes du second degré. Soit donc le polynôme $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$ et posons $\Delta = b^2 - 4ac$.

Deux racines distinctes

Nous commençons par le cas où $b^2 - 4ac > 0$. Dans ce cas nous avons deux racines distinctes et deux cas se présentent : soit la parabole est tournée vers le haut ($a > 0$), soit elle est tournée vers le bas ($a < 0$).

Dans tous les cas nous savons que la fonction se factorise en

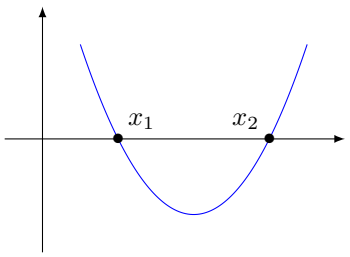
$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2).$$

Ici nous allons dire que nous avons classé les racines dans l'ordre : $x_1 < x_2$.

(a) Si $a > 0$, alors nous avons le tableau de signe suivant.

x	$\ldots$	x_1	$\ldots$	x_2	$\ldots$
a	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$x - x_1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x - x_2$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

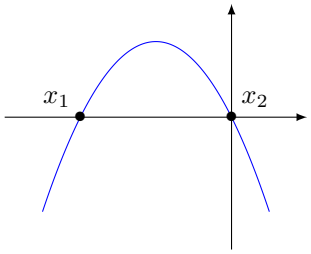
La parabole étant dirigée vers le haut, il est normal qu'elle soit positive hors de l'intervalle entre les racines, et donc négative entre les racines.



(b) Si $a < 0$, alors nous avons le tableau de signe suivant.

x	$\dots$	x_1	$\dots$	x_2	$\dots$
a	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$
$x-x_1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-x_2$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

La parabole étant dirigée vers le bas, il est normal qu'elle soit négative hors de l'intervalle entre les racines, et donc positive entre les racines.



À retenir

Lorsque la parabole ax^2+bx+c a deux racines distinctes $x_1<x_2$, elle a le signe de a hors de l'intervalle entre les racines et le signe opposé à a entre les deux racines. Le tableau de signe est donc soit

x	$\dots$	x_1	$\dots$	x_2	$\dots$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

pour $a>0$, soit

x	$\dots$	x_1	$\dots$	x_2	$\dots$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

pour $a<0$.

Attention : il prendre soin à trier les racines dans l'ordre croissant avant de créer le tableau de signe.

Une seule racine

Lorsque la parabole possède une unique racine (c'est à dire si le discriminant est nul), le tableau de signe est plus simple. Nous notons x_0 la racine. Le polynôme $f(x)=ax^2+bx+c$ se factorise en

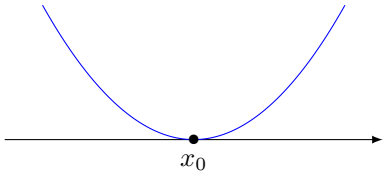
$$f(x)=a(x-x_0)^2$$

et a donc toujours le signe de a, sauf en $x=x_0$ où la polynôme s'annule.

À retenir

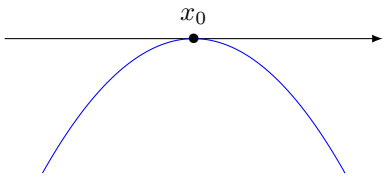
(a) Si $a>0$ alors le tableau de signe est

x	$\dots$	x_0	$\dots$
$f(x)$	$+$	0	$+$



(b) Si $a<0$ alors le tableau de signe est

x	$\dots$	x_0	$\dots$
$f(x)$	$-$	0	$-$



Si il n'y a aucune racines

À retenir
Si le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$ est strictement négatif, alors le polynôme a toujours le signe de a.

2.6 Résumé de tout ce qu'il faut savoir

Une parabole

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

se présente toujours sous une forme qui ressemble au dessin ci-contre. Les points clefs sont le sommet en x_0 et les deux points d'intersection avec l'axe des abscisses en x_1 et x_2.

(a) Le sommet est en $x_0 = -\frac{b}{2a}$.

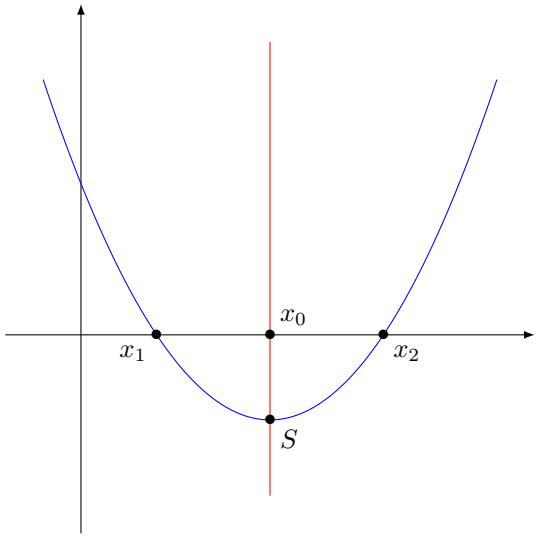
(b) L'axe vertical passant par le sommet est un axe de symétrie de la courbe.

(c) Les deux racines sont données par les formules

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

où

$$\Delta = b^2 - 4ac.$$



Le nombre Δ est appelé le *discriminant* du polynôme f.
La factorisation de $ax^2 + bx + c$ est donnée par

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$

Si Δ est nul, nous voyons que $x_1 = x_2$, cela signifie que la parabole n'a qu'une seule racine. Si Δ est (strictement) négatif, alors nous ne pouvons pas calculer $\sqrt{\Delta}$ et la fonction n'a pas de racines. Illustration de ces cas à la figure 2.8.

En ce qui concerne la factorisation, si $\Delta = 0$ alors $x_1 = x_2$ et nous avons $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$, et si $\Delta < 0$ il n'y a pas de racines, de telle sorte que la factorisation soit impossible.

Enfin, la courbe représentative de $f(x) = ax^2 + bx + c$ est tournée vers le haut si $a > 0$ et tournée vers le bas si $a < 0$.

Le tableau de signe de $f(x) = ax^2 + bx + c$ est donné par

Si $a > 0$

x		x_1		x_2	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Si $a < 0$

x		x_1		x_2	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Attention : dans ces tableaux de signe, nous avons supposé que $x_1 < x_2$. Il faut évidemment les mettre dans l'ordre.

Si $\Delta = 0$, alors il y a une seule racine, qui coïncide avec le sommet : $x_1 = x_2 = x_0 = -b/2a$. Dans ce cas le tableau de signe est :

Si $a > 0$

x		$-\frac{b}{2a}$	
$f(x)$	$+$	0	$+$

Si $a > 0$

x		$-\frac{b}{2a}$	
$f(x)$	$-$	0	$-$

En ce qui concerne le tableau de variations nous avons

Si $a > 0$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		∞
	∞				∞
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	
			$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$		

Si $a < 0$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		∞
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	$\searrow$	$-\infty$

2.7 Exercices sur le second degré

Exercice 1208

(a) Lesquels des points suivants sont sur la droite d'équation $y = 1 - x$?

(a1) $(1; 1)$

(a2) $(10; -9)$

(a3) $(0; 0)$

(a4) $(-10; 11)$

(b) Un minerais coûtait 14€ le kilo avant une augmentation de 12%. Quel est son nouveau prix au kilo ?

(b1) 26€

(b2) 1.68€

(b3) 15.68€

(b4) 12.32€

Correction à la page 1124.

Exercice 1209

Dire si les fonctions suivantes sont des polynômes du second degré, et identifier la cas échéant les coefficients a, b et c.

(a) $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$

(b) $g(x) = 3x^2 + x\sqrt{2} - \frac{1}{3}$

(c) $h(x) = x^2 - \frac{2}{x} + 4$

(d) $i(x) = x + 2$

(e) $j(x) = x^2 + 3\sqrt{x} - 1$

(f) $k(x) = -x^2 + \frac{x}{3} + 7$

Correction à la page 1124.

2.7.a Sommet et tableau de variations

Exercice 1210

Donner les coordonnées du sommet de la parabole d'équation $y = 2x^2 - 8x + 3$. Donner le tableau de variations de la fonction $f(x) = 2x^2 - x + 3$.

Pour rappel, l'abscisse du sommet de la parabole $y = ax^2 + bx + c$ est $x_0 = -b/2a$. Au cas où cet exercice arriverait en DS, il n'est pas certain que ce rappel soit encore là.

Correction à la page 1125.

2.7.b Tableau de signe et inéquations connaissant une factorisation

Exercice 1211

(a) Que vaut $(x + 5)(x - 2)$?

(b) Compléter le tableau de signe

x	...	-5	...	2	...
$x + 5$					
$x - 2$					
$x^2 + 3x - 10$					

Note : la dernière ligne se remplit sans calculs, juste en regardant les deux premières.

(c) À partir de ce tableau, donner les solutions des équations et inéquations suivantes :

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$
$$x^2 + 3x - 10 \leqslant 0$$
$$x^2 + 3x - 10 \geqslant 0$$

(d) Lequel des graphiques de la figure 2.9 correspond à la fonction $y = f(x) = x^2 + 3x - 10$?

Correction à la page 1125.

Exercice 1212

Dresser un tableau de signe de la fonction $f(x) = x^2+x-6$, et donner l'ensemble des x tels que $x^2+x-6 \geqslant 0$.
Indice : $x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$.

Correction à la page 1125.

Exercice 1213

Étudier le signe (tableau de signe) des expressions suivantes.

(a) $f(x) = (x + 1)(x + 4)$
(b) $g(x) = -(x + 1)(x + 4)$
(c) $h(x) = (3 - x)(x + 7)$
(d) $i(x) = x(1 - 3x)$
(e) $j(x) = \frac{1}{2}(x + 1)(2x - 3)$
(f) $k(x) = (\frac{x}{2} + 1)(x - 1)$
(g) $k(x) = (\frac{x}{3} + 2)(x + 6)$
(h) $l(x) = (x - 1)^2$
(i) $m(x) = (2x + 3)(5x - 2)$

À l'aide du travail fait ci-dessus, résoudre les inéquations

(a) $(x + 1)(x + 4) \leqslant 0$
(b) $x(1 - 3x) \geqslant 0$
(c) $(\frac{x}{2} + 1)(x - 1) < 0$
(d) $(x - 1)^2 > 0$

Correction à la page 1125.

Exercice 1214

Résoudre l'inéquation $x(x - 1)(x - 2) > 0$ à l'aide d'un tableau de signes. Donner la réponse sous forme d'intervalle(s).

Correction à la page 1125.

Exercice 1215

Développer (c'est à dire distribuer) l'expression

$$-8(x - \frac{1}{2})(x + \frac{3}{4}).$$

Résoudre ensuite l'inéquation

$$-8x^2 - 2x + 3 > 0.$$

Correction à la page 1125.

Exercice 1216

Nous voulons résoudre l'inéquation

$$3x^2 - 18x + 24 \leqslant 0.$$

(a) Victor prétend que la factorisation est $f(x) = -3(x + 2)(x + 4)$ tandis que Camille prétend que $f(x) = 3(x - 2)(x - 4)$. Lequel a raison ?
(b) En vous aidant de la factorisation correcte, dresser le tableau de signe de $f(x)$.
(c) Résoudre $3x^2 - 18x + 24 \leqslant 0$.

Correction à la page 1125.

Exercice 1217

Soit la parabole $f(x) = x^2 - 6x - 7$. Pour cet exercice nous admettons la factorisation $x^2 - 6x - 7 = (x + 1)(x - 7)$.

(a) Donner les racines de f.
(b) Dresser le tableau de signe de f.
(c) Résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant 0$.

Correction à la page 1125.

Exercice 1218

Résoudre l'inéquation $x(x - 4)(x - 3) \leqslant 0$ en utilisant un tableau de signe.

Correction à la page 1125.

2.7.c Trouver des paraboles vérifiant certaines conditions

Exercice 1219

Parmi les nombres $-2, -1, 0, 1, 2$, lesquels sont racines de $x^2 - x - 2$?
Quelle valeurs A et B doivent prendre pour que l'égalité suivante soit satisfaite ?

$$x^2 - x - 2 = (x + A)(x + B).$$

Note : A et B pourraient être des nombres négatifs.

Correction à la page 1125.

Exercice 1220

(a) Donner un polynôme du second degré qui s'annule en $x = 3$ et en $x = -1$.
(b) En donner un autre.
(c) Donner un polynôme du second degré s'annulant en $x = 3$ et en $x = -1$ et dont le sommet soit à la hauteur -2. Conseil : calculer le sommet du polynôme que vous avez trouvé au point (a).
(d) Donner un polynôme du second degré s'annulant en $x = 3$ et en $x = -1$ et dont le sommet soit à la hauteur 1.

Correction à la page 1126.

Exercice 1221
Soit $f(x) = x^2 + 4x - 5$.

(a) En quel point se situe le sommet de la parabole représentative de f ?
(b) Parmi les nombres -1, -5, 0, 1, 7, lesquels vérifient $x^2 + 4x - 5 = 0$?
(c) Pour quelles valeurs de A et B peut-on écrire $f(x) = (x - A)(x - B)$?
(d) Vérifier la réponse précédente en effectuant le produit.

Correction à la page 1126.

2.7.d Lecture de graphiques

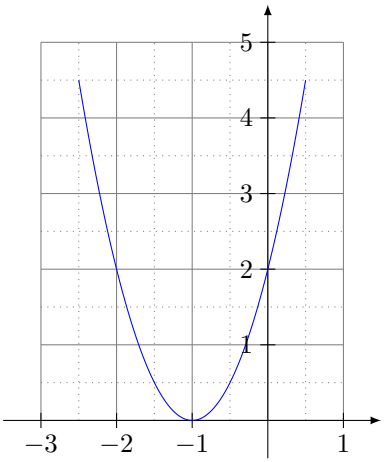
Exercice 1222
Répondre graphiquement aux questions suivantes, en rapport avec la figure 2.10.
(a) Quel est l'antécédent de 1 par la fonction ? Autrement dit : pour quelle(s) valeur(s) de x la courbe vaut-elle 1 ?
(b) En quel x se trouve le sommet de la courbe ?
(c) Remarquer que le sommet se trouve «au milieu» des deux antécédents de 1.
(d) Tracer les deux antécédents de 2 (avec une règle). Est-ce que le sommet est encore au milieu des deux ?

Correction à la page 1126.

Exercice 1223

À partir du graphique ci-contre,

(a) Donner les solutions de $f(x) = 2$, $f(x) = -2$ et $f(x) = 0$.
(b) Quelle est l'image de -2 par la fonction tracée ?
(c) Dire laquelle est la bonne parmi les trois possibilités suivantes : $f(x) = x^2 + 2$, $f(x) = (x + 1)^2$, $f(x) = 2x^2 + 4x + 2$.
(d) Quelles sont les coordonnées du sommet ?
(e) Dresser le tableau de variations de f.



Correction à la page 1126.

Exercice 1224
Dresser un tableau de signe des fonctions tracée à la figure 2.11.
Écrire également un tableau de variations.
Correction à la page 1126.

Exercice 1225
Tracer sans calculatrice le graphique des fonctions suivantes

(a) $f_1(x) = x(x - 5)$
(b) $f_2(x) = x^2 + x - 2$
(c) $f_3(x) = x^2 + \frac{5x}{4} + \frac{3}{8}$
(d) $f_4(x) = 16x^2 + 20x + 6$
(e) $f_5(x) = -x^2 - 2x - 1$
(f) $f_6(x) = -x^2 - 7x$
(g) $f_7(x) = (x + 1)^2$
(h) $f_8(x) = (x - 1)^2$
(i) $f_9(x) = 2x^2 - \frac{1}{2}$

Correction à la page 1126.

2.7.e Résolution

Exercice 1226
Trouver les solutions des équations suivantes.

(a) $x^2 - 8x + 15 = 0$
(b) $x^2 + 2x - 15 = 0$
(c) $2x^2 + 12x + 10 = 0$
(d) $2x^2 - 13x - 7 = 0$
(e) $4x^2 - 24x + 37 = 0$
(f) $9x^2 - 12x + 4 = 0$
(g) $x^2 - 2x + 2 = 0$
(h) $x^2 + 1 = 0$
(i) $x^2 - 8x + 16 = 0$

Rappel[4] : les racines de $ax^2 + bx + c$ sont données par

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Correction à la page 1126.

Exercice 1227
Trouver le racines des polynômes suivants.

(a) $f_1(x) = x(x - 5)$
(b) $f_2(x) = x^2 + x - 2$
(c) $f_3(x) = x^2 + \frac{5x}{4} + \frac{3}{8}$
(d) $f_4(x) = 16x^2 + 20x + 6$
(e) $f_5(x) = -x^2 - 2x - 1$
(f) $f_6(x) = -x^2 - 7x$
(g) $f_7(x) = (x + 1)^2$
(h) $f_8(x) = (x - 1)^2$
(i) $f_9(x) = 2x^2 - \frac{1}{2}$

Ce sont ceux de l'exercice 1225.
Correction à la page 1127.

Exercice 1228
Soit le polynôme du second degré $f(x) = -2x^2 + 2x + 4$.

(a) Donner les racines de f.
(b) Donner la factorisation de $f(x)$.
(c) Donner les coordonnées du sommet de f.
(d) Écrire le tableau de signe de la fonction f.
(e) Calculer $f(0)$, $f(-2)$ et $f(3)$.
(f) Avec les information obtenues dans les points précédents, tracer le graphe de la fonction f entre les abscisses -2 et 1.

Correction à la page 1127.

Exercice 1229
Soit le polynôme du second degré $f(x) = 6x^2 + 15x - 9$.

(a) Montrer, en utilisant les formules, que les racines de f sont $x = \frac{1}{2}$ et $x = -3$.
(b) Écrire le tableau de signe de f.
(c) Factoriser f.

Correction à la page 1127.

Exercice 1230
Soit le polynôme du second degré $f(x) = 4x^2 - x - 3$.

(a) Montrer, en utilisant les formules, que les racines de f sont $x = -\frac{3}{4}$ et $x = 1$.
(b) Écrire le tableau de signe de f.
(c) Factoriser f.

Correction à la page 1127.

Exercice 1231
Soit la fonction $f(x) = x^2 + x - 6$.

(a) Donner le sommet de la parabole de f.
(b) Donner les racines de f
(c) Écrire le tableau de signe de f.

Correction à la page 1127.

2.7.f Factorisation

Exercice 1232

(a) Rappeler les formules donnant les racines d'un polynôme du second degré.
(b) Donner les racines du polynôme $f(x) = x^2 + x - 6$.

Correction à la page 1128.

Exercice 1233
Factoriser si possible les polynômes suivants.

4. Un tel rappel ne sera pas présent en interrogations ou en DS.

(a) $f_1(x) = 3x^2 - 3x - 6$
(b) $f_2(x) = 3x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$
(c) $f_3(x) = 3x^2 + 7x - 1$
(d) $f_4(x) = -x^2 + 12x + 28$
(e) $f_5(x) = -3x^2 + x - 2$
(f) $f_6(x) = -3x^2 + 5x - 2$
(g) $f_7(x) = 9 - x^2$
(h) $f_8(x) = x^2 + 2x + 1$
(i) $f_9(x) = -4x^2 + 5x - 3$
(j) $f_{10}(x) = 25 - 4x^2$

Correction à la page 1128.

Exercice 1234

Résoudre l'inéquation

$$-x^2 - 4x + 5 \geqslant 0.$$

Correction à la page 1128.

Exercice 1235

Résoudre l'inéquation

$$\frac{7}{x-4} - \frac{6}{x-2} \leqslant 2.$$

Correction à la page 1129.

2.7.g Problèmes

Exercice 1236

(a) Déterminer pour quelle(s) valeur(s) de m les droites d'équations $d_1 \equiv 3x - my + 7 = 0$ et $(m+3)x - 6y - 7 = 0$ sont parallèles.
(b) Pour chacune des valeurs de m trouvées, dire si les droits sont confondues.

Correction à la page 1129.

Exercice 1237

Un triangle de côtés 3, 4 et 6 n'est pas un triangle rectangle (le vérifier en utilisant le théorème de Pythagore). Peut-on trouver un triangle rectangle en ajoutant une même longueur aux trois côtés ?

Correction à la page 1129.

Exercice 1238

Déterminer le nombre de gagnants à une loterie sachant que si 5 d'entre eux avaient perdu leurs tickets, les autres auraient chacun 200€ de plus et si 8 d'entre eux avaient perdu leurs tickets, les autres auraient chacun 400€ de plus. Quelle est la somme à partager ?

Correction à la page 1129.

Exercice 1239

Quel est le nombre le plus petit que l'on peut obtenir en prenant la somme d'un nombre strictement positif et de son inverse ?

Correction à la page 1130.

Exercice 1240

Quel est le rectangle d'aire 100 de plus petit périmètre ? Autrement dit : parmi les rectangle d'aire 100, lequel a le plus petit périmètre ?

Correction à la page 1131.

Exercice 1241

Soit la fonction du second degré $f(x) = (m-2)x^2 + 5x + 7 - m$ avec m étant un paramètre différent de 2.

(a) Prouver que -1 est une racine de f pour tout m.
(b) Trouver la seconde racine sans utiliser la technique du discriminant.
(c) Déterminer la valeur de m pour que cette seconde racine soit égale à 10.

Correction à la page 1131.

2.7.h Théorie

Exercice 1242

(a) Rappeler la formule donnant l'abscisse du sommet de la courbe $f(x) = ax^2 + bx + c$.
(b) Calculer les coordonnées le sommet de la parabole $f(x) = x^2 - 3x + 5$.

Correction à la page 1131.

2.7.i Équations sans terme indépendant

Exercice 1243 [43]
Résoudre l'équation

$$(x-8)(-2x-2) = (x+4)^2.$$

Indice : tout développer, puis factoriser.
Correction à la page 1132.

Exercice 1244
Donner les nombres réels dont le double est égal au cube.
Correction à la page 1132.

Exercice 1245 [44].
Résoudre l'équation $x^3 - x^2 - 6x = 0$. Conseil : factoriser x.
Correction à la page 1132.

Exercice 1246
Soit la fonction $f(x) = x^2 - (2x+3)^2$.

(a) Factoriser $f(x)$ en utilisant un produit remarquable.

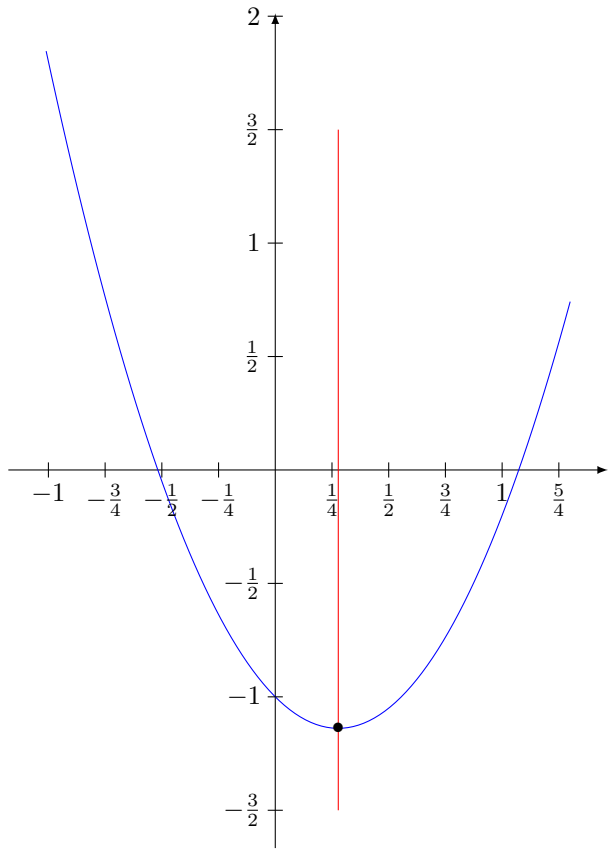
(b) Calculer $f(-2)$

(c) Calculer $f(1-2/3)$

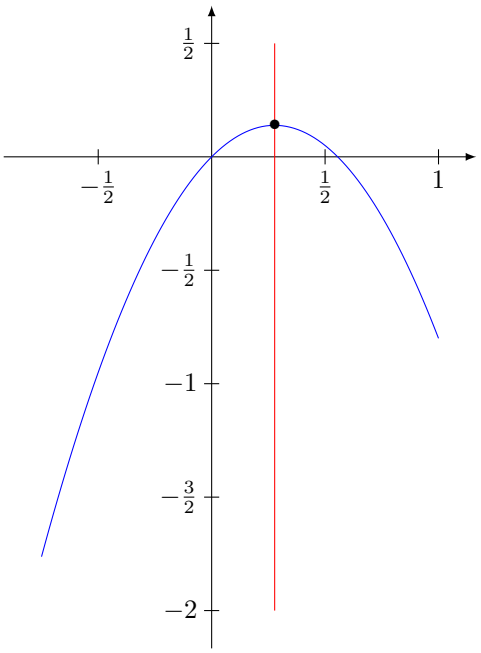
(d) Déterminer x pour que $f(x) = 0$ (équation produit)

(e) Déterminer x pour que $f(x) = -9$

Correction à la page 1132.



(a) Une parabole tournée vers le haut.



(b) Une parabole tournée vers le bas.

FIGURE 2.1 – Deux paraboles

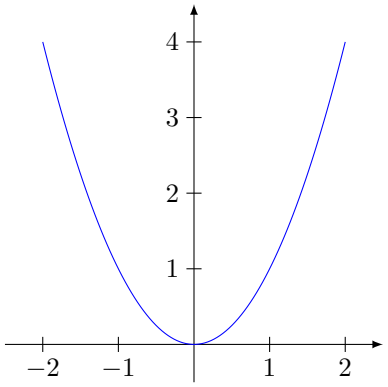


FIGURE 2.2 – La courbe $x \mapsto x^2$.

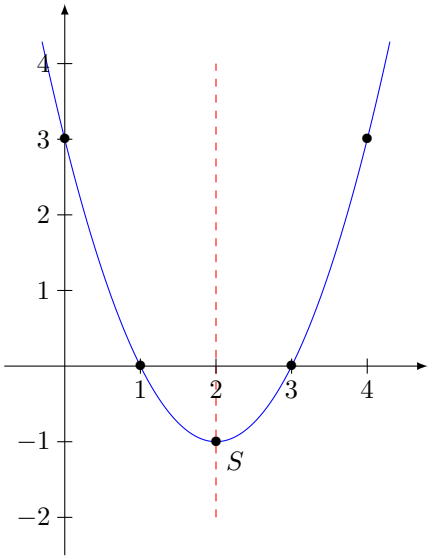


FIGURE 2.3 – La courbe de la parabole $x^2 - 4x + 3$.

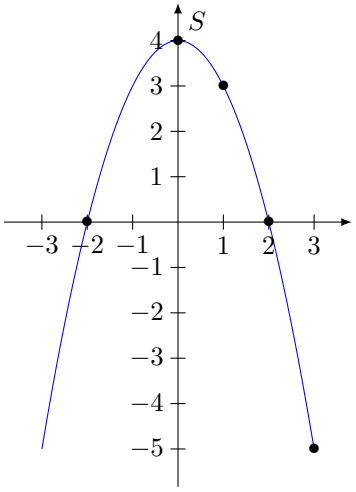


FIGURE 2.4 – La courbe de $-x^2 + 4 = -(x + 2)(x - 2)$.

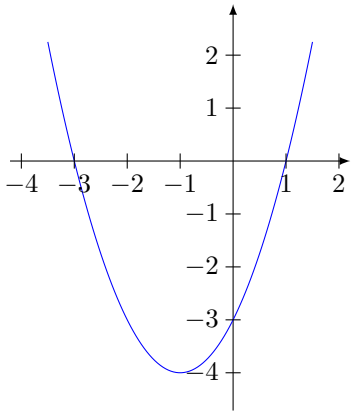


FIGURE 2.5 – Graphe de la fonction $f(x) = x^2 + 2x - 3$ pour l'exemple 2.9.

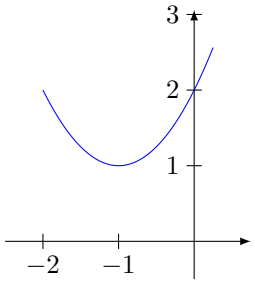


FIGURE 2.6 – La parabole $(x + 1)^2 + 1$

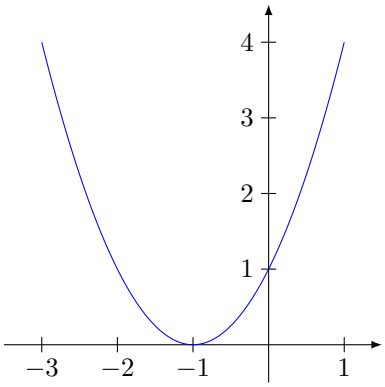
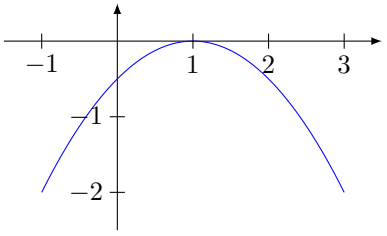
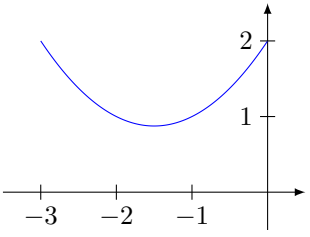


FIGURE 2.7 – La parabole $(x + 1)^2$ ne s'annule qu'en un seul point.

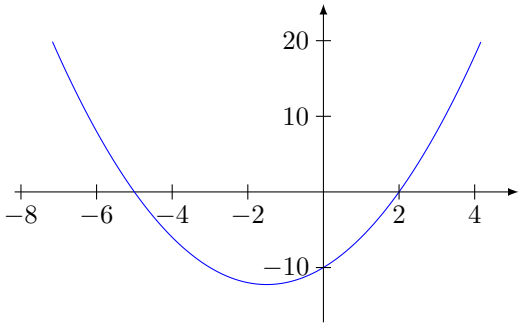


(a) Si $\Delta = 0$, la parabole ne touche l'axe des abscisses qu'en un seul point.

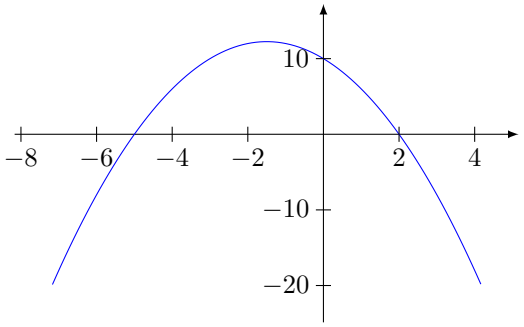


(b) Si $\Delta < 0$, la parabole ne touche jamais l'axe des abscisses.

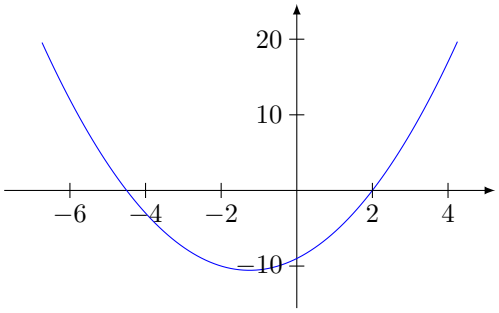
FIGURE 2.8 – Les cas où Δ n'est pas strictement positifs correspondent à des paraboles ayant une seule ou pas du tout de racines.



(a) Un graphe



(b) Un autre



(c) Et un dernier

FIGURE 2.9 – Laquelle de ces trois courbes est $x^2 + 3x - 10$?

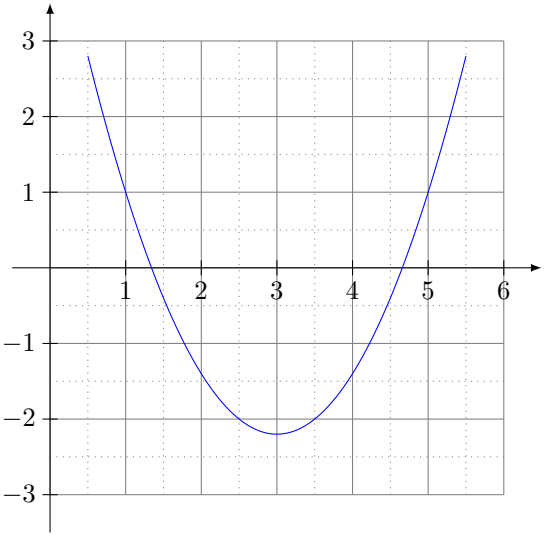
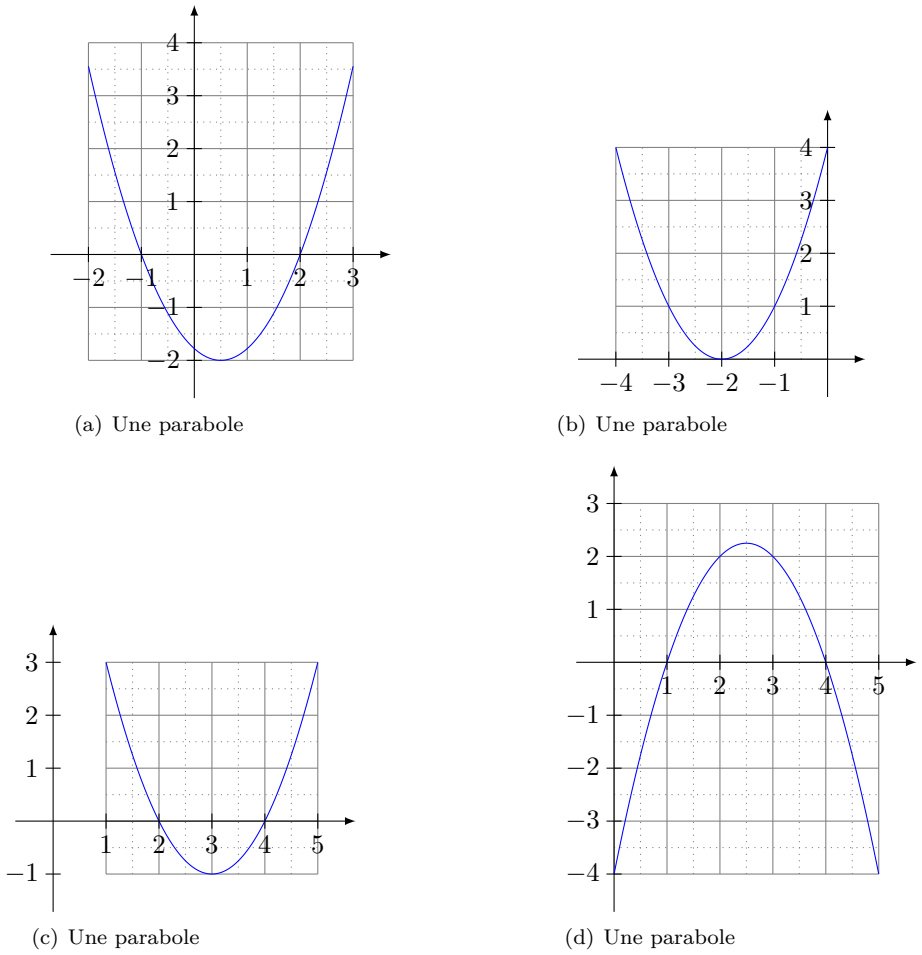


FIGURE 2.10 – La parabole de l'exercice 1222.



(a) Une parabole

(b) Une parabole

(c) Une parabole

(d) Une parabole

FIGURE 2.11 – Les graphes de l'exercice 1224

Chapitre 3

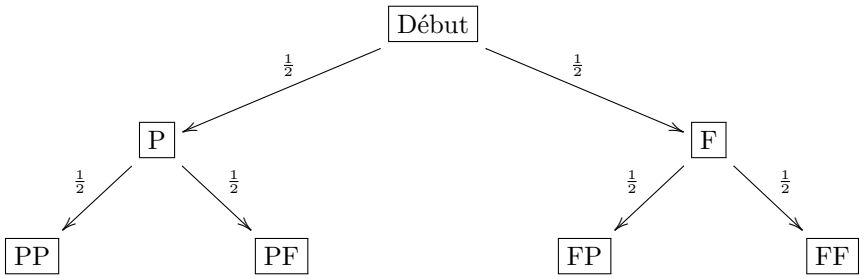
Binomiale

3.1 Épreuve de Bernoulli

Source : [45, 40, 46]

Nous jouons à pile ou face avec une pièce non truquée. Nous avons donc une chance sur deux d'obtenir pile et une chance sur deux d'obtenir face. Nous sommes intéressé par le nombre de fois que nous obtenons pile en jouant souvent.

Exemple
Commençons par jouer deux fois et dessinons un arbre.



Quelque questions :

(a) Quelle est la probabilité d'avoir deux fois pile ?

(b) Quelle est la probabilité d'obtenir une fois pile et une fois face ?

(c) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un face ?

Les réponses :

(a) Sur les quatre issues possibles, une seule a deux fois face. La probabilité est 1/4.

(b) Sur les quatre issues possibles, deux ont un pile et un face : PF et FP. La probabilité de tomber sur l'un des deux est 1/2.

(c) Sur les quatre issues possibles, trois ont au moins un face : PF, FP et FF. La probabilité d'avoir un des trois est 3/4.

Nous pouvons écrire le tableau

k	0	1	2
$P(X=k)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

△

Définition
Toute expérience aléatoire conduisant à deux issues possibles (appelées *échec* ou *succès*) est une **épreuve de Bernoulli**. Nous noterons p la probabilité du succès. La probabilité de l'échec sera alors $1-p$.

Exemple
Nous lançons un dé et nous nommons «succès» l'événement «le 6 sort». Cela est une épreuve de Bernoulli avec $p = 1/6$. △

Exemple
Supposons que nous jouons au poker avec un paquet de 52 cartes. Si nous avons déjà trois as en main, il reste 49 cartes dans le paquet, et parmi ces 49 cartes, un seul as. Nous avons donc une chance sur 49 de réussir un carré en échangeant une carte.

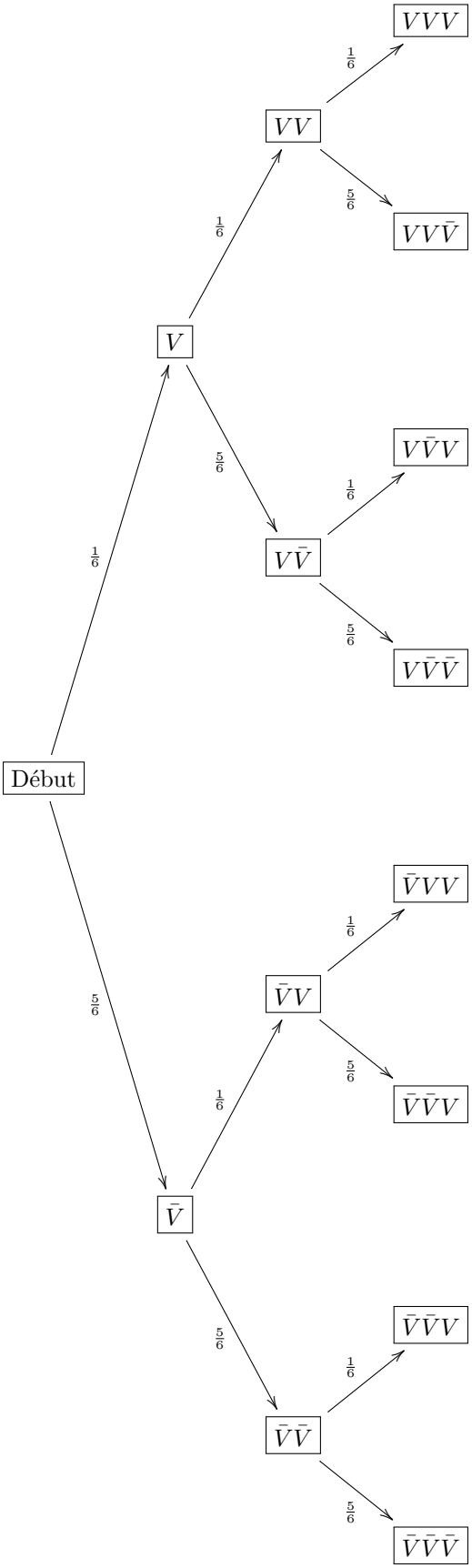
Si par contre nous jouons avec des dés, la probabilité de lancer un quatrième as est de une sur six ; la différence est énorme. △

3.2 Schéma de Bernoulli

Définition
Un **schéma de Bernoulli** de paramètres n et p est la répétition de n épreuves de Bernoulli de probabilité p identiques et indépendants.

Nous allons nous intéresser au nombre de succès d'un schéma de Bernoulli de probabilité p.

Exemple
Nous jouons au poker avec des dés. Un dé a 6 face : as, roi, dame, valet, 10, 9. Nous voulons obtenir une paire de valet en lançant trois dés (nous estimons qu'un brelan de valet est une réussite). Voici l'arbre.



Nous pouvons écrire un tableau donnant les probabilités d'obtenir k fois le valet.

k	0	1	2	3
$P(X=k)$	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0.58$	$3\left(\frac{5}{6}\right)^2\left(\frac{1}{6}\right) \approx 0.347$	$3\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right) \approx 0.07$	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 \approx 0.0046$

△

3.3 La loi binomiale

3.3.a Définition et formule

Nous considérons un schéma de Bernoulli de paramètres n et p.

À retenir
Si X est la «variable aléatoire» donnant le nombre de succès du schéma (qui est un nombre entier entre 0 et n), nous disons que X suit la **loi binomiale** de paramètres n et p, et nous notons $X \sim B(n,p)$.

Nous disons que l'événement $\{X = k\}$ est réalisé lorsque le schéma de Bernoulli a obtenu exactement k succès sur les n épreuves. La probabilité de cet événement est notée $P(X = k)$.

Nous disons que l'événement $\{X < k\}$ est réalisé lorsque le nombre de succès obtenu est strictement inférieur à k. La probabilité que cela arrive est notée $P(X < k)$.

Les événements et probabilités $\{X \geqslant k\}$, $P(X > k)$ etc. sont définies de façon analogue.

Mini résumé
Nous nous intéressons à des cas où nous répétons une expérience plusieurs fois et nous comptons le nombre de fois que l'expérience est réussie.

Exemple
Pour calculer à moindres frais la probabilité p qu'un événement se produise au moins une fois, il suffit de calculer la probabilité q qu'il ne se produise pas du tout. La probabilité cherchée est alors $p = 1 - q$. △

Pour calculer à la calculatrice $P(X = k)$ et $P(X \leqslant k)$,

(a) Savoir les paramètres n et p de la variable aléatoire X

(b) Sur Casio :

(b1) menu STAT, EXE

(b2) pour obtenir $P(X = k)$, DIST BINM Bpd VAR pour obtenir $P(X \leqslant k)$, DIST BINM Bcd VAR

(b3) x : k EXE
Numtrial : n EXE
p : p EXE

(b4) EXE

(c) Sur TI

(c1) distrib DISTRIB

(c2) pour obtenir $P(X = k)$, binomFdp(n,p,k), enter
pour obtenir $P(X \leqslant k)$, binomFRép(n,p,k), enter

3.3.b Espérance

Exemple
Si nous lançons 18 fois un dé à 6 faces, il est «raisonnable» d'espérer obtenir trois fois le 6 parce qu'on devrait l'obtenir en moyenne une fois sur six. △ Plus généralement, si nous répétons n fois le lancer de dé, nous espérons obtenir $\frac{n}{6}$ fois le six.

Définition
L'**espérance** d'une variable aléatoire de Bernoulli $X \sim B(n,p)$ est le nombre

$$E(X) = np.$$

À retenir
L'espérance s'interprète comme la valeur moyenne du nombre de succès obtenus si on répète un grand nombre de fois le schéma de Bernoulli.

Exemple
Nous lançons 100 fois un dé à 6 faces et nous obtenons 20 fois la face un. Ensuite nous relançons 100 fois la pièce et nous obtenons 16 fois la face un ; maintenant la moyenne du nombre de succès est $\frac{20+16}{2} = 18$. Nous recommençons encore une fois, etc.

Le programme suivant simule 20 schémas de 100 lancer de pièces, affiche le nombre de succès à chaque schéma et la moyenne de nombre de succès.

ex_bernoulli5.py

```
from scipy import stats
import math

X=stats.binom(100,1/6)
liste=[]
for i in range(1,21):
    a=X.rvs()
    liste.append(a)
    print("Le schéma",i,"a donné",a,"succès. Maintenant la moyenne est",sum(liste)/len(liste))
```

donne

Résultat

```
Le schéma 1 a donné 13 succès. Maintenant la moyenne est 13.0
Le schéma 2 a donné 15 succès. Maintenant la moyenne est 14.0
Le schéma 3 a donné 10 succès. Maintenant la moyenne est 12.666666666666666
Le schéma 4 a donné 18 succès. Maintenant la moyenne est 14.0
Le schéma 5 a donné 23 succès. Maintenant la moyenne est 15.8
Le schéma 6 a donné 19 succès. Maintenant la moyenne est 16.333333333333332
Le schéma 7 a donné 15 succès. Maintenant la moyenne est 16.142857142857142
Le schéma 8 a donné 10 succès. Maintenant la moyenne est 15.375
Le schéma 9 a donné 16 succès. Maintenant la moyenne est 15.444444444444445
Le schéma 10 a donné 17 succès. Maintenant la moyenne est 15.6
Le schéma 11 a donné 22 succès. Maintenant la moyenne est 16.181818181818183
Le schéma 12 a donné 17 succès. Maintenant la moyenne est 16.25
Le schéma 13 a donné 19 succès. Maintenant la moyenne est 16.46153846153846
Le schéma 14 a donné 15 succès. Maintenant la moyenne est 16.357142857142858
Le schéma 15 a donné 12 succès. Maintenant la moyenne est 16.066666666666666
Le schéma 16 a donné 21 succès. Maintenant la moyenne est 16.375
Le schéma 17 a donné 15 succès. Maintenant la moyenne est 16.294117647058822
Le schéma 18 a donné 19 succès. Maintenant la moyenne est 16.444444444444443
Le schéma 19 a donné 18 succès. Maintenant la moyenne est 16.526315789473685
Le schéma 20 a donné 16 succès. Maintenant la moyenne est 16.5
```

Note : la valeur vers laquelle la moyenne doit tendre est $\frac{100}{6} \approx 16.67$.

△

L'espérance est la tendance à long terme de la moyenne.

3.4 Graphiques et tendance à long terme

Nous parlons de **grande binomiale** si $n \geqslant 25$ et $0.2 < p < 0.8$, c'est à dire si la probabilité de réussir une épreuve n'est ni trop faible ni trop grande, et si en même temps le nombre d'essais n'est pas trop petit. Une binomiale est une **petite binomiale** sinon.

3.4.a Quel graphique voulons-nous tracer ?

3.4.b Petites binomiales

Nous avons tracé à la figure 3.1 les probabilités $P(X = k)$ pour quatre petites binomiales différentes. Les points à retenir sont les suivants.

(a) La diagramme a un maximum en l'entier le plus proche de l'espérance.

(b) Le diagramme n'est pas très symétrique autour de l'espérance.

(c) Les probabilités s'annulent vite. Avec une probabilité 0.15 de réussir chaque épreuve, la probabilité d'en réussir 6 en 10 essais n'est même plus visible sur le graphique.

(d) Attention toutefois que cette probabilité est quand même de 0.00124, c'est à dire un pour mille. Si vous êtes en train d'étudier la probabilité d'incendie dans une usine de produits chimiques hautement toxiques, une probabilité d'un pour mille est totalement inacceptable!!

3.4.c Grandes binomiales

Nous avons tracé à la figure 3.2 le diagramme en bâtons de $P(X = k)$ pour différentes grandes binomiales. Quelque propriétés.

(a) Le maximum est sur l'espérance.

(b) Le diagramme est presque symétrique autour de son maximum.

(c) Plus le nombre de répétitions est grand, plus la symétrie est bonne.

(d) Les probabilités tombent rapidement à des valeurs proches de zéro lorsqu'on s'éloigne de l'espérance.

3.5 Simuler un schéma de Bernoulli avec un ordinateur

Pour simuler une expérience de Bernoulli de probabilité p, il suffit de prendre un nombre aléatoire entre 0 et 1 puis de vérifier si il est plus petit que p.

En effet, si nous prenons un nombre au hasard entre 0 et 1, quelle est la probabilité qu'il soit plus petit que, par exemple, 0.8 ?

La majorité des tableurs comme LibreOffice ou Gnumeric possèdent des fonctions toutes faites pour simuler.

Il est cependant instructif d'en construire un par nous même. Par exemple ceci écrit «succès» avec une probabilité 0.6.

ex_random_binomiale.py

```
# -*- coding: utf8 -*-
import random

p=0.6
a=random.uniform(0,1)
if a < p:
    print("succès")
else :
    print("échec")
```

Le programme suivant est celui écrit par votre serviteur pour produire les résultats et graphiques présentés plus haut. Attention : il est écrit pour sage et utilise donc la syntaxe de Python 2.x. La principale différence est qu'il n'y a pas de parenthèse pour `print`.

simul_Bernoulli.py

```
#! /usr/bin/sage -python
# -*- coding: utf8 -*-

from sage.all import *
import random
import sys

n=100   # Ce nombre est dans phystricksSimulBinNWxfTN

def une_simulation(verbatim=True):
    P=0
    F=0
    for i in range(0,n):
        a=random.choice(["P","F"])
        if verbatim :
            print a,
        if a == "F":
            F=F+1
        if a == "P":
            P=P+1
    if verbatim:
        print "\n total :",F,"F et ",P,"P"
```

```
    return P

def plein_de_simulations(nombre=1000,montrer=True):
    resultats={  i:0 for i in range(0,n+1)  }
    if montrer :
        print resultats
    for i in range(0,nombre):
        P=une_simulation(False)
        resultats[P]=resultats[P]+1

    if montrer :
        G=point((0,0))
        for i in range(0,n):
            G=G+line([(i,0),(i,resultats[i])])
            print i,resultats[i]
        show(G)
    return resultats

if __name__=="main":
    une_simulation()
    plein_de_simulations(nombre=int(sys.argv[1]))
```

Une simulation pas à pas en python pour construire un histogramme de schéma de Bernoulli est donné à la section 4.4.

Exemple

Effectuons dix mille fois les cent lancers et traçons un diagramme en bâtons décrivant le nombre de fois que nous avons obtenu chaque quantité de «piles».

Les diagrammes en bâtons de la figure 3.3 représentent, en fonction de k, le nombre de fois qu'on a obtenu exactement k fois pile en jouant 10, 100 et 10000 fois à pile ou face.

△

3.5.a Les commandes toutes faites

Nous construisons une variable aléatoire X suivant une loi binomiale de paramètres n et p avec

ex_binomiale1.py

```
# -*- coding: utf8 -*-

from scipy import stats

# Créer la variable aléatoire
X=stats.binom(100,0.7)

# Générer des nombres suivant la loi
print("Dix tirages aux hasard :",X.rvs(10))  # Générer 10 nombres

# Trouver des probabilités
print("P(X=70)",X.pmf(70))     # P(X=70)
print("P(X=65)",X.pmf(65))     # P(X=65)
print("P(X=75)",X.pmf(75))     # P(X=75)

# Probabilités cumulées.
print("P(X<60)",X.cdf(60))     # P(X<=60)
print("P(X<=100)",X.cdf(100))     # P(X<=100), doit être 1
print("P(X<=0)",X.cdf(0))     # P(X<=100), doit être 0 ou à peu près
```

donne

Résultat

```
Dix tirages aux hasard :  [65 61 67 70 73 72 65 67 66 77]
P(X=70) 0.0867838647534
P(X=65) 0.0467796823527
P(X=75) 0.0495599227622
P(X<60) 0.0209885760039
P(X<=100) 1.0
P(X<=0) 5.15377520732e-53
```

3.6 Compléments

3.6.a La probabilité n'est en pratique pas toujours connue

Exemple
Demandez à un de vos amis si il aime réciter des vers de Corneille en réunion de famille.

Vous noterez que cela est bien une épreuve de Bernoulli, mais qu'il vous est plus ou moins impossible d'en estimer la probabilité de succès a priori. Au mieux vous pouvez dire «j'espère bien qu'aucun de mes amis n'a ce genre de hobbies».

△

Exemple
Choisissez une voiture au hasard dans une file, et considérer l'événement «le conducteur est en train téléphoner». Ici encore il s'agit d'une épreuve de Bernoulli, mais il n'est pas possible d'en donner la probabilité. △

Exemple
Nous effectuons 50 lancers de pile ou face et nous comptons le nombre de réussite.

Par exemple :
P F P P P P F F F F F F F P P P P P P F P F F P P F F F F F F P P F F F F P F F F F P P P P F F F F P
total : 29 F et 21 P

Un autre exemple :

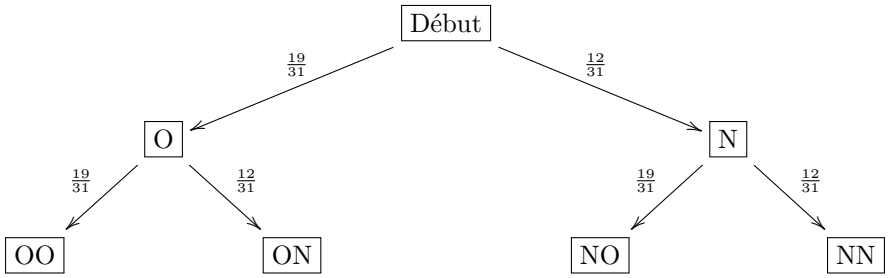
F F P P P P F P P P F P P P F F F F F P F F P P P P P F F F P P P F F P F F F P F P P P F P F P P F
total : 23 F et 27 P

Intuitivement, nous imaginons que nous devrions toujours obtenir autour de 25 piles et 25 faces.

△

3.6.b À propos de l'hypothèse de remise

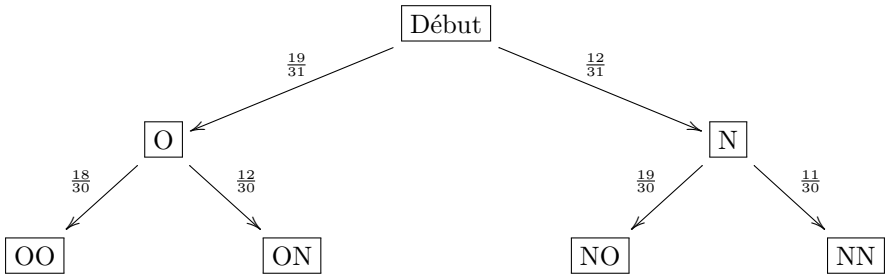
Exemple
Dans une classe de 31 élèves, 19 sont nés en 1996. Si nous en prenons un au hasard, nous avons donc une probabilité environ 0.61 qu'il soit né en 1996. Que penser de cet arbre où l'on note «O» l'événement «avoir tiré un élève de 1996» et «N» l'événement contraire ?



Nous pouvons écrire le tableau

k	0	1	2
$P(X=k)$	0.375	0.474	0.15

Si il n'y a pas de remise, alors l'arbre devrait ressembler plutôt à ceci :

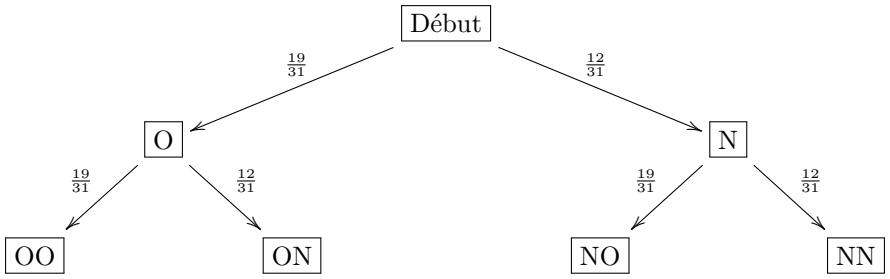


et le tableau devient

k	0	1	2
$P(X=k)$	0.368	0.49	0.142

Les nombres dans le tableaux ne sont pas tellement différents. Dans certains cas, l'approximation «avec remise» est justifiée. △

Reprenons notre arbre de choix d'élèves en fonction de l'année de naissance.



Nous notons $P(X=0)$ la probabilité de tirer zéro élèves nés en 1996 ; $P(X=1)$ la probabilité d'en tirer (exactement 1) ; $P(X=2)$ est la probabilité d'en tirer deux. En suivant la logique, $P(X=3)$ est nul parce que de toutes façons, on n'en tire que deux. Étudions les cas.

Nous commençons par calculer $P(X=0)$. Pour obtenir aucun étudiant nés en 1996 en en tirant deux, il faut d'abord en tirer un qui n'est pas né en 1996 (probabilité : $\frac{12}{13}$) puis en tirer un second (probabilité : $\frac{12}{13}$ encore). Du coup la probabilité est

$$P(X=0)=\left(\frac{12}{31}\right)^2,$$

c'est à dire environ [1] 0.15.

Calculons maintenant $P(X=1)$. Nous repérons dans le tableau les cases qui correspondent à un élève né en 1996 et un élève non né en 1996. Ce sont les cases ON et NO. En suivant les branches de l'arbre, la probabilité d'obtenir le ON est

$$P(ON)=\frac{19}{31}\times\frac{12}{31},$$

tandis que l'autre est

$$P(NO)=\frac{12}{31}\times\frac{19}{31}.$$

Notons que c'est la même. La probabilité totale de pêcher *exactement* un élève de 1996 en en pêchant deux au hasard dans la classe est

$$P(X=1)=2\times\frac{12}{31}\times\frac{19}{31}=\frac{456}{961},$$

qui est environ 0.47. Presque une chance sur deux.

Enfin, calculons la probabilité d'en tirer deux est donnée par la case OO de l'arbre et sa probabilité est

$$P(X=2)=\left(\frac{19}{31}\right)^2$$

qui est environ 0.37.

1. Encore une fois : méfiez vous des approximations numériques. Vous n'accepteriez pas de confier votre vie à un calcul qui a arrondi la seconde décimale d'une probabilité.

3.6.c La formule de la binomiale

Nous voudrions établir une formule donnant $P(X = k)$ pour une variable aléatoire X suivant la loi binomiale de paramètres n et p. Nous allons raisonner sur $n = 100$ et $p = \frac{7}{10}$. Dans ce cas, le nombre $P(X = k)$ est la probabilité d'obtenir exactement k succès en 100 essais d'une épreuve ayant une probabilité 0.7 de réussite.

L'arbre de 100 tirages est évidemment compliqué à dessiner, mais nous comprenons que les chemins qui mènent à $X = k$ sont les chemins qui prennent k fois la bifurcation de la réussite et $100 - k$ fois la bifurcation de l'échec. Chacun de ces chemins a une probabilité de

$$\left(\frac{7}{10}\right)^k \left(\frac{3}{10}\right)^{100-k}.$$

La probabilité totale est donnée par

$$P(X = k) = (\text{nombre de chemins passant } k \text{ fois par la réussite}) \times \left(\frac{7}{10}\right)^k \left(\frac{3}{10}\right)^{100-k}.$$

Le nombre de chemins est passablement compliqué à calculer. Heureusement, il y a la calculatrice [2]. Le nombre de chemin en question est nommé le **coefficient binomial** [3] et est noté $\binom{100}{n}$; c'est le nombre de moyens de placer k «S» dans une suite de 100 «S» ou «E».

À retenir
Pour un schéma de Bernoulli de paramètres n et p nous avons

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$

Si n est un entier positif et si k est un entier compris entre 0 et n, alors on note

$$\binom{k}{n}$$

le nombre de chemins qui réalisent exactement k succès dans un arbre à n niveaux. C'est aussi le nombre de façon d'écrire une suite de n «S» et «E» contenant exactement (ni plus ni moins) k fois le «S».

Nous notons $P(X \leqslant k)$ la probabilité que le nombre de succès soit plus petite ou égale à k ; nous avons par exemple

$$P(X \leqslant 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3).$$

Pas de panique : si vous voulez calculer $P(X \leqslant 137)$, il ne faudra pas faire 137 calculs : il existe une touche sur votre calculatrice qui calcule la probabilité cumulée.

Notons la formule sympa

$$P(X \leqslant k + 1) = P(X \leqslant k) + P(X = k + 1).$$

En particulier nous avons

$$P(X = k) = P(X \leqslant k) - P(X \leqslant k - 1).$$

Cela permet de calculer des probabilités en ayant seulement à disposition une table de probabilité cumulée.

À retenir
La somme des probabilités de deux événements contraire doit faire 1. Donc

$$P(x > k) = 1 - P(x \leqslant k).$$

2. Si vous voulez un avis personnel, utiliser une calculatrice pour débloquer une difficulté en mathématique est aussi intelligent qu'utiliser un anti-douleur pour améliorer ses performances sportives.
3. C'est le moment d'ouvrir le mode d'emploi de ladite calculatrice.

3.7 Exercices

3.7.a Rappels probabilités

Exercice 1247

(a) Nous tirons deux fois un dé à 6 faces. Quelle est la probabilité d'avoir un 1 suivit d'un trois ?

(b) Nous jouons à pile ou face. Quelle est la probabilité d'avoir trois fois pile d'affiliée ?

(c) Rolland possède un trousseau de clefs contenant 4 clefs quasiment identiques, dont une seule ouvre la porte de sa maison. Il les essaye au hasard. Quelle est la probabilité qu'il trouve la bonne au second essai ? (il faut donc d'abord essayer une des 3 mauvaises et ensuite tomber sur la bonne) ?

Correction à la page 1132.

Exercice 1248

Si nous prenons un nombre au hasard entre 0 et 2, quelle est la probabilité qu'il soit plus grand que 0.7 ?

Correction à la page 1132.

3.7.b Reconnaître une situation de Bernoulli

Exercice 1249

Dire si les expériences suivantes sont des épreuves de Bernoulli. Donnez si possible la probabilité de succès dans chaque cas de Bernoulli.

(a) Tirer une carte dans un paquet et considérer l'événement «c'est une carte noire».

(b) Tirer une carte dans un paquet et considérer sa valeur (as, roi, 10, 7, etc.).

(c) Lancer un dé et considérer le nombre indiqué.

(d) Dans un jeu de rôle, un nécromancien vous jette un sort. Lancez un dé à 12 faces ; si vous obtenez un nombre plus grand ou égal à votre capacité «résistance à la magie» (qui vaut 7), vous résistez et pouvez attaquer ; sinon vous perdez 6 points de vie.
En résumé, vous lancez un dé à 12 faces et vous regardez si vous obtenez un nombre plus grand ou égal à 7.

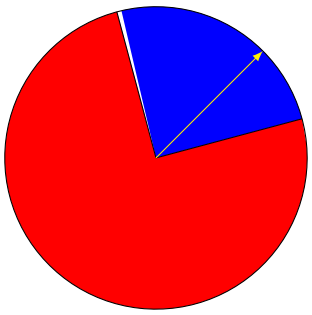
(e) Un elfe décoche une flèche sur un Gobelin. Il lance en dé à 6 faces ; si il fait 1 ou 2, le gobelin est touché à la tête et meurt. Si il faut 3 ou 4, le gobelin est touché au bras et perd 3 points d habilité. Si il fait 5 la flèche rate sa cible. Si il fait 6, l'elfe perd l'équilibre, tombe de son arbre et casse son arc (rayez cet objet de votre équipement).

(f) À une question «vrai ou faux», un élève tape complètement au hasard.

Correction à la page 1132.

Exercice 1250

Nous considérons un jeu dans lequel il faut faire tourner une roulette qui est peinte à 75% en rouge et 25% en bleu. Le joueur gagne si la flèche s'arrête sur la zone bleue et perd si elle s'arrête sur la zone rouge. À chaque réussite, le joueur gagne 1 euro, et il a le droit de jouer dix fois.



(a) Quel est le gain maximum ?

(b) Donner les paramètres de la loi binomiale correspondant au gain.

(c) Quelle est l'espérance de son gain ?

Correction à la page 1133.

3.7.c Calculer des probabilités avec un arbre

Exercice 1251

Nous considérons l'épreuve de Bernoulli qui consiste à tirer une carte au hasard dans un paquet de 52 cartes et regarder si c'est un cœur.

Nous considérons maintenant le schéma de Bernoulli consistant à répéter trois fois cette épreuve, en replaçant la carte dans le paquet après chaque tirage.

(a) Dessiner l'arbre correspondant.

(b) Quelle est la probabilité d'obtenir trois fois cœur ?

(c) Quelle est la probabilité d'obtenir aucun cœur ?

(d) Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux cœurs ?

Correction à la page 1133.

Exercice 1252

Soit une variable aléatoire suivant la loi binomiale $B(3; 0.7)$.

(a) Dessiner l'arbre correspondant.

(b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins deux succès ?

(c) Quelle est la probabilité d'obtenir au plus un succès ?

Correction à la page 1135.

Exercice 1253

Deux courriers électroniques sur trois sont du spam. Notre expérience consiste à tirer 200 courriers électroniques au hasard dans une base de trente mille.

(a) Justifier que cette situation est un schéma de Bernoulli.

(b) Quelle est la probabilité que *tous* les courriels tirés soient du spam ?

(c) Quelle est la probabilité que *aucun* des courriels tirés ne soient du spam ?

(d) Quelle est la probabilité d'avoir un seul spam parmi les 200 sélectionnés ?

(e) Quelle est la probabilité d'avoir un seul non spam parmi les 200 sélectionnés ?

Correction à la page 1135.

Exercice 1254

Un joueur de jeu de rôles doit lancer trois fois un dé à six faces. Un lancé est réussi si il obtient 1, 2, 3 ou 4. Dans les autres cas, la lancé est raté. Nous désignons par X la variable aléatoire correspondante au nombre de réussites.

(a) Identifier les paramètres du schéma de Bernoulli (probabilité de réussite, nombre d'essais) sous-jacent à cette situation.

(b) Dessiner l'arbre correspondant à la situation.

(c) Compléter le tableau

k	0	1	2	3	4	5
$P(X = k)$						

Correction à la page 1135.

Exercice 1255

Un joueur de jeu de rôles doit lancer trois fois un dé à six faces. À chaque test, il réussit si il fait 1 ou 2, et échoue sinon. Nous désignons par X la variable aléatoire correspondante au nombre de réussites.

(a) Identifier les paramètres du schéma de Bernoulli (probabilité de réussite, nombre d'essais) sous-jacent à cette situation.

(b) Dessiner un arbre.

(c) Compléter le tableau

k	0	1	2	3	4	5
$P(X = k)$						

Correction à la page 1135.

Exercice 1256

Une urne contient 4 boules rouges et deux boules noires. Nous tirons (avec remise) trois boules.

(a) Quelle est la probabilité d'avoir trois noires ?

(b) Quelle est la probabilité d'en avoir au moins une rouge ?

(c) Quelle est la probabilité d'avoir trois rouges ?

(d) Quelle est la probabilité d'avoir exactement deux rouges ?

Correction à la page 1135.

3.7.d Espérance

Exercice 1257

Une usine fabrique des résistances pour un constructeur d'électronique. Lors d'un contrôle de qualité, on prélève 50 résistances pour les tester ; on estime que chacune a une probabilité 0.02 d'être défectueux. Nous supposons que la production totale est suffisamment grande pour que le tirage puisse être assimilé à un tirage avec remise.

Nous considérons la variable aléatoire X qui à un tel tirage associe le nombre de pièces défectueuses.

(a) Justifier le fait que X suive une loi binomiale et en déterminer les paramètres.

(b) Calculer l'espérance de X.

(c) Interpréter le résultat.

Correction à la page 1135.

Exercice 1258

Si nous lançons 246 fois un dé à 6 face non pipé.

(a) Quelle est l'espérance du nombre de fois que nous obtiendrons la face quatre ?

(b) Nous considérons l'événement «la face numéro un sort» comme un succès. Quelle est l'espérance du nombre de succès ?

(c) Nous considérons comme un succès l'événement «obtenir un nombre pair». Quelle est l'espérance ?

(d) Nous considérons comme un succès l'événement «obtenir un ou six». Quelle est l'espérance ?

Correction à la page 1136.

Exercice 1259

Dans un verger de cinq mille arbres contenant 150 pommes chacun, une pomme sur vingt est mangée par une chenille. Nous en cueillons une centaine.

(a) Quelle est l'espérance du nombre de chenilles que nous trouverons ?

(b) Est-ce que la situation peut être assimilée à un schéma de Bernoulli de paramètres $p = 0.05$ et $n = 100$? En particulier, que pensez-vous de l'hypothèse de tirage sans remise qui se trouve dans la définition du schéma de Bernoulli ?

Correction à la page 1136.

Exercice 1260

Nous considérons le schéma de Bernoulli qui consiste à prendre 2000 fois une vache au hasard et vérifier si elle a une maladie.

(a) Que signifie $P(X = 10)$?

(b) Si nous savons qu'en moyenne une vache sur 100 est malade, à votre avis, est-ce que $P(X = 18)$ est plus grand ou plus petit que $P(X = 30)$?

Correction à la page 1136.

Exercice 1261

Une usine construit dix mille condensateurs par jour, et chacun a une probabilité 0.002 d'être défectueux. Très à cheval sur la qualité, l'usine les teste tous.

(a) Tester un condensateur coûte 0.1 euro. Si il est défectueux, il est détruit et cette destruction coûte un euro. Quel est le coût moyen journalier des tests de qualité (contrôle plus destruction) ?

(b) Changement de technologie. Maintenant l'usine regroupe ses condensateurs par lots de 10 et les teste le lot en une seule fois. Le test coûte 0.1 euros et détermine si au moins une pièce du lot est défectueuse, sans être capable de déterminer *laquelle*. Si le tests montre que le lot est défectueux, le lot complet est détruit en bloc (ce qui coûte 1 euros).

Combien ce système coûte par jour ?

Correction à la page 1137.

Exercice 1262

Un texte contient n erreurs. Nous estimons qu'un correcteur repère et corrige avec une probabilité de 80% chaque erreur.

(a) Combien de faute il reste en moyenne après une relecture ?

(b) Combien de faute reste-t-il en moyenne après k relectures ?

Correction à la page 1137.

3.7.e Utilisation de la loi binomiale

Exercice 1263

Un ivrogne part d'un point D dans un espace assez grand et marche en zigzaguant. Il se déplacce en avant en restant toujours sur le maillage de la figure 3.4. La probabilité qu'il fasse un pas à droite est égale à $\frac{1}{2}$.

Nous supposons que l'ivrogne fait quatre pas.

(a) Quelle est la probabilité qu'il tombe dans la bouche d'égout E ?

(b) Quelle est la probabilité qu'il tombe dans la bouche d'égout E' ?

(c) Quelle est la probabilité qu'il tombe dans la bouche d'égout F ?

Correction à la page 1138.

Exercice 1264

Le même ivrogne que celui de l'exercice 1263 s'est maintenant foulé la cheville et, par conséquent, la probabilité qu'il fasse un pas à droite est égale à $\frac{2}{3}$. Il se effectue toujours quatre pas sur le maillage de la figure 3.4.

(a) Quelle est la probabilité qu'il tombe dans la bouche d'égout E ?

(b) Estimer le nombre moyen de pas effectués à droite par l'ivrogne.

Correction à la page 1138.

Exercice 1265

Un compagnie aérienne prend 110 réservations pour un vol qui ne contient que 100 places. Chaque passager a neuf chances sur dix de se présenter à l'embarquement. Quelle est la probabilité que la compagnie doive rembourser des billets ? (c'est à dire quelle est la probabilité que 101 passagers ou plus se présentent ?)

Correction à la page 1138.

Exercice 1266

Lu sur wikipédia :

> Une crue centennale est une crue dont la probabilité d'apparition sur une année est de 1/100, en termes de débit. Autrement dit, la probabilité que son débit soit atteint ou dépassé est chaque année de 1/100. Ceci s'appliquant sur la base des crues constatées, cette dénomination n'a donc aucune valeur prédictive.

(a) Quelle est la probabilité d'avoir *exactement* une crue centennale sur une période de 100 ans ?

(b) Quelle est la probabilité d'avoir *au moins* une crue centennale sur une période de 100 ans ?

Correction à la page 1138.

Exercice 1267

Un élève a un DS sur les tables de multiplications [4]. Il a 20 calculs à faire et on note sur 20, un point gagné par réponse correcte. Il répond systématiquement une réponse au hasard entre 0 et 100.

(a) Déterminer la loi binomiale sous-jacente. Attention : entre 0 et 100 compris, il n'y a pas 100 nombres ! Il y en a 101.

(b) Quelle est la probabilité qu'il obtienne exactement 10/20 ?

(c) Quelle est sa probabilité de réussir ? C'est à dire d'obtenir 10 ou plus.

(d) Quelle est sa probabilité d'obtenir 3/20 ou moins ?

Pour cet exercice, vous avez besoin de bouquiner le mode d'emploi de votre calculatrice pour trouver comment on calcule une probabilité cumulée.

Correction à la page 1138.

Exercice 1268

Un commerçant a oublié sa calculatrice et n'est donc pas capable de rendre correctement la monnaie à ses clients. On estime qu'il se trompe trois fois sur quatre. Heureusement, ses clients ne sont pas non plus capables de calculer et ne se rendent compte qu'il y a une erreur que une fois sur quatre.

En bref, trois clients sur 16 se plaignent.

(a) Est-ce que vous comprenez d'où vient le 3/16 ?

(b) Le commerçant sert 50 clients ; quelle est la probabilité qu'il y ait au moins une plainte ? Indice : calculer la probabilité qu'il n'y en ait aucune.

(c) Sur les 50 clients, quelle est la probabilité qu'au moins la moitié se plaignent ?

(d) Quelle est la probabilité que moins de 5 clients ne se plaignent ?

Correction à la page 1138.

Exercice 1269

Un professeur conçoit un QCM pour lequel il donne trois propositions pour chaque question. Nous voulons savoir combien de questions il faut mettre pour qu'un élève répondant au hasard n'ait que 5% de chances de réussir.

(a) Si le QCM contient 5 questions, montrer que le nombre de bonnes réponses obtenues en tapant au hasard est une loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = \frac{1}{3}$. Nous notons X le nombre de bonnes réponses obtenues en choisissant au hasard.

(b) Si le QCM contient 5 questions, quel est le plus petit k pour lequel $P(X < k) \geqslant 0.95$?

4. C'était le temps avant les calculatrices ; aujourd'hui, ça ne sert plus à rien.

(c) Si le QCM contient N questions, alors nombre de réponses correctes suit alors une loi binomiale de paramètres N et $\frac{1}{3}$. Donner le N minimum pour avoir

$$P(X < \frac{N}{2}) \geqslant 0.95.$$

Pour cela, refaire la question (b) en remplaçant 5 par 1, 2, 3, etc. jusqu'à obtenir le résultat.

Correction à la page 1138.

Exercice 1270

Une petite entreprise de 30 employés organise chaque année un vote qui ne sera valables que si au moins la moitié des employés participe. D'expérience, nous savons que chaque employé a une probabilité 0.8 de participer. Quelle est la probabilité d'atteindre le quorum lors du prochain vote ?

Correction à la page 1140.

Exercice 1271

Est-ce qu'il est plus probable d'obtenir au moins un six en lançant 4 fois un dé régulier, ou bien d'obtenir au moins deux six en lançant 8 fois ce dé ?

Correction à la page 1140.

Exercice 1272

Nous avons représenté sur la figure 3.5 les distribution des lois binomiales $B(30;0.1)$, $B(30;0.5)$, $B(30;0.9)$ et $B(29;0.5)$. Retrouver quel graphe correspond à quelle loi.

Correction à la page 1140.

Exercice 1273

La probabilité qu'une pomme ait un ver est de 0.15. On achète 40 pommes. Quelle est la probabilité que 5 pommes aient un ver ?

Correction à la page 1140.

Exercice 1274

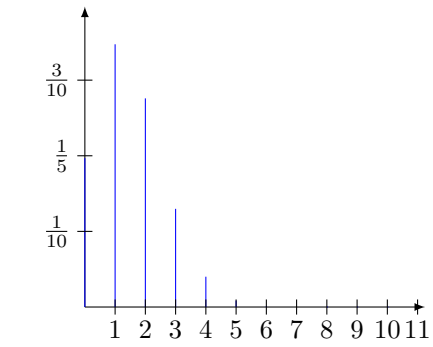
Chaque film produit a une chance sur 60 de connaître un gros succès commercial. Cette année, 1000 films ont été produits.

(a) Quelle est l'espérance du nombre de gros succès pour cette année ?

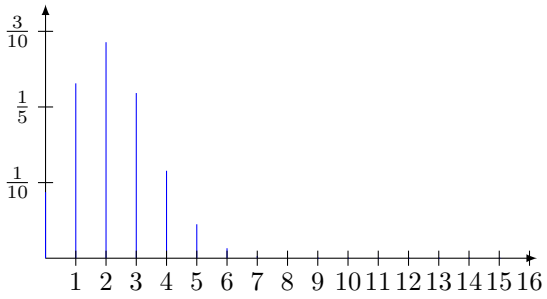
(b) Quelle est la probabilité d'avoir au moins 20 gros succès ? (ce serait une bonne année).

(c) Quelle est la probabilité d'avoir moins de 10 gros succès ? (ce serait une mauvaise année).

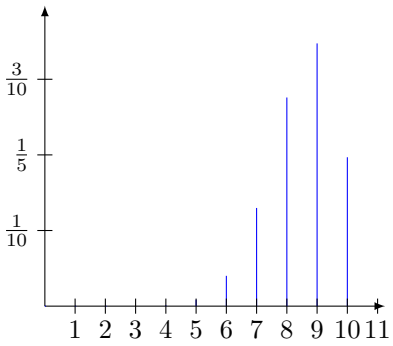
Correction à la page 1140.



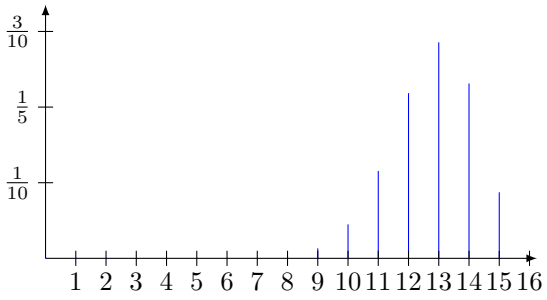
(a) $n = 10$, $p = 0.15$



(b) $n = 15$, $p = 0.15$

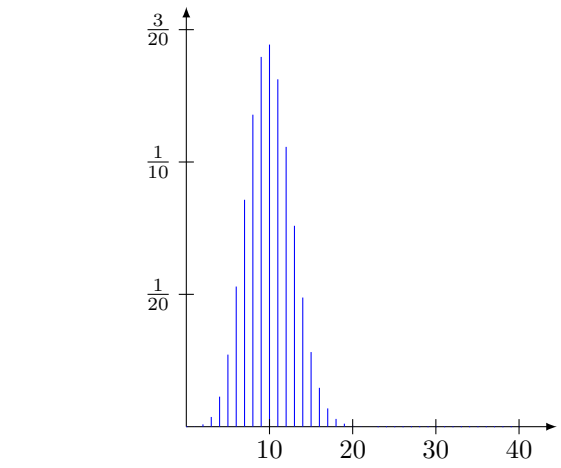


(c) $n = 10$, $p = 0.85$

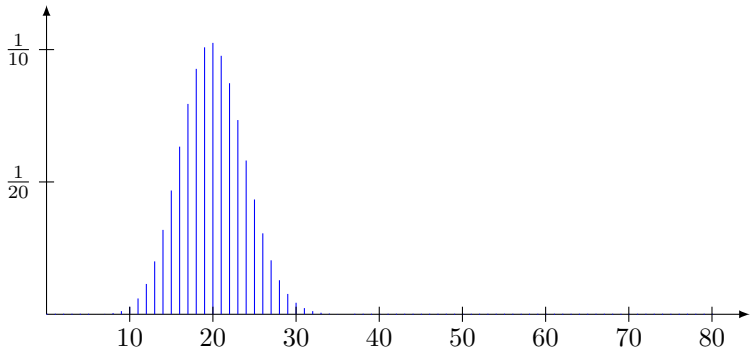


(d) $n = 15$, $p = 0.85$

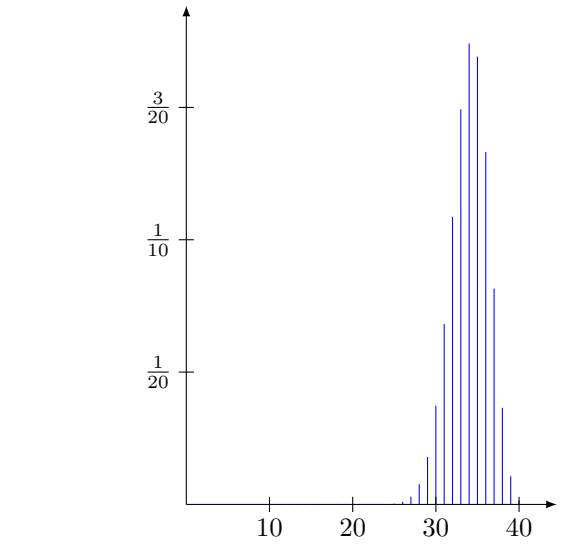
FIGURE 3.1 – Les probablités $P(X = k)$ pour certaines petites binomiales.



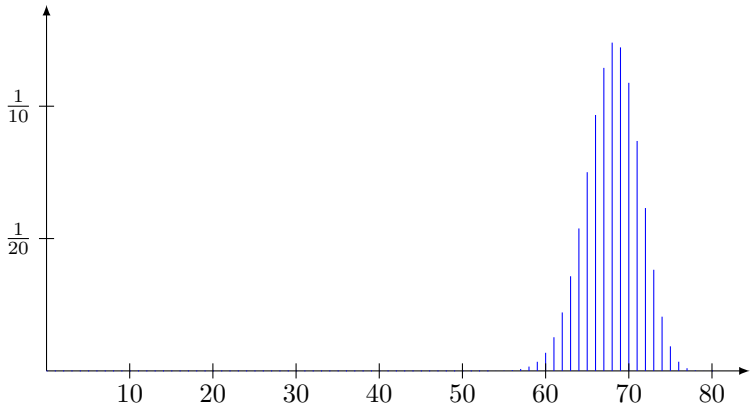
(a) $n = 40$, $p = 0.25$



(b) $n = 80$, $p = 0.25$

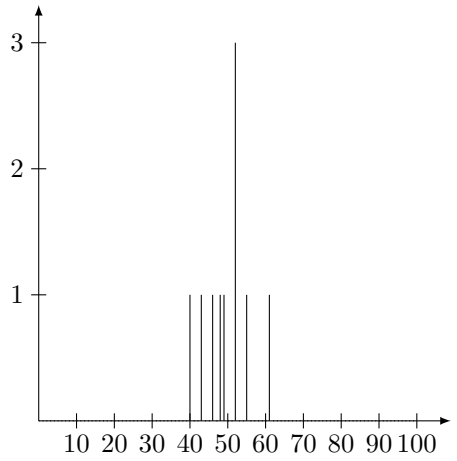


(c) $n = 40$, $p = 0.85$

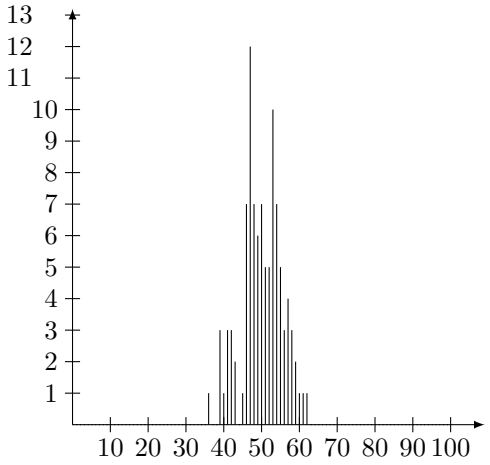


(d) $n = 80$, $p = 0.85$

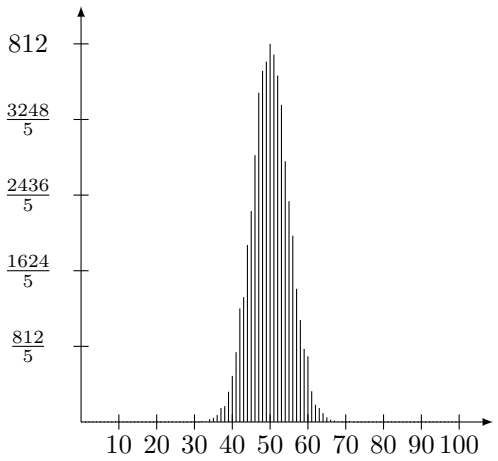
FIGURE 3.2 – Quelque grandes binomiales.



(a) Nous répétons 10 expériences de 100 lancers



(b) Nous répétons 100 expériences de 100 lancers



(c) Nous répétons 10000 expériences de 100 lancers

FIGURE 3.3 – Jouer à pile ou face un certain nombre de fois, et s'intéresser au nombre de fois que le «pile» sort.

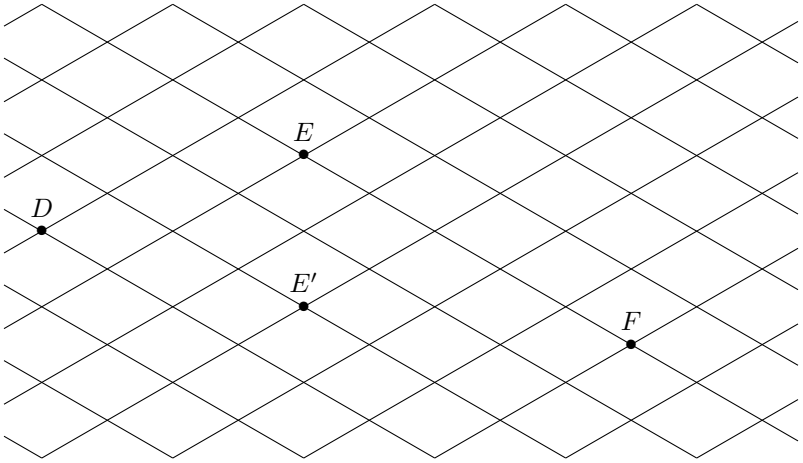
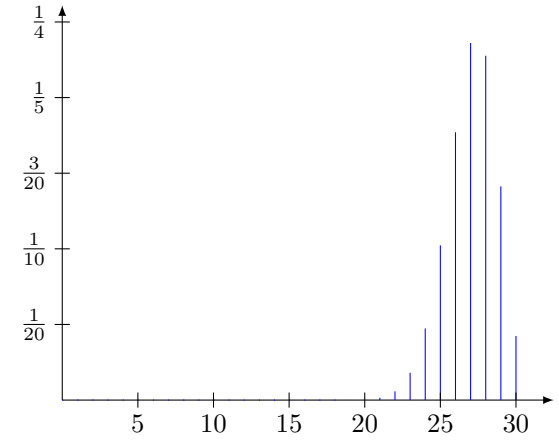
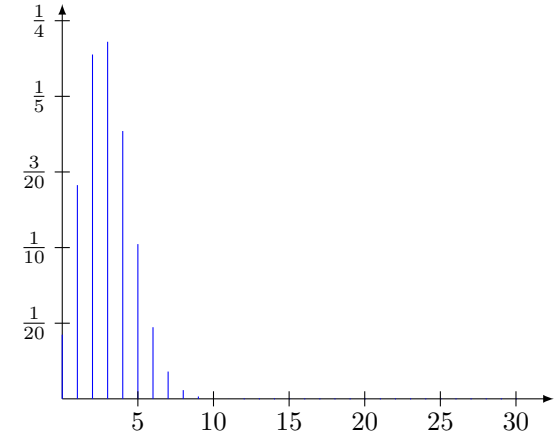


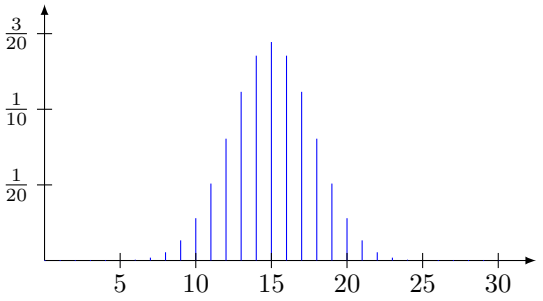
FIGURE 3.4 – La grille sur laquelle se déplace l'ivrogne des exercices 1263 et 1264.



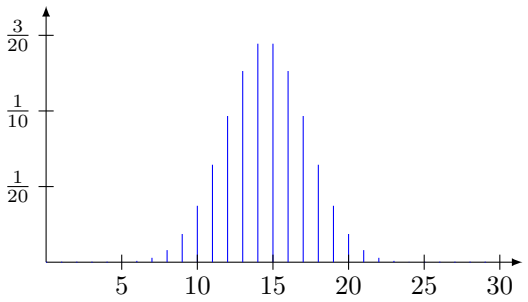
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURE 3.5 – Les distributions de quelque binomiales.

Chapitre 4

Évolutions

4.1 Évolution

Coefficient multiplicateur

Quelle est la plus lourde augmentation ? Un ordinateur dont le prix passe de 600€ à 605€ euros ou bien un pain au chocolat qui passe de 0.8€ à 0.9€ ?

Dans toute cette partie nous considérons une valeur (prix, effectifs, capacité d'une salle de spectacle, ...) évoluant d'une *valeur initiale* V_I à une *valeur finale* V_F.

Définition
Soit une valeur (prix, effectifs, capacité d'une salle de spectacle, ...) évoluant d'une *valeur initiale* V_I à une *valeur finale* V_F. Le **coefficient multiplicateur** est la nombre par lequel V_I est multiplié pour obtenir V_F :

$$V_F = C \times V_I.$$

Ici, le coefficient multiplicateur est le C.

Un coefficient multiplicateur de hausse est un nombre plus grand que 1. Un coefficient multiplicateur de baisse est un nombre entre 0 et 1.

Variation relative et évolution en pourcentage

Définition
Soit une valeur (prix, effectifs, capacité d'une salle de spectacle, ...) évoluant d'une *valeur initiale* V_I à une *valeur finale* V_F. La **variation absolue** est la différence :

$$\text{Var}_{\text{abs}} = V_F - V_I$$

et la **variation relative** ou **taux d'évolution** est le rapport entre la variation absolue et la valeur initiale :

$$\text{Var}_{\text{rel}} = \frac{V_F - V_I}{V_I}.$$

Cette dernière peut être exprimée sous forme de pourcentage.

À retenir

(a) Pour diminuer une valeur de x%, il faut la multiplier par

$$1 - \frac{x}{100}.$$

(b) Le coefficient multiplicateur d'une augmentation de $x\%$ est

$$1+\frac{x}{100}.$$

En effet si nous notons V_I la valeur initiale et V_F la valeur finale (qui est une augmentation de $x\%$ par rapport à V_I), alors nous avons

$$V_F = V_I + \underbrace{V_I \times \frac{x}{100}}_{x\%\text{de } V_I}.$$

En mettant V_I en facteur,

$$V_F = V_I \times \left(1+\frac{x}{100}\right).$$

4.2 La TVA

La taxe sur la valeur ajoutée est un exemple très classique d'évolution donné en pourcentage. Lorsqu'un produit est vendu, le client paye un prix dit «toutes taxes comprises» (TTC) qui est composé d'un prix «hors taxes» (HT) et d'une taxes de 19.6% du prix HT prélevée par l'état.

Exemple
Si un vendeur veut recevoir 100 euros, il devra faire payer (et afficher) 119.6 euros et rétrocéder 19.6 euros à l'état. △

Exemple
Si vous payez 53 euros, cela signifie que le prix TTC est de 53 euros. Le prix hors taxe (c'est ce que le commerçant va réellement avoir en poche !) se calcule de la manière suivante :

$$x+\frac{19.6}{100}x = 53,$$

donc

$$\frac{119.6}{100}x = 53$$

et finalement $x = 53 \times \frac{100}{119.6} \approx 44.31$ euros. △

Exemple
Un commerçant achète un pantalon 10 euros à son fournisseur et veut faire un bénéfice de 5 euros. Il voudra donc avoir 15 euros en poche. Pour cela il doit déclarer un prix HT de 15 euros et donc afficher au client un prix TTC de

$$\frac{119.6}{100} \times 15 = 17.94.$$

△

4.3 Exercices

4.3.a Évolution : introduction

Exercice 1275
Un article soldé à -20% coûte 138€. Quel était le prix de l'article avant les soldes ? Vérifier la réponse en lui appliquant une baisse de 20%.
Correction à la page 1141.

Exercice 1276
Un prix est multiplié par 1.3. Est-ce une hausse ou une baisse ? Donner le taux d'évolution (c'est à dire la variation relative).
Mêmes questions pour le nombre de voyageurs sur une ligne de chemin de fer qui est multiplié par 0.86 entre 2011 et 2012.

Correction à la page 1141.

Exercice 1277

Un enfant mesurait 87 cm en janvier et 5% de plus en juillet. Quelle est sa nouvelle taille ?

Correction à la page 1141.

Exercice 1278

Suite à une campagne de sensibilisation, le nombre de tués sur la route a été multiplié par 0.82. Est-ce une augmentation ou une diminution ? Donner la variation relative du nombre de tués avant la campagne au nombre de tués après la campagne.

Correction à la page 1141.

Exercice 1279

Compléter le tableau suivant.

Hausse ou baisse	coefficient multiplicateur	taux d'évolution
	0.75	
	3	
		13%
	1	
		100%
		-20%
		315%

Correction à la page 1141.

4.3.b Évolution, évolution relative et absolue

Exercice 1280

Suite à une hausse des impôts, un contribuable voit ses impôts passer de 1000 à 1050 euros. Quelle est la variation absolue et relative ?

Correction à la page 1141.

Exercice 1281

Une classe de 30 élèves accueille un nouveau. Quelles sont les variations absolue et relative de la population de la classe ?

Correction à la page 1141.

Exercice 1282

Après une augmentation de 12%, un article coûte 130€. Quel était le coût initial ?

Correction à la page 1141.

Exercice 1283

Grâce à une réduction de 7.2€, je n'ai payé que 130€. Quel était le prix de départ et le pourcentage de remise octroyé ?

Correction à la page 1141.

Exercice 1284

Voici comment Rodrigues décrit les renforts qu'il obtient en chemin entre chez lui et le port :

> Sous moi donc cette troupe s'avance,
> Et porte sur le front une mâle assurance.
> Nous partîmes cinq cents ; mais par un prompt renfort
> Nous nous vîmes trois mille en arrivant au port

Quel est le pourcentage d'augmentation du nombre de soldats sous les ordres de Rodrigues entre son point de départ et son arrivée au port ?

Correction à la page 1142.

Exercice 1285

Un employé reçoit une augmentation de 30 euros et gagnait avant 1200 euros par mois. Sans calculer le nouveau salaire, calculer la variation relative de salaire.

Correction à la page 1142.

Exercice 1286

Un magasin fait des soldes. Compléter le tableau suivant :

prix initial	pourcentage de remise	prix final
	20%	140
15	10%	
	40%	132
100		88
120		84

Correction à la page 1142.

Exercice 1287

Une augmentation de 200% revient à une multiplication par combien ?

Correction à la page 1142.

Exercice 1288

Un morceau de fromage coûte 18 euros. Pour être sympa, la vendeuse colle un autocollant «-10%» sur le paquet de telle façon à ce que le client ne doive payer que 16.2€.

Que se passerait-t-il si la vendeuse mettait deux autocollants «-10%» sur le même paquet ? Et si elle en mettait 10 ?

Correction à la page 1142.

4.3.c La TVA

Exercice 1289

La TVA sur l'alimentation est de 5.5%. Si j'achète pour 25€ de viande, combien d'euros percevra l'état grâce à la TVA ? Quel pourcentage du prix (TTC) cela représente ?

Correction à la page 1142.

Exercice 1290

Un stylo coûte 2.5 euros en comptant la TVA de 19.5%. Nous voulons savoir le prix du même stylo après une hausse de la TVA de 19.5% à 20%.

(a) Cécile propose le raisonnement suivant : étant donné que la TVA augmente de 0.5%, le nouveau prix sera

$$2.5 \times \frac{100.5}{100}.$$

Quel est l'idée de Cécile ? Est-elle correcte ?

(b) Calculer le prix du stylo TTC après la hausse de la TVA, si le commerçant laisse inchangé le prix HT. Comparer votre réponse à celle que Cécile proposait.

Correction à la page 1142.

Exercice 1291

Le premier janvier 2012, le taux de TVA sur la restauration est passé de 5.5% à 7%. Calculer le pourcentage de la hausse réelle par rapport au prix TTC initial d'un repas.

Correction à la page 1142.

Exercice 1292

Un article a un prix hors taxes (HT) de 120€ et subit une augmentation de 20%. La TVA est de 19.6%. Calculer le prix final en remplissant les tableaux suivants :

Prix de départ HT	120
TVA (19.6%)	
Prix TTC avant augmentation	
Augmentation de 20%	
Prix TTC avec augmentation	

Prix de départ HT	120
Augmentation de 20%	
Prix HT avant augmentation	
TVA (19.6%)	
Prix TTC avec augmentation	

Dans le premier cas, la TVA est appliquée avant l'augmentation du prix et dans le second cas, la TVA est appliquée après. Comparer les résultats du point de vue du client, du commerçant et de l'état.

Question subsidiaire de recherche personnelle : que dit la loi ? Si un magasin écrit sur sa vitrine «Semaine de promotions : 20% de réduction», c'est du prix TTC qu'on parle (en tant que clients, vous avez dû le remarquer). Est-ce que le commerçant doit quand même payer la TVA sur le prix HT usuel, ou bien l'état accepte de prendre moins ? (cette question est particulièrement importante pour les semaines de soldes ! !)

Correction à la page 1142.

Exercice 1293

Un parisien passant par le Doubs achète une belle pièce de Mont d'Or (le fromage) pour 14€ TTC. Sachant que la TVA sur l'alimentation est de 5.5%, quel était le prix hors taxe de l'achat ? Combien d'euro récupère l'état ?

Correction à la page 1143.

4.3.d Évolutions successives

Exercice 1294

Un produit coûtant 100€ subit une hausse de 10% suivie d'une baisse de 10%. Quel est le prix final du produit ?

Correction à la page 1143.

Exercice 1295

Une école constate une baisse de 6% de nombre d'élèves inscrits entre 2009 et 2010. Quel pourcentage d'augmentation du nombre d'inscription l'école devrait obtenir entre 2010 et 2011 pour retrouver sa population initiale ?

Correction à la page 1143.

Exercice 1296

En 2011, la France comptait 19.1 millions de bovins, ce qui représente environ 7.2% des animaux élevés. Combien d'animaux sont élevés ? Environ 84% des animaux élevés sont des poules pondeuses. Combien la France compte-elle de telles poules ?

Source : INSEE.

Correction à la page 1143.

Exercice 1297

Le nombre d'auditeurs d'une radio a augmenté de 15% entre le le 8 et le 9 novembre. Le 10 novembre, le nombre d'auditeurs était revenu au même nombre que celui du 8 novembre. Quel est le pourcentage de diminution du nombre d'auditeurs entre le 9 et le 10 novembre ?

Correction à la page 1143.

Exercice 1298

Une entreprise augmente son CA de 5% par an pendant 2 ans. Quelle est l'augmentation globale sur ces deux ans ?

Correction à la page 1143.

Exercice 1299

Une action chute de 20% le lundi et reprend 20% le mardi. Bonne affaire ? Mauvaise affaire ?

Correction à la page 1143.

Exercice 1300

Une ville comprend n habitants et augmente sa population de 2% durant trois ans de suite. Quelle est la nouvelle population ?

Solutions possibles :

(a) $3 \times 1.02 \times n$ habitants ;

(b) $(1.02)^3 n$ habitants ;

(c) $(1.02n)^3$ habitants.

Conseil : si vous ne savez pas la solution, calculez les trois nombres proposés pour une population de $n = 10^6$ habitants. Quel est le résultat le plus raisonnable ?

Correction à la page 1144.

Exercice 1301

Un magasin A vend, en temps normal, ses produits 10% plus cher que le magasin X. Cette semaine, A décide d'offrir une remise de 8%. Est-ce qu'il est devenu plus intéressant que X ?

Correction à la page 1144.

Exercice 1302 [47]

La sécurité sociale rembourse 70% d'une ordonnance ; tandis que la mutuelle rembourse 90% de la partie non remboursée par la sécurité sociale.

(a) Combien paye un patient (après les remboursements) pour une ordonnance de 52€ ?

(b) Si après les remboursements, le patient a payé 3.7€, quel était le montant de l'ordonnance ? Combien auront payé la sécurité sociale et la mutuelle ?

Correction à la page 1144.

Exercice 1303

Le cours d'une action a augmenté de 20% entre janvier et mars. Suite à des mauvaises affaires, le cours de cette même action a chuté de 18% entre mars et juin.

Le cours du mois de juin est-il plus haut ou plus bas que celui du mois de janvier ? Expliquer.

Correction à la page 1144.

Exercice 1304

La batterie du téléphone d'Albertine est chargée aux deux tiers. Après un long coup de fil, elle se dit «j'ai consommé la moitié de ma batterie sur cet appel». Quel est maintenant le statut de la batterie ? Est-ce que la question est bien posée ? (attention, il y a peut-être un piège)

Correction à la page 1144.

4.3.e Problèmes

Exercice 1305

Un magasin a vendu la moitié de sa marchandise en effectuant un bénéfice de 30% par rapport au prix du fournisseur. Le magasin vend le reste en ne faisant que 10% de bénéfices. Au final, le bénéfice aura été de 3500 euros. Quel était le prix d'achat de la marchandise ?

Correction à la page 1144.

Exercice 1306

Le prix de fabrication d'un sac se décompose en 60% de main d'œuvre et 40% pour la matière première. La main d'œuvre augmente de 12% et la matière première augmente de 30%. Quelle est l'augmentation du prix du sac ?

Correction à la page 1144.

Exercice 1307

Xavier et Thierry doivent se partager une boîte de chocolats. Xavier prends sa part (la moitié) puis s'empare par la force de la moitié de la part de Thierry. Au final quelle proportion de la boîte aura mangé Xavier ?

Correction à la page 1144.

Chapitre 5

Statistiques

5.1 Moyenne, écart-type

Activité de départ : visionner une partie du cours de Jean-Marc Jancovici disponible sur le site de l'ENSMP ; plus précisément nous allons voir la partie de la vidéo

http://podcast.paristech.fr:8171/podcastproducer/attachments/127C0FCD-3670-4EE3-8EC7-070FFD430FBF/636EFE64-E9A2-42E8-B4A8-1D199846ADCE.mp4

située entre 11m20 et 17m20.

Nous considérons une série statistique $x_1, \ldots, x_n$.

Définition

(a) La **moyenne** de la série est $\bar{x} = \frac{x_1+x_2+\ldots+x_{n-1}+x_n}{n}$.

(b) La **variance** de la série est

$$V = \frac{(x_1-\bar{x})^2 + (x_2-\bar{x})^2 + \ldots + (n_{n-1}-\bar{x})^2 + (x_n-\bar{x})^2}{n}.$$

(c) L'**écart-type** de la série est la racine de la variance : $\sigma = \sqrt{V}$.

Si la série se présente avec des coupes valeurs/effectifs,

Valeur	x_1	x_2	$\ldots$	x_p	Total
Effectif	n_1	n_2	$\ldots$	n_p	N

alors les formules sont

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + \ldots + n_px_p}{N}$$

et

$$V = \frac{1}{N}\left[n_1(x_1-\bar{x})^2 + \ldots + n_p(x_p-\bar{x})^2\right].$$

La moyenne est la valeur «centrale» d'une série statistique, mais ne donne aucune idée de la façon dont les valeurs sont réparties autour de la moyenne. Comme nous l'avons vu dans la vidéo, il y a des cas où cette répartition est très importante à comprendre.

La moyenne et l'écart-type dépendent de toutes les valeurs et sont donc influencées par les valeurs extrêmes. Plus il y a de valeurs dans la série, moins une fluctuation d'une des valeurs n'a d'influence sur la moyenne et l'écart-type.

À retenir
Plus l'écart-type est important, moins la moyenne est pertinente.

Exemple
Les points de la classe sont dans l'ordre croissant les suivants :

5.480	8.241	10.077
5.569	8.264	11.238
5.857	8.513	11.843
6.368	8.618	11.914
6.796	8.764	12.030
7.311	8.765	14.636
7.443	8.786	15.431
7.505	9.242	15.709
7.536	9.433	16.463
7.748	9.725	16.567

La moyenne et l'écart-type de cette série sont : $\bar{x} = 9.73$ et $\sigma = 3.2$.

Nous nous attendons donc à ce que «le gros» des élèves aient des points situés entre $9.7 - 3.2$ et $9.7 + 3.2$, c'est à dire entre 6.5 et 13. En effet, 4 ont moins que 6.5 et 5 ont plus que 13 ; en tout 9 élèves sur 30 sont «hors des clous» ; environ un tiers.

Les deux tiers des élèves ont des points compris entre $\bar{x} - \sigma$ et $\bar{x} + \sigma$. △

5.2 Calcul de moyenne et écart-type à la calculatrice

5.2.a Sur la TI

(a) Aller dans le menu statistiques par la touche `stat`.

(b) Aller sur `EDIT`

(c) La liste `L1` est la liste des valeurs
La liste `L2` est la liste des effectifs.

(d) Aller sur `CALC`

(e) Demander `Stats 1-Var`.

La moyenne est ce qui est donné par $\bar{x}$ et l'écart-type est la ligne σx.

5.2.b Sur la Casio

(a) Menu `STAT`.

(b) Supprimer les listes déjà présentes avec `DEL-A`.

(c) Régler les colonnes avec `CALCSET`.

(d) Afficher les résultats avec `1-VAR`.

La moyenne est donnée par $\bar{x}$ et l'écart-type par $x\sigma n$.

5.2.c Probabilités

Exercice 1308

Une classe de terminale compte 33 élèves dont 12 filles. La classe compte 4 élèves majeurs, dont trois garçons.

(a) Compléter le tableau suivant :

	Filles	Garçons	Total
Majeur(e)		3	4
Mineur(e)			
Total	12		33

(b) Quel est le pourcentage de filles dans la classe ?

(c) Quelle est la fréquence des garçons majeurs dans la classe ?

(d) Représenter les données sous formes de diagrammes d'ensemble, et sous forme d'arbre.

(e) On tire un élève au hasard. Quelle est la probabilité que ce soit

(e1) une fille mineure ?

(e2) un(e) mineur(e) ?

(e3) une fille ?

(e4) une fille ou un(e) mineur(e) ?

Correction à la page 1144.

5.2.d Intervalle de fluctuation

Exercice 1309

Un sac de graines de fleurs doit contenir 23% de graines de tulipes. L'intervalle de fluctuation du pourcentage de graines de tulipes est environ $[15, 31]$ au seuil 95%. Nous tirons 100 graines au hasard et nous comptons 17 graines de tulipe. Peut-on admettre que le proportion de graines de tulipes dans le sac est de 23% au seuil 95% ?

Correction à la page 1144.

Exercice 1310

Lors d'un sondage portant sur 1000 personnes, 48% des sondés ont déclaré qu'ils allaient voter pour le candidat A. Donner une estimation du pourcentage de voies recueillies par le candidat sous forme d'un intervalle de fluctuation au seuil 95%.

Correction à la page 1144.

Chapitre 6

Comparaison de séries statistiques

6.1 Diagramme en boîtes

Nous avons déjà vu les notions de médianes et quartiles plus tôt dans l'année.

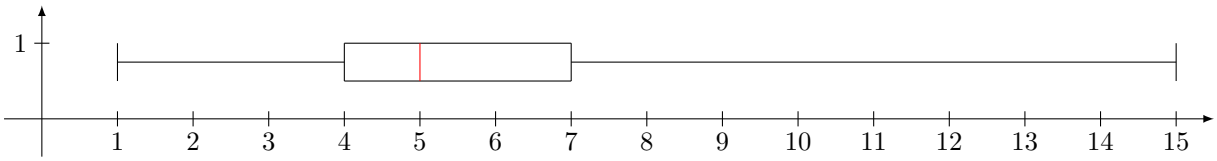
Exemple
Une association de consommateurs étudie le temps de vie (en années) d'un millier de machines à laver vendues. Les résultats bruts sont :

temps de vie	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Effectifs	30	50	120	200	250	80	100	50	10	0	30	25	20	10	25

Les valeurs statistiques calculées sont :

- Premier quartile : 4.
- Médiane : 5.
- Troisième quartile : 7.
- Valeur minimale : 1.
- Valeur maximale : 15.

Le diagramme en boîtes est



Quelques informations lisibles sur ce graphiques.

(a) Lorsqu'on achète une machine à laver, il y a de bonnes chances qu'elle arrive à tenir 4 ans : 75% des machines sont encore là.

(b) Entre 4 et 7 ans, c'est hécatombe. La moitié des 1000 des machines tombe en pane durant ces trois ans. Il y a donc deux fois plus de machines qui tombent en panne durant ces 3 ans que durant les trois premières années.

(c) Si votre machine passe le cap des 7 ans, elle peut aller loin.

Remarque 6.2. (a) Le diagramme en boîte, comme toute représentation graphique, ne donne pas toute l'information. Il est par exemple possible que sur les 1000 machines, une seule soit tombée en panne après un an, et que 249 soient tombées en panne au début de la quatrième année.

(b) Il est également possible qu'après la huitième année, 999 machines soient en panne, et qu'une seule ait encore tenu jusqu'à la quinzième année.

△

Chapitre 7

Suites numériques

7.1 Suites numériques

Exemple
Une population de 500 renards est introduite en 2013 dans une foret renfermant une nourriture abondante et peu de prédateurs. L'évolution de la population de renards est modélisée comme suit : chaque année le nombre de renards double, mais 30 renards meurent mangés par des prédateurs.

Combien de renards y aura-t-il en 2014, 2015 et 2016 ? △

Définition
Une **suite numérique** est une liste de nombres réels numérotés par les nombres entiers soit à partir de zéro soit à partir de 1.

La suite est **croissante** si pour tout n on a $u_n < u_{n+1}$ et **décroissante** si pour tout n on a $u_n > u_{n+1}$.

7.2 Suites définies par récurrence

Exemple
Chaque mois un locataire reçoit 1700 euros de salaire, en paye 700 de loyer, 400 de nourriture et 200 de frais divers. Au premier janvier, il avait 5200 euros sur son compte. Donner la suite qui donne l'argent qu'il lui reste en fonction du nombre de mois écoulés.

Première étape : on commence à $u_0 = 5200$. Chaque mois il gagne 1700 et perd 1300, donc il met 400 euros sur son compte, donc

$$u_{n+1} = u_n + 400.$$

△

7.3 Exercices

7.3.a Suites numériques

Exercice 1311
Donner les trois premiers termes des suites

(a) $u_n = n + 1$
(b) $u_n = 3n - 1$
(c) $u_n = 2^n$
(d) $u_n = 1 - n$
(e) $u_n = n^2$
(f) $u_n = \frac{2}{n}$.

Correction à la page 1144.

Exercice 1312
Associer à chaque suite sa représentation graphique de la figure 7.1.

(a) $u_n = -n + 4$
(b) $v_n = n + 1$
(c) $w_n = 2n - 5$
(d) $x_n = n^2 - n + 2$

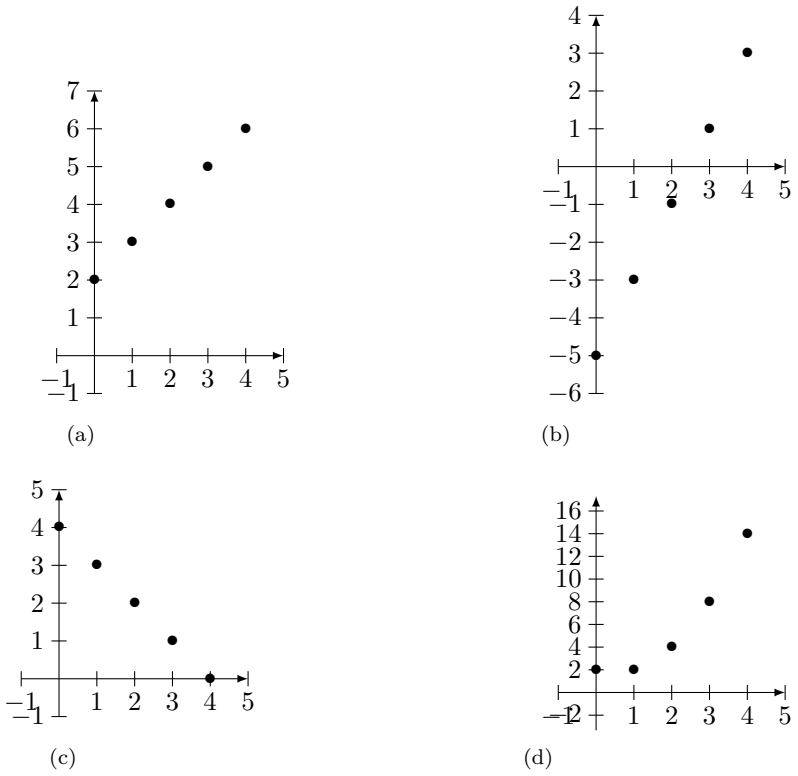


FIGURE 7.1 – Les graphiques de l'exercice 1312

Correction à la page 1144.

Exercice 1313

Donner une valeur de a pour laquelle la suite $u_n = an + 2$ est croissante. Donner une valeur de a pour laquelle elle est décroissante.

Correction à la page 1144.

Exercice 1314

Nous considérons la suite (u_n) définie par $u_n = n(n-1)$.

(a) Donner les valeurs de u_0, u_1, u_2, u_3 et u_{153}.

(b) Dessiner quelque termes sur un graphique.

Correction à la page 1144.

7.3.b Suite définie par récurrence

Exercice 1315

Donner les termes u_0, u_1, u_2 et u_3 de la suite définie par la récurrence

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = 2u_n. \end{cases}$$

Correction à la page 1145.

Exercice 1316

Donner les termes u_1, u_2 et u_3 de la suite définie par la récurrence

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1 + u_n}. \end{cases}$$

Correction à la page 1145.

Exercice 1317

Pour suivre l'inflation, un magasin augmente ses prix de 1% par an. Nous supposons que l'année 1, il vendait une casserole à 15 euros.

(a) Donner sous forme de récurrence la suite des prix de la casserole les années suivantes.

(b) Est-ce une suite croissante ou décroissante ?

Correction à la page 1145.

Exercice 1318

Donner les termes u_0, u_1, u_2 et u_3 de la suite définie par récurrence

$$\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = (u_n - 3)^2 \end{cases}$$

Correction à la page 1145.

Exercice 1319

Soit la suite définie par récurrence

$$\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n + 4}{u + n + 3}. \end{cases}$$

Calculer u_1 et u_2. Donner les réponses sous forme de fractions correctement simplifiées.

Correction à la page 1145.

7.4 À l'ordinateur

```
INSTRUCTIONS GÉNÉRALES POUR LA SÉANCE INFORMATIQUE SUR LES SUITES
-----------------------------------------------------------------

Ouvrir le fichier «laurent.claessens-00000 »  dans «perso/devoirs».
Vous y trouverez un fichier XLS, un fichier ODS et un fichier PDF.
- Le fichier PDF contient les questions auxquelles vous devrez répondre.
- Le fichier ODS est le fichier que vous devez utiliser pour effectuer vos calculs
  et donner vos réponses si vous voulez utiliser OpenOffice.
- Le fichier XLS est le même que le ODS, mais pour celles et ceux qui
  veulent utiliser Excell(tm).

Choisissez au début de la séance si vous préférez OpenOffice ou Excell(tm),
et travaillez sur l'ODS ou l'XLS en fonction de ce choix.
Ne travaillez pas sur les deux.

Sauvegardez régulièrement votre fichier !!

Ne changez ni le nom ni l'emplacement du fichier, sinon le ramassage
automatique des devoirs ne fonctionnera pas.
```

Exercice 1320

Une population de 300 renards est introduite en 2013 dans une foret renfermant une nourriture abondante et peu de prédateurs. L'évolution de la population de renards est modélisée comme suit : chaque année le nombre de renards double, mais 200 renards meurent mangés par des prédateurs. Rendez-vous dans le fichier `TD_suites_stmg.ods`, onglet «doublement de population».

(a) Calculer sur papier la population de renards en 2014 et en 2015.

(b) En utilisant un tableur, calculer la population en 2020.

(c) Après combien d'années la population aura été multipliée par quatre ?

(d) En quelle année la population dépasse les dix mille renards ?

(e) Ce modèle très simple mène vite à des résultats invraisemblables. Qu'en pensez-vous ? Répondre en s'appuyant sur les chiffres obtenue en poussant la simulation plus loin.

Correction à la page 1145.

Exercice 1321

Le but de cet exercice est de trouver quel taux d'évolution est nécessaire pour garantir le doublement de la population d'une ville en 15 ans. Rendez-vous dans le fichier `TD_suites_stmg.ods`, onglet «doublement de population». Nous y avons considéré une ville de un million et demi d'habitants en 1980 et l'évolution de sa population jusqu'en 1995 en supposant un taux de 5% par an.

(a) Expliquer la formule donnant la cellule B6. Quel est son rapport avec une évolution de 5% ?

(b) En modifiant la cellule B1, chercher un taux qui donne un doublement de la population en 15 ans.

(c) Tracer un graphique donnant la population en fonction de l'année pour le taux d'évolution trouvé.

Correction à la page 1145.

Exercice 1322 [48]

Brigitte rêve d'un voyage autour du monde pour le jour de sa retraite d'une valeur de 30000€. Quelle somme doit-elle placer aujourd'hui et pendant 20 ans à 4% pour réaliser ce rêve ? Rendez-vous dans le fichier `TD_suites_stmg.ods`, onglet «Voyage de Brigitte».

Correction à la page 1145.

Exercice 1323

Afin d'éviter ce que l'ONU qualifie de «conséquences ingérables» du réchauffement climatique, il est impératif de diviser par trois les émissions planétaires de CO_2 d'ici l'an 2050[49]. Le but de cet exercice est de calculer quel est le taux annuel de diminution qu'il faut obtenir durant les 37 prochaines années pour réaliser cet objectif [1].

(a) Nous supposons que les émissions 2012 valent u_0 =30 Gt[50] et qu'elles soient multipliées par q chaque année. Afin que nous ayons affaire à une diminution, est-ce que q devrait être plus grand ou plus petit que 1 ? Expliquer.

(b) Prendre un nombre q un peu au hasard comme point de départ (par exemple $q = 0.5$) et calculer les émissions que nous aurions en 2050 si nous suivions une diminution de q chaque année.

(c) Est-ce que le q choisi à la question (b) est trop grand ou trop petit ?

(d) Recommencer en choisissant une autre valeur de q et tenter de trouver une ou deux décimales de q en procédant ainsi par essais erreurs.

(e) Donner en pourcentage la décroissance en CO_2 qu'il faut atteindre chaque année.

(f) Illustrer la décroissance des émissions par un graphique.

Correction à la page 1145.

Exercice 1324

L'économiste britannique Malthus pense que sans freins, les populations augmentent en suivant une suite géométrique alors que les ressources n'augmentent que suivant une suite arithmétique. D'où le concept de catastrophe malthusienne.

Vers 1800, la population anglaise est estimée à 8 millions d'habitants alors que l'agriculture ne pouvait nourrir plus de 10 millions de personnes. En supposant que la population augmente de 2% par an et que l'amélioration des techniques agricoles permettent de nourrir 500 000 personnes supplémentaires par an, calculer en quelle année la situation anglaise deviendrait critique.

Idée pour aller plus loin. Trouver des courbes de population pour la France entre 1100 et 1400 ; étudier en même temps l'évolution des techniques agricoles. Est-ce que la famine de 1314 suivie de la guerre de cent ans (1337) accompagnée de la peste noire (1347) n'est pas une catastrophe malthusienne ? Pour faire court, en 1400 la population européenne est la moitié de celle de 1300.

Correction à la page 1145.

1. Pour votre culture générale, sachez qu'il n'est *jamais* arrivé que cette planète diminue ses émissions, à part durant les deux années 2008-2009, grâce à la crise.

Chapitre 8

Suites arithmétiques

8.1 Suites arithmétiques

Définition
Une suite est **arithmétique** quand on ajoute toujours le même nombre pour passer d'un terme au suivant.
Une suite arithmétique est donc définie par :

(a) la donnée de son premier terme u_0,

(b) une relation de récurrence de la forme : $u_{n+1} = u_n + r$.

Le nombre r qui permet de passer d'un terme au suivant s'appelle la raison de la suite (u_n).

Exemple
Une chaîne de supermarché a déjà 200 points de vente. Chaque année elle en ouvre 6 de plus. △

À retenir
Sens de variation.

(a) Si $a > 0$ alors la suite est croissante.

(b) Si $a < 0$ alors la suite est décroissante.

(c) Si $a = 0$ alors la suite est constante.

À retenir
Placés sur un graphique, les éléments d'une suite arithmétique se mettent sur une droite.

8.2 Exercices

Exercice 1325
Vrai ou faux ?

(a) Les nombres 4, 7, 10 13 sont, dans cet ordre, des éléments d'une suite arithmétique.

(b) Les nombres 2, 4, 8, 16 sont, dans cet ordre, des éléments d'une suite arithmétique.

(c) Les nombres 5, 3, 1, -1 sont, dans cet ordre, des éléments d'une suite arithmétique.

Correction à la page 1145.

Exercice 1326
Donner les premiers termes d'une suite arithmétique de raison 4 et de terme initial -3. Tracer un graphique correspondant.

Correction à la page 1145.

Exercice 1327 [51]

Calculer :

(a) Le terme d'indice 10 de la suite (u_n) définie par $u_n = 10n - 5$.

(b) Le terme d'indice 4 de la suite (u_n) définie par $u_n = \sqrt{n^2 + 94}$.

(c) Le rang pour lequel la suite (u_n) définie par $u_n = n^2 - 3$ prend la valeur 22.

Correction à la page 1145.

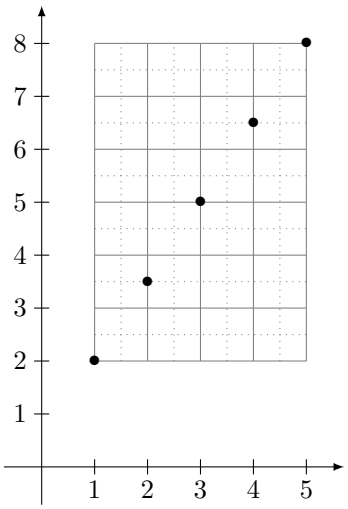
Exercice 1328

(a) Les points du graphique ci-contre représentent une suite arithmétique. Quelle est sa raison ? Quel est son terme initial ?

(b) Combien vaut u_4 ?

(c) Mettre les points u_5 et u_6 sur le même graphique.

(d) Dessiner sur le même graphique la suite $u_n = \frac{3}{2}n - 1$.



Correction à la page 1145.

Exercice 1329

Un sportif participe à 4 compétitions par an. Nous notons u_1 le nombre de compétitions auxquelles il aura participé après une année de carrière ; u_2 le nombre de compétitions à la fin de sa seconde année, etc. Nous notons plus généralement u_n le nombre de compétitions auxquelles il aura participé après sa $n$ième année de carrière.

Montrer que u_n est une suite arithmétique, donner sa raison et son terme initial. À combien de compétitions aura-t-il participé au bout de 10 ans de carrière ?

Correction à la page 1145.

Exercice 1330

Soit la suite arithmétique 6, 9, 12, 15, ... Compléter

$$\begin{cases} u_0 = \dots \\ u_{n+1} = \dots \end{cases}$$

Donner les deux termes suivants de la suite.

Correction à la page 1145.

Exercice 1331

Nous considérons la suite (u_n) définie par $u_n = -\frac{1}{2}n + 2$.

(a) Est-ce une suite arithmétique ? Si oui, quelle est sa raison ?

(b) Donner les valeurs de u_0, u_1, u_2, u_3 et u_{153}.

(c) Dessiner quelque termes sur un graphique.

Correction à la page 1146.

Exercice 1332

Quelle est la raison d'une suite arithmétique pour laquelle $u_4 = 10$ et $u_{13} = 37$?

Correction à la page 1146.

Exercice 1333

(a) Un collectionneur trouve 5 trèfles à quatre feuilles par mois. En avril 2012, il en possédait déjà 125. Combien en possèdera-t-il en décembre 2012 ?

(b) Soit (u_n) une suite arithmétique de raison 5 telle que $u_4 = 125$. Combien vaut u_{12} ?

Correction à la page 1146.

Exercice 1334

Un taxi fait payer 3 euros la prise en charge puis deux euro par kilomètres entamés. Le prix à payer pour une course de n kilomètres forme une suite arithmétique. En préciser le terme initial et la raison.

Correction à la page 1146.

Chapitre 9

Équations de droites (1stmg)

Ce chapitre a pour objectif de remettre en place les notions utiles à propos des équations de droites vues en seconde. En principe, ceci ne contiendra rien de nouveau pour les élèves de première.

9.1 Théorie

9.1.a Définitions

Une droite (non verticale) est le graphe d'une fonction affine et a pour équation

$$y = mx + p$$

pour certains m et p réels.

(a) m est le **coefficient directeur** de la droite.

(b) p est son **ordonnée à l'origine** de la droite.

(c) Plus m est grand, plus la pente de la droite est forte.

(d) Si m est positif, alors la droite monte ; si m est négatif, alors la droite descend.

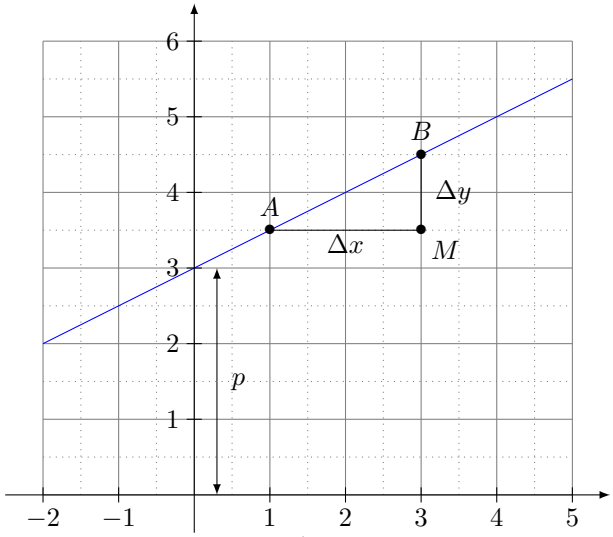
9.1.b Lecture graphique

Pour trouver l'équation d'une droite en connaissant le graphique, on pose l'équation $y = mx+p$ et on cherche m et p.

(a) Trouver p est facile : c'est l'ordonnée de l'intersection de la droite avec l'axe vertical.

(b) Pour trouver m, on prend deux points au hasard sur la droite et on mesure les Δx et Δy. Ensuite nous avons

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$



Sur le dessin, nous avons $p = 3$ et nous mesurons $\Delta x = 2$, $\Delta y = 1$, donc $m = \frac{1}{2}$. L'équation de la droite dessinée est donc

$$y = \frac{1}{2}x + 3.$$

9.1.c Calculs

Exemple

Trouver l'équation de la droite passant par le point $A = (5; 7)$ et de coefficient directeur $m = -3$.

L'équation de la droite sera $y = -3x + p$ avec un p encore inconnu. Étant donné que le point $(5; 7)$ soit être

sur la droite, nous avons l'équation suivant pour p :

$$7 = -3 \times 5 + p,$$

c'est à dire $p = 7 + 15 = 22$. Au final l'équation est

$$y = -3x + 22.$$

△

9.1.d Exercices préliminaires

Exercice 1335 [52]
Parmi les points suivants, lesquels appartiennent à la courbe représentative de la fonction $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$?

(a) $A = (0; 5)$. | (b) $B = (5; 90)$. | (c) $C = (1; 4)$.

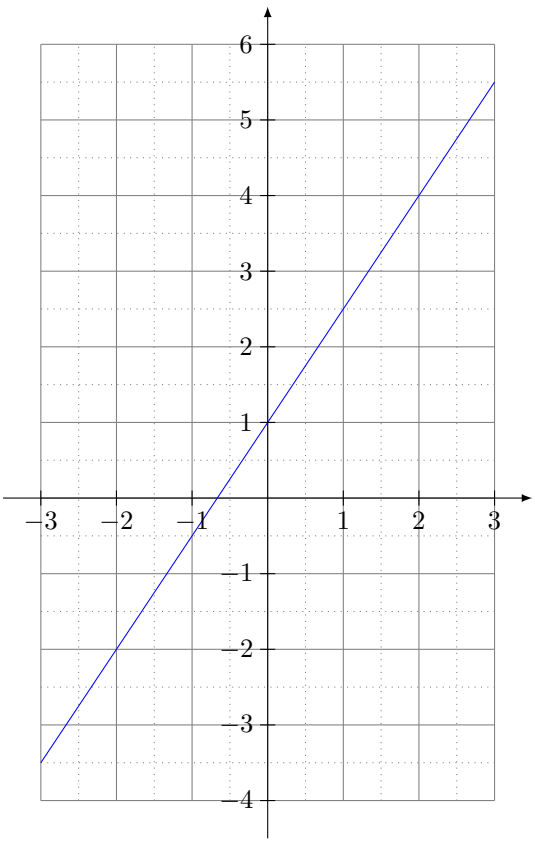
Correction à la page 1146.

Exercice 1336 [52]
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3 - 2x^2$. Le point d'abscisse -3 a pour ordonnée

(a) -15
(b) 21
(c) -9
(d) 9
(e) -33.

Correction à la page 1146.

Exercice 1337



(a) Quel est le coefficient directeur de la droite ci-contre ?
   (a1) $-\frac{3}{2}$
   (a2) 1
   (a3) $\frac{3}{2}$
   (a4) $\frac{1}{2}$

(b) Quelle est l'équation de cette droite ?
   (b1) $y = \frac{3}{2}x + 1$
   (b2) $y = \frac{2}{3}x + 1$
   (b3) $y = 2x - 1$
   (b4) $y = \frac{2}{3}x + 2$

Correction à la page 1146.

Exercice 1338 [52]
La droite d'équation $y = 1 - 5x$ a pour coefficient directeur

(a) 1
(b) -1
(c) 5
(d) -5

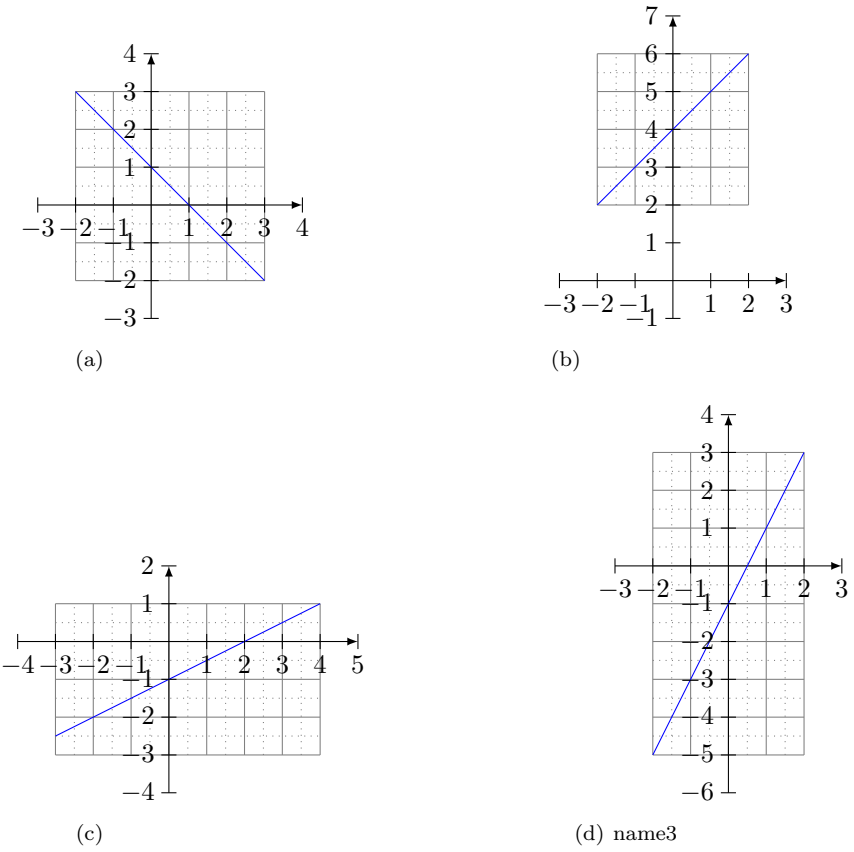
Correction à la page 1146.

9.1.e Exercices pour s'entrainer

Exercice 1339

Associer les graphes de la figure 9.1 aux équations de droites suivantes en précisant le coefficient directeur de chacune :

(a) $y = \frac{x}{2} - 1$
(b) $y = x + 4$
(c) $y = 2x - 1$
(d) $y = 1 - x$



(a) (b) (c) (d) name3

FIGURE 9.1 – Les graphes de l'exercice 1339.

Correction à la page 1146.

Exercice 1340

Dans chacun des cas suivants, donner l'équation de la droite passant par le point A et de coefficient directeur m.

(a) $A = (1, 2)$, $m = 4$
(b) $A = (-5, 7)$, $m = 3$
(c) $A = (4, 6)$, $m = -4$.

Correction à la page 1146.

Exercice 1341

Donner l'équation de la droite de coefficient directeur m et passant par le point A dans chacune des situations suivantes.

(a) $A = (1, 2)$, $m = 5$.
(b) $A = (10, 5)$, $m = 3$.
(c) $A = (0, 0)$, $m = 4$.
(d) $A = (3, -6)$, $m = -4$.

Laisser les réponses sous forme de fractions simplifiées.

Correction à la page 1146.

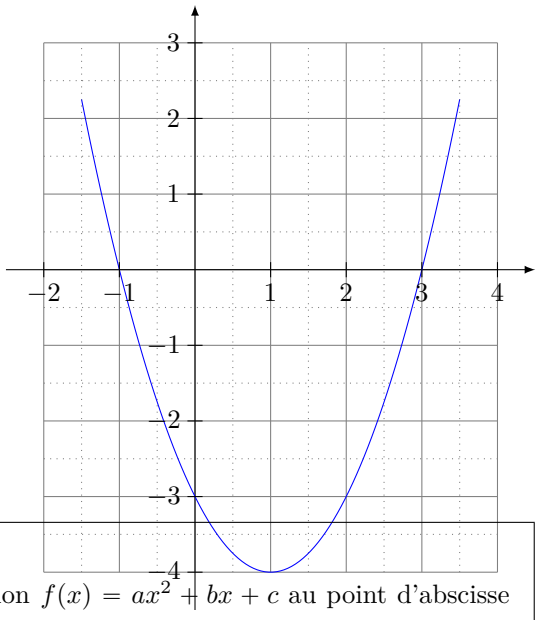
Chapitre 10

Nombre dérivé et tangente

10.1 Introduction

Prenons la parabole $f(x) = x^2 - 2x - 3$ dessinée ci-contre. Nous savons qu'elle est tournée vers le haut, et qu'elle a un sommet en $x = 1$. Son tableau de variations est :

x	$-\infty$		1		∞
	∞				∞
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	
			-4		



Le dessin nous montre aussi que la pente est de plus en plus forte lorsqu'on s'éloigne du sommet (dans les deux sens). Nous voudrions quantifier cet effet en donnant un sens au concept de «pente de la courbe en un point».

Le candidat idéal pour jouer ce rôle est le coefficient directeur de la tangente, et nous avons le résultat très intéressant suivant.

À retenir
Le coefficient directeur de la tangente à la courbe de la fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$ au point d'abscisse $x = \ell$ est

$$m = 2a\ell + b.$$

Ce coefficient directeur est appelé **nombre dérivé** de la fonction f au point d'abscisse ℓ.

10.2 Tangente

À retenir
Pour trouver la tangente au graphe de la fonction f au point $A = \big(a, f(a)\big)$, nous faisons :

(a) Calculer m, le nombre dérivé de f en $x = a$.

(b) La droite tangente est celle de coefficient angulaire m et passant par le point $A = \big(a, f(a)\big)$, c'est à dire

$$y = mx + p$$

où p doit encore être trouvé.

(c) Le p se trouve en résolvant l'équation

$$ma + p = f(a).$$

Au final, la tangente a pour équation

$$y = m(x - a) + f(a).$$

Étant donné que la tangente est la droite qui colle le mieux à la courbe, nous avons les interprétations suivantes. Soit m la dérivée de la fonction f au point $x = a$.

(a) Si $m > 0$ alors la fonction est croissante en a.

(b) Si $m < 0$ alors la fonction est décroissante en a.

Et surtout : plus m est grand, plus la pente de la courbe est forte.

10.3 Exercices

Exercice 1342 [53]

La figure 10.1 donne le graphique de la fonction $f(x) = -x^2 + 2x + 2$ ainsi que ses tangentes aux abscisses -1 et 2. Attention : remarquez que le graphe n'est pas dessiné dans un repère orthonormé.

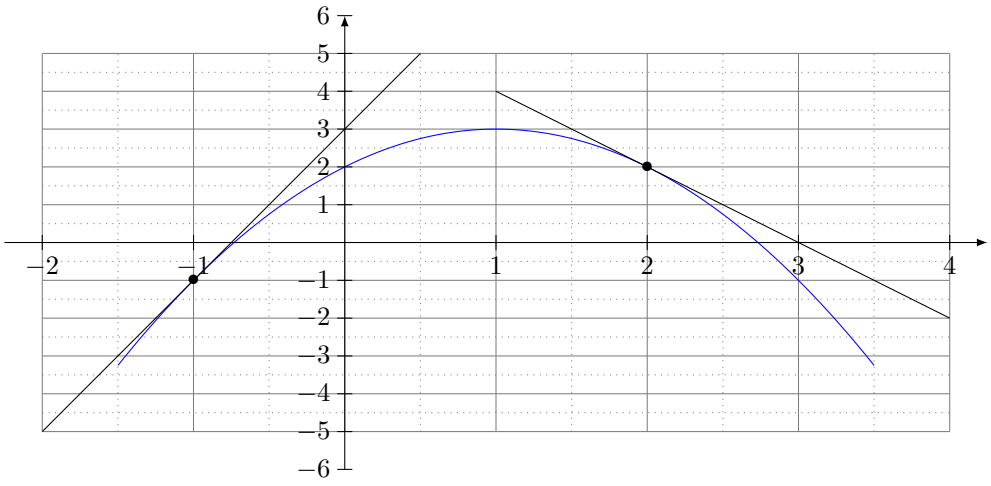


FIGURE 10.1 – Le graphe de la fonction $f(x) = -x^2 + 2x + 2$ pour l'exercice 1342.

(a) Déterminer graphiquement les équations des deux tangentes tracées.

(b) En déduire la valeur de la dérivée de f aux abscisses -1 et 2.

(c) Retrouver les résultats par le calcul.

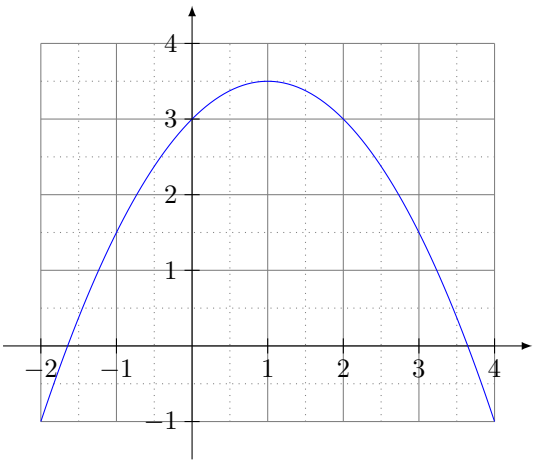
Correction à la page 1146.

Exercice 1343

Quelle est la dérivée de la fonction $f(x) = 3x + 2$ au point d'abscisse $x = 7$?
Donner l'équation de la tangente au graphe de f en ce point.
Correction à la page 1146.

Exercice 1344

Le dessin ci-contre montre le graphe de la fonction $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 3$. Tracer la tangente à ce graphe au point d'abscisse $x = 2$. Justifier le dessin par un calcul de dérivée.



Correction à la page 1146.

Exercice 1345

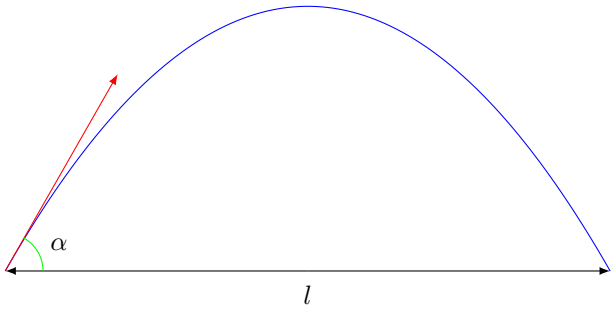
Donner l'équation d'une parabole ayant pour tangente au point d'abscisse 3 la droite $y = 2x - 5$.

Correction à la page 1146.

Exercice 1346

Une grenouille effectue un bond dont nous modélisons la trajectoire par la parabole

$$f(x) = -5x^2 + x.$$



(a) Calculer l'angle à l'horizontale que la grenouille donne à son saut au départ. (penser à la dérivée au point $x = 0$)

(b) En quelle abscisse la grenouille est-elle au plus haut ?

(c) Quelle est la hauteur maximale atteinte ?

(d) Donner l'équation de la tangente à la trajectoire au sommet. Est-ce logique ?

(e) Quelle est la longueur l totale du saut ?

Exercice 1347

Soit la fonction $f(x) = x(x-1)$. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f aux points d'abscisse 0 et -2.

Correction à la page 1147.

Exercice 1348

(a) Est-il possible que la tangente au sommet d'une parabole ait pour équation $y = \frac{1}{2}x - 1$?

(b) Soit un polynôme du second degré dont le tableau de variation est

x	$-\infty$		3		$+\infty$
	∞				∞
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	
			-5		

Est-ce que la dérivée de ce polynôme en l'abscisse $x = 2$ est positive ou négative ?

Correction à la page 1147.

Exercice 1349

Un directeur de salle de spectacle sait que si il vend le billet d'entrée à 15 euros, il en vendra environ 130. À chaque baisse de 1 euro du prix de l'entrée, il aura 50 clients supplémentaires.

(a) Si le billet d'entrée est vendu x euros, combien de clients payeront ? (nous supposons que x est entre 0 et 15).

(b) Montrer que si on vend le billet x euros, la recette sera de $f(x) = -50x^2 + 880x$.

(c) Donner L'abscisse du sommet de la parabole associée à f.

(d) Pour quelle abscisse la dérivée de f est-elle nulle ?

(e) À quel prix le billet doit être vendu pour maximiser les recettes ?

(f) Quelles sont les recettes maximales ?

Correction à la page 1147.

Exercice 1350

Un avion peu décoller lorsque sa vitesse dépasse les 250 km/h. Grâce à la poussée de ses moteurs, un avion de ligne au bout d'un temps t (en secondes) parcourt la distance (en mètres) de

$$d(t) = 1.2t^2.$$

Quelle longueur de piste faut-il prévoir pour que l'avion décolle avant le bout de la piste ?

Tracer le graphique de la vitesse (instantanée) en fonction de la distance parcourue. Faire attention aux unités.

Correction à la page 1147.

Exercice 1351

Soient les points $A = (1, 2)$ et $B = (3, 8)$.

(a) Placer A et B dans un repère orthonormé.

(b) Donner l'équation de la droite passant par ces deux points.

Correction à la page 1147.

Exercice 1352

Soit la fonction $f(x) = 2x^2 + 7x - 1$.

(a) Calculer les racines de f.

(b) Calculer le coefficient directeur de la tangente au graphe de f au point d'abscisse $\ell = -2$.

Soit la fonction $g(x) = \frac{x^2}{5} - x - 30$.

(a) Donner les coordonnées du sommet de la parabole représentative de g.

(b) Donner l'équation de la tangente au graphe de g au point d'abscisse $\ell = 15$.

Correction à la page 1147.

Chapitre 11

Suites géométriques

Définition
[54] Une suite est **géométrique** quand on multiplie toujours par le même nombre pour passer d'un terme au suivant.

Une suite géométrique est donc définie par :

(a) la donnée de son premier terme u_0

(b) une relation de récurrence de la forme : $u_{n+1} = q \times u_n$.

Le facteur q qui permet de passer d'un terme au suivant s'appelle la raison de la suite (u_n).

Exemple
Une colonie de fourmis arrive dans une foret dans laquelle les fourmis trouvent une nourriture abondante, mais pas de prédateurs naturels. Le nombre de fourmis va donc doubler chaque année. La première année, elles sont un million.

La seconde année, elles seront deux millions, la troisième année, quatre millions, etc.

Combien de fourmis avons-nous au bout de dix ans ?

△

À retenir
Sens de variation. Une suite géométrique de raison q est :

(a) croissante si $q > 1$,

(b) décroissante si $q < 1$,

(c) constante si $q = 1$.

11.1 Exercices

Exercice 1353
Soit la suite définie par récurrence par

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 5u_n. \end{cases}$$

(a) Déterminer la raison et le terme initial de cette suite.

(b) Calculer u_1, u_2 et u_3.

Correction à la page 1147.

Exercice 1354
Donner les quatre premiers termes de la suite géométrique suivantes :

(a) De terme initial $u_0 = 10$ et de raison $q = 4$.

(b) De terme initial $u_0 = 1$ et de raison $\frac{1}{2}$.

(c) De terme initial $u_0 = 0.3$ et de raison 6.

Correction à la page 1147.

Exercice 1355

Pour cause de mauvais raccordement à l'internet, les dieux désertent l'Olympe. Ils y étaient encore 5000 en 1990, et chaque année, le nombre de dieux y résidant diminue de 20%.

(a) Combien de dieux restaient sur l'Olympe en 1991 ? En 1992 ? En 1993 ?

(b) Le nombre de dieux sur l'Olympe en fonction de l'année est une suite numérique. Quelle est sa nature ?

(c) Donner la raison et le premier terme de cette suite.

(d) Combien de dieux sont résident au sommet de l'Olympe en 2013 ?

Correction à la page 1148.

Exercice 1356 [55]

Nous considérons une feuille A4 d'une épaisseur de 0.1 mm.

(a) Quelle est l'épaisseur obtenue si nous la plions en deux ?

(b) Quelle est l'épaisseur obtenue en pliant encore en deux ?

(c) Combien de fois faut-il recommencer l'opération pour obtenir un résultat épais de plus d'un centimètre ?

(d) Calculer l'épaisseur obtenue après avoir plié 43 fois en deux. Convertir en mètres et en kilomètres.

Correction à la page 1148.

Exercice 1357

Une somme de 500 euros est placée le premier janvier 2013 sur un compte en banque offrant 2.5% d'intérêts par an.

(a) Quelle somme sera sur le compte le premier janvier 2014 ? Le premier janvier 2015 ?

(b) Si (u_n) est le nombre d'euros disponibles au premier janvier de l'année $2013 + n$. Quel type de suite est-ce ? Quel est le terme initial et la raison ?

Correction à la page 1148.

Exercice 1358 [56]

Soit (u_n) une suite géométrique dont nous savons que $u_{10} = 212$ et $u_{14} = 3392$. Déterminer la raison de cette suite, ainsi que son terme initial.

Correction à la page 1148.

Exercice 1359 [57]

L'unité d'intensité du son est le décibel, noté dB. Nous considérons un orchestre symphonique jouant *forte* avec une intensité de 110 dB.

Nous souhaitons isoler la salle de concert via une succession de plaques d'isolation phonique, chacune absorbant 10% de l'intensité sonore qui lui parvient. Nous notons u_n l'intensité sonore mesurée après la traversée de n plaques d'isolation (u_0 est l'intensité sonore de l'orchestre, c'est à dire 110).

(a) Calculer u_1, u_2 et u_3.

(b) Déterminer la relation entre u_{n+1} et u_n. Identifier le type de suite à laquelle nous avons affaire : terme initial et raison.

(c) Un local est tranquille lorsque l'intensité sonore ne dépasse pas les 50 dB. Combien de couches d'isolation phoniques devons-nous mettre entre la sale de concert et le bar si nous voulons que le bar soit un local tranquille lorsque l'orchestre joue ?

Correction à la page 1148.

Exercice 1360

En solfège le cycle des quintes désigne l'ensemble des notes en sautant de quintes en quintes. Théoriquement, une quinte correspond à une multiplication par 1.5 de la fréquence et un `la` correspond à 440 Hz.

(a) Calculer les fréquences des notes suivantes dans le cycle des quintes partant du `la`.

(b) À combien d'octaves du premier `la` se trouve le `la` suivant dans le cycle ?

(c) Sachant qu'une octave correspond à une multiplication de la fréquence par deux, quelle serait sa fréquence ?

(d) En suivant le cycle des quintes, ce `la` est après 12 quintes. Quelle devrait alors être sa fréquence ?

La différence entre les deux dernières réponses est une mesure de ce que les quintes sont en réalité fausses. Indirectement c'est pour cela que les tonalités ont des «sons» différents.

Correction à la page 1148.

Chapitre 12

Troisième degré

Chapitre 13

Fonction dérivée et variations

13.1 Exercices

Exercice 1361

Un homme effectue un plongeon d'une hauteur de 180 m. Nous savons de la physique que la distance (en mètres) parcourue en fonction du temps (en secondes) est :

$$d(t) = \frac{1}{2}gt^2$$

avec $g \simeq 10\,\mathrm{m/s^2}$. Calculer la vitesse du plongeur au moment de pénétrer dans l'eau.

Correction à la page 1148.

Exercice 1362 [47]

Soit la fonction $f(x) = -2x^2 + 100x + 20$.

(a) Calculer la fonction dérivée de f.

(b) Dresser le tableau de variations de f.

(c) Déterminer le maximum de f

(d) Donner l'équation de la tangente à la parabole au point d'abscisse $x = 10$.

Correction à la page 1148.

Exercice 1363

Lors d'un saut en chute libre (avant que le parachute ne s'ouvre), la distance parcourue en fonction du temps est donnée par la formule

$$d(t) = \frac{gt^2}{2}$$

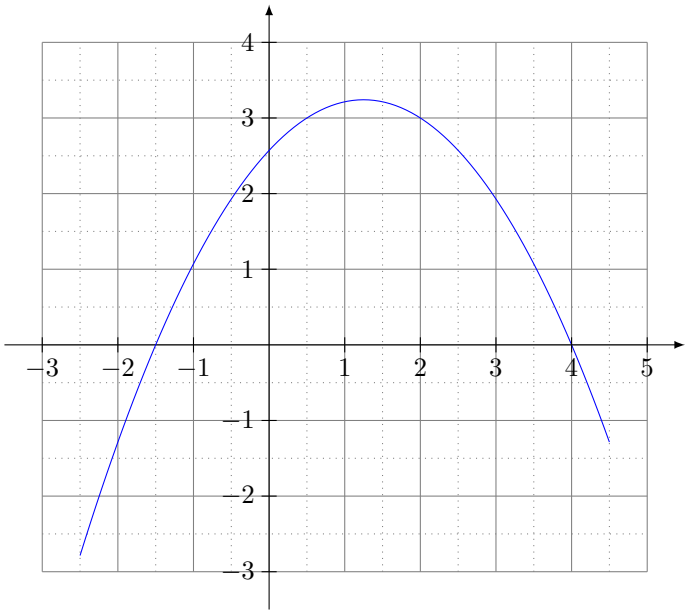
avec $g \simeq 9.81$. Ici la distance est donnée en mètres et le temps en secondes.

(a) Quelle est la distance parcourue en vingt secondes ?

(b) Quelle est la vitesse instantanée à ce moment ?

Correction à la page 1148.

Exercice 1364 [35]



À partir du graphe ci-contre :

(a) Déterminer graphiquement les solutions de l'équation $f(x) = 3$.

(b) Tracer les tangentes à la parabole aux points d'abscisses 3 et -2.

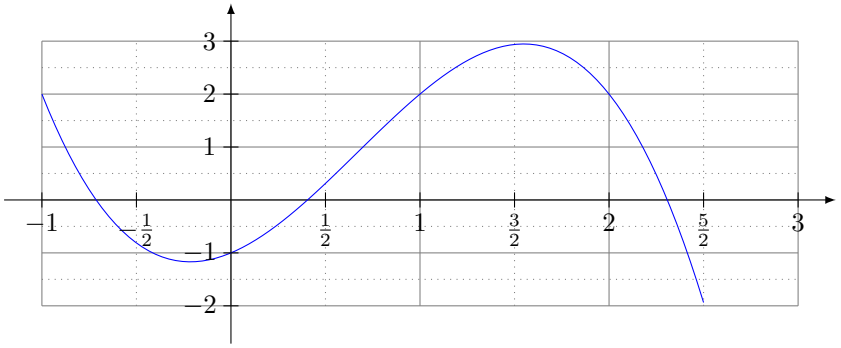
(c) En utilisant votre dessin, donner la valeur approximative de $f'(3)$.

(d) Résoudre l'équation $f'(x) \leqslant 0$.

Correction à la page 1148.

Exercice 1365

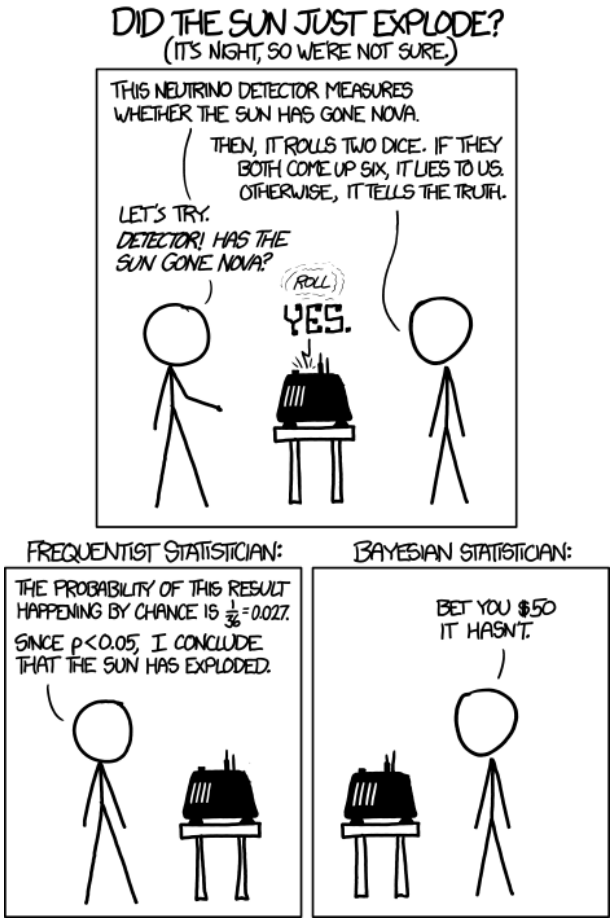
Donner le tableau de signe de la fonction f' si la fonction f est celle représentée par le graphe suivant :



Correction à la page 1148.

Chapitre 14

Échantillonnage et prise de décision



http://xkcd.com/1132/, image publiée sous licence CreativeCommons.

Une chouette page concernant les intervalles de confiance à propos de l'élection à l'UMP est celle-ci : http://david.monniaux.free.fr/dotclear/index.php/post/2012/11/23/Le-sens-statistique-de-l-élection-à-l-

14.1 Intervalle de fluctuation

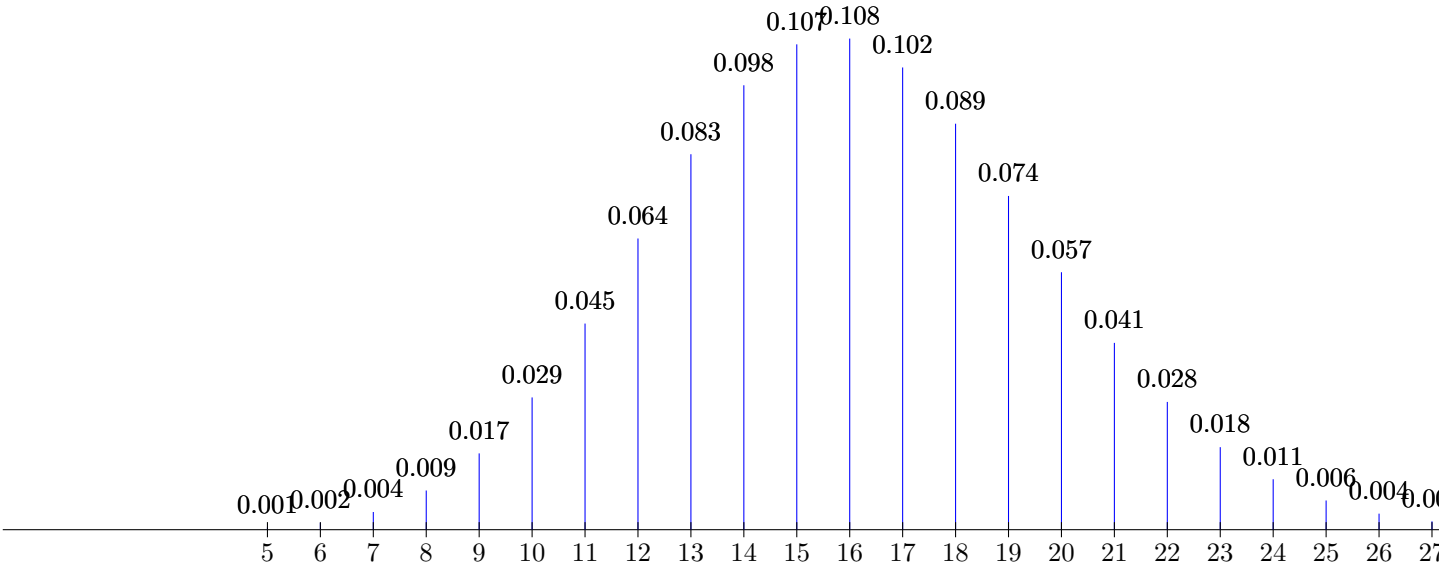
Cette section provient de [46].

Un médecin voudrait savoir si le pourcentage d'habitants atteints d'hypertension artériel dans sa région est normal, sachant qu'une étude récemment publiée donne un pourcentage de 16% pour d'autres régions comparables. Nous notons p la proportion (inconnue) d'hypertendus dans la région et nous constituons un échantillon de $n = 100$ habitants de la région. Nous notons f la fréquence des hypertendus dans l'échantillon.

Bien entendu, si la population est normale, le nombre f ne devrait pas être trop loin de 0.16 – à moins d'un coup de malchance dans la sélection de l'échantillon. Voyons cela de plus près.

Nous formulons l'hypothèse que la proportion des hypertendus est bien $p = 0.16$. Dans ce cas si nous désignons par X le nombre d'hypertendus dans l'échantillon, c'est une variable aléatoire binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0.16$.

Toute la difficulté est évidemment maintenant de définir ce que nous appelons «normal». Pour donner une idée, voici les probabilités de la binomiale de paramètres $n = 100$, $p = 0.16$.

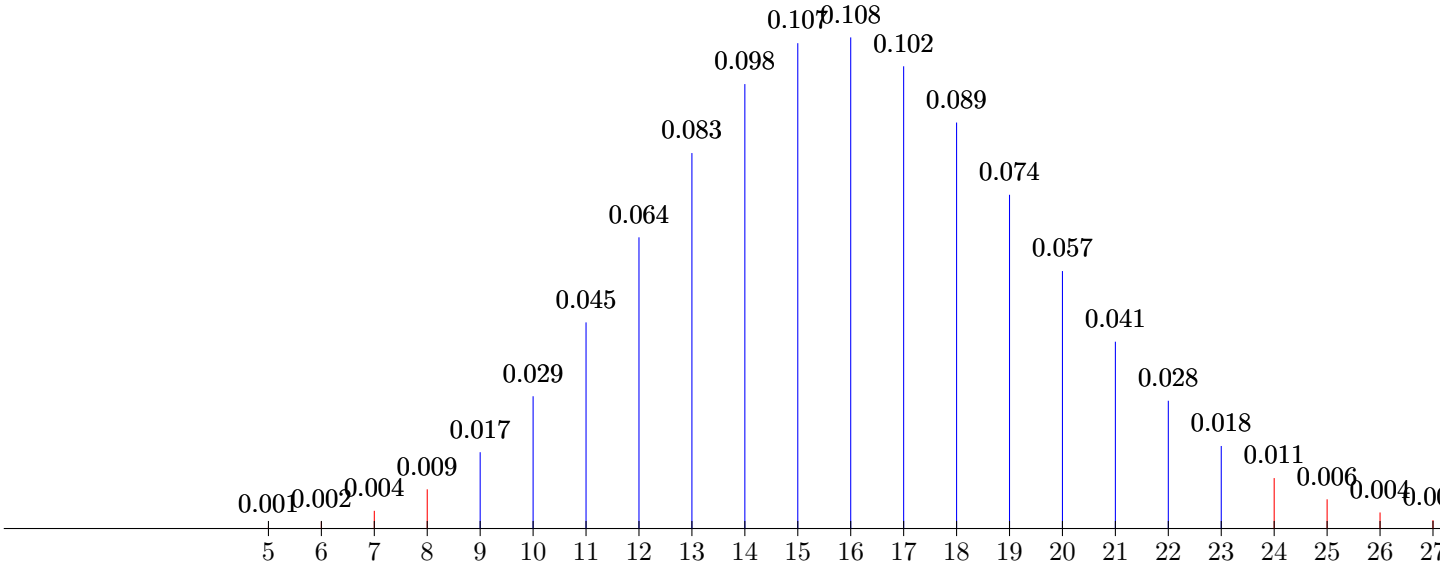


La règle que nous allons retenir pour dire si une situation est «normale» est la suivante :

À retenir
Une situation est «anormale» si elle a mois de 5% de chance de s'expliquer par un coup de chance (ou de malchance, suivant le point de vue). Nous allons donc déclarer que les 2.5% les plus à gauche et les 2.5% les plus à droite sont anormaux.

Bien entendu dans le cas de notre médecin, avoir un nombre anormalement élevé de personnes en bonne santé n'est pas une *mauvaise* nouvelle.

Nous allons chercher des bornes a et b telles que *au moins* 95% des probabilités soient entre a et b. Au niveau du dessin, ça donne ceci :



Les zones rouges sont considérées comme anormales. En d'autres termes :

(a) Si sur l'échantillon de 100 personnes prises dans la population le médecin observe 8 ou moins sont atteintes d'hypertension, alors le médecin dira que sa région est en anormalement bonne santé. Il ne s'inquiétera pas, et ça fera un très bon thème de campagne de publicité pour les producteurs du fromage local.

(b) Si le nombre d'hypertendu est entre 9 et 23, le médecin dira qu'il n'y a rien de particulier à signaler.

(c) Si le nombre d'hypertendu est égal ou supérieur à 24, alors la marque locale de fromage ne s'en vantera pas trop et le médecin essayera de comprendre ce qui ne fonctionne pas.

L'intervalle entre 9 et 23 est nommé l'**intervalle de fluctuation**.

14.2 Théorie

Nous considérons une population dont une proportion p présente un certain caractère, et nous prélevons (avec remise) un échantillon aléatoire de n personnes dans cette population. Nous notons X la variable aléatoire qui a pour valeur le nombre d'individus de l'échantillon présentant le caractère. Nous notons aussi f la fréquence d'observation du caractère dans l'échantillon.

La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres n et p.

Nous appelons **intervalle de fluctuation** à 95% de la fréquence f l'intervalle

$$\left[\frac{a}{n}; \frac{b}{n}\right]$$

où a est le plus petit nombre tel que $P(X \leqslant a) > 0.025$ et b est le plus grand nombre tel que $P(X \leqslant b) \geqslant 0.975$.

14.3 Exemple

La proportion de gauchers est de 12%.

(a) Combien de gauchers a-t-on dans la classe ?

(b) Est-ce que la proportion de gauchers dans la classe est «normale» ?

Le fichier auquel on arrive est à peu près `gauchers.ods`.

À retenir
La règle pour savoir quels sont les nombres à mettre dans l'intervalle de fluctuation est la suivante : il faut que $P(X \leqslant a) = 0.025$ et $P(X \leqslant 0.95)$ soient tous les deux dans l'intervalle.

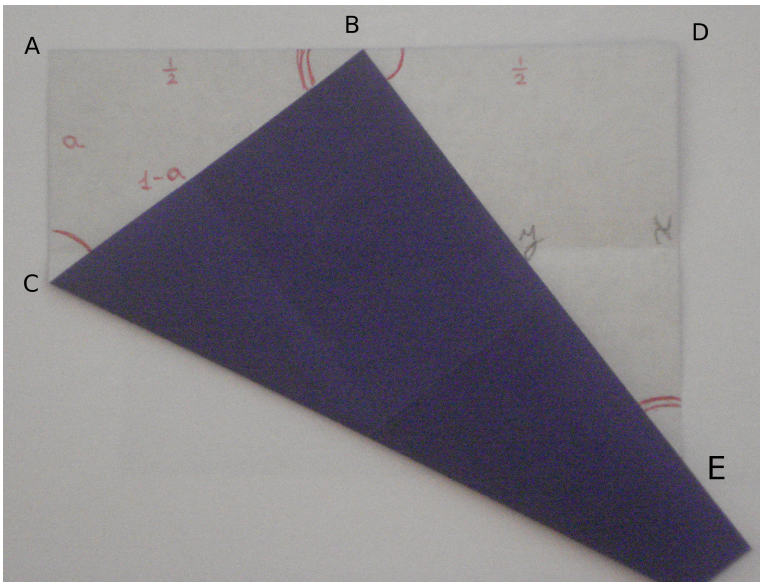
Cinquième partie

Pour les AP

0.1 Origami

La feuille distribuée pour la découverte du théorème d'Haga.

Théorème de Haga



Un peu de Pythagore Nous avons appelé a la longueur du segment $[AC]$. Pourquoi $BC = 1 - a$? Quelle est la valeur de a ?

Question d'angle Notons $\hat{B}_1$ et $\hat{B}_2$ les deux angles situés au point B ($\hat{B}_1$ est celui du triangle ABC).

(a) Combien vaut $\hat{B}_1 + \hat{B}_2$?

(b) Combien vaut $\hat{B}_1 + \hat{C}$?

(c) En déduire que $\hat{B}_2 = \hat{C}$.

Pourquoi $\hat{B}_1 = \hat{E}$?

Triangles semblables Les triangles ABC et BDE sont donc deux triangles ayant les mêmes angles ; ils sont donc semblables et donc «proportionnels». De la même façon que pour Thalès, nous pouvons écrire les égalités «grand divisé par petit» :

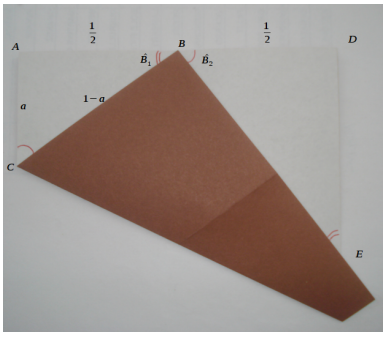
$$\frac{DE}{BD} = \frac{AB}{AC}.$$

Reporter les valeurs connues et déduire la valeur de $x = DE$.

Conclusion Sachant la valeur de x, conclure que nous avons bien obtenu un pliage coupant en trois le côté du carré.

Les diapositives projetées pour la présentation.

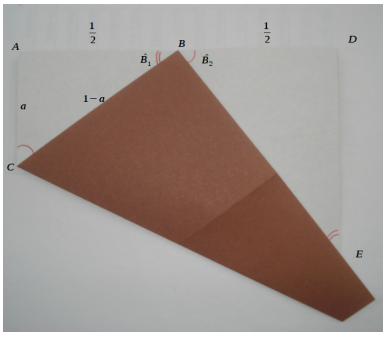
0.1.a Théorème de Haga (Pythagore)



Pythagore dans le triangle ABC : $a^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = (1-a)^2$.

$\Rightarrow a = \frac{3}{8}$.

0.1.b Théorème de Haga (angles)

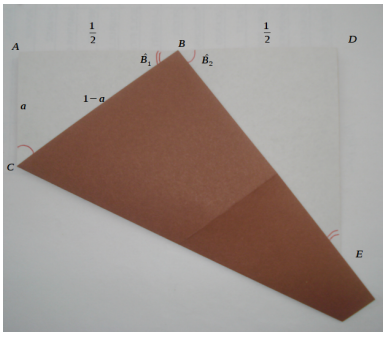


$$\begin{cases} \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 90 \\ \hat{B}_1 + \hat{C} = 90 \\ \hat{B}_2 + \hat{E} = 90 \end{cases}$$

$\Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{C}$ et $\hat{B}_1 = \hat{E}$.

Les triangles ABC et BDE sont semblables.

0.1.c Théorème de Haga (proportionnalité)



$$\frac{DE}{AB} = \frac{BD}{AC}$$

$$\frac{DE}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{8}}$$

$$2DE = \frac{4}{3}$$

$$DE = \frac{2}{3}.$$

Sixième partie

Python

Chapitre 1

Généralités

Remarque 1.1.
Certains bouts de codes donnés ici commencent par la ligne

```
# -*- coding: utf8 -*-
```

Si vous savez ce que signifie «utf8», vous devriez deviner à quoi sert cette ligne. Sinon c'est pas grave : vous n'êtes pas *obligés* de l'écrire dans vos programmes, mais c'est une bonne habitude à prendre. Nous en reparlerons peut-être plus tard.

1.0.a La fonction `print`

Python ne prend pas d'initiatives. Si vous ne lui demandez pas d'écrire quelque chose, il n'écrira rien. La commande la plus courante [1] pour afficher quelque chose à l'écran est la commande `print`.

(a) Pour afficher la valeur d'une variable `a`, mettre `print(a)`.

(b) Pour afficher un texte (par exemple «bonjour»), mettre des guillemets : `print("bonjour")`.

Si vous voulez afficher plusieurs choses, vous les séparez par une virgule.

ex_print.py

```
print("Bonjour !")
print("Même les accents sont acceptés")
a=4
print(a)
print(a+1)
# la ligne suivante affiche du texte, une variable
# et puis encore du texte et puis un calcul
print("La variable a vaut",a,"et son double vaut",2*a)
```

donne

Résultat

```
Bonjour !
Même les accents sont acceptés
4
5
La variable a vaut 4 et son double vaut 8
```

Notez que les lignes qui commencent par # ne sont pas prises en compte. Cela permet au programmeur de mettre des notes pour lui-même. N'hésitez pas à en mettre pour rendre votre code plus lisible.

Exercice 1
<+ExoPremiere-0037+>
Correction à la page 1148.

1.1 Listes

Une liste est une collection ordonnée d'éléments. Elle se définit avec des crochets.

1. Bien entendu, python permet de programmer des fenêtres, des boutons et autres boîtes de dialogue, auquel cas ce ne sera plus la commande `print` qui jouera.

ex_listes.py

```
# -*- coding: utf8 -*-

A=[1,3,6,15]     # liste de nombres
B=["bonjour","au revoir"] # liste de chaînes de caractères.

print(A)
print(B)
```

donne

Résultat

```
[1, 3, 6, 15]
['bonjour', 'au revoir']
```

Nous pouvons ajouter un élément à une liste en utilisant la *méthode* `append`, et retrouver un élément d'une liste par son numéro (attention : python numérote à partie de zéro), en demandant par exemple `A[4]` pour l'élément numéro 4 de la liste `A`. Cela sera donc le cinquième élément de la liste. Cas spécial : le dernier élément de la liste est le numéro -1.

ex_listes2.py

```
# -*- coding: utf8 -*-

A=[1,3,6,15]
B=["bonjour","au revoir","salut"]

A.append(15)
A.append("un mot")       # Un liste peut mélanger des éléments de différents types

print("Quelque informations sur A:")
print(A)
print(A[0])
print(A[2]) # A[2] n'est pas 3 mais 6 !!

B.append("Ceci est le dernier")


print("Quelque informations sur B:")
print(B[1])
print(B[-1])
```

donne

Résultat

```
Quelque informations sur A :
[1, 3, 6, 15, 15, 'un mot']
1
6
Quelque informations sur B :
au revoir
Ceci est le dernier
```

Exercice 2

Écrire un programme en python définissant la liste de nombres $1, 10, 3, 7, 0.67$ (le dernier est «zéro virgule soixante sept»).

(a) Écrire à l'écran le quatrième élément.

(b) Écrire à l'écran le dernier élément.

(c) Ajouter les nombres 15 et 20 dans la liste.

(d) Afficher à l'écran la liste telle qu'elle est maintenant.

(e) Demander d'écrire à l'écran le dixième élément. Est-ce que le résultat vous parait logique ?

Correction à la page 1149.

La multiplication d'une liste par un nombre donne la liste contenant plusieurs fois la liste originale. Nous ajoutons une liste à une autre en utilisant la méthode `extend`.

ex_listes3.py

```
X=[34]
print(3*X)
```

```
Y=["a",2]
print(4*Y)

Z=[1,2]
T=["a","b"]
Z.extend(T) # Z devient la "concaténation" de Z et T
print(Z)
```

donne

Résultat

```
[34, 34, 34]
['a', 2, 'a', 2, 'a', 2, 'a', 2]
[1, 2, 'a', 'b']
```

Exercice 3

Écrire un programme qui définit une liste contenant dix fois le nombre 9, et une autre liste contenant cinq fois le nombre 4. À partir de ces deux listes, construire une liste contenant dix fois le 9 et cinq fois le 4.

Correction à la page 1149.

1.2 Créer des fonctions

1.2.a Choses Basiques

Si un calcul doit être refait plusieurs fois dans un même programme, il est bon d'écrire une fonction qui sera appelée à chaque fois. En python, une fonction se déclare avec le mot-clef `def` comme ceci :

```
def nom_de_ma_fonction(a,b):
```

où `a` et `b` seront les arguments de la fonction. Il peut y en avoir un seul, deux, ou plus (pas de limites), ou pas du tout. Une fonction peut afficher et calculer autant de résultats intermédiaires que l'on veut.

ex_fonction.py

```
def calculs(x):
    print("Le carré de",x,"vaut",x**2)
    print("Le double de",x,"vaut",2*x)

calculs(3)
calculs(2)
calculs(-2)
```

donne

Résultat

```
Le carré de 3 vaut 9
Le double de 3 vaut 6
Le carré de 2 vaut 4
Le double de 2 vaut 4
Le carré de -2 vaut 4
Le double de -2 vaut -4
```

Cette fonction ne fait qu'afficher du texte, mais ne retourne pas de valeurs. Voici une fonction qui retourne 1 si le nombre donné est plus grand ou égal à zéro et retourne -1 si il est négatif.

ex_fonction2.py

```
def ma_fonction(a):
    if a >= 0 :
        return 1
    if a < 0 :
        return -1

print(ma_fonction(0))
print(ma_fonction(-3.1))
r = ma_fonction(2012)
print(r+1)
```

donne

Résultat

```
1
-1
2
```

Exercice 4

Écrire une fonction qui prend une liste en argument et retourne la somme du premier et du dernier élément.

Indice : créer des variables intermédiaires contenant le premier et le dernier élément de la liste, puis retourner la somme.

Correction à la page 1149.

Exercice 5

Nous allons concevoir une fonction qui donne le milieu et la longueur d'un segment. Pour cela nous allons considérer qu'un point est donné (en coordonnées) par une liste `[x,y]` à deux éléments.

(a) Écrire une fonction qui prend comme argument deux listes `A` et `B` et qui en affiche le contenu, c'est à dire `A[0]`, `A[1]`, `B[0]`, `B[1]`.

(b) Modifier la fonction pour qu'elle calcule deux variables intermédiaires `DX` et `DY` qui contiennent la «somme» des deux, c'est à dire `DX=A[0]+B[0]` et idem pour la seconde composante.

Correction à la page 1149.

1.2.b Pour aller plus loin

La fonction de l'exemple précédent peut être simplifiée en sachant que dès que une instruction `return` est rencontrée, l'exécution de la fonction est *immédiatement* stoppée et la valeur est retournée. Nous pouvons donc écrire

ex_fonction3.py

```
def ma_fonction(a):
    if a >= 0 :
        return 1
    return -1
```

Si le nombre donné est positif, un `return` est rencontré à l'intérieur du `if`, et l'autre `return` n'est jamais rencontré.

D'autre part, une fonction peut vraiment prendre *n'importe quoi* comme argument, y compris des autres fonctions. Dans l'exemple suivant, la fonction `evaluation` prend un argument une fonction et un nombre, et retourne la fonction évaluée en ce nombre.

ex_fonction4.py

```
import math

def ma_fonction(a):
    if a >= 0 :
        return 1
    return -1

def evaluation(f,x):
    return f(x)


print(evaluation(ma_fonction,10))
print(evaluation(math.cos,0))
print(evaluation(lambda x:x**2,2))
```

donne

Résultat

```
1
1.0
4
```

1.3 Tester la divisibilité

Nous aurons de temps en temps besoin de tester si un nombre est divisible par deux, par trois ou par autre chose.

Testez le programme suivant.

ex_division.py

```
for i in range(0,15):
    print(i,i%2)

print("==========")

for i in range(0,15):
    print(i,i%4)
```

Est-ce que vous pouvez en déduire un critère de divisibilité basé sur l'usage de la «division entière» `%` ? Regardez combien vaut `i%4` pour les `i` qui sont divisible par 4.

Exercice 6

(a) Écrire une fonction qui prend un nombre `x` en argument et qui retourne `"oui"` si il est divisible par 7 et `"non"` si il ne l'est pas.

(b) Écrire une fonction qui prend deux nombres `x` et `b` en argument et qui retourne `"oui"` si `x` est divisible par `b` et `"non"` si il ne l'est pas.

Correction à la page 1149.

1.4 Tracer une fonction

Exemple

Créons un petit programme définissant la fonction $f(x) = x^2 - 2$ et en calculant 10 valeurs régulièrement espacées entre -5 et 5. La production d'une liste de nombre régulièrement espacés est un travail pour la fonction `numpy.linspace`. La syntaxe en est

```
numpy.linspace(a,b,num=n)
```

Cela est une liste de `n` nombres régulièrement espacés entre `a` et `b`. En ce qui concerne le carré, en python les puissances sont données par `**`. Par exemple `a**3` est le cube de `a` :

```
>>> 2**3
8
```

Le programme est

ex_graphe.py

```
import numpy

def f(x):
    return x**2-2

for x in numpy.linspace(-5,5,num=10):
    print(x,f(x))
```

Le programme donne :

```
-5.0 23.0
-3.88888888889 13.1234567901
-2.77777777778 5.71604938272
-1.66666666667 0.777777777778
-0.555555555556 -1.69135802469
0.555555555556 -1.69135802469
1.66666666667 0.777777777778
2.77777777778 5.71604938272
3.88888888889 13.1234567901
5.0 23.0
```

△

Chapitre 2

Manipulation de texte

2.1 Manipulation de base

Pour mettre un texte dans une variable, il suffit de le faire :

ex_texte1.py

```
print("Bonjour")
a="Au revoir"
print(a)
```

donne

Résultat

```
Bonjour
Au revoir
```

Les chaînes de caractères (par exemple la variable `a` de l'exemple) peuvent être utilisées comme des listes. Il est possible d'en demander des parties.

ex_texte2.py

```
a="Un texte ni trop long ni trop court"

# La numérotation commence à zéro
print(a[0],a[1],a[2])

# Pour compter à partir de la fin, mettre des négatifs :
print(a[-1],a[-2],a[-3],a[-4])

# Pour prendre une partie, donner point de départ et d'arrivée :
print(a[3:15])
```

donne

Résultat

```
U n
t r u o
texte ni tro
```

La longueur d'un texte est donnée par `len(a)`.
Nous pouvons un peu automatiser :

ex_texte3.py

```
a="Bonjour tout le monde"
for i in range(1,5):
    print(i,a[i])
```

donne

Résultat

```
1 o
2 n
3 j
4 o
```

2.2 Passer des textes aux listes et inversement

Si nous avons une suite de lettres, il est possible de la transformer en texte (chaîne de caractères), et inversement. Si `texte` est une chaîne de caractères, alors

```
list(A)
```

est la liste de ses caractères. La conversion dans ce sens est d'un intérêt limité parce que le gros des fonctionnalités des listes sont accessibles aux chaînes de caractères.

La conversion d'une liste en une chaîne est plus intéressante parce qu'elle permet de créer un texte «petit bout par petit bout». La méthode est la suivante. Si `A` est une liste alors

```
"".join(A)
```

est la chaîne correspondante. Mieux :

```
"-".join(A)
```

est un texte qui «joint» les éléments de `A` par des tirets.

Exercice 7

Soit la liste `A=["Bonjour","Au revoir"]`. Que vaut `"*".join(A)` ? Écrire un programme qui affiche le résultat. Changer `*` en d'autres choses pour comprendre l'effet.

Correction à la page 1149.

ex_join1.py

```
texte="Voici mon texte"
l=list(texte)

# Notez la différence entre les deux choses affichées :
print(texte)
print(l)

# Conversion inverse

A=["un","deux","trois zéro"]
texte=" et ".join(A)
print(A)
print(texte)
# Notez que python n'ajoute " et " que ENTRE les éléments de la liste, pas avant.
```

donne

Résultat

```
Voici mon texte
['V', 'o', 'i', 'c', 'i', ' ', 'm', 'o', 'n', ' ', 't', 'e', 'x', 't', 'e']
['un', 'deux', 'trois zéro']
un et deux et trois zéro
```

Exercice 8

Dans cet exercices, faites attention aux espaces qui python n'ajoute pas automatiquement (encore heureux).

(a) Nous avons une liste de noms d'élèves : `["Charles","Louis","Camille"]` et nous voulons écrire

```
Charles, Louis, Camille
```

Écrire un programme qui le fait. Notez que ici il y a un espace après la virgule mais pas avant.

(b) Soit la liste `["Mozilla","IE","Konqueror","Opera"]`. Écrire un programme qui affiche

```
Mozilla Vs IE Vs Konqueror Vs Opera
```

Ici il y a un espace avant et après le «Vs».

Correction à la page 1149.

Il y a encore mieux. Il faut savoir que la chaîne `"\n"` représente un saut de ligne. Par conséquent, en reliant les éléments d'une liste par un `"\n"`, nous pouvons écrire les éléments en colonne.

ex_join2.py

```
A=["Camille","Cécile","Thierry","Claire"]
texte="\n".join(A)
print(texte)    # Notez le saut de ligne après chaque mot !
```

donne

Résultat

```
Camille
Cécile
Thierry
Claire
```

Et enfin, une dernière conversion consiste à séparer un texte en élément séparés par une chaîne.

ex_split1.py

```
texte="Xavier-Marie-Marjorie"
A=texte.split("-")
print(A)
```

donne

Résultat

```
['Xavier', 'Marie', 'Marjorie']
```

Exercice 9

Écrire un programme qui à partir d'un texte de plusieurs lignes, affiche la liste des lignes. Le début du programme est :

ex_triple.py

```
texte="""Ceci est un texte
de plusieurs lignes.

Et avec même une ligne vide.
"""

print(texte)
```

Remarque : pour écrire un texte de plusieurs lignes (c'est à dire contenant des sauts), il faut le mettre entre triples guillemets.

Correction à la page 1149.

Chapitre 3

Un texte qui ressemble à du français

L'analyse de la fréquence des lettres dans un texte permet aussi de détecter la langue. Regardons ces trois textes, classés par ordre croissant de «crédibilité» :

> uuerlh i,ie oceieomriosnuu éctes 'qD umixnohpsnaedoteirinmrpouont nqenc a ltvpa n gcudttn serca-cuqe bu'iido retsaiacean sat oc leiu n eéiteMe e t rtlteu rdédndame giaeosmx'raeaeea jo m uds tum et uaecetrûauu leel ttoœaxergs m'u aq uea un ileetid 'n utztotee isiranit aar,s evd e emlt zreumaganai nm,tlren id ouna,àadg lvnu s ai ie sut oqtrnœ u'nvtaoiemooe l dqar meecésnc jruscuttmse Aaasee ede netps e riih

Ce premier texte a été généré en prenant des lettres (y compris les espaces) au hasard dans un texte de référence [1]. La fréquence des lettres est donc la même (aux aléas statistiques près) que la fréquence en français, mais force est d'avouer que cela ne ressemble pas tellement à du vrai français.

Second extrait :

> aiffe ditet ntta t cos rape uelloux sss éstére dile dsiten pen douitese Mmbis é ai quder ndises gau r qul aure à arsois arons à avese durcet l'Ountai vountel'aue i seuneueras e de beucene, la à qutout prmmontuxtri cet, rès ppllall anért me lle nte me s qujascoun c'œidisquss tintouvens me à nolllqut quiepomatrèraitra de meps fefr ll'ers'œusue suont de d ventistétapamer condes

Cela est déjà un peu mieux. Notez en particulier la longueur des mots qui est plus raisonnable que dans le premier extrait. Voici comment il a été créé.

(a) La première lettre est tirée au hasard dans l'alphabet. Ici ça a été un «a».

(b) Nous cherchons tous les «a» dans le texte de référence, nous en prenons un au hasard, et nous ajoutons au texte la lettre *qui suit*. Ici ça a été un «i».

(c) Nous cherchons tous les «i» dans le texte de référence, etc.

Cela explique pourquoi dans l'extrait donné, tous les «q» sont suivis d'un «u». En effet, dans le texte de référence presque tous les «q» sont suivis d'un «u». D'ailleurs, connaissez-vous un mot en français contenant un «q» non suivit d'un «u» ? Notez aussi qu'il y a six double «l», un seul double «m» et aucun double «e». Cela s'explique assez facilement en connaissant le français.

Remarque 3.1.
Dans le texte de référence, il y a des «q» non suivis de «u» dans les mots «piqûre», «coq», «cinq» (il est alors suivit d'un espace). La chaîne «qu» arrive 13528 fois dans le texte de référence et «q» suivit d'autre chose que «u» arrive seulement 24 fois.

Troisième extrait :

> Epgues vu un peut en m'avaisansfortes pour le dans que tout, cands ces cela comptableure amours dantestre ver aurais avaites, dont son de pours le simultés des planter, paysalutant évidue leux qu'ailles touffirer, ajour même un combianchez lui on de cholont décrir. Commette était même fortueux et de paru avait que jours pitait nulleurir cette le ce montions, nouvaien plaissé que sespèce souvoir connemi les gens ou resse solais ans mant ent, il du n'y a rançait au se dois « Alpe trientaient de Guer

De loin, cela ressemble presque à s'y méprendre à du français, mais de près, on remarque que presque aucun mot n'est correct bien que tous les mots soient prononçables. Ce dernier extrait fut composé de la façon suivante.

(a) Choisir 3 lettres au hasard. Ici «epg»

1. En l'occurence, *Le temps retrouvé*.

(b) Chercher tous les «epg» dans le texte de référence, et ajouter à l'extrait la lettre suivante. Ici c'est un «u» qui est ajouté.

(c) Chercher tous les «pgu» etc.

Nous allons tenter de récrire un programme qui donne cet effet.

Un dernier pour la route. Exactement le même programme, mais en prenant un roman de Sherlock Holmes (en anglais) comme texte de référence.

> dèWatseculiance is marked, at taken the unlikely siden would he placed man why Who becall wife you be othe for For to that the Amering raised. Thing his feely. "'Thand she sodes get wond infety. I said who which show will details. In see, and the Alic slansper, for stonvicturnia, and Lest but, 1892 "Shile, Petel. Then, and to man it und in my chan aframa. My litter gretaring me entagementyfound gent that, 1892 "Well days dramongroofs when some the looks upon pa weeks a reason a pipe of Penting wif

Cela ressemble à de l'anglais sans aucun doute.

Nous allons construire pas à pas un programme qui génère des textes au hasard.

3.1 La boucle `for`

Il est possible de répéter une action pour tous les éléments d'une liste. Par exemple

ex_for1.py

```
for x in [1,5,10,2]:
    print(x,x**2)

for x in "bonjour":
    print(x)

for x in range(0,5):
    print(x)
```

La première boucle écrit `x` et son carré pour tout `x` dans la liste `[1,5,10,2]`. La seconde boucle écrit tous les lettres du mot «bonjour» et la troisième tous les nombres dans `range(0,5)`, c'est à dire 0, 1, 2, 3 et 4.

Résultat

```
1 1
5 25
10 100
2 4
B
o
n
j
o
u
r
0
1
2
3
4
```

Exercice 10

Écrire un programme qui affiche les 50 premiers nombres pairs (c'est à dire le double des nombres de 0 à 49).

Correction à la page 1149.

3.2 Prendre des choses au hasard

Python permet de tirer des nombres au hasard ou de prendre un élément au hasard dans une liste ou dans un texte. Pour cela il y a le module `random`. Si `A` est une liste ou un texte (chaîne de caractère), alors

```
random.choice(A)
```

retourne un élément au hasard de la suite.

ex_random1.py

```
import random

texte="Ceci␣est␣mon␣petit␣texte␣duquel␣je␣vais␣tirer␣des␣lettres␣au␣hasard."

a=random.choice(texte)
print(a)
```

Ce programme doit vous afficher une lettre prise au hasard dans le texte, y compris de temps en temps des espaces ou de la ponctuation. Essayez-le quelque fois.

Bien entendu, il est pénible de choisir 50 lettres au hasard une par une. Testez le programme suivant.

ex_random2.py

```
import random

texte="Ceci␣est␣mon␣petit␣texte␣duquel␣je␣vais␣tirer␣des␣lettres␣au␣hasard."

for i in range(1,10):
    a=random.choice(texte)
    print(a)
```

Exercice 11

(a) Écrire un programme qui affiche une lettre au hasard prise dans le mot «Méditéranée».

(b) Modifier le programme de telle façon à afficher 20 lettres au hasard dans le même mot.

(c) Notez que le «é» ressort plus souvent que le «M». Cela est naturel parce qu'en prenant une lettre au hasard dans le mot «Méditéranée», il y a trois chances d'obtenir «é» et seulement une d'obtenir «M».

Correction à la page 1149.

Exercice 12

Écrire un programme qui donne un nombre au hasard entre 1 et 100. Pour ce faire, il y a deux méthodes.

(a) Prendre un élément au hasard dans la liste `range(0,100)`.

(b) Utiliser la commande `random.randint`.

Correction à la page 1149.

3.3 Prendre des lettres au hasard

Pour les deux exercices suivants, vous pouvez aussi vous inspirer du programme `ex_mise_fonction1.py` donné plus bas.

Exercice 13

Mettre dans la variable `texte_reference` un texte assez long (quelque centaines de caractères que vous irez pomper n'importe où). Écrire un programme qui affiche un texte de 20 lettres prises au hasard dans cette variable. Procéder comme suit.

(a) Créer une variable contenant un texte vide : `mon_texte=""`.

(b) Créer une boucle `for` sur `range(0,20)`

(c) À chaque étape, prendre une lettre au hasard dans `texte_reference`, la mettre dans la variable `a`, et l'ajouter à `mon_texte` en utilisant

```
mon_texte=mon_texte+a
```

Correction à la page 1150.

Nous voudrions maintenant écrire un programme qui extrait tous les couples de lettres commençant disons par `s`. Inspirez-vous du programme suivant.

ex_re1.py

```
import re

texte="Pour␣qui␣sont␣ces␣serpents␣qui␣sifflent␣sur␣vos␣têtes␣?"
resultats=re.compile("s.").findall(texte)
print(resultats)
```

Tapez ce programme et testez-le. Pour rappel, toutes les lignes `import` doivent se trouver au début de votre fichier.

Exercice 14

Reprendre le programme précédent. Le modifier pour qu'il crée la liste des couples de lettres commençant par «f» et qu'il choisisse et affiche un de ces couples au hasard. Voici la démarche à suivre.

(a) Changer le «s» en «f» dans le programme précédent.

(b) Choisir un des éléments de la liste au hasard (`random.choice`), et afficher celui qui a été choisi.

Correction à la page 1150.

3.4 Prendre des couples de lettres au hasard

Nous devons maintenant mettre le programme créé tout en une fonction. Nous voulons créer une fonction qui :

(a) cherche dans la variable `texte_reference` tous les couples de lettres commençant par `s`,

(b) tire un des couples au hasard et le retourne.

Pour ce faire, il faut reprendre le programme `ex_re1.py` et mettre la ligne `resultats= ...` dans une fonction. Cette fonction prendra également un élément au hasard dans la liste `resultats` et le retournera.

Les lignes clefs qui doivent être dans la fonction sont

ex_mise_fonction1.py

```
resultats=re.compile("s.").findall(texte_reference)   # Crée la liste des couples
                                                      #    «s suivit de quelque chose»
a=random.choice(resultats)                            # Choisit un élément au hasard
                                                      #   dans cette liste
return a                                              # Retourne cet élément
```

Testez cette fonction quelque fois. Assurez vous que votre variable `texte_reference` contienne un texte assez long pour avoir de la variété.

La fonction que nous avons maintenant est une fonction qui regarde tous les `s` du texte de référence et retourne un coupe `s.` trouvé.

Pour avancer dans le projet de texte qui ressemble à du français, nous devons un peu modifier cette fonction pour que

(a) elle soit capable de chercher pas seulement les «s» suivit de quelque chose,

(b) elle ne retourne pas le couple trouvé, mais seulement la seconde lettre du couple.

Vous devriez avoir maintenant à peu près ça.

ex_mise_fonction2.py

```
import random
import re

texte_reference="Ceci␣devrait␣être␣un␣assez␣long␣texte"

def lettre_suivante(k):
    resultats=re.compile(k+".").findall(texte_reference)
    a=random.choice(resultats)
    return a[-1]

s=lettre_suivante("e")
print(s)
```

Les points à noter sont que la fonction `lettre_suivante` prend en argument la lettre `k` qu'il faut chercher. L'expression à chercher devient donc `k+"."`, c'est à dire la lettre `k` (quelle qu'elle soit) suivie de quelque chose. Ensuite la fonction retourne `a[-1]`, c'est à dire la dernière lettre de `a`.

Chapitre 4

Applications plus ou moins utiles et plus ou moins ludiques

4.1 Algorithmique plus pure

Exercice 15

Écrire une fonction de deux variables a et b qui retourne la liste des carrés des entiers situés entre a et b. Par exemple si `f` est la fonction, alors `f(4;8)` doit retourner la liste `[16,25,36,49,64]`.

(a) Dans un premier temps, supposer que $a < b$, et que a et b sont entiers.

(b) Traiter le cas où $b < a$. Demander `f(8;4)` doit retourner la même liste `[16,25,36,19,64]`.

(c) Les puristes vérifierons que les entrées de la fonction sont des entiers, et choisiront ce qu'il convient de faire si ce n'est pas le cas. (lever une exception `ValueError`, prendre des arrondis, ...).

Correction à la page 1150.

4.2 Suite définie par récurrence

Soit une suite définie par récurrence

$$\begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{n+1} = 2u_n. \end{cases}$$

Nous voudrions pouvoir répondre à plusieurs types de questions :

(a) construire une liste contenant les 100 premiers termes de la suite ;

(b) savoir quel est le premier terme à dépasser un million.

(c) Quelle est l'allure générale de la suite ? Croissante ? Décroissante ?

Avant de se lancer, nous devons nous poser une question de vocabulaire : est-ce que le centième terme de la suite u est u_{100} ou u_{99} ? Le premier terme étant u_0, le centième est bien u_{99}.

Exercice 16

Écrire une fonction prenant une liste en argument et retournant le double du dernier élément. Par exemple en donnant la liste `[1,8,3,7]`, la fonction doit retourner 14.

Tester la fonction sur les listes suivantes :

(a) `[1,2,4]`,

(b) `range(1,10)`. Attention : ici il y a un effet à remarquer.

(c) `["Maïlys","Anne","Estelle"]`

Formellement, l'objet `range(1,5)` n'est pas une liste, mais en pratique, ça y ressemble beaucoup et votre fonction devrait retourner 4, comme si `range(1,5)` était la liste `[1,2,3,4]`.

Correction à la page 1150.

recurrence1.py

```
u=[10]  # Créer la liste contenant seulement le nombre 10

for i in range(1,100):      # Ceci ne fait que 99 étapes !
    u.append(2*u[-1])       # u[-1] est le dernier élément de la liste
```

```
print("Longueur de la liste :",len(u))    # 100
print("élément numéro 99 :",u[99])     # un grand nombre

print(u[100])    # plante
```

donne

res_recurrence1.txt

```
Longueur de la liste : 100
élément numéro 99 : 633825300114114700748351602688O

Traceback (most recent call last):
  File "recurrence1.py", line 9, in <module>
    print(u[100])    # plante
IndexError: list index out of range
```

Notons que la ligne `print(u[100])` plante avec l'erreur `list index out of range`, c'est à dire que la liste `u` n'a pas d'élément `u[100]`, ce qui est normal parce qu'elle contient 100 éléments et que la numérotation commence à zéro.

Exercice 17

Écrire une fonction qui prend une liste en argument et retourne le plus grand élément. Pour ce faire, commencez par trier la liste et utilisez la fonction précédente pour extraire le dernier élément.

Correction à la page 1150.

En pratique, sachez que pour savoir le plus grand élément d'une liste, python dispose de la fonction `max`. Pour la suite, utilisez cette dernière, et non cette que vous aurez programmé dans cet exercice.

Exercice 18

Soit la suite définie par récurrence $u_0 = 65$ et $u_{n+1} = 0.1u_n$. Afficher quelque termes (disons une centaine) et dire si la suite a l'air d'accepter une limite.

Même question pour la suite $u_0 = 200$, $u_{n+1} = 0.99u_n$.

Correction à la page 1150.

En ce qui concerne la possibilité de trouver le premier élément qui dépasse le million, le programme suivant donne une manière d'aborder le problème.

recurrence2.py

```
u=[10]
while u[-1]<1000000:
    u.append(u[-1]*2)

print(len(u))
```

donne

res_recurrence2.txt

```
18
```

Exercice 19

Que fait le programme suivant ?

```
a=10
temps=0
while a<1000000:
    temps=temps+1
    a=a*2
```

Ajouter quelque lignes à ce programme pour afficher les valeurs finales des variables `a` et `temps`.

Correction à la page 1150.

Remarque 4.1.

Le code donné dans le programme `recurrence2.py` (cf. plus haut) donne 17 et celui de l'exercice 19 donne donne 18. Qui a raison ? Le 18 de la seconde méthode est la longueur de la liste construite, donc il indique que le premier terme à passer le million est u_{17} (vu que le premier terme est u_0, la longueur est toujours un plus grande que le numéro du dernier élément).

La réponse est donc que u_{17} est le premier élément à être plus grand que un million, mais u_{17} est le dix-huitième élément de la liste.

Exercice 20
Soit la suite définie par récurrence

$$\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_n = -2u_{n-1} \end{cases}$$

Écrire un programme qui affiche les termes u_0 à u_{20}.

(a) Quel est le premier terme à être plus grand que cent mille ?

(b) Quel est le signe de u_{34} ?

Correction à la page 1150.

4.3 Moyenne, médiane, quartiles

4.3.a Moyenne

Exemple
Un magasin de chaussures a vendu des tailles entre 40 et 45 suivant la distribution suivante :

taille x_i	40	41	42	43	44	45
effectifs n_i	3	5	10	8	2	4

Nous voudrions calculer la moyenne, la médiane et les quartiles de la distribution des tailles de chaussures. Nous allons nous occuper de cela dans les pages qui viennent. △

Pour calculer la moyenne d'une liste, nous devons savoir la longueur et la somme de ses éléments. Python fournit cela assez rapidement. Si `A` est une liste,

(a) `len(A)` est la longueur de `A`,

(b) `sum(A)` est la somme de ses éléments.

Exercice 21
Soit la liste de nombres $-2, 7, 8, 9, 13$.

(a) Écrire un programme qui mets la longueur de cette suite dans la variable `l` et la somme de ses éléments dans la variable `s`.

(b) Afficher à l'écran le nombre `s/l`. Que signifie ce nombre par rapport à la liste ?

Correction à la page 1150.

4.3.b Premier et troisième quartiles

Pour les quartiles, nous nous rappelons que si n est le nombre de valeurs, alors le rang du premier quartile est le premier entier supérieur à $n/4$; et le rang du troisième quartile est le premier entier supérieur à $3n/4$. Par exemple si il y a 15 données, nous calculons $3 \times 15/3 = 11.25$, et le troisième quartile sera la douzième valeur.

Bien entendu python possède une commande qui retourne le premier entier supérieur à un nombre donné. C'est la commande `ceil` du module `math`. En pratique :

exemple_ceil.py

```
import math

print(math.ceil(5))        # 5
print(math.ceil(5.9))      # 6
print(math.ceil(5.1))      # 6
print(math.ceil(0.007))    # 1
```

donne

res_exemple_ceil.txt

```
5
6
6
1
```

De même la fonction `math.floor` retourne le premier entier inférieur à un nombre donné. Par exemple `math.floor(3.89)` vaut 3.

La ligne `import math` s'appelle «importer le module math», et nous n'en dirons sans doute pas plus sur la notion d'import de module. Le module `math` contient encore de nombreuses fonctions mathématiques qui transforment python en une très puissante [1] calculatrice scientifique.

Exercice 22

Écrire un programme qui affiche à l'écran les premiers entiers inférieurs et supérieurs des nombres 0, 7/8 et −3.1.

Correction à la page 1150.

Exercice 23

Écrire un programme qui répond à toutes les questions de l'exemple 4.2.

Correction à la page 1150.

4.4 Simuler un schéma de Bernoulli

Dans cette section, nous voulons créer un programme qui simule mille expériences de Bernoulli et en donne le nombre de succès. Lorsque cela sera fait, nous verrons comment faire mille fois le tout et étudier la distribution du nombre de succès.

Il existe de nombreuses manières de créer un nombre aléatoire qui vaut 0 ou 1 avec probabilité p. Dans le programme suivant nous définissons une fonction qui

(a) choisit un nombre `x` au hasard entre 0 et 1,

(b) retourne 1 si `x` est plus petit que `0.8`,

(c) retourne 0 sinon.

Ensuite le programme donne à la variable `a` la valeur de la fonction et l'affiche. Vous avez 8 chances sur 10 que le programme écrive 1.

ex_bernoulli1.py

```
import random

def bernoulli():
    x=random.uniform(0,1)    # Choisir un nombre au hasard dans l'intervalle [0;1]
    if x<=0.8:
        return 1
    else:
        return 0

a=bernoulli()
print(a)
```

Exercice 24

Dans cet exercice nous allons perfectionner le programme précédent pour que que la fonction accepte de prendre la probabilité de succès en argument. Pour cela, remarquez que `bernoulli` a une paire de parenthèses vide.

Remplacer

```
def bernoulli():
```

par

```
def bernoulli(p):
```

et remplacer les `0.8` par `p` partout où il faut.

Lorsque le programme fonctionne, enregistrez le soigneusement dans votre répertoire personnel parce que vous en aurez encore besoin.

Correction à la page 1151.

Exercice 25

Le programme réalisé pour l'exercice 24 ne permet de réaliser qu'une seule épreuve de Bernoulli. Cet exercice a pour objectif de créer une liste de cent résultats. Pour cela, commencer par tester le programme suivant :

ex_bernoulli2.py

```
for i in range(0,5):
    print("bonjour")
```

1. Pour donner une idée, la mémoire disponible sur des calculatrices modernes est à peu près la même que celle qui était disponible sur Apple II au début des années 1980 ; avec python vous pouvez exploiter toute la mémoire de votre ordinateur, ou de votre téléphone ou de votre tablette ou de quoi que ce soit sur lequel vous avez python.

```
for i in range(0,5):
    print(i)
```

Dans le programme de l'exercice 24, les lignes affichant un résultat étaient :

```
a=bernoulli()
print(a)
```

Mettre ces lignes dans une boucle `for` en suivant l'exemple ci-dessus afin d'afficher cent résultats.

Correction à la page 1151.

Nous voulons aller encore plus loin. Au lieu d'afficher les résultats, nous voulons les enregistrer dans une liste.

(a) Avant la ligne `for i in` , créer une liste vide en ajoutant la ligne

```
liste_resultats=[]
```

(b) À l'intérieur de la boucle, au lieu (ou en plus) de la ligne `print(a)`, mettre la ligne

```
liste_resultats.append(a)
```

Nous comprenons aisément la signification de cette signe, sachant que «append» signifie «ajouter» en anglais.

(c) Enfin, en bout de programme, en dehors de la boucle `for`, afficher la liste en ajoutant

```
print(liste_resultats)
```

Maintenant le programme devrait afficher une centaine de zéros et de uns. C'est une bonne étape.

Pour savoir le nombre de succès, il faut calculer la somme de tous les éléments de la liste. Ajouter les lignes

```
succes=sum(liste_resultats)
print(succes)
```

Exercice 26

Si vous choisissez $p = 0.8$ comme probabilité de réussite, combien de succès vous attendez vous à obtenir en cent épreuves ? Lancez votre programme une dizaine de fois et notez les résultats obtenus.

Correction à la page 1151.

Nous allons maintenant encore complexifier un peu le programme. Le but sera de refaire mille fois les 100 épreuves de Bernoulli et enregistrer le nombre de résultats.

(a) Mettre toute la partie du programme remplissant la liste `liste_resultats` dans une fonction retournant la somme de la liste. Nommer `schema` cette fonction.

(b) Si vous êtes à l'aise, faite que cette fonction prenne en argument `p` et `n` où `n` est le nombre d'épreuves de Bernoulli à effectuer dans un schéma.

(c) Créer une boucle `for` qui répète mille fois la fonction `schema` en enregistrant les résultats dans une nouvelle liste que nous nommerons `liste_succes`.

(d) Afficher la liste.

Tout cela devrait vous donner une liste de 1000 nombres, chacun étant entre 0 et 100.

Nous voudrions surtout savoir combien de fois arrive chaque nombre entre zéro et cent. Si vous avez gardé la probabilité 0.8, vous vous attendez à ce que le 80 soit la valeur la plus représentée. Vous vous attendez aussi à ce que le 3 par exemple serait presque jamais représenté parce qu'il correspondrait à une série d'expérience durant laquelle nous aurions obtenu que trois fois sur 100 un résultat qui est censé arriver 8 fois sur 10.

Cette partie est relativement compliquée, alors nous donnons la solution. Ajoutez à votre programme la fonction suivante :

ex_bernoulli3.py

```
def compte_frequence(A):
    d={}
    for i in range(0,101):
        d[i]=A.count(i)
    return d
```

Cette fonction prend en argument une liste et retourne une liste comptant combien de fois arrive chaque élément. C'est à dire que le premier élément de la liste retournée est le nombre de fois qu'arrive le nombre 0 dans la liste donnée ; le vingtième élément de la liste retournée est le nombre de fois que le 19 arrive dans la liste donnée.

Votre programme devrait maintenant terminer par

```
frequences=compte_frequence(liste\_succes)
print(frequences)
```

L'exécution devrait donner quelque chose du type

{0 : 0, 1 : 0, 2 : 0, 3 : 0, 4 : 0, 5 : 0, 6 : 0, 7 : 0, 8 : 0, 9 : 0, 10 : 0, 11 : 0, 12 : 0, 13 : 0, 14 : 0, 15 : 0, 16 : 0, 17 : 0, 18 : 0, 19 : 0, 20 : 0, 21 : 0, 22 : 0, 23 : 0, 24 : 0, 25 : 0, 26 : 0, 27 : 0, 28 : 0, 29 : 0, 30 : 0, 31 : 0, 32 : 0, 33 : 0, 34 : 0, 35 : 0, 36 : 0, 37 : 0, 38 : 0, 39 : 0, 40 : 0, 41 : 0, 42 : 0, 43 : 0, 44 : 0, 45 : 0, 46 : 0, 47 : 0, 48 : 0, 49 : 0, 50 : 0, 51 : 0, 52 : 0, 53 : 0, 54 : 0, 55 : 0, 56 : 0, 57 : 0, 58 : 0, 59 : 0, 60 : 0, 61 : 0, 62 : 0, 63 : 0, 64 : 1, 65 : 1, 66 : 4, 67 : 8, 68 : 18, 69 : 17, 70 : 63, 71 : 80, 72 : 154, 73 : 191, 74 : 309, 75 : 444, 76 : 581, 77 : 746, 78 : 855, 79 : 986, 80 : 973, 81 : 989, 82 : 877, 83 : 801, 84 : 633, 85 : 442, 86 : 349, 87 : 223, 88 : 140, 89 : 53, 90 : 33, 91 : 17, 92 : 7, 93 : 2, 94 : 1, 95 : 0, 96 : 1, 97 : 0, 98 : 0, 99 : 0, 100 : 0}

Cela est un «dictionnaire» qui donne pour chaque nombre x entre 0 et 100 donne le nombre de fois, qu'en 10000 simulations, on a obtenu x réussites.

Et enfin, nous voudrions dessiner un graphique en barre de cette liste. Il est bien entendu possible de créer un bel histogramme en python, comme montré ici. Cependant, juste pour dire qu'on utilise un tableur, et pour montrer une fonctionnalité trop peu connue dudit tableur, nous allons créer l'histogramme avec un tableur.

Notre objectif est de créer, en python, un fichier qui, lu par le tableur, donne une colonne contenant les nombres de la liste `frequence`. Pour cela il faut savoir que les tableurs peuvent lire des fichiers dits *csv* (Comma Separated Variables). Un tel fichier est simplement un fichier contenant les valeurs à mettre dans le tableur séparées par une virgule. Un saut de ligne dans le fichier correspond à une nouvelle ligne dans le tableur.

Écrivez par exemple ces deux lignes dans un nouveau fichier.

a,b,c
d,e,f

Enregistrez ce fichier sous le nom `fichier.csv`. Ouvrez-le maintenant dans votre tableur préféré.

Ajoutez maintenant la fonction suivante à votre beau programme :

ex_bernoulli4.py

```
def sauvegarde(A,nom_de_fichier):
    f=open(nom_de_fichier+".csv","w")
    l=list(A.keys())
    l.sort()
    for i in l:
        f.write(str(i)+","+str(A[i])+"\n")
```

Cette fonction prend en argument une liste `A` et un nom `nom_de_fichier` et crée un fichier tout prêt à être lu par votre tableur.

Terminez alors votre programme par la ligne

```
sauvegarde(frequences,"mon_fichier")
```

L'exécution de votre programme crée maintenant le fichier `mon_fichier.csv` qu'il vous suffit d'ouvrir avec LibreOffice.

Septième partie

Autres exercices

0.1 Égalité de fonctions

Les identités remarquables :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

Exercice 27

Vrai ou Faux ? Les «vrais» se justifient par un calcul et les «faux» en donnant une valeur de x qui «ne marche pas».

(a) $7x + 1 = 5x + 1$

(b) $x^2 + 4 = (x+2)^2$

(c) $(x-2)^2 = x^2 - (4x-4)$

(d) $\sqrt{x^2} = x$

Correction à la page 1151.

Exercice 28

Calculer `f(3)`, `g(3)`, `f(-1)` et `g(-1)` pour les fonctions `f` et `g` données ci-dessous :

ex_algo8.py

```
def f(x):
    a=x+2
    b=a**2
    return b
```

ex_algo9.py

```
def g(x):
    a=x**2
    b=2*x+4
    c=a+b
    return c
```

Écrire ces deux fonctions sous forme algébrique. Sont-elles égales ? Si non, donner une valeur de `x` pour laquelle elles ne produisent pas le même résultat.

Rappel : en python l'expression `x**2` est x^2 ; c'est équivalent à `x*x`.

Correction à la page 1152.

Exercice 29

Soient les fonctions $f(x) = (x-3)^2 - 16$, $g(x) = x^2 - 6x - 7$ et $h(x) = (x-7)(x+1)$.

(a) Montrer que ces trois fonctions sont égales pour tout x.

(b) Calculer $f(0)$, $f(-1)$, $f(\sqrt{5})$ et $f(3)$. Pour ce faire, vous pouvez utiliser au choix les trois formes données.

Correction à la page 1152.

Exercice 30

Soit $f(x) = x^2 + 3x - 1$ et $g(x) = 15 - 3x$.

(a) Calculer $f(2)$ et $g(2)$.

(b) Est-ce que f et g sont égales ?

(c) Pour quelle valeur de a peut-t-on écrire $f(x) - g(x) = (x-2)(x-a)$?

(d) Résoudre l'équation $x^2 + 3x - 1 = 15 - 3x$, c'est à dire $f(x) - g(x) = 0$.

Les deux premières questions sont (devraient être) faciles. Les deux suivantes sont plus compliquées.

Correction à la page 1152.

Exercice 31

Soit le segment $[AB]$ de longueur 6, et K un point situé à sur $[AB]$ à distance x de A ($x \in [0;6]$).

(a) Dessiner deux carrés sur les segments $[AK]$ et $[KB]$.

(b) L'aire totale de la figure est $A(x) = x^2 + (6-x)^2$. Pourquoi ?

(c) Démontrer que $A(x) = 2x^2 - 12x + 36$.

(d) Démontrer que $A(x) = 2(x-3)^2 + 18$.

(e) Calculer $A(3)$.

(f) Montrer que $A(x) \geqslant A(3)$ pour tout $x \in [0;6]$.

Correction à la page 1152.

0.2 Proportions, pourcentage

Exercice 32

Calcul de pourcentages.

(a) Combien vaut 25% de 40 ?

(b) Combien vaut 120% de 10 ?

Correction à la page 1152.

Exercice 33

Lors de la vérification de l'intégrité d'un disque dur, la barre de progression indique :

```
Vérification des blocs défectueux : 53.58% effectués, 53:16 écoulés.
```

Le temps est exprimé en minutes. Calculer en heures, minutes et secondes le temps total que prendra l'opération.

Correction à la page 1152.

Exercice 34

Résoudre les équations suivantes :

$$110 = 105 + 105\frac{x}{100}$$
$$90 = 110 + 110\frac{x}{100}$$

Si le prix d'un article passe de 105 à 110, quel est le pourcentage d'augmentation ?

Si le prix passe de 110 à 90, ce n'est pas une augmentation mais une diminution. De quel pourcentage ?

Correction à la page 1152.

Exercice 35

Nous avons joué à pile ou face et voici les résultats : $P, P, P, P, F, P, P, P, F, P$. Quelle est la fréquence d'apparition de face ?

Correction à la page 1153.

0.3 À l'ordinateur

IF_TD_seconde.py

```
import random


def lancer():
    x=random.randint(1,6)
    if x == 5 or x == 6 :
        return 1
    else :
        return 0

def jeu():
    gain=0
    for i in range(0,100):
        a=lancer()
        if a==1 :
            gain=gain+1
    return gain

def plusieurs_jeux():
    A=[]
    for i in range(0,500):
        A.append(  jeu()   )
    return A

def graphique():
    import matplotlib
    import matplotlib.pyplot
    matplotlib.use('Agg')
    fig = matplotlib.pyplot.figure()
    ax = fig.add_subplot(111)

    A=plusieurs_jeux()
    X=[]
    Y=[]
    for i,f in enumerate(  A  ):
        X.append(i)
```

```
        Y.append(f)
    ax.scatter(X,Y)

    fig.savefig('mon_beau_graphique.png')

graphique()
```

Exercice 36

Un jeu consiste à lancer 100 fois un dé. Chaque fois que le joueur fait 5 ou 6, il gagne un euro. Le but de l'exercice est de déterminer si nous pouvons accuser l'organisateur du jeu d'avoir truqué le dé si nous ne gagnons que 10 euros.

Ouvrir le fichier `IF_TD_seconde.py`, et répondre aux questions suivantes.

(a) Est-ce raisonnable d'espérer gagner 95 euros à ce jeu ? En moyenne, combien peut-on espérer gagner ?

(b) La ligne `x=random.randint(1,6)` donne à `x` une valeur entière aléatoire entre 1 et 6. Sachant cela, que fait la fonction `lancer` ?

(c) Ajouter au bout du programme les lignes

```
a=lancer()
print(a)
```

et tester quelque fois. Quel est le nombre que vous obtenez le plus souvent ? Est-ce normal ?

(d) Supprimer ces lignes, et regarder la fonction `jeu`. Que fait-elle ?

(e) Ajouter au bout du programme les lignes

```
a=jeu()
print(a)
```

et tester quelque fois. Quels sont les nombres affichés ? Quelle est approximativement la taille des nombres auxquels vous vous attendez ?

(f) Que fait la fonction `plusieurs_jeux` ? Testez-la en ajoutant la ligne suivante au bout du programme :

```
print(plusieurs_jeux())
```

(g) Si on vous proposait soit 19€, soit le droit de jouer à ce jeu, que choisiriez-vous ? Motivez votre réponse à partir des résultats de la fonction `plusieurs_jeux`.

(h) Sur 500 parties, combien (approximativement) se soldent par un gain de moins de 10 euros pour le joueur ? Répondez à la question soit en utilisant la fonction `graphique` toute faite (que vous n'essayerez pas de comprendre), soit en utilisant un peu de votre inventivité.

(i) Un joueur ne gagnant que 10 euros est-il sûr de son coup si il accuse l'organisateur d'avoir fourni un dé pipé ?

Correction à la page 1153.

Exercice 37

Rendez-vous dans le fichier `TD_info_IF_1stmg1.ods`.

(a) Dans l'onglet «Vite et mal fait», Max a cherché l'intervalle de fluctuation à 95% d'une variable aléatoire binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0.7$. Max n'a cependant pas laissé beaucoup de détails permettant de comprendre sa démarche. Ajouter des titres aux colonnes et quelque commentaires pour rendre le fichier plus compréhensible.

(b) La Terre comporte environ sept milliards d'habitants pour 900 millions d'utilisateurs d'un célèbre(?) réseau social. Si nous prenons un échantillon de 30 humains au hasard, quel est l'intervalle de fluctuation du nombre d'utilisateurs de ce réseau ? Sur une classe française de 30 élèves, 29 l'utilisent. Est-ce que cette classe est «normale» par rapport au reste de l'humanité ?

Répondre en montrant vos calculs dans l'onglet «FB».

(c) Une agence spatiale prévoit de mettre 10 satellites en orbite. Le cahier de charge demande que la fiabilité des lanceurs soit telle qu'au moins 9 lancers sur les 10 soient réussis. Nous demandons donc aux ingénieurs de faire en sorte que la probabilité de succès d'un lancer soit telle que la probabilité d'avoir 9 ou 10 réussites sur 10 lancers soit supérieure ou égale à 99%.

Rendez-vous dans l'onglet «fusée». Remplir la colonne `P(X>=n)` et trouver la valeur de `p` pour que `P(X>=9)` soit au moins 0.99.

(d) Tracer un diagramme en bâtons montrant la distribution de probabilité d'une loi binomiale de paramètres $n = 200$ et $p = 0.37$. Quelle est la probabilité, pour cette variable aléatoire, d'obtenir entre 70 et 103 succès sur les 200 tentatives ?

Mettre les réponses dans l'onglet «Bernoulli».

Correction à la page 1153.

Exercice 38

L'entrée au cirque coûte 24 euros, mais pour faire un peu de publicité, chaque client lance un dé avant de payer. Si il obtient 6 il entre sans payer, si il obtient 1 il paye demi-tarif et dans les autres cas il paye les 24 euros.

(a) Écrire un programme qui simule le lancer d'un dé et qui donne le prix à payer.

(b) Simuler les recettes pour un spectacle réunissant 500 spectateurs.

Correction à la page 1153.

0.3.a Théorie

Exercice 39

(a) Écrire la relation de Chasles.

(b) Comment s'exprime le fait que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ en termes de parallélogramme ? Faire un dessin à main levée.

(c) Donner une propriété vectorielle concernant le milieu d'un segment et dessiner une figure à main levée.

(d) Donner la définition de deux vecteurs colinéaires.

(e) Donner deux méthodes pour démontrer que 3 points sont alignés.

Correction à la page 1153.

Exercice 40

(a) Que signifie, en termes de vecteurs, le fait que le point M pour pour coordonnées $(x; y)$ dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$?

(b) Donner la définition des coordonnées du vecteur $\vec{a}$ dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

Correction à la page 1153.

Exercice 41

Soient les points A et B de coordonnées $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ dans un repère.

(a) Quelles sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$?

(b) Quelles sont les coordonnées du milieu du segment $[AB]$?

Correction à la page 1153.

0.4 Binomiale

Exercice 42

Une entreprise doit engager un nouvel expert comptable et doit donc organiser les entrevues avec certains des 200 candidats ayant envoyés leurs CV. Le service de recrutement sait qu'en moyenne six candidat convoqué sur dix se présente à l'entrevue.

Pour des raisons d'organisation, il faudrait qu'au moins 100 candidats se présentent, et au maximum 140. Quelle est la probabilité que cela se produise si tous les candidats sont convoqués ?

Correction à la page 1153.

Exercice 43 [58]

Un entraineur a étudié les statistiques des tirs au but de ses joueurs. Il a alors remarqué qu'un joueur pris au hasard dans l'équipe marque le but avec une probabilité 0.55. On admet que les épreuves de tir au but sont des expériences aléatoires identiques (on néglige les effets psychologiques dus à la fatigue par exemple).

Durant un entrainement un joueur tire une série de 5 ballons.

(a) Calculer la probabilité qu'il réussisse tous ses tirs.

(b) Calculer la probabilité qu'il réussisse exactement 3 tirs.

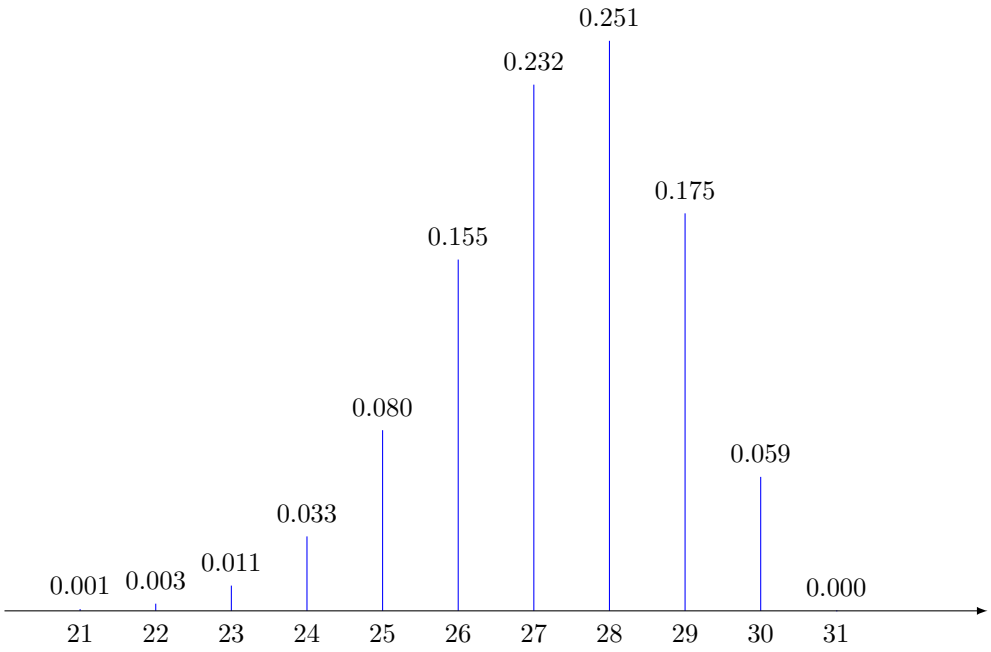
(c) Calculer la probabilité qu'il réussisse au moins un tir.

(d) Calculer le nombre de tirs au but que le joueur doit effectuer pour que la probabilité d'en marquer au moins un soit supérieure à 0.9999.

Correction à la page 1153.

Exercice 44 [58]

Nous avons représenté ci-dessous la distribution de probabilité d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = 0.91$.



(a) Déterminer l'intervalle de fluctuation bilatéral au seuil 95%.

(b) Un ingénieur présente une machine en disant qu'elle crée une pièce défectueuse dans 9% des cas. Sur un échantillon de 30 pièces, vous en observez 21 sans défauts. Que pensez-vous de l'affirmation de l'ingénieur ?

Correction à la page 1154.

Ici, quelque exercices qui pour une raison ou une autre ne sont pas présenta ailleurs. Il faudrait sans doute les classer.

Exercice 45

<+Exo2smath-0390+>

Correction à la page 1154.

Exercice 46

<+Exo2smath-0330+>

Correction à la page 1154.

Exercice 47

<+Exo2smath-0396+>

Correction à la page 1154.

Exercice 48

<+Exo2smath-0369+>

Correction à la page 1154.

Exercice 49

<+Exo2smath-0358+>

Correction à la page 1154.

Exercice 50

<+Exo2smath-0364+>

Correction à la page 1154.

Exercice 51

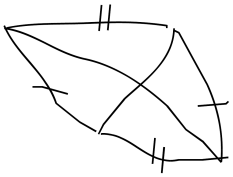
<+Exo2smath-0397+>

Correction à la page 1154.

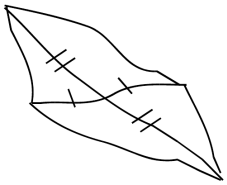
Exercice 52 [3]

Parmi les figures suivantes, lesquelles sont des parallélogrammes ?

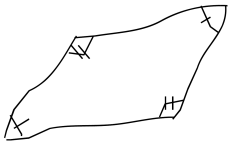
(a)



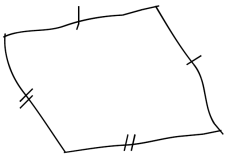
(b)



(c)



(d)



Correction à la page 1154.

Exercice 53

<+Exo2smath-0334+>

Correction à la page 1154.

Exercice 54

<+Exo2smath-0386+>

Correction à la page 1154.

Exercice 55

Un amant du risque fait un placement à haut rendement. La première année il place 750€ et obtient un taux de 12%. La seconde année il ajoute 1200€ mais un «ajustement du marché» lui fait perdre 40% de ses avoirs. Quelle somme possède-t-il encore sur son placement ?

Correction à la page 1154.

Exercice 56

<+Exo2smath-0365+>

Correction à la page 1154.

Exercice 57

<+Exosmath-0326+>

Correction à la page 1154.

Exercice 58

<+Exo2smath-0360+>

Correction à la page 1154.

Exercice 59

<+Exo2smath-0398+>

Correction à la page 1154.

Exercice 60

<+Exo2smath-0354+>

Correction à la page 1155.

Exercice 61

<+Exo2smath-0375+>

Correction à la page 1155.

Exercice 62

Donner graphiquement les solutions des inéquations données à la figure 1.

Correction à la page 1155.

Exercice 63

<+Exo2smath-0331+>

Correction à la page 1155.

Exercice 64

<+Exo2smath-0373+>

Correction à la page 1155.

Exercice 65

Cette série concerne les identités remarquables.

(a) Développer $(1+x)^2$

(b) Développer $(1-a)^2$

(c) Factoriser $9-a^2$

(d) Factoriser $(x-1)^2-49$

(e) Factoriser $a^2+8a+16$

(f) Résoudre $x^2+6x+9=0$

Correction à la page 1155.

Exercice 66

<+Exo2smath-0335+>

Correction à la page 1155.

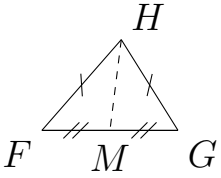
Exercice 67

<+Exo2smath-0379+>

Correction à la page 1155.

Exercice 68

Que vaut l'angle $\widehat{HMG}$?



(attention : le dessin n'est pas spécialement précis !)

Correction à la page 1155.

Exercice 69

<+Exo2smath-0394+>

Correction à la page 1155.

Exercice 70

<+Exo2smath-0368+>

Correction à la page 1156.

Exercice 71

<+Exo2smath-0391+>

Correction à la page 1156.

Exercice 72

Nathalie pense qu'en lançant deux dés on obtient plus souvent le huit que le six. Elle a écrit le programme suivant :

$d = 0$
$n = 0$
Tant que d est différent de 8, faire :
    $n = n + 1$
    a est pris au hasard dans $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
    b est pris au hasard dans $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
    d prend la valeur $a + b$
Écrire n

(a) Que fait ce programme ?

(b) Comment faut-il l'utiliser pour savoir si 8 sort plus ou moins souvent que 6 ?

Correction à la page 1156.

Exercice 73

Esquisser le graphe de la fonction donnée par le programme suivant :

ex_algo24.py

```
def f(x):
    if x<-1:
        return 2*x+1
    if x>=-1:
        return x*x/2
```

Correction à la page 1156.

Exercice 74

Philippe dit à Louis :

— Choisi un nombre entre 1 et 10
— multiplie par 2
— fais +6
— divise par 2
— soustrais ton nombre de départ.
— Maintenant tu as obtenu 3.

Prendre la place de Louis, effectuer les calculs. Est-ce que Philippe a raison ? Pourquoi ?

Correction à la page 1156.

Exercice 75

<+Exo2smath-0346+>

Correction à la page 1156.

Exercice 76

<+Exo2smath-0353+>

Correction à la page 1156.

Exercice 77

<+Exo2smath-0356+>

Correction à la page 1156.

Exercice 78

<+Exo2smath-0362+>

Correction à la page 1156.

Exercice 79 (4 points)

Calculer les intégrales suivantes.

(a) $\displaystyle\int_0^1 \cos\left(x\frac{\pi}{2}\right) + x^4\,dx$;

(b) $\displaystyle\int_0^1 xe^{x^2}\,dx$, par changement de variable ;

(c) $\displaystyle\int_0^1 x^2e^x\,dx$, par parties.

(d) Utiliser le fait que $\displaystyle\int_{\pi/2}^{\pi} \sin^2(x)\,dx = \frac{\pi}{4}$ pour calculer la valeur de $\displaystyle\int_{\pi/2}^{\pi} \cos^2(x)\,dx$.

Correction à la page 1156.

Exercice 80

<+Exo2smath-0367+>

Correction à la page 1157.

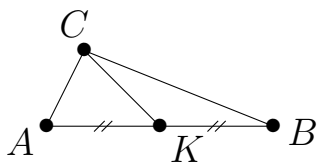
Exercice 81

<+Exo2smath-0361+>

Correction à la page 1157.

Exercice 82

Le triangle ABC a pour aire $45\,\text{m}^2$. Quelle est l'aire du triangle BKC ?



Correction à la page 1157.

Exercice 83

<+Exo2smath-0384+>

Correction à la page 1157.

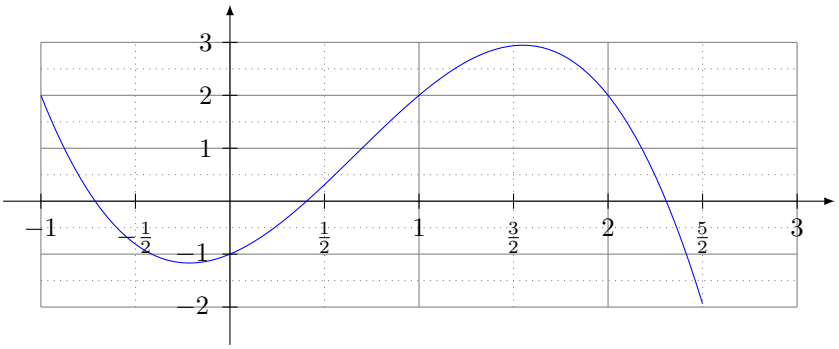
Exercice 84

<+Exo2smath-0363+>

Correction à la page 1157.

Exercice 85

À partir du graphe ci-contre de la fonction f, répondre aux questions suivantes.



(a) Donner les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

(b) Sur quel intervalle la fonction est-elle croissante ?

(c) Quel est le maximum de la fonction sur l'intervalle $[-1, \frac{1}{2}]$?

(d) Quel est le maximum de la fonction sur l'intervalle $[\frac{1}{2}, 2]$?

(e) Étudier les variations de cette fonction.

(f) Donner les antécédents de 2.

(g) Quelle est l'image de -1 par f ?

Correction à la page 1157.

Exercice 86

<+Exo2smath-0392+>

Correction à la page 1157.

Exercice 87

<+Exo2smath-0376+>

Correction à la page 1157.

Exercice 88

<+Exo2smath-0382+>

Correction à la page 1157.

Exercice 89

<+Exo2smath-0348+>

Correction à la page 1157.

Exercice 90

<+Exo2smath-0351+>

Correction à la page 1157.

Exercice 91

<+Exo2smath-0340+>

Correction à la page 1157.

Exercice 92

<+Exo2smath-0333+>

Correction à la page 1157.

Exercice 93

<+Exo2smath-0393+>

Correction à la page 1157.

Exercice 94

<+Exo2smath-0377+>

Correction à la page 1157.

Exercice 95

<+Exo2smath-0339+>

Correction à la page 1157.

Exercice 96

Quelles sont les règles du jeu décrit par le programme suivant ?

x est un nombre entier aléatoire entre 0 et 100
$n = 0$
Tant que n est différent de x, faire :
    demander la valeur de n
    si ..... :
        Écrire «plus grand»
    si ..... :
        Écrire «plus petit»
Écrire «gagné !»

Correction à la page 1157.

Exercice 97

Lorsqu'on interrompt le professeur dans ses explications, il ne s'agit pas d'une attaque vis à vis du professeur, mais bien d'une attaque contre les élèves qui veulent écouter et comprendre. Commenter cette affirmation en un texte de pas moins de 300 mots.

Correction à la page 1158.

Exercice 98 (3 points)

Résoudre par séparation des variables l'équation différentielle

$$x' = tx^2. \tag{0.3}$$

Une fois obtenue la solution générale de l'équation (0.3) trouver son unique solution qui satisfait la condition $x(2) = 1$.

Correction à la page 1158.

Exercice 99

<+Exo2smath-0370+>

Correction à la page 1158.

Exercice 100

<+Exo2smath-0366+>

Correction à la page 1158.

Exercice 101

(a) Mettre 2 en évidence dans l'expression $2x + 4$.

(b) Simplifier
$$\frac{3x + 6}{3}.$$

(c) Résoudre
$$\frac{6x}{7} = 3.$$

(d) Développer $x^2(1 + x)$.

Correction à la page 1158.

Exercice 102

(a) Résoudre
$$\frac{31}{27}x = 1.$$

(b) Quelles sont les coordonnées du milieu du segment délimité par les points $A = (1; 2)$ et $B = (-3; 8)$?

(c) Simplifier
$$\frac{x^2 - 9}{x + 3}.$$

(d) Résoudre
$$3x + 1 = 1.$$

Correction à la page 1158.

Exercice 103

<+Exo2smath-0380+>

Correction à la page 1159.

Exercice 104

<+Exo2smath-0357+>

Correction à la page 1159.

Exercice 105

<+Exo2smath-0328+>

Correction à la page 1159.

Exercice 106

<+Exo2smath-0341+>

Correction à la page 1159.

Exercice 107

<+Exo2smath-0336+>

Correction à la page 1159.

Exercice 108

<+Exo2smath-0381+>

Correction à la page 1159.

Exercice 109 (2 points)

Trouver les intervalles sur lesquels les fonctions $f_1(x) = x^3 + 1$ et $f_2 = \dfrac{x}{x-2}$ sont strictement monotones et déterminer leurs fonctions réciproques.

Correction à la page 1159.

Exercice 110

<+Exo2smath-0378+>

Correction à la page 1160.

Exercice 111

Nous considérons l'équation différentielle

$$\frac{dx}{dt} = -x\ln(c/2\pi)\sin(t) + \frac{x}{t}.$$

(a) Vérifier que la fonction

$$x(t) = te^{\ln(c/2\pi)\cos(t)}$$

avec $c > 0$ est une solution.

(b) Calculer la limite $\lim_{t\to\infty} x(t)$.

(c) Calculer $x(0)$.

(d) Pour quelle valeur(s) de t avons nous $x(t) = c$?

Correction à la page 1160.

Exercice 112

Déterminer lorsqu'elles existent les limites suivantes

(a) $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2$;

(b) $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 - x^4$;

(c) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2-2}{x+1}$;

(d) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+1}{x^3}$;

(e) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sin x$;

(f) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2^x$;

(g) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$;

Correction à la page 1160.

Exercice 113

<+Exo2smath-0329+>

Correction à la page 1161.

Exercice 114

Les réponses à cet exercice peuvent dépendre de a et de x.

(a) Simplifier
$$\frac{6+12a}{3}.$$
(b) Résoudre
$$\frac{2x+1}{3}=7$$
(c) Mettre x en évidence dans ax^2-x.

(d) Mettre au même dénominateur et effectuer la somme
$$\frac{a}{4}+\frac{2}{x}.$$

Correction à la page 1161.

Exercice 115

(a) Résoudre $3x+4=6$

(b) Calculer
$$\frac{1}{3}+\frac{1}{7}.$$
(c) Quelle est l'aire d'un carré de côté de $12\,\text{cm}^2$.

(d) Simplifier
$$\frac{2x+4}{2}.$$

Correction à la page 1161.

Exercice 116

Soient les points $A=(-3;5)$, $B=(2;3)$, $C=(12;-1)$ et $D=(7;\frac{1}{2})$.

(a) Démontrer que les points A, B et C sont alignés.

(b) Le point D est-il sur la droite (AB) ?

(c) Calculer les longueurs AB et BC.

Correction à la page 1161.

Exercice 117

Un élève doit tracer un carré de 3 cm de côté, mais il choisit le carreau comme unité (8 mm). Il dessine donc un carré de 3 carreaux de côté.

(a) Que mesure-t-il avec sa règle comme diagonale de son carré ?

(b) Donner la fonction qui à x fait correspondre la longueur en centimètres d'un carré de x carreaux de côté. De quel type de fonction s'agit-t-il ? Quel est son coefficient directeur ?

Correction à la page 1161.

Exercice 118

<+Exo2smath-0385+>

Correction à la page 1161.

Exercice 119

Si huit poules pondent huit œufs en huit jours, combien d'œufs pond une poule en un jour ?

Correction à la page 1161.

Exercice 120

<+Exo2smath-0337+>

Correction à la page 1161.

Exercice 121 (5 points)

Compléter le tableau suivant en considérant $\alpha \neq -1$, $\alpha \neq -2$.

Primitive $\int f(x)\,dx$	Function $f(x)$	Dérivée $f'(x)$
$\sin(x) + C$	...	...
...	$\sin(3x)$	...
...	...	$-\frac{1}{x^2}$
...	$\ln(x)$	...
...	...	$(\alpha+1)x^\alpha$
$\frac{e^{5x}}{5} + C$	...	...
...	$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$	...
...	$\arcsin(x)$	...

Correction à la page 1161.

Exercice 122

<+Exo2smath-0387+>

Correction à la page 1162.

Exercice 123

<+Exo2smath-0342+>

Correction à la page 1162.

Exercice 124

<+Exo2smath-0136+>

Correction à la page 1162.

Exercice 125

<+Exo2smath-0371+>

Correction à la page 1162.

Exercice 126

<+Exo2smath-0389+>

Correction à la page 1162.

Exercice 127

Vérifier que $x(t) = \sin(t)$ est une solution de l'équation différentielle

$$x'' = -x. \tag{0.4}$$

Pour quelles valeurs des paramètres A et B la fonction $x(t) = A\sin(t) + B\cos(t)$ est-elle solution de l'équation (0.4) ?

Correction à la page 1163.

Exercice 128

<+Exo2smath-0372+>

Correction à la page 1163.

Exercice 129

Lors d'un sondage, 2% des personnes interrogées (soient 40 personnes) ne se prononcent pas. Combien de personnes ont été interrogées ?

Correction à la page 1163.

Exercice 130

<+Exo2smath-0349+>

Correction à la page 1163.

Exercice 131

<+Exo2smath-0345+>

Correction à la page 1163.

Exercice 132

<+Exo2smath-0343+>

Correction à la page 1163.

Exercice 133

Écrire un algorithme qui demande à l'utilisateur de rentrer la longueur des trois côtés d'un triangle et qui dit si le triangle est rectangle ou non.

Correction à la page 1163.

Exercice 134

<+Exo2smath-0338+>

Correction à la page 1163.

Exercice 135

<+Exo2smath-0352+>

Correction à la page 1163.

Exercice 136 Histoires de calendrier

Pour cet exercice il faudra tenir compte du fait que les calendriers commencent en l'an 1 (et non zéro) et n'ont pas d'an zéro.

(a) Le calendrier révolutionnaire commence en l'an 1792. En quelle année sommes nous actuellement selon ce calendrier ?

(b) Le calendrier musulman commence en l'année 622. Selon ce calendrier, en quelle année est mort Jules César (-44 de notre calendrier) ?

(c) Le calendrier hébraïque commence en l'an -3761 de notre calendrier. En quelle année sommes nous actuellement selon ce calendrier ?

Correction à la page 1163.

Exercice 137

En vous basant sur votre expérience personnelle, écrire un texte de pas moins de 300 mots sur le thème «est-il raisonnable d'interdire de fumer dans les gares et sur les quais ?».

Correction à la page 1163.

Exercice 138

<+Exo2smath-0383+>

Correction à la page 1163.

Exercice 139

Nathalie pense qu'en lançant deux dés on obtient plus souvent le huit que le six. Elle a écrit le programme suivant :

$d = 0$
$n = 0$
Tant que d est différent de 8, faire :
    $n = n + 1$
    a est pris au hasard dans $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
    b est pris au hasard dans $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
    d prend la valeur $a + b$
Écrire n

(a) Écrire ce programme sur l'ordinateur et le tester.

(b) Le modifier pour avoir une idée de la fréquence du 8 et du 6 lorsqu'on lance deux dés.

(c) Finalement, est-ce le 6 ou le 8 qui est le plus fréquent ?

Correction à la page 1163.

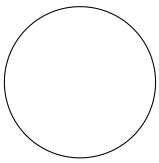
Exercice 140

Soient les points $A(-1;1)$, $B(3;13)$ et $C(7;5)$. Faire un dessin et montrer par le calcul que C est sur la médiatrice de $[AB]$. Rappel : la médiatrice d'un segment est la droite passant perpendiculairement par le milieu du segment.

Correction à la page 1163.

Exercice 141

Donner une construction qui permet de retrouver le centre de ce cercle (conseil : dessinez-en un plus grand au brouillon).



Correction à la page 1163.

Exercice 142

<+Exo2smath-0395+>

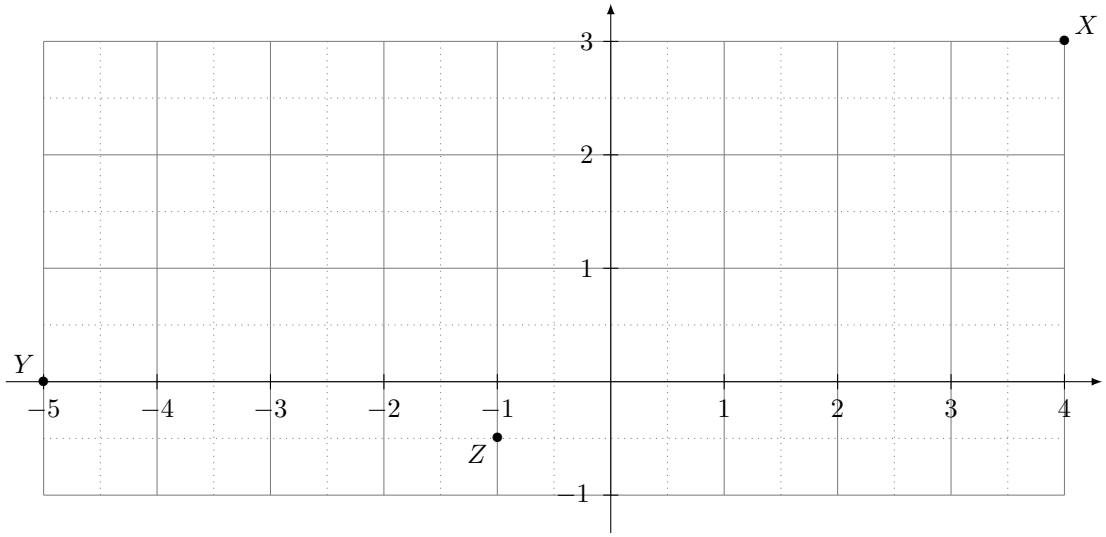
Correction à la page 1163.

Exercice 143

<+Exo2smath-0359+>

Correction à la page 1164.

Exercice 144



Répondre aux questions suivantes en utilisant le repère orthonormé donné.

(a) Placer les points $A = (1;3)$, $B = (-1;0)$, $C = (1, \frac{3}{2})$.

(b) Donner les coordonnées des points X, Y et Z.

Correction à la page 1164.

Exercice 145

<+Exo2smath-0347+>

Correction à la page 1164.

Exercice 146

<+Exo2smath-0355+>

Correction à la page 1164.

Exercice 147 (6 points)

Déterminer dans chaque cas le domaine de définition, la périodicité et/ou les symétries éventuelles et les limites aux extrêmes du domaine. Calculer ensuite la dérivée de la fonction, la où elle est définie.

(a) $f_1(x) = x^3 - 1$;

(a1) Domaine de définition : ...

(a2) La fonction est périodique ? Si oui, trouver sa période.

(a3) La fonction est paire ? Impaire ? Expliquer.

(a4) Limites aux extrêmes du domaine : ...

(a5) Dérivée : ...

(b) $f_2(x) = e^{\cos(x)}$;

(b1) Domaine de définition : ...

(b2) La fonction est périodique ? Si oui, trouver sa période.

(b3) La fonction est paire ? Impaire ? Expliquer.

(b4) Limites aux extrêmes du domaine : ...

(b5) Dérivée : ...

(c) $f_3(x) = \dfrac{x}{x-2}$;

(c1) Domaine de définition : ...

(c2) La fonction est périodique ? Si oui, trouver sa période.

(c3) La fonction est paire ? Impaire ? Expliquer.

(c4) Limites aux extrêmes du domaine : ...

(c5) Dérivée : ...

Correction à la page 1164.

Exercice 148

<+Exo2smath-0399+>

Correction à la page 1165.

Exercice 149

(a) Résoudre l'équation $(7x-3)(11x+1)-2(7x-3)=0$.

(b) Donner par le calcul une valeur de x pour laquelle $(x+2)^2-(x+1)^2=1$.

(c) Résoudre $5(3x-1)=x(3x-1)$.

Correction à la page 1165.

Exercice 150

Nous vous suggérons de regarder la vidéo
http://www.youtube.com/watch?v=XYjUUGQhehs
qui explique comment s'obtient l'équation différentielle du circuit électrique RC.

Le résultat est que si on impose une tension V aux bornes du circuit comprenant une résistance R et un condensateur de capacité C, l'équation qui régit la tension u_C aux bornes du condensateur est

$$V = RC\frac{du_C}{dt} + u_C. \tag{0.5}$$

La charge sur le condensateur est donnée par $q(t) = Cu_C(t)$.

Déterminer la fonction $u_C(t)$ en résolvant l'équation différentielle (0.5). En déduire la fonction $q(t)$ en supposant que $q(0) = 0$. Calculer $\lim_{t\to\infty} q(t)$.

Correction à la page 1165.

Exercice 151

<+Exo2smath-0344+>

Correction à la page 1166.

Exercice 152

<+Exo2smath-0085+>

Correction à la page 1166.

Exercice 153

<+Exo2smath-0388+>

Correction à la page 1166.

Exercice 154

<+Exo2smath-0332+>

Correction à la page 1167.

Exercice 155

<+Exo2smath-0137+>

Correction à la page 1167.

Exercice 156

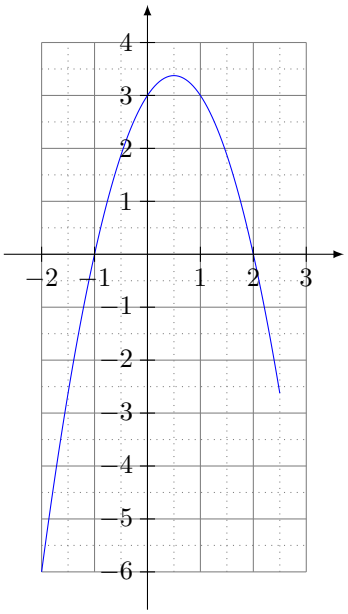
<+Exo2smath-0374+>

Correction à la page 1167.

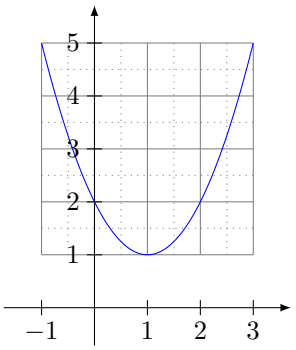
Exercice 157

<+Exo2smath-0350+>

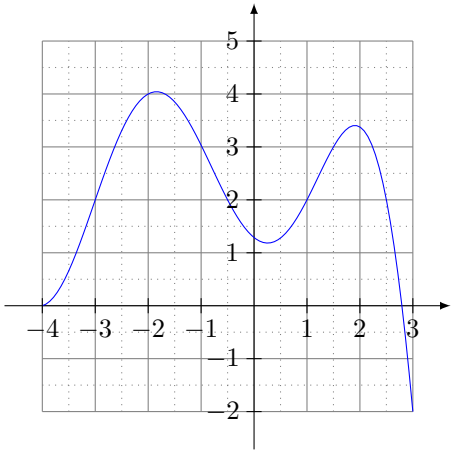
Correction à la page 1167.



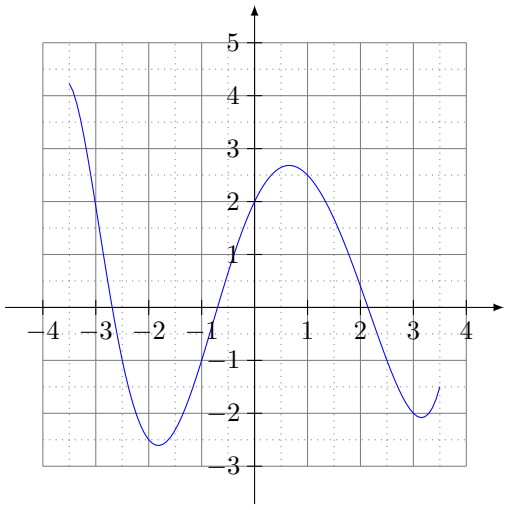
(a) Résoudre $f(x) > 0$



(b) Résoudre $f(x) \leqslant 0$



(c) Résoudre $f(x) \geqslant 2$



(d) Résoudre $f(x) < -1$

FIGURE 1 – inéquations pour l'exercice 62.

Huitième partie

Autres

0.1 Exercices pour TSTL

Exercice 158

Soit la fonction f donnée par

$$f(x) = x + \frac{4}{x-1}.$$

(a) Calculer les limites de f lorsque x tend vers 1 et $+\infty$. Expliquer les conséquences graphiques des résultats.

(b) Donner la dérivée de f.

(c) Écrire le tableau de variations de f.

Correction à la page 1167.

Exercice 159

Chaque année, le PIB augmente de 5%. Soit P_0 le PIB de l'an 2000, et nous notons P_n les PIB des années suivantes.

(a) Donner en fonction de P_0 la valeur de P_1, P_2 et P_3.

(b) Quel type de suite numérique suit le PIB ? Écrire une formule donnant P_n en termes de n et de P_0.

(c) Au bout de combien d'années le PIB a-t-il doublé ?

Correction à la page 1167.

Exercice 160

Soit le nombre complexe $z = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$.

(a) Écrire z sous forme exponentielle.

(b) Calculer z^2.

(c) Donner une formule donnant z^n sous forme exponentielle en fonction de l'entier non nul n.

(d) Soit (r_n) la suite donnée par les modules de z^n. Quelle est sa limite ?

Correction à la page 1167.

Exercice 161

Soit la fonction

$$f(x) = \frac{3x-2}{x-1}.$$

(a) Montrer par un calcul que $f(x)$ est égal à $3 + \frac{1}{x-1}$.

(b) Calculer la limite $\lim_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)$.

(c) Donner l'équation de la tangente au graphe de f au point d'abscisse $x = 2$.

Correction à la page 1167.

Exercice 162

Soit $z_0 = 3e^{i\pi/3}$ et la suite définie par récurrence par

$$z_{n+1} = \frac{z_n}{4}\left(\sqrt{2} + i\sqrt{2}\right).$$

(a) Calculer les termes z_0, z_1, z_2 et z_3.

(b) Nous nommons r_n le module de z_n. Donner une expression de z_n en fonction de z.

(c) Quelle est la limite de la suite définie par les r_n ?

Correction à la page 1167.

Exercice 163

Soit la fonction $f(x) = \dfrac{e^{-x} - 2e^{x}}{1 + 3e^{2x}}$.

(a) Laquelle des trois propositions suivantes est correcte ?

(a1) $f(x) = \frac{1-2e^{2x}}{e^{x}+3e^{3x}}$

(a2) $f(x) = \frac{e^{-x}-2}{1+3e^{x}}$.

(a3) $f(x) = \frac{1-2e^{x}}{e^{x}+3}$

(b) Donner une valeur de a pour laquelle $f(a) < 0$.

Correction à la page 1167.

Exercice 164

Le but de cet exercice est de donner une méthode pour trouver une solution approchée à une équation du type $f(x) = 0$ en utilisant la dérivée de f.

Montrer que la tangente au graphe de f au point d'abscisse a coupe l'axe des abscisses en

$$x = a - \frac{f(a)}{f'(a)}.$$

Pour rappel, l'équation de la tangente est donnée par $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.

Soit $f(x) = (x + 3)(x - 4)$ et $u_0 = 7$.

(a) Calculer $f(u_0)$ et $f'(u_0)$. Donner l'équation de la tangente au graphe de f au point d'abscisse u_0.

(b) Soit u_1 le point d'abscisse de l'intersection de cette tangente avec l'axe horizontal.

(c) Faire un dessin

(d) Continuer, sur le même modèle à calculer u_2 et u_3, en valeurs approchées.

(e) En regardant sur le dessin, vers quelle valeur converge la suite (u_n) ?

Après avoir fait tout ça, qu'est-ce que vous pensez de la suite donnée par récurrence par

$$u_{n+1} = u_n - \frac{f(u_n)}{f'(u_n)}.$$

Donner une solution approchée de l'équation $\ln(x) + x = 0$.

Correction à la page 1167.

0.2 Suites arithmétiques

Une suite arithmétique peut également être écrite sous forme «non récurrence». Soit la suite arithmétique

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 3. \end{cases}$$

Nous avons $u_1 = 2+3$, $u_2 = 2+3+3$, $u_3 = 2+3+3+3$, etc. Donc $u_n = 2+3n$. Plus généralement pour une suite dont le terme initial est u_0 et la raison vaut a, nous avons

$$u_n = u_0 + na.$$

Si par contre le terme initial est u_1, alors nous avons

$$u_n = u_1 + (n-1)a.$$

Ce qui est important à retenir est que la raison d'une suite arithmétique est le multiple de n.

0.3 Pour la dérivation

Exercice 165 [59]

Placer les points suivants et pour chacun d'eux, tracer la droite de coefficient directeur donné.

Point	$A(-2;4)$	$B(-1;1)$	$C(-0.5;0.25)$	$D(0.5;0.25)$	$E(1;1)$	$F(2;4)$
Coefficient directeur	-4	-2	-1	1	2	4

Correction à la page 1167.

Exercice 166 [59]

Placer les points suivants et pour chacun d'eux, tracer la droite de coefficient directeur donné.

Point	$A(-2;-0.5)$	$B(-1;-1)$	$C(-0.5;-2)$	$D(0.5;2)$	$E(1;1)$	$F(2;0$
Coefficient directeur	-0.25	-1	-4	-4	-1	-0.2

Correction à la page 1167.

Chapitre 1

Les feuilles toutes faites

Pour aller en salle info

Exercice 1

Le professeur de math a déposé son cours contenant des exercices de devoirs corrigés en détail quelque part sur internet. Sachant le nom du professeur et qu'il s'agit d'un document nomé `smath.pdf` contenant des cours de lycée, le retrouver, le télécharger et le conserver.

Rechercher dans le document le chapitre concernant les questions déjà posées en devoir surveillé.

Correction à la page 1167.

Exercice 2

L'entreprise Valaba loue des bus de 50 places pour transporter des supporters de foot. Louer un bus coûte 800 euros.

(a) Un groupe de 40 personnes veut louer un bus. Combien devra payer chaque participant ?

(b) Même question pour un groupe de 67 participants.

(c) Esquisser le graphe de la fonction qui à x fait correspondre le prix à payer par chaque supporter pour un groupe de x personnes (pour x entre 0 et 150).

(d) Afin d'aider le secrétariat de Valaba, écrire un programme qui demande le nombre de supporters à transporter et affiche le prix à payer par chacun. Se limiter au cas du nombre de personnes inférieur à 50.

Extensions possibles.

(a) Améliorer le programme pour qu'il puisse répondre à la question pour un nombre de voyageurs allant jusqu'à 100, 150 ou plus.

(b) Faire tracer le graphe donnant le prix par personne en fonction du nombre de personnes.

(c) Si les supporters ne veulent pas payer plus de 20 euros par personne, combien doivent s'inscrire ? (attention : question plus difficile qu'il paraît)

Correction à la page 1167.

Exercice 3

Écrire un programme qui demande à l'utilisateur d'entrer deux fois un mot de passe et qui vérifie si ils sont identiques.

Correction à la page 1167.

Exercice 4

Écrire un programme qui simule des lancers de dés jusqu'à ce que le 6 sorte. Le programme doit donner le nombre de lancers simulés avant d'obtenir un 6. L'essayer plusieurs fois et noter les nombres.

Automatiser le tout pour estimer combien d'essais il faut en moyenne pour obtenir un 6.

Correction à la page 1168.

Exercice 5

Dans cet exercice nous voulons traiter la question suivante : nous tirons deux nombres au hasard entre 1 et 100. Quelle est la probabilité que la somme soit divisible par 4 ?

Aide : pour tester si un nombre x est divisible par 4 il faut faire : `SI` $x\%4 == 0$ `ALORS`.

(a) Écrire un programme qui choisit

deux nombres au hasard entre 1 et 100, calcule la somme et dit si il est divisible par 4.

(b) Modifier le programme pour faire 1000 essais et compter combien de fois la somme a été divisible par 4.

(c) Aller lire l'aide d'Algobox pour comprendre pourquoi la condition `SI` $x\%4 == 0$ `ALORS` teste bien la divisibilité par 4.

Correction à la page 1168.

Exercice 6

L'ordinateur choisit un nombre au hasard entre 0 et 1000. Le joueur doit le trouver en donnant des propositions auxquelles l'ordinateur répond par «plus grand» ou «plus petit». Lorsque le joueur trouve le bon nombre, l'ordinateur affiche «gagné !» et le programme s'arrête.

Extensions possibles :

(a) Faire en sorte que l'ordinateur joue tout seul.

(b) Faire jouer 20 parties et afficher le nombre d'essais qu'il faut pour gagner.

Correction à la page 1168.

Exercice 7

Nous voulons donner une approximation du nombre π de la façon suivante : nous tirons 500 points au hasard dans le carré centré à l'origine et de côté 2.

(a) Quelle est l'aire de ce carré ?

(b) Quelle est l'aire du cercle de rayon 1 centré en $(0;0)$?

(c) Faire un dessin des deux.

(d) Quelle est (en théorie) la probabilité pour qu'un point au hasard dans le carré soit dans le cercle ?

Correction à la page 1168.

Exercice 8

À propos de lancers de dés.

(a) Écrire un programme qui simule le lancé d'un dé (i.e. qui choisit un nombre au hasard entre 1 et 6) et qui dit «oui» si le nombre choisit est 3.

(b) Écrire un programme qui simule 50 lancers de dés et qui donne la fréquence d'apparition du 3 (en comptant le nombre de 3 qui sortent). Vous devriez obtenir un nombre pas loin de 1/6, c'est à dire environ 0.166.

Essayer avec plus que 50 lancers : 100, 1000, ...

(c) Écrire un programme qui évalue la probabilité d'obtenir une somme de 10 en lançant 4 dés.

Correction à la page 1168.

Exercice 9

Qu'affiche le programme suivant ?

ex_algo19.py

```
x=2
a=x+7
afficher a
```

Tester celui-ci sur quelque valeurs que l'utilisateur pourrait donner.

ex_algo20.py

```
demander x

a=2*x
b=a+5

afficher b
```

Correction à la page 1168.

Exercice 10

Suite à un plantage d'ordinateur, Luc, l'informaticien de service, parvient à récupérer ce bout de programme servant à calculer le pourcentage de réduction auquel à droit un client (sur un article qui coûte 250 euros) :

Prix prend la valeur 250
Écrire « Quel est l'âge du client ?»
Demander n
Si $n < 25$ alors
    P prend la valeur $250 \times \frac{100-n}{100}$
Si $n > 25$ alors
    P prend la valeur $250 \times l$
Afficher P

Malheureusement Luc n'a pas pu récupérer la valeur de l. En regardant dans les archives des clients, Luc trouve une cliente de 30 ans qui a payé 125 euros. Est-ce qu'on peut en déduire la valeur de l ?

Quel type de réduction est appliquée aux clients de moins de 25 ans ?

Est-ce qu'il ne manque pas encore un bout de programme ?

Correction à la page 1168.

Exercice 11

entrer xA, yA, xB, yB, xC, yC, x_D, y_D
e prend la valeur .....
f prend la valeur .....
g prend la valeur .....
h prend la valeur .....
si $e = g$ et $f = h$ alors
    afficher « $ABCD$ est un parallélogramme »
sinon
    afficher .....

Correction à la page 1168.

Exercice 12

Qu'affiche le programme suivant ? Pour la justification, un tableau suffit.

ex_algo23.py

```
M=8
i=11
while i>5:
    M=M+2
    i=i-1

print(M)
```

Correction à la page 1168.

Exercice 13

Compléter l'algorithme suivant :

entrer xA, yA, xB, yB, xC, yC
e prend la valeur .....
f prend la valeur .....
si ..... alors
    afficher «les points A,B et C sont alignés»
sinon
    afficher «les points A,B et C sont ne sont pas alignés»

Correction à la page 1168.

Exercice 14

Qu'affiche le programme suivant ?

ex_algo21.py

```
def f(x):
```

```
    return 7*x

print( f(3) )
print( f(-1) )
```

En créant la fonction suivante, le programmeur a voulu faire une petite blague. Calculer ce que retourne cette fonction avec quelque valeurs de `x` pour savoir laquelle.

ex_algo22.py

```
def f(x):
    a=x+3
    b=3*a
    c=b-3*x

return c
```

Correction à la page 1168.

Exercice 15

Qu'affiche le programme suivant ?

Pour i allant de 3 à 6 faire :
    a prend la valeur $2i$
    afficher a
Fin faire.

Écrire un programme dans le même style qui affiche les nombres impairs de 5 à 11 (inclusivement)

Correction à la page 1168.

Feuille de secours de math numéro 1

Exercice 1

Dire si les fonctions suivantes sont affines. Si oui, préciser le coefficient directeur et tracer dans un repère.

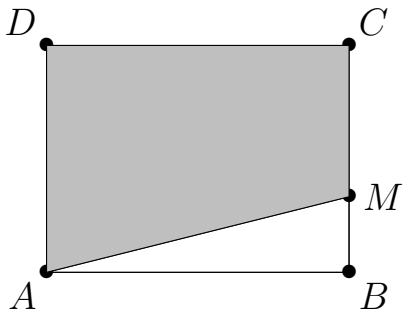
(a) $f(x) = 3x+1$
(b) $g(x) = \frac{1}{-x+1}$
(c) $h(x) = -x+1$
(d) $k(x) = 7x-7$
(e) $l(x) = 3x^2-1$
(f) $m(x) = -2x+4$

Correction à la page 1168.

Exercice 2

Le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle, $AB = 6$ et $BC = 3$. Le point M est mobile sur BC et nous notons x la longueur BM. Répondre aux questions suivantes en fonction de x.

(a) Donner l'aire du triangle ABM.
(b) Donner l'aire de la zone grisée.
(c) Donner la longueur du segment $[MC]$.



Correction à la page 1168.

Exercice 3

(a) Donner la longueur de la diagonale d'un carré de longueur 4 cm.
(b) Donner la longueur de la diagonale d'un rectangle dont les côtés font 3 cm et 7 cm.

Correction à la page 1168.

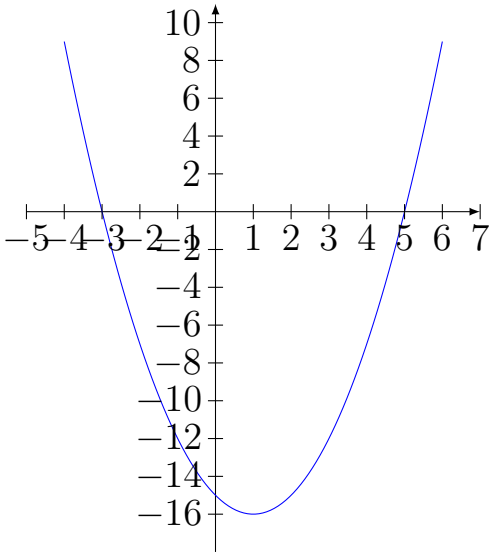
Exercice 4

(a) Combien vaut $f(4)$ si $f(x) = x^2 - 2$?
(b) Combien vaut $g(-1)$ si $g(x) = 3x - 1$?
(c) Combien vaut $h(10)$ si $h(x) = \frac{1}{x+2}$?

Correction à la page 1168.

Exercice 5

Dresser le tableau de signe et de variation de la fonction f représentée ci-dessous :



Pour quelle valeur (approximative) de x a-t-on $f(x) = 4$?

Correction à la page 1169.

Exercice 6

Dessiner une fonction dont le tableau de variations est :

x	-3		-1		6
	0				2
$f(x)$		↘		↗	
			-2		

Écrire le tableau de signe de la fonction dessinée.

Correction à la page 1169.

Exercice 7

Résoudre les équation suivantes :

(a) $2x = 8$.
(b) $3x + 5 = 35$.
(c) $7x + 10 = 18$.
(d) $(x - 6)(x - 12) = 0$.
(e) $(x + 1)(x - 5) = 0$.
(f) $2x + 4 = -3x + 19$

Correction à la page 1169.

Exercice 8

(a) Est-ce que $x = 4$ est une solution de l'équation $x(x + 3) = 0$?

(b) Est-ce que $x = 7$ est une solution de l'équation $\frac{x^2-49}{2} = 0$?

Correction à la page 1169.

Exercice 9

Donner une fonction affine dont le coefficient directeur est -3 et dont l'image de 4 est 5.

Correction à la page 1169.

Exercice 10

Soient les point $A(1; 1)$, $B(4; 2)$ et $C(3; 5)$. Donner les coordonnées du point D tel que $ABCD$ est un parallélogramme. Est-ce que $ABCD$ est un rectangle ? Un carré ?

Correction à la page 1169.

Exercice 11

(a) Est-ce que le point $A(2; 5)$ est sur le graphe de la fonction $h(x) = -x + 7$?

(b) Quel est le point d'abscisse 4 se trouvant sur le graphe de la fonction $f(x) = 3x + 3$.

(c) Est-ce que le point $K(-1; 0)$ est sur le graphe de la fonction $g(x) = x^2 + 1$?

Correction à la page 1169.

Feuille d'AP première ES

Exercice 1

Un luthier construit des clarinettes qu'il vend à 600€. Ses frais de fabrication (pièce et main d'œuvre) lui reviennent à

$$c(x) = 0.5x^2 - 105x + 71500$$

euros pour fabriquer x instruments. Lorsqu'il fait ses comptes, ce commerçant considère la fonction

$$f(x) = 600x - (0.5x^2 - 105x + 71500).$$

(a) Pourquoi la fonction f est-elle intéressante ? Qu'est-ce qu'elle représente.

(b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$. Que représentent ces nombres pour notre luthier ?

(c) Résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant 133500$. Interpréter le résultat.

Correction à la page 1169. Exosmath-0559

Exercice 2

Un aventurier traverse le désert. Le premier jour, il boit un quart de ses réserves en eau. Le second jour, il boit un tiers de ce qui lui restait. À ce moment, il ne lui reste plus que 25 cL.

Quelle était sa réserve de départ ?

Correction à la page 1169.

Exercice 3

Le méthane représente 18% des émissions de gaz à effet de serre et les oxydes d'azote 9% du total. La production agricole est responsable de 40% du méthane et de 62% des oxydes d'azote. Quelle est part des émissions de gaz à effet de serre est imputable à la production agricole ? Note : l'agriculture n'émet presque pas de CO_2.

Correction à la page 1169.

Exercice 4 [47]

Monsieur R. possède une ébénisterie d'armoires de luxe. Plus la demande est grande, plus il doit payer des heures supplémentaires à ses employés (ou pire : il doit engager des travailleurs temporaires) et plus le prix unitaire de ses armoires est élevé. Monsieur R. détermine que le prix unitaire de production de ses armoires est donné par la fonction

$$p(x) = x + 72$$

où x est la quantité d'armoires demandée en une semaine. Autrement dit, si il a un seul client, fabriquer l'armoire de ce client coûtera 73 euros à monsieur R. alors que si il a 10 clients, chacune des 10 armoires lui coûtera 82 euros.

De plus chaque semaine monsieur R. a des frais fixes de 3952 euros. Chaque armoire est vendue 200 euros.

(a) Montrer que le bénéfice de la semaine est de

$$B(x) = -x^2 + 128x - 3952$$

si il a x commandes.

(b) Dresser une tableau de variation de B.

(c) Quel bénéfice maximum peut espérer monsieur R. ? Combien d'armoires doit-il vendre pour l'attendre ?

(d) Montrer que $B(x) = (x - 52)(76 - x)$.

(e) Combien d'armoires doit-il construire pour être rentable ?

Correction à la page 1169.

Feuille d'AP de seconde, logique

Exercice 1

Vrai ou faux (expliquer) ?

(a) Pour tout x dans $\mathbb{R}$ nous avons $(x+1)^2 = x^2 + 1$.

(b) Il est possible de trouver un x dans $\mathbb{R}$ tel que $(x+1)^2 = x^2 + 1$.

(c) Pour tout réels a et b nous avons la formule $(a+b)^2 = a^2 + 3ab + b^2$.

(d) Il existe un réel tel que $x^2 + 2x - 3 \geqslant 0$.

Correction à la page 1169.

Exercice 2

Soit x un réel strictement positif. L'affirmation «l'aire d'un carré de côté $x+3$ est égale à la somme des airs de deux carrés de côtés respectifs x et 3» est-elle exacte ?

Est-il possible de trouver une valeur de x pour laquelle l'affirmation est exacte ?

Correction à la page 1169.

Exercice 3

À la question «existe-t-il un nombre x tel que $x^2 - 4 = x$?», Suzie a répondu que non en justifiant de la façon suivante :

> Non. En prenant par exemple $x = 5$ on trouve $5^2 - 4 = 25 - 4 = 21$ donc $x^2 - 4$ n'est pas x.

Arnaud par contre répond :

> J'essaye de résoudre l'équation $x^2 - 4 = x$:
>
> $$x^2 - x = 4$$
> $$x(x-1) = 4.$$
>
> Je ne parviens pas à résoudre cette équation, donc il n'y a pas de x tels que $x^2 - 4 = x$.

Que penser de ces deux réponses ?

Correction à la page 1169.

Exercice 4

Voici le tableau de signe d'une fonction f :

x	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

À partir de là répondre aux affirmations suivantes par «vrai», «faux» ou «on ne peut pas savoir».

(a) $f(2) = 6$.

(b) L'équation $f(x) = 1$ admet exactement deux solutions.

(c) La fonction f est affine.

(d) L'inéquation $f(x) < 0$ a pour ensemble de solutions $]-4;5[$.

(e) Le point $A(0;5)$ appartient à la courbe représentative de la fonction f.

(f) Si $f(1) = -4$, alors le minimum de la fonction f sur $\mathbb{R}$ est -4.

Correction à la page 1169.

Exercice 5

Si $x = x(x-2)$ alors $x = 3$. Vrai ou faux ?

Correction à la page 1169.

Exercice 6

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

(a) $7(-x-9) \leqslant 0$.

(b) $x(3x+2) = 0$.

(c) $(x-1)(x+3) \geqslant 0$.

(d) $(x+2)^2 - 49 = 0$

(e) $5x(x+4) - (3x+2)(4+x) = 0$.

(f) $\frac{7x-3}{-3x+4} < 0$.

Correction à la page 1170.

Exercice 7

Effectuer les opérations et simplifier les fractions suivantes.

(a) $\frac{x}{2} + \frac{a}{3}$

(b) $\frac{10x+2}{4}$

(c) $\frac{x^2-16}{x-4}$

(d) $\frac{1}{x+a} - \frac{2}{(x-a)}$

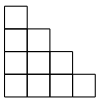
(e) $\frac{4x+2a}{2} - 2x$

(f) $\frac{3x(x+2)}{x(x-1)} + \frac{2x^2}{x(x-1)}$

Correction à la page 1170.

Questions pour réfléchir un peu plus, seconde

Exercice 1



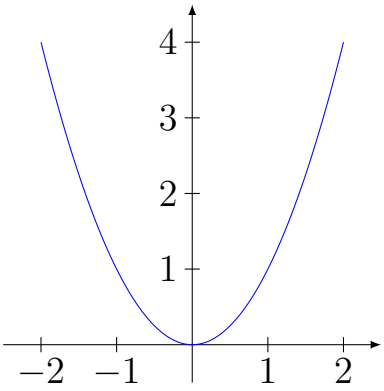
Le but de cet exercice est de calculer la somme $1+2+3+5+\ldots+1000$. Pour cela nous commençons par regarder $S = 1+2+3+4$. La figure ci-contre montre comment on peut arranger $1+2+3+4$ petits carrés.

Compléter le dessin pour placer deux fois $1+2+3+4$ petits carrés en un beau rectangle. Calculer l'aire du rectangle. Conclure.

Correction à la page 1170.

Exercice 2

Une façon compliquée de savoir ses tables de multiplication. Pour trouver graphiquement le produit 7×5, il faut dessiner le graphe de la fonction $f\colon x \mapsto x^2$, prendre le point A qui est d'abscisse -7 sur le graphe de f et le point B d'abscisse 5 sur le graphe de f. L'ordonnée à l'origine de la droite (AB) est le produit 7×5. Pourquoi ?



Est-ce que ce truc fonctionne pour calculer n'importe quel produit ? Pour information, le graphe de la fonction $x \mapsto x^2$ est ci-contre.

Correction à la page 1170.

Exercice 3

Narnia s'amuse à faire la somme du numéro de toutes les pages de son livre (par exemple avec 200 pages elle compte $1+2+3+\ldots+200$). Mais elle a fait une erreur : elle a compté deux fois une des pages. Le total qu'elle obtient est 21130.

Combien de pages contenait le livre ? Quelle est la page comptée deux fois ?

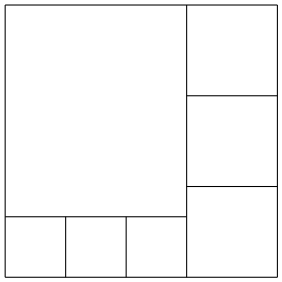
Correction à la page 1170.

Exercice 4

Est-ce qu'il existe une droite passant par le point $(0;0)$ et par aucun autre point de coordonnées entières ?

Correction à la page 1170.

Exercice 5



Un jardinier est responsable d'un jardin carré dans lequel il veut découper 6 massifs de fleurs différentes. La division est faite comme sur la figure ci-contre (qui n'est pas à l'échelle) : 3 petits carrés et 3 carrés moyens.

Si l'aire du rectangle de jardin restant est de $168\,\mathrm{m}^2$, quelle est l'aire du jardin ?

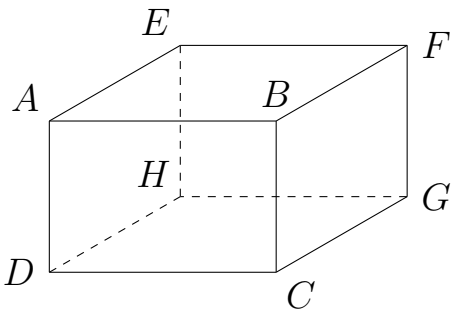
Même question si le rectangle mesure $210\,\mathrm{m}^2$.

Correction à la page 1170.

Feuille de secours de math numéro 2

Exercice 1

Dans le parallélépipède suivant, $AD = 2$, $CD = 3$ et $AE = 4$.



(a) Calculer la longueur de $[DG]$ et $[DF]$.

(b) Quelle est l'aire du triangle AEF ?

(c) Placer un point I au milieu du segment $[CG]$. Est-ce que la droite (IF) intersecte la droite (BC) ?

(d) Est-ce que la droite (FC) intersecte la droite (AD) ?

Correction à la page 1170.

Exercice 2

Quel est le coefficient directeur des droites suivantes ?

(a) $y = 2x - 8$

(b) $y = -x + 2$

(c) $y = \frac{x}{5}$

Correction à la page 1170.

Exercice 3

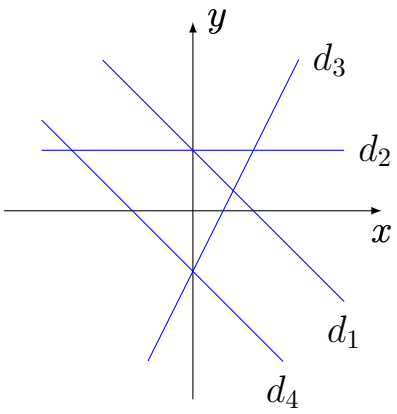
Dire quelle fonction correspond à quelle droite sur le dessin ci-contre ? (justifier)

(a) $f_a(x) = -x + 2$

(b) $f_b(x) = 2$

(c) $f_c(x) = 2x - 2$

(d) $f_d(x) = -x - 2$



Correction à la page 1170.

Exercice 4

Donner l'équation d'une droite passant par le point $A(3; 4)$ et parallèle à la droite d'équation $y = 3x - 5$.

Correction à la page 1170.

Exercice 5

Un joueur a regardé les résultats d'un jeu de roulette et a remarqué sur sur les 50 derniers tirages, un nombre pair est sorti 30 fois. Sûr que la roulette tombe plus souvent sur les nombres pairs que sur les nombres impairs, il pense donc parier sur les nombres pairs pour avoir plus de chances de gagner. Qu'en penser ?

Correction à la page 1170.

Exercice 6

Soient les points $A(-3; -3)$, $C(1; 3)$ et $D(-4; 2)$

(a) Calculer les coordonnées du point C, translaté de D par le vecteur $\overrightarrow{AB}$.

(b) Est-ce que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme ?

(c) Est-ce que le triangle ADC est rectangle ?

Correction à la page 1170.

Exercice 7

À partir du dessin ci-dessous :

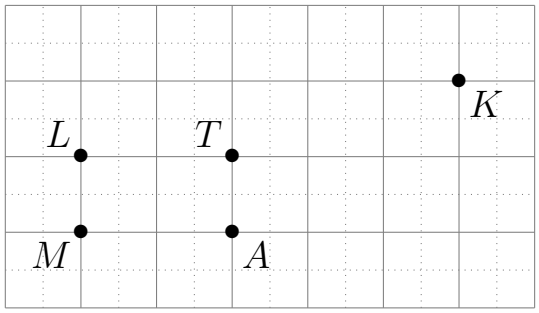
(a) Tracer le vecteur $\vec{v} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{LM}$.

(b) Placer le point S, de telle sorte à avoir $\vec{v} = \overrightarrow{AS}$.

(c) Par quel vecteur faut-il translater S pour obtenir T ?

(d) Quelle est la nature du quadrilatère $AKST$?

(e) Quel est le translaté du point T par le vecteur $\overrightarrow{SK}$?



Correction à la page 1170.

Exercice 8

Soit la droite d_1 d'équation $y = 5x - 2$.

(a) Donner l'équation de la droite parallèle à la droite d_1 et passant par le point $(0; 0)$.

(b) Donner l'équation de la droite parallèle à la droite d_1 et passant par le point $(0; 4)$.

(c) Donner l'équation de la droite parallèle à la droite d_1 et passant par le point $(-1; 4)$.

Correction à la page 1170.

Exercice 9

La population d'une certaine ville est constituée à 34% de jeunes de moins de 25 ans. Afin de faire des promesses les plus adaptées possibles à sa population, un candidat au mayorat fait une petite enquête d'opinion sur un échantillon de 200 personnes dont 62 ont moins de 25 ans. Est-ce que cet échantillon est représentatif (au sens des intervalles de fluctuation) ?

Correction à la page 1170.

1.0.a En plus, cinquième et quatrième

Exercice 1 [60]

Au Grand Prix Européen des Roller-Girls, la victoire s'est jouée entre Fatima, Glawdys, Meena et Paula, toutes les quatre de nationalité différentes.

— Il y a une allemande, une anglaise, Glawdys la française et Paula l'italienne.
— L'anglaise porte un maillot bleu et Paula un maillot blanc.
— L'allemande a terminé quatrième et Meena troisième.
— Celle qui s'est classée deuxième porte un maillot vert.

Qui porte un maillot rouge ? Qui a gagné ?

Correction à la page 1171.

Exercice 2 [60]

Avec les neuf chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 utilisés chacun une fois et une seule, on écrit trois nombres entiers, puis on les additionne.

Par exemple : $251 + 3798 + 46 = 4095$ mais ce n'est pas la plus petite somme.

Quelle est la plus petite somme que l'on peut obtenir ?

Correction à la page 1171.

Exercice 3 [61]

Dans la classe il a 32 garçons. Chacun d'entre eux est ami avec 5 filles de la classe, mais chaque fille est amie avec 8 garçons. Combien y a-t-il de filles dans la classe ? (attention, si une fille est amie avec un garçon, alors ce garçon compte cette fille parmi ses amies ! c'est une relation symétrique...)

Correction à la page 1171.

Exercice 4

Quatre ordinateurs doivent être mis en réseau. En disposant d'un modem central, il suffit de quatre câbles : chacun se connecte au modem.

Pour des raisons de performances de transfert et de confidentialité, il est décidé que chaque ordinateur devra être directement relié à chacun des autres. Combien de câbles partent de chacun des ordinateurs ? Combien en faut-il au total ?

Mêmes questions si il faut mettre 50 ordinateurs en réseau.

Revenons aux quatre ordinateurs. Martin l'informaticien commence par connecter les ordinateurs 2, 3 et 4 à l'ordinateur 1. Ensuite il passe à l'ordinateur numéro 2 et y connecte les ordinateurs qui doivent encore être connectés (le numéro 1 est déjà connecté au 2). Et ainsi de suite.

Combien fait la somme $1 + 2 + 3$? Comparer au nombre de câbles à utiliser pour mettre 4 ordinateurs en réseau.

Combien fait la somme $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \ldots + 100$?

Correction à la page 1171.

Exercice 5 [61]

Il faut 56 biscuits pour nourrir 10 animaux. Il n'y a que des chats et des

chiens. Les chiens mangent 6 biscuits chacun, les chats n'en mangent que 5. Combien y'a-t-il de chiens et de chats ?

Correction à la page 1171.

Questions pour réfléchir un peu plus, cinquième et quatrième, 2

Exercice 1

Quel est le 2015e chiffre derrière la virgule dans le nombre $123 \div 999$?

Correction à la page 1171.

Exercice 2

Narnia s'amuse à faire la somme du numéro de toutes les pages de son livre (par exemple avec 200 pages elle compte $1 + 2 + 3 + \ldots + 200$). Mais elle a fait une erreur : elle a compté deux fois une des pages. Le total qu'elle obtient est 21130.

Combien de pages contenait le livre ? Quelle est la page comptée deux fois ?

Correction à la page 1171.

Exercice 3

Un lac de $33.554432\,\text{km}^2$ est pris par un nénuphar très particulier : son aire double tous les jours. Le premier jour, il faisait $0.5\,\text{m}^2$, le second jour il faisait donc $1\,\text{m}^2$ et le troisième jour notre nénuphar atteignait la taille de $2\,\text{m}^2$. À ce train là, il a fallu 26 jours au nénuphar pour recouvrir exactement toute la surface du lac. Après combien de jour est-ce que le nénuphar couvrait la moitié du lac ?

Correction à la page 1171.

Exercice 4 Somme alternée.

Le nombre $2015 - 2014 + 2013 - 2012 + \ldots + 3 - 2 + 1$ vaut

(a) 2015

(b) 0

(c) 1008

Peut-on poser cette questions en 2016 ?

Correction à la page 1171.

Exercice 5 [62]

– Les Aanderson vont nous rendre visite ce soir, annonce Monsieur Blum.

– Toute la famille, donc Monsieur et Madame Aanderson et leurs trois fils Antoine, Bernard et Claude ? demande Madame Blum craintive.

Monsieur Blum, qui ne rate pas une occasion de provoquer sa femme :

– Non, pas du tout. Je t'explique. Si le père Aanderson vient, alors il emmène aussi sa femme. Au moins un des deux fils Claude et Bernard vient. Soit Madame Aanderson vient, soit Antoine vient. Soit Antoine et Bernard viennent tous les deux, soit ils ne viennent pas. Et si Claude vient, alors Bernard et Monsieur Aanderson aussi.

Quelles conclusion peut tirer Madame Blum sur qui viendra ce soir ?

Correction à la page 1171.

Exercice 6 [3]

Lors d'une élection avec cinq autres candidats, Marte a obtenu 35% des voix,

tandis que Jacques a obtenu 70 voix. Peut-on savoir lequel des deux a obtenu le meilleur score ?

Correction à la page 1171.

Questions pour réfléchir un peu plus, cinquième et quatrième, 3

Chapitre 2

Corrections de certains exercices

Correction de l'exercice 1

(a) $8 - 3 \times 2 = 8 - 6 = 2$. Il faut d'abord effectuer le produit.

(b) $\dfrac{16+4}{5} = \dfrac{20}{5} = 4$. Il faut effectuer le numérateur en priorité.

(c) $\ldots \times 4 + 12 = 40$. Combien de fois quatre plus douze est égal à quarante ? Il faut que $\ldots \times 4 = 40 - 12$, c'est à dire qu'il fait chercher 28 dans la table de 4. La réponse est $6 \times 4 + 12 = 40$.

(d) $(8-3) \times 2 = 5 \times 2 = 10$. Il faut effectuer la parenthèse en priorité.

(e) $7 \times 35 + 7 \times 24 = 7 \times (35 + 24)$. C'est le règle de factorisation.

Correction de l'exercice 2

(a) $17 - 4 \times 4 = 17 - 16 = 1$. Il faut effectuer le produit en priorité.

(b) $\dfrac{12+6}{2} = \dfrac{18}{2} = 9$. Il faut calculer le numérateur en priorité.

(c) $\ldots \times 6 + 5 = 41$

(d) $(10-6) \times 9 = \ldots$

(e) $14 \times 8 + 6 \times 8 = 8 \times (\ldots + \ldots)$

Correction de l'exercice 3

<+Corrsmath-0829+>

Correction de l'exercice 4

<+Corrsmath-0830+>

Correction de l'exercice 5

(a) Il s'agit d'ajouter les parenthèses pour effectuer la soustraction en premier :

$$8 \times (5-1) = 8 \times 4 = 32.$$

(b) Le calcul est

$$3 \times 7 - 7 \times 2 = 21 - 14 = 7.$$

(c) Pour obtenir zéro, il est possible de mettre les parenthèses comme ceci :

$$3 \times (7 - 7) \times 2 = 3 \times 0 \times 2.$$

Correction de l'exercice 6

(a) $6 \times 3 + 5 = 23$

(b) Il faut que $4 \times \ldots$ soit égal à $20 - 4 = 16$. Donc il faut compléter par 4 :

$$4 \times 4 + 4 = 20.$$

(c) Il faut calculer le numérateur et le dénominateur séparément :

$$\frac{9 \times 4}{2 \times 3} = \frac{36}{6} = 6.$$

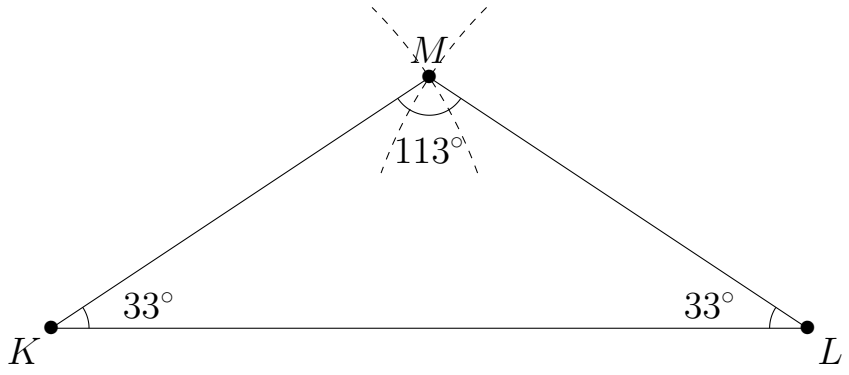
Ou alors on voit les simplification : $\frac{9}{3} = 3$ et $\frac{4}{2} = 2$.

(d) Vu qu'au numérateur on multiplie 125 par 39 et que l'on veut obtenir 125 après division, le numérateur doit être 39 :

$$\frac{39 \times 125}{39} = 125.$$

Correction de l'exercice 7

(a) La technique consiste à tracer le segment KL de longueur 10 cm et de tracer des cercles de rayons 6 cm à partir de chacune des deux extrémités. Le point M est une des intersections (au choix).



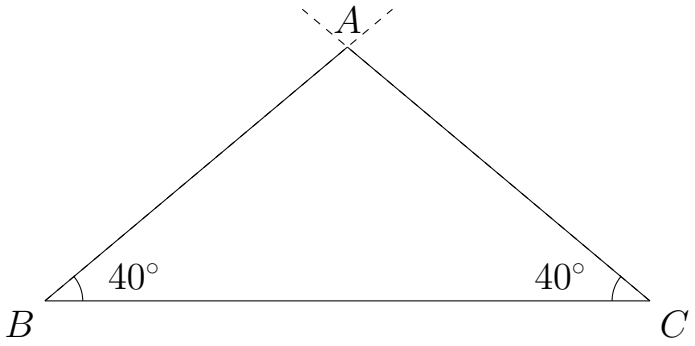
(b) La mesure des angles doit donner environ 33.5° pour les angles de la base et 113° pour l'angle $\hat{M}$.

(c) Le devoir donné à Alysée n'est pas possible parce que le triangle demandé ne respecte pas l'inégalité triangulaire : le plus long côté est plus long que la somme des deux autres :

$$25 > 10 + 12.$$

Correction de l'exercice 8

Cet exercice est très similaire à l'activité «mesure astronomique». Si nous choisissons l'échelle 1 cm représente 1 m alors il s'agit de tracer un triangle dont un côté est de longueur 8 cm et les deux angles sur ce côté sont de 40°. Cela se fait à la règle et au rapporteur.



Ensuite il faut mesurer à la règle la longueur AC, qui devrait faire environ 5.2 cm. En repassant à l'échelle, nous voyons que la poutre transversale fait 5.2 m.

Vous verrez dans les années à venir que l'on peut résoudre cet exercice sans dessins ni mesures, grâce à la trigonométrie.

Correction de l'exercice 9

<+Corrsmath-0847+>

Correction de l'exercice 10

Le passage des degrés Fahrenheit aux degrés Celsius revient à appliquer le programme de calcul

— prendre la température en Fahrenheit,
— soustraire 32,
— diviser par 1.8.

(a) Pour savoir à quelle température en Celsius correspond 100 °F, on applique le programme :
— d'abord $100 - 32 = 68$,
— ensuite $\dfrac{68}{1.8} \simeq 37.7$
Pour être complet et réellement répondre à la question «donner une expression qui permet de calculer», il faut écrire

$$(100 - 32) \div 1.8$$

ou

$$\frac{100 - 32}{1.8}$$

(b) Il s'agit maintenant d'effectuer la conversion contraire : nous savons la température en Celsius et nous voulons savoir la température correspondante en Fahrenheit. Nous devons donc appliquer le programme à l'envers en partant de 20. Autrement dit nous devons compléter les cases dans l'enchaînement

$$\boxed{} \xrightarrow{-32} \boxed{} \xrightarrow{\div 1.8} \boxed{20}.$$

Cela revient à faire

$$\boxed{} \xleftarrow{+32} \boxed{} \xleftarrow{\times 1.8} \boxed{20}.$$

La réponse est :

$$\boxed{68} \xleftarrow{+32} \boxed{36} \xleftarrow{\times 1.8} \boxed{20}.$$

Donc 20 degrés Fahrenheit correspondent à 68 degrés Celsius.

(c) Il faut convertir 212°F en Celsius en suivant l'enchaînement

$$\boxed{212} \xrightarrow{-32} \boxed{} \xrightarrow{\div 1.8} \boxed{}.$$

C'est à dire :

$$\boxed{212} \xrightarrow{-32} \boxed{180} \xrightarrow{\div 1.8} \boxed{100}.$$

Adèle doit donc porter de l'eau à ébullition. Elle est donc en train de faire des pâtes ou de cuire un œuf dur ...

Correction de l'exercice 11

(a) Nous passons par l'étape intermédiaire $7 \times \ldots = 21$. Il suffit alors de chercher 21 dans la table de 7 et de trouver 3 :

$$7 \times 3 + 7 = 21.$$

(b) Nous utilisons la formule de distribution (ou de factorisation, suivant le point de vue) en remarquant que $95 = 100 - 5$:

$$\begin{aligned} 95 \times 67 &= (100 - 5) \times 67 \\ &= 100 \times 67 - 5 \times 67. \end{aligned}$$

Pour cet exercice, il ne fallait surtout pas essayer de calculer 95×67 ni mentalement ni sur une feuille de brouillon.

(c) Pour calculer $\dfrac{9+3}{2\times 3}$, il faut calculer d'abord (séparément) le numérateur et le dénominateur :

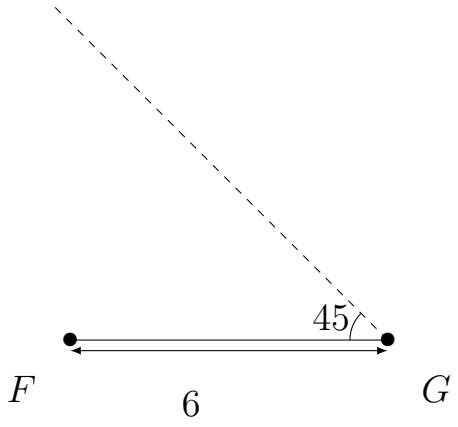
$$\begin{aligned} \frac{9+3}{2\times 3} &= \frac{12}{6} \\ &= 2. \end{aligned}$$

Ne pas oublier que $\dfrac{12}{6}$ représente le nombre $12 \div 6$; lorsque la division «tombe juste», il faut l'effectuer.

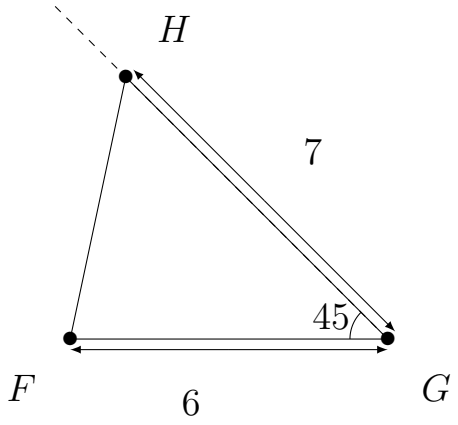
(d) $\dfrac{15 \times 32}{15} = 32.$

Correction de l'exercice 12

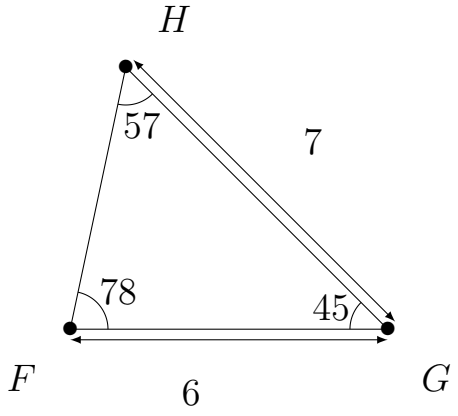
Pour construire ce triangle, le mieux est de commencer par dessiner un segment $[FG]$ de 6 cm et de construire un angle de 45° sur le point G. Dans un premier temps nous dessinons donc



Il faut ensuite placer le point H sur la ligne pointillée, à une distance 7 cm de G. Cela se fait à la règle.



Il suffit maintenant de tracer le triangle et de mesurer les angles au rapporteur. Ils mesurent respectivement (environ) 57 et 78 degrés.



Correction de l'exercice 13

Chaque sac contenant deux biscuits (2×1 euros) et une bouteille (2.5 euros), chaque sac coûte $2 + 2.5 = 4.5$ euros. Il y a donc deux façons de calculer le prix :

— $A = 12 \times (2 + 2.5)$

— $C = 12 \times 4.5$.

Correction de l'exercice 14

Le gâteau contient en tout $300+150+100+100$ grammes d'ingrédients, dont 100 de chocolat. La fraction de chocolat dans le gâteau est donc de

$$\frac{100}{300 + 150 + 100 + 100} = \frac{100}{650}.$$

Cette fraction peut être simplifiée. D'abord par 10 :

$$\frac{100}{650} = \frac{100 \div 10}{650 \div 10} = \frac{10}{65},$$

et ensuite par 5 :

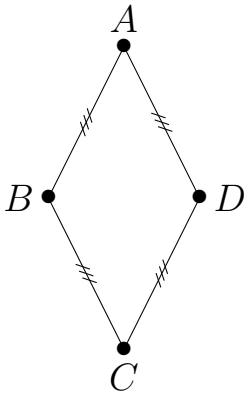
$$\frac{10}{65} = \frac{10 \div 5}{65 \div 5} = \frac{2}{13}.$$

Au final la fraction de chocolat dans le gâteau est de $\frac{2}{13}$.

C'est à dire que sur 13 grammes de gâteau, deux sont du chocolat.

Correction de l'exercice 15

(a) Faux. Un quadrilatère possédant quatre côtés de même longueurs peut aussi être un losange, comme celui-ci par exemple :



(b) Faux. Un nombre plus grand que 17 peut ne pas être plus grand que 20. Par exemple 18 et 19, mais aussi 18.6, 19.9, etc.

(c) Vrai. Le nombre 20 est déjà plus grand que 17. Alors un nombre plus grand que 17 sera également plus grand que 17.

Correction de l'exercice 16

(a) Il s'agit de d'abord effectuer la division (la fraction) : $\dfrac{10}{5} = 2$. Donc $4 - \dfrac{10}{5} = 4 - 2 = 2$

(b) $5 \times 10 + 10 = 50 + 10 = 60$.

(c) Il faut effectuer d'abord la parenthèse : $12 + 88 = 100$, donc $(12 + 88) \times 30 = 100 \times 30 = 3000$.

(d) $\dfrac{33 \times 44}{44} = 33$: il y a une simplification directe par 44.

(e) $60 \times a = 6 \times 10 \times a$

Correction de l'exercice 17

La proportion d'élèves ayant raté est de 8 sur 24, c'est à dire un tiers. Le troisième diagramme est donc bon, et le second est faux.

Visuellement, le premier a l'air correct aussi parce que l'aire remplie semble être le tiers. En comptant, on remarque que 4 tranches sur 12 sont remplies, mais

$$\frac{4}{12} = \frac{4 \div 4}{12 \div 4} = \frac{1}{3}.$$

Le premier diagramme est donc également correct.

En ce qui concerne la proportion de garçons dans la classe, elle est de dix garçons sur 24 élèves, c'est à dire dix vingt-quatrièmes.

La première possibilité est fausse parce qu'elle est seulement huit vingt-quatrièmes. La seconde est également fausse.

Le fait que $\frac{14}{10}$ ne soit pas égal à $\frac{10}{24}$ n'est en réalité par très facile à justifier. Il y a plusieurs méthodes. Une première est de remarquer que $\frac{14}{10}$ est plus grand que 1 alors que $\frac{10}{24}$ est plus petit que 1 (pour le voir, effectuer la division $14 \div 10$ et $10 \div 24$). Une autre façon est de comparer les fractions simplifiées.

Correction de l'exercice 18

<+Corrsmath-0841+>

Correction de l'exercice 19

(a) Jean-Luc met 3 cL de sirop et doit donc ajouter $3 \times 8 = 24$ centilitres d'eau.

(b) Il aura donc $24 + 3 = 27$ centilitres dans son verre, dont 24 d'eau. La proportion d'eau dans son verre sera donc de

$$\frac{24}{27}.$$

Cela se simplifie en $\dfrac{8}{9}$.

(c) Pour 5 cL de sirop, il faut ajouter $5 \times 8 = 40$ centilitres d'eau. Il y aura donc en tout 45 cL dans son verre. La proportion d'eau sera

$$\frac{40}{45}.$$

Cette fraction se simplifie en $\frac{8}{9}$. Et, tiens donc, c'est la même.

Correction de l'exercice 20

La règle a été vue à la section 3.3 : une fraction est plus grande que 1 lorsque le numérateur est plus grand que le dénominateur. Dans le cas de cet exercice, ce sont les fractions $\frac{3}{2}$ et $\frac{12}{10}$.

Correction de l'exercice 21

(a) La piscine est la partie hachurée. En effet il est dit dans l'énoncé que la terrasse ferait 6 m ; la partie blanche est donc la terrasse.

(b) L'aire d'un rectangle se calcul avec la formule

$$\text{longueur} \times \text{largeur}.$$

Dans notre cas, la longueur est $10 - 6$ et la largeur est 3. L'aire est donc donnée par $(10 - 6) \times 3$.

Correction de l'exercice 22

Rappel rapide de la règle : pour additionner deux fractions, il faut passer par un dénominateur commun. Pour multiplier deux fraction, il suffit de multiplier les numérateurs et les dénominateurs entre eux.

(a) Pour $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, le dénominateur commun est 4 parce qu'il est «facile» de transformer un 2 en 4 par une multiplication par 2 :

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}.$$

L'addition se fait donc de la façon suivante :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}.$$

(b) Lorsque les dénominateurs sont 12 et 3, le dénominateur commun est 12 parce qu'un 3 se transforme facilement en 12 *via* une multiplication par 4 :

$$\frac{11}{12} - \frac{2}{3} = \frac{11}{12} - \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{11}{12} - \frac{8}{12} = \frac{3}{12}.$$

C'est terminé pour la soustraction des deux fractions. Il est possible de simplifier la réponse :

$$\frac{3}{12} = \frac{3 \div 3}{12 \div 3} = \frac{1}{4}.$$

(c) Il suffit de multiplier les numérateurs et les dénominateurs entre eux :

$$\frac{3}{5} \times \frac{6}{7} = \frac{3 \times 6}{5 \times 7} = \frac{15}{35}.$$

Cette fraction peut être simplifiée par 5 :

$$\frac{15}{35} = \frac{15 \div 5}{35 \div 5} = \frac{3}{7}.$$

(d)

$$\frac{8}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{8 \times 3}{9 \times 8} = \frac{24}{72}.$$

Cette fraction peut encore être simplifiée :

$$\frac{24}{72} = \frac{24}{72}.$$

Correction de l'exercice 23

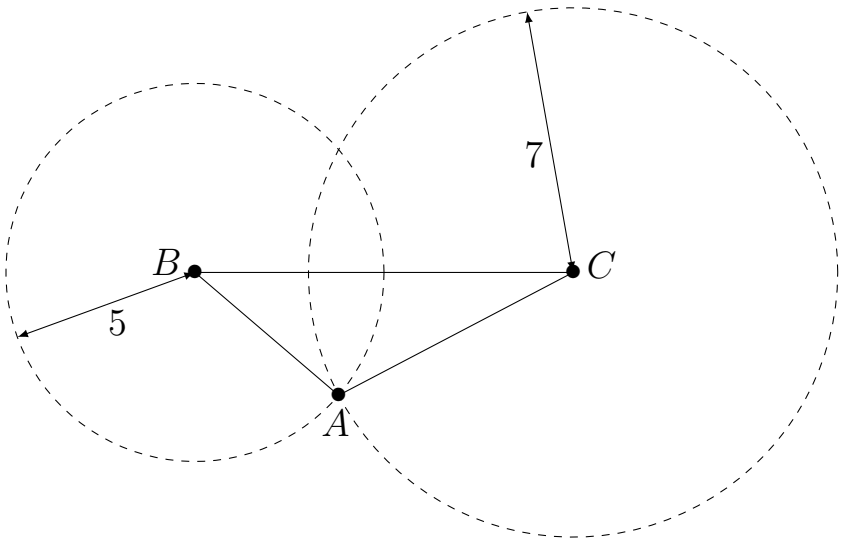
(a) Le plus simple est toujours de commencer par tracer le plus long côté (mais si on veut, on peut commencer par un autre, si on veut). Voici la procédure à suivre :

(a1) Tracer $[BC]$ avec une longueur de 10 cm. Notez qu'il est conseillé de tracer ce segment horizontalement, en suivant les lignes du cahier.

(a2) Tracer un arc de cercle de rayon 5 cm centré en B.

(a3) Tracer un arc de cercle de rayon 7 cm centré en C.

(a4) Le point A est placé sur l'intersection.



(b) Le second triangle ne peut pas être tracé parce que les mesures qui sont demandées ne respectent pas l'inégalité triangulaire : la somme des deux petites longueurs fait

$$5 + 7 = 12$$

alors que le plus grand côté fait 15.

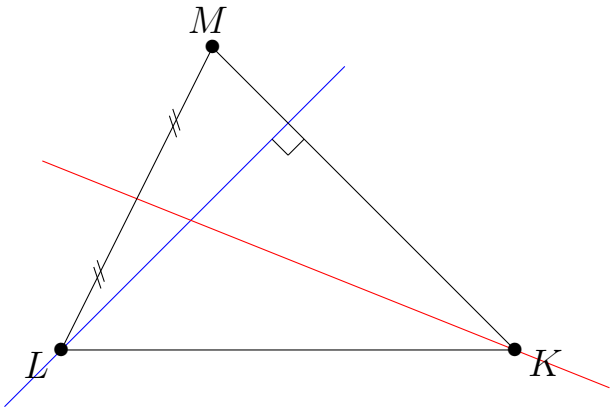
Correction de l'exercice 24

(a) Il fait d'abord tracer un segment $[LK]$ de longueur 6 cm et de mettre le point L où on veut.

(b) La médiane issue de K est la droite passant par K et coupant $[LM]$ en son milieu. La hauteur issue de L est la droite passant par L et coupant $[KM]$ de façon perpendiculaire.

(c) Au niveau des codages, il faut noter un angle droit entre la hauteur et le segment $[KM]$, et montrer que les deux «morceaux» de $[LM]$ délimités par la médiane sont de même longueurs.

Un exemple de dessin que cela peut donner :



La hauteur est en bleu et la médiane en rouge.

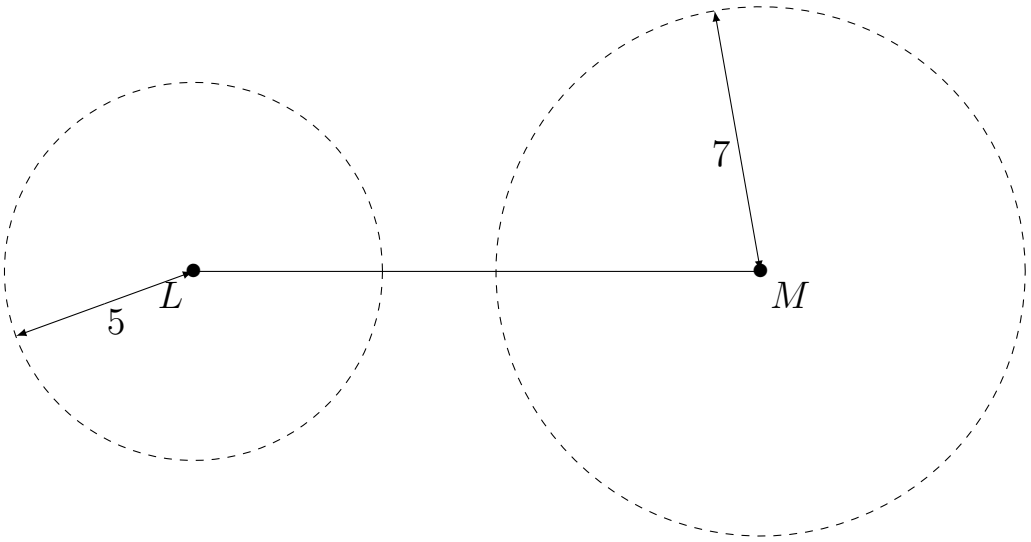
Attention à ne pas ajouter des codages inutiles. Sur ce dessin, la médiane semble être perpendiculaire au côté $[L, M]$. Ce n'est cependant pas le cas. Ce serait le cas si le triangle était isocèle. En règle générale, n'ajoutez des codages que si vous êtes sûr de votre coup.

Correction de l'exercice 25

(a)

(b) Le second triangle demandé n'est pas possible à dessiner. En effet la somme des longueurs des deux petits côtés fait $5 + 7 = 12$ alors que le plus long côté fait 15. L'inégalité triangulaire n'est pas respectée.

Voici un dessin de ce qui arrive lorsqu'on essaye de le dessiner. Nous commençons par dessiner un segment $[LM]$ de 15 cm et ensuite un cercle de rayon 5 cm autour de L et un de rayon 7 cm centré en M.

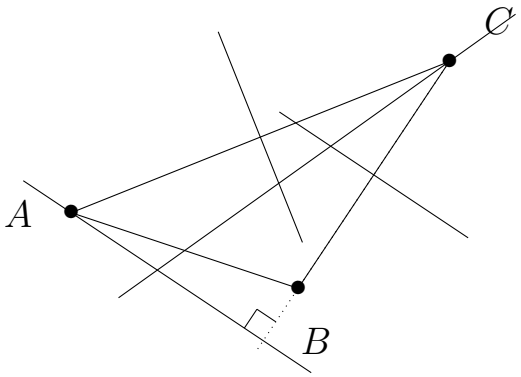


Les deux cercles n'ont pas d'intersection et il est impossible de créer le triangle demandé.

<++>

Correction de l'exercice 26

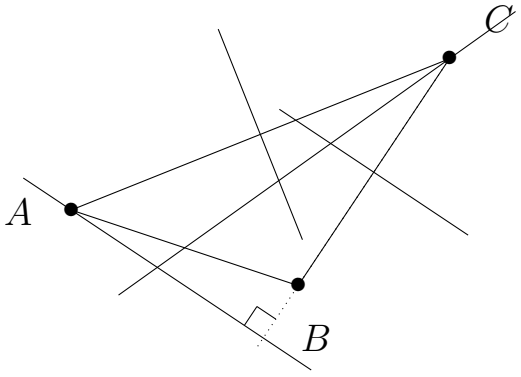
Voici toutes les droites avec les codages :



Notez que le côté $[BC]$ doit être prolongé pour tracer la hauteur issue de A.

Correction de l'exercice 27

Voici toutes les droites avec les codages :



Notez que le côté $[BC]$ doit être prolongé pour tracer la hauteur issue de A.

Correction de l'exercice 28
<+Corr2smath-0001+>

Correction de l'exercice 29
<+Corr2smath-0002+>

Correction de l'exercice 30

(a) Ils ont coupé le gâteau en six, donc chacune des parts vaut un sixième du gâteau. Louis en aura mangé deux parts, soit deux sixièmes : $\frac{2}{6}$ du gâteau ; Capucine a pris une part, c'est à dire un sixième : $\frac{1}{6}$.

(b) Ensemble ils auront mangé $\frac{3}{6}$, c'est à dire la moitié du gâteau.

(c) Si le gâteau pesait 300 g, il reste 150 g parce que la moitié a été mangée.

Correction de l'exercice 31

(a) 24 divisé par combien vaut 8 ? Réponse : 3. Donc $\frac{24}{3} = 8$.

(b) Il s'agit de la formule de distributivité : $5 \times (18 + 27) = 5 \times 18 + 5 \times 27$.

(c) Il s'agit d'utiliser la formule de factorisation :

$$12 \times 34 + 12 \times 66 = 12 \times (34 + 66) = 12 \times 100 = 1200.$$

(d) On peut raisonner de la façon suivante : $4 \times \ldots + 2 = 30$, donc $4 \times \ldots = 28$. La réponse est $28 \div 4 = 7$. Donc

$$4 \times 7 + 2 = 30.$$

Correction de l'exercice 32
<+Corr2smath-0006+>

Correction de l'exercice 33
<+Corr2smath-0007+>

Correction de l'exercice 34
<+Corr2smath-0003+>

Correction de l'exercice 35
<+Corr2smath-0017+>

Correction de l'exercice 36
<+Corr2smath-0063+>

Correction de l'exercice 37
<+Corr2smath-0064+>

Correction de l'exercice 38
<+Corr2smath-0065+>

Correction de l'exercice 39
<+Corr2smath-0005+>

Correction de l'exercice 40
<+Corr2smath-0066+>

Correction de l'exercice 41
<+Corr2smath-0072+>

Correction de l'exercice 42
<+Corr2smath-0077+>

Correction de l'exercice 43
<+Corr2smath-0074+>

Correction de l'exercice 44
<+Corr2smath-0079+>

Correction de l'exercice 45
<+Corr2smath-0081+>

Correction de l'exercice 46
<+Corr2smath-0087+>

Correction de l'exercice 47
<+Corr2smath-0088+>

Correction de l'exercice 48
<+Corr2smath-0099+>

Correction de l'exercice 49
<+Corr2smath-0100+>

Correction de l'exercice 50
<+Corr2smath-0082+>

Correction de l'exercice 51
<+Corr2smath-0083+>

Correction de l'exercice 52
<+Corr2smath-0084+>

Correction de l'exercice 53
<+Corr2smath-0086+>

Correction de l'exercice 54
<+Corr2smath-0138+>

Correction de l'exercice 55
<+Corr2smath-0140+>

Correction de l'exercice 56
<+Corr2smath-0143+>

Correction de l'exercice 57
<+Corr2smath-0141+>

Correction de l'exercice 58
<+Corr2smath-0145+>

Correction de l'exercice 59
<+Corr2smath-0139+>

Correction de l'exercice 60
<+Corr2smath-0161+>

Correction de l'exercice 61
<+Corr2smath-0162+>

Correction de l'exercice 62
Quelque éléments de réponse.

(a) L'angle «à côté» de 100 mesure 80°. Propriété utilisée : l'angle plat mesure 180°.

(b) L'angle «à côté» de 30 mesure 150°.

(c) De là, tous les angles sur la partie gauche mesurent 100° ou 80° et tous ceux de la partie droite mesurent soit 30° soit 150°. Pour déterminer tout cela, deux propriétés sont mise en œuvre :
— Des angles correspondants (et alternes-internes) ont même mesure.
— Des angles opposés par le sommet ont même mesure.

(d) En ce qui concerne l'angle de somment K, nous considérons le triangle dans lequel il se trouve. Deux angles sont déjà connus : 80° et 30°. L'angle en K mesure alors 70°.
Propriété utilisée : la somme des angles internes à un triangle vaut 180°.

Correction de l'exercice 63

(a) Le diamètre du cercle $\mathcal{C}_2$ est $10 - x$.

(b) La circonférence d'un cercle s'obtient en multipliant le diamètre par π. Les trois circonférences sont donc :
— $\mathcal{C}_1$: πx
— $\mathcal{C}_2$: $\pi \times (10 - x)$
— $\mathcal{C}_3$: 10π.
La somme du premier et du deuxième est :

$$\begin{aligned} \pi x + \pi(10 - x) &= \pi x + 10\pi - \pi x && \text{développement de } \pi(10 - x) \\ &= 10\pi && \pi x - \pi x \text{ disparait.} \end{aligned}$$

Correction de l'exercice 64

Une façon simple de réaliser l'exercice est de remarquer que le drapeau a une symétrie axiale (l'axe horizontal au milieu), qui conserve les angles. Donc les deux angles cherchés en E sont égaux. Vu qu'un tour complet correspond à $360°$ et qu'il y en a déjà 70 dans la partie bleue, il reste $360 - 70 = 290$. Donc chacun des deux angles cherchés vaut

$$290 \div 2 = 145.$$

Sans cela, il faut travailler plus. Il y a plusieurs façons de procéder ; l'idée est toujours de trouver des mesures d'angles de proche en proche en utilisant les propriétés suivantes :

(a) dans un triangle, la somme des angles vaut 180,

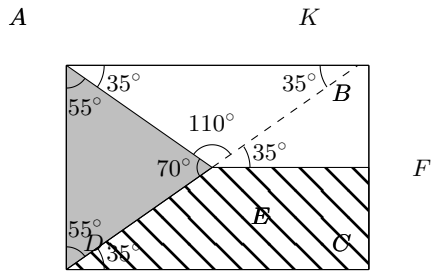
(b) les angles alterne-interne et correspondants ont même mesure,

(c) un angle droit mesure $90°$ (donc si un angle droit est coupé en deux parties dont l'une est connue, l'autre se calcule)

(d) l'angle plat mesure $180°$,

(e) le tour complet correspond à un angle de $360°$.

Voici un dessin avec un certain nombre d'angles dessinés.



Une façon de les déduire :

(a) Le triangle AED est isocèle, et la somme de ses angles vaut 180. Donc les angles en A et D valent

$$(180 - 70) \div 2 = 55.$$

L'angle de la partie blanche en A vaut alors $90 - 55 = 35°$.

(b) L'angle $\widehat{AKE}$ est alterne-interne à l'angle $\widehat{EDC}$ et mesure donc également 35°.

(c) Dans le triangle AKE l'angle $\widehat{AEK}$ mesure alors $180 - 35 - 35 = 110°$.

(d) L'angle $\widehat{BEF}$ mesure 35° parce qu'il est alterne-interne à $\widehat{ABE}$ (ou à $\widehat{EDC}$).

Une fois que l'angle $\widehat{AEF}$ est connu pour mesurer 135°, l'angle $\widehat{DEF}$ se déduit immédiatement parce que la somme des tous les angles en E doit faire 360°.

Correction de l'exercice 65
<+Corr2smath-0164+>

Correction de l'exercice 66
<+Corr2smath-0165+>

Correction de l'exercice 67
<+Corr2smath-0222+>

Correction de l'exercice 68
<+Corr2smath-0223+>

Correction de l'exercice 69
<+Corr2smath-0224+>

Correction de l'exercice 70
<+Corr2smath-0225+>

Correction de l'exercice 71
<+Corr2smath-0226+>

Correction de l'exercice 72
<+Corr2smath-0227+>

Correction de l'exercice 73
<+Corr2smath-0250+>

Correction de l'exercice 74
<+Corr2smath-0251+>

Correction de l'exercice 75
<+Corr2smath-0252+>

Correction de l'exercice 76
<+Corr2smath-0253+>

Correction de l'exercice 77
<+Corr2smath-0254+>

Correction de l'exercice 78
<+Corr2smath-0283+>

Correction de l'exercice 79
<+Corr2smath-0284+>

Correction de l'exercice 80
<+Corr2smath-0293+>

Correction de l'exercice 81
<+Corr2smath-0294+>

Correction de l'exercice 82
<+Corr2smath-0295+>

Correction de l'exercice 83
<+Corr2smath-0296+>

Correction de l'exercice 84
<+Corr2smath-0297+>

Correction de l'exercice 85
<+Corr2smath-0298+>

Correction de l'exercice 86
L'aire du triangle STU est donnée par la formule

$$\frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{ST \times 4}{2} = \frac{6\,\text{cm} \times 4\,\text{cm}}{2} = 12\,\text{cm}^2.$$

En ce qui concerne l'aire grisée, c'est la moitié. Pour justifier, on utilise la propriété :

> Une médiane coupe un triangle en deux parties de même aires.

le segment $[SK]$ est une médiane du triangle SIU, donc l'aire blanche SIK est égale à l'aire grise SKU. Même chose pour l'autre côté.

Au final, l'aire grise est la moitié de STU, c'est à dire $6\,\text{cm}^2$.

Correction de l'exercice 87

(a) L'aire du rectangle est $8\,\text{cm} \times 3\,\text{cm} = 24\,\text{cm}$.

(b) Il faut soustraire l'aire du demi-cercle blanc. Le cercle complet aurait pour aire :

$$\pi \times R \times R = \pi \times 3 \times 3 = 9\pi.$$

Donc le demi-cercle a pour aire : $4.5\pi\,\text{cm}^2$.

(c) Au final l'aire grisée est

$$24\,\text{cm}^2 - 4.5\pi\,\text{cm}^2 \simeq 9.86\,\text{cm}^2.$$

Correction de l'exercice 88

Le nombre total de lettres dans le texte est :

$$2326 + 3982 + 28 + 21262 = 27598.$$

(a) Il y a 3982 «e» parmi 27598 lettres, donc la proportion est :

$$\frac{3982}{27598} \simeq 0.14428 \simeq 14.42\%.$$

(b) Il y a 28 «w» parmi 27598 lettres, donc la proportion est :

$$\frac{28}{27598} \simeq 0.00101 \simeq 0.1\%.$$

(c) Sur les 1000 lettres ajoutées, 800 sont autres que des «e», c'est à dire une proportion de

$$\frac{800}{1000} = \frac{4}{5} = 0.8.$$

(d) Après ajout, le texte fera $27598 + 1000 = 28598$ lettres dont $3982 + 200 = 4182$ fois le «e». La nouvelle proportion est donc de

$$\frac{4182}{28598} \simeq 0.1462$$

Correction de l'exercice 89

(a) Faux. Par exemple l'aire d'un cercle de rayon 3 est de $\pi \times 3 \times 3 = 9\pi$ alors que si le rayon est le double (c'est à dire 6), l'aire devient $\pi \times 6 \times 6 = 36\pi$. Clairement 36π n'est pas le double de 9π.

(b) Vrai. Si on veut une justification par un exemple (ce qui n'est pas une preuve), on peut calculer le périmètre d'un cercle de rayon 3 (égal à $2 \times 3 \times \pi = 6\pi$) et celui d'un cercle de rayon 6, c'est à dire $2 \times 6 \times \pi = 12\pi$. On voit que c'est le double.

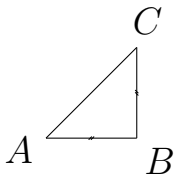
Pour une justification complète, le périmètre d'un cercle de rayon r est $2\pi r$. Celui d'un cercle $2r$ est $2 \times \pi \times 2r = 4\pi r$, c'est à dire le double.

(c) Faux. Si $x = -10$ par exemple, $4 + x = -6$ qui n'est pas plus grand que 4. Plus généralement dès que x est négatif, $x + 4$ est plus petit que 4.

Correction de l'exercice 90

(a) Un triangle équilatéral possède toujours trois angles de 60°. Il est donc impossible qu'il soit un triangle rectangle.

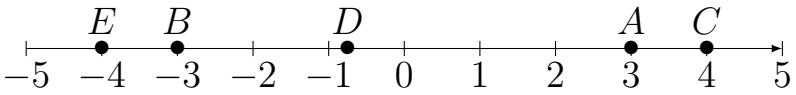
(b) Cela est possible. Il suffit par exemple de faire un angle droit entre deux segments de 5 cm et de rejoindre les bouts :



(c) Si un triangle possède des angles de 60° et 70°, le troisième angle doit être $180 - 60 - 70 = 50$. Or un triangle isocèle doit posséder au moins deux angles égaux. Donc impossible.

Correction de l'exercice 91

Pour rappel, $\frac{3}{4} = 0.75$. Voici les points sur un axe gradué :



En ce qui concerne la seconde partie,

(a) $4 - (-3) = 7$. C'est la distance entre les points E et A ou B et C.

(b) $\frac{3}{4} + 3 = 3.75$ est la distance entre D et A.

(c) $4 - 3 = 1$ est la distance entre A et C ou E et B

(d) $4 + 3 = 7$, même points que (a)

Correction de l'exercice 92

La méthode la plus simple consiste à dire qu'il y a une symétrie axiale le long de l'axe horizontal passant par E. Par conséquent les deux angles demandés sont égaux. Étant donné que la somme des trois angles en E est égale à 360° et que l'un des trois est déjà égal à 70°, la somme des deux demandés vaut

$$360 - 70 = 290.$$

Chacun des deux angles mesure donc $290 \div 2 = 145$. La réponse est donc 145°.

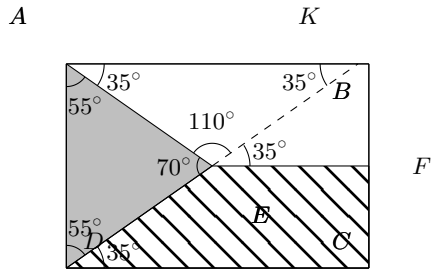
Il existe une méthode plus compliquée qui consiste à commencer par déterminer les angles du triangle AED. Étant donné qu'il est isocèle, les angles en A et D sont égaux et valent

$$\frac{180 - 70}{2} = 55°.$$

L'angle $\widehat{EAB}$ mesure alors $90 - 55 = 35$.

L'astuce est alors de prolonger le segment $[DE]$ jusqu'à couper le bord supérieur du drapeau au point K.

Sur le dessin suivant, l'angle en K est altrne-intere à la droite (DK) qui coupe les deux droites parallèles (AB) et (DC).



L'angle noté 110° en E est obtenu en utilisant la somme des angles internes au triangle AKE.

Correction de l'exercice 93

<+Corr2smath-0318+>

Correction de l'exercice 94

<+Corr2smath-0317+>

Correction de l'exercice 95

<+Corr2smath-0319+>

Correction de l'exercice 96

<+Corr2smath-0320+>

Correction de l'exercice 97

<+Corr2smath-0325+>

Correction de l'exercice 98

<+Corr2smath-0326+>

Correction de l'exercice 99

<+Corr2smath-0323+>

Correction de l'exercice 100

<+Corr2smath-0327+>

Correction de l'exercice 101

<+Corr2smath-0321+>

Correction de l'exercice 102

<+Corr2smath-0324+>

Correction de l'exercice 103
<+Corr2smath-0322+>

Correction de l'exercice 104
<+Corrsmath-0728+>

Correction de l'exercice 105
<+Corrsmath-0736+>

Correction de l'exercice 106
<+Corrsmath-0729+>

Correction de l'exercice 107
<+Corrsmath-0732+>

Correction de l'exercice 108
<+Corrsmath-0731+>

Correction de l'exercice 109
<+Corrsmath-0730+>

Correction de l'exercice 110
<+Corrsmath-0733+>

Correction de l'exercice 111
<+Corrsmath-0734+>

Correction de l'exercice 112
<+Corrsmath-0735+>

Correction de l'exercice 113
<+Corrsmath-0737+>

Correction de l'exercice 114
<+Corrsmath-0738+>

Correction de l'exercice 115
<+Corrsmath-0740+>

Correction de l'exercice 116
<+Corrsmath-0739+>

Correction de l'exercice 117
<+Corrsmath-0741+>

Correction de l'exercice 118
<+Corrsmath-0742+>

Correction de l'exercice 119
<+Corrsmath-0758+>

Correction de l'exercice 120
<+Corrsmath-0762+>

Correction de l'exercice 121
<+Corrsmath-0761+>

Correction de l'exercice 122
<+Corrsmath-0768+>

Correction de l'exercice 123
<+Corrsmath-0769+>

Correction de l'exercice 124
<+Corrsmath-0770+>

Correction de l'exercice 125
<+Corrsmath-0773+>

Correction de l'exercice 126
<+Corrsmath-0771+>

Correction de l'exercice 127
<+Corrsmath-0774+>

Correction de l'exercice 128
<+Corrsmath-0775+>

Correction de l'exercice 129
<+Corrsmath-0776+>

Correction de l'exercice 130
<+Corrsmath-0777+>

Correction de l'exercice 131
<+Corrsmath-0779+>

Correction de l'exercice 132
<+Corrsmath-0787+>

Correction de l'exercice 133
<+Corrsmath-0785+>

Correction de l'exercice 134
<+Corrsmath-0791+>

Correction de l'exercice 135
<+Corrsmath-0782+>

Correction de l'exercice 136
<+Corrsmath-0783+>

Correction de l'exercice 137
<+Corrsmath-0811+>

Correction de l'exercice 138
<+Corrsmath-0789+>

Correction de l'exercice 139
<+Corrsmath-0790+>

Correction de l'exercice 140
<+Corrsmath-0812+>

Correction de l'exercice 141
<+Corrsmath-0874+>

Correction de l'exercice 142
<+Corrsmath-0793+>

Correction de l'exercice 143
<+Corrsmath-0795+>

Correction de l'exercice 144
<+Corrsmath-0792+>

Correction de l'exercice 145
<+Corrsmath-0798+>

Correction de l'exercice 146
<+Corrsmath-0799+>

Correction de l'exercice 147
<+Corrsmath-0800+>

Correction de l'exercice 148
<+Corrsmath-0803+>

Correction de l'exercice 149

En ce qui concerne le lien entre le fait que la fraction soit plus grande que 1 et le fait que le verre déborde, voici quelque phrases d'élèves.

(a) Si le numérateur est plus grand que le dénominateur, il y a plus de liquide que de place dans le verre.

(b) Une fraction plus grande que 1 signifie que le contenu est plus grand que le contenant.

<++>

Correction de l'exercice 150
<+Corrsmath-0796+>

Correction de l'exercice 151
<+Corrsmath-0908+>

Correction de l'exercice 152
<+Corrsmath-0818+>

Correction de l'exercice 153
<+Corrsmath-0794+>

Correction de l'exercice 154
<+Corrsmath-0817+>

Correction de l'exercice 155
<+Corrsmath-0819+>

Correction de l'exercice 156
<+Corrsmath-0870+>

Correction de l'exercice 157
<+Corrsmath-0871+>

Correction de l'exercice 158
<+Corrsmath-0844+>

Correction de l'exercice 159
<+Corrsmath-0838+>

Correction de l'exercice 160
<+Corrsmath-0867+>

Correction de l'exercice 161
<+Corrsmath-0866+>

Correction de l'exercice 162
<+Corrsmath-0872+>

Correction de l'exercice 163

Le premier frère a payé un quart du jeu (9 sur 36). Le second en a payé un tiers. Le troisième aura payé

$$36 - (9 + 12) = 15$$

euros, c'est à dire la fraction $\frac{15}{36}$ du jeu.

Le partage du temps de jeu se fera donc de la façon suivante :

(a) Pour le premier : un quart des douze heures, c'est à dire trois heures.

(b) Pour le second : un tiers des douze heures, c'est à dire quatre heures.

(c) Le troisième prend ce qui reste : $12 - 7 = 5$ heures.

Notons que le résultat du troisième se confirme en calculant la fraction $\frac{15}{36}$ des douze heures :

$$\frac{15}{36} \times 12 = \frac{15 \times 12}{36} = \frac{180}{36} = 5.$$

Notons aussi que la fraction $\frac{15}{36}$ se simplifie en $\frac{5}{12}$, ce qui rend certains calculs plus simples.

Correction de l'exercice 164

<+Corrsmath-0875+>

Correction de l'exercice 165

<+Corrsmath-0876+>

Correction de l'exercice 166

<+Corrsmath-0877+>

Correction de l'exercice 167

<+Corrsmath-0878+>

Correction de l'exercice 168

<+Corrsmath-0879+>

Correction de l'exercice 169

<+Corrsmath-0881+>

Correction de l'exercice 170

<+Corrsmath-0884+>

Correction de l'exercice 171

<+Corrsmath-0960+>

Correction de l'exercice 172
<+Corrsmath-0917+>

Correction de l'exercice 173
<+Corrsmath-0925+>

Correction de l'exercice 174
<+Corrsmath-0929+>

Correction de l'exercice 175
<+Corrsmath-0959+>

Correction de l'exercice 176
<+Corrsmath-0930+>

Correction de l'exercice 177
<+Corrsmath-0928+>

Correction de l'exercice 178
<+Corrsmath-0927+>

Correction de l'exercice 179
<+Corrsmath-0932+>

Correction de l'exercice 180
<+Corrsmath-0918+>

Correction de l'exercice 181
<+Corrsmath-0922+>

Correction de l'exercice 182
<+Corrsmath-0920+>

Correction de l'exercice 183
<+Corrsmath-0919+>

Correction de l'exercice 184
<+Corrsmath-0926+>

Correction de l'exercice 185
<+Corrsmath-0931+>

Correction de l'exercice 186
<+Corrsmath-0935+>

Correction de l'exercice 187
<+Corrsmath-0979+>

Correction de l'exercice 188
<+Corrsmath-0967+>

Correction de l'exercice 189
<+Corrsmath-0968+>

Correction de l'exercice 190
<+Corrsmath-0934+>

Correction de l'exercice 191
<+Corrsmath-0938+>

Correction de l'exercice 192
<+Corrsmath-0939+>

Correction de l'exercice 193
<+Corrsmath-0984+>

Correction de l'exercice 194
<+Corrsmath-0983+>

Correction de l'exercice 195
<+Corrsmath-0980+>

Correction de l'exercice 196
<+Corrsmath-0981+>

Correction de l'exercice 197
<+Corrsmath-0936+>

Correction de l'exercice 198
<+Corrsmath-0940+>

Correction de l'exercice 199
<+Corrsmath-0988+>

Correction de l'exercice 200
<+Corrsmath-0987+>

Correction de l'exercice 201
<+Corrsmath-0991+>

Correction de l'exercice 202
<+Corrsmath-0989+>

Correction de l'exercice 203
<+Corrsmath-0990+>

Correction de l'exercice 204
<+Corrsmath-0992+>

Correction de l'exercice 205
<+Corr2smath-0076+>

Correction de l'exercice 206
<+Corr2smath-0043+>

Correction de l'exercice 207
<+Corr2smath-0045+>

Correction de l'exercice 208
<+Corr2smath-0044+>

Correction de l'exercice 209
<+Corr2smath-0046+>

Correction de l'exercice 210
<+Corr2smath-0049+>

Correction de l'exercice 211
<+Corr2smath-0059+>

Correction de l'exercice 212
<+Corr2smath-0053+>

Correction de l'exercice 213
<+Corr2smath-0054+>

Correction de l'exercice 214
<+Corr2smath-0055+>

Correction de l'exercice 215
<+Corr2smath-0047+>

Correction de l'exercice 216
<+Corr2smath-0048+>

Correction de l'exercice 217
<+Corr2smath-0050+>

Correction de l'exercice 218
<+Corr2smath-0051+>

Correction de l'exercice 219
<+Corr2smath-0052+>

Correction de l'exercice 220
<+Corr2smath-0062+>

Correction de l'exercice 221
<+Corr2smath-0067+>

Correction de l'exercice 222
<+Corr2smath-0098+>

Correction de l'exercice 223
<+Corr2smath-0068+>

Correction de l'exercice 224
<+Corr2smath-0069+>

Correction de l'exercice 225
<+Corr2smath-0070+>

Correction de l'exercice 226
<+Corr2smath-0071+>

Correction de l'exercice 227
<+Corr2smath-0177+>

Correction de l'exercice 228
<+Corr2smath-0240+>

Correction de l'exercice 229
<+Corr2smath-0158+>

Correction de l'exercice 230
<+Corr2smath-0112+>

Correction de l'exercice 231
<+Corr2smath-0115+>

Correction de l'exercice 232
<+Corr2smath-0116+>

Correction de l'exercice 233
<+Corr2smath-0121+>

Correction de l'exercice 234
<+Corr2smath-0211+>

Correction de l'exercice 235
<+Corr2smath-0126+>

Correction de l'exercice 236
<+Corr2smath-0124+>

Correction de l'exercice 237
<+Corr2smath-0118+>

Correction de l'exercice 238
<+Corr2smath-0127+>

Correction de l'exercice 239
<+Corr2smath-0125+>

Correction de l'exercice 240
<+Corr2smath-0129+>

Correction de l'exercice 241
<+Corr2smath-0130+>

Correction de l'exercice 242
<+Corr2smath-0216+>

Correction de l'exercice 243
<+Corr2smath-0218+>

Correction de l'exercice 244
<+Corr2smath-0214+>

Correction de l'exercice 245
<+Corr2smath-0215+>

Correction de l'exercice 246
<+Corr2smath-0220+>

Correction de l'exercice 247
<+Corr2smath-0041+>

Correction de l'exercice 248
<+Corr2smath-0217+>

Correction de l'exercice 249
<+Corr2smath-0219+>

Correction de l'exercice 250
<+Corr2smath-0228+>

Correction de l'exercice 251
<+Corr2smath-0213+>

Correction de l'exercice 252
<+Corr2smath-0310+>

Correction de l'exercice 253
<+Corr2smath-0169+>

Correction de l'exercice 254
<+Corr2smath-0168+>

Correction de l'exercice 255
<+Corr2smath-0170+>

Correction de l'exercice 256
<+Corr2smath-0171+>

Correction de l'exercice 257
<+Corr2smath-0172+>

Correction de l'exercice 258
<+Corr2smath-0173+>

Correction de l'exercice 259
<+Corr2smath-0113+>

Correction de l'exercice 260
<+Corr2smath-0178+>

Correction de l'exercice 261
<+Corr2smath-0179+>

Correction de l'exercice 262
<+Corr2smath-0303+>

Correction de l'exercice 263
<+Corr2smath-0302+>

Correction de l'exercice 264
<+Corr2smath-0308+>

Correction de l'exercice 265
<+Corr2smath-0241+>

Correction de l'exercice 266
<+Corr2smath-0290+>

Correction de l'exercice 267
<+Corr2smath-0268+>

Correction de l'exercice 268
<+Corr2smath-0265+>

Correction de l'exercice 269
<+Corr2smath-0266+>

Correction de l'exercice 270
<+Corr2smath-0267+>

Correction de l'exercice 271
<+Corr2smath-0269+>

Correction de l'exercice 272
<+Corr2smath-0270+>

Correction de l'exercice 273
<+Corr2smath-0271+>

Correction de l'exercice 274
<+Corr2smath-0244+>

Correction de l'exercice 275
<+Corr2smath-0299+>

Correction de l'exercice 276
<+Corr2smath-0291+>

Correction de l'exercice 277
<+Corr2smath-0292+>

Correction de l'exercice 278
<+Corr2smath-0300+>

Correction de l'exercice 279
<+Corr2smath-0301+>

Correction de l'exercice 280
<+Corrsmath-0873+>

Correction de l'exercice 281
<+Corrsmath-0916+>

Correction de l'exercice 282
<+Corrsmath-0924+>

Correction de l'exercice 283
<+Corrsmath-0937+>

Correction de l'exercice 284
<+Corrsmath-0982+>

Correction de l'exercice 285
<+Corr2smath-0101+>

Correction de l'exercice 286
<+Corr2smath-0120+>

Correction de l'exercice 287
<+Corr2smath-0157+>

Correction de l'exercice 288
<+Corr2smath-0119+>

Correction de l'exercice 289
<+Corr2smath-0123+>

Correction de l'exercice 290
<+Corr2smath-0128+>

Correction de l'exercice 291
<+Corr2smath-0004+>

Correction de l'exercice 292
<+Corrsmath-0902+>

Correction de l'exercice 293
<+Corrsmath-0892+>

Correction de l'exercice 294
<+Corrsmath-0887+>

Correction de l'exercice 295
<+Corrsmath-0888+>

Correction de l'exercice 296
<+Corr2smath-0080+>

Correction de l'exercice 297
<+Corr2smath-0122+>

Correction de l'exercice 298
<+Corr2smath-0142+>

Correction de l'exercice 299
<+Corr2smath-0163+>

Correction de l'exercice 300
<+Corrsmath-0894+>

Correction de l'exercice 301
<+Corrsmath-0848+>

Correction de l'exercice 302
<+Corrsmath-0849+>

Correction de l'exercice 303
<+Corrsmath-0850+>

Correction de l'exercice 304
<+Corrsmath-0851+>

Correction de l'exercice 305
<+Corrsmath-0852+>

Correction de l'exercice 306
<+Corrsmath-0853+>

Correction de l'exercice 307
<+Corrsmath-0854+>

Correction de l'exercice 308
<+Corrsmath-0856+>

Correction de l'exercice 309
<+Corrsmath-0855+>

Correction de l'exercice 310
<+Corrsmath-0857+>

Correction de l'exercice 311
<+Corrsmath-0868+>

Correction de l'exercice 312
<+Corrsmath-0880+>

Correction de l'exercice 313
<+Corrsmath-0882+>

Correction de l'exercice 314
<+Corrsmath-0883+>

Correction de l'exercice 315
<+Corrsmath-0910+>

Correction de l'exercice 316
<+Corr2smath-0191+>

Correction de l'exercice 317
<+Corr2smath-0192+>

Correction de l'exercice 318
<+Corrsmath-0911+>

Correction de l'exercice 319
<+Corrsmath-0958+>

Correction de l'exercice 320
<+Corrsmath-0923+>

Correction de l'exercice 321
<+Corr2smath-0193+>

Correction de l'exercice 322
<+Corr2smath-0194+>

Correction de l'exercice 323
<+Corr2smath-0195+>

Correction de l'exercice 324
<+Corr2smath-0196+>

Correction de l'exercice 325
<+Corr2smath-0198+>

Correction de l'exercice 326
<+Corr2smath-0200+>

Correction de l'exercice 327
<+Corr2smath-0197+>

Correction de l'exercice 328
<+Corrsmath-0921+>

Correction de l'exercice 329
<+Corrsmath-0912+>

Correction de l'exercice 330
<+Corrsmath-0914+>

Correction de l'exercice 331
<+Corrsmath-0961+>

Correction de l'exercice 332

<+Corrsmath-0962+>

Correction de l'exercice 333

<+Corr2smath-0210+>

Correction de l'exercice 334

<+Corr2smath-0212+>

Correction de l'exercice 335

Calculer :

(a) $(-1)+(-7)=-8$. Règle d'addition de deux nombres de même signe.

(b) $(-4)\times 4=-16$ multiplication de deux nombres de signes différent : négatif.

(c) $(+5)-(+7)=5+(-7)=-2$ la plus grande distance à zéro est le -7 ; nous prenons donc son signe.

(d) $\dfrac{9}{-3}=-\dfrac{9}{3}=-3$. Règle du signe d'un quotient : la même que celle du produit.

(e) $(-12)\times(-2)=24$. Le produit de deux nombres négatifs est positif.

Correction de l'exercice 336

(a) $(+5)\times(-12)=-60$. Le produit de deux nombres de signe différents est négatif.

(b) $\dfrac{12}{-4}=-\frac{12}{4}=-3$. Le quotient de deux nombres de signes différents est négatif.

(c) $(-4)\times(-5)=20$. Le produit de deux négatifs est positif.

(d) $(+10)-(+14)=10+(-14)$. C'est (-14) qui a la plus grande distance à zéro et donc lui qui donne le signe au résultat.

(e) $(-9)+(-3)=-12$. La somme de deux nombre de même signe a encore le même signe.

Correction de l'exercice 337

Les expressions égales à $-\dfrac{6}{7}$ sont $\dfrac{6}{-7}$ et $-(5\div 7)$.

Le nombre -0.87 n'est pas égal à $-6/7$: en multipliant 0.86 par 7, on n'obtient pas 6.

Correction de l'exercice 338

Compléter les égalités :

(a) $(-5)+3=-2$

(b) $4-(-7)=4+7=11$ parce que soustraire revient à additionner l'opposé

(c) $1+(-\ldots)=-1$ Nous savons que $1-2=-1$, donc $1+(-2)=-1$.

(d) $(-2)\times(-3)=6$

(e) $\dfrac{-6}{-3}=2$. Ne pas oublier le signe.

Correction de l'exercice 339

(a) En partant de 3 on obtient 9. L'enchaînement est : $3+7=10$, ensuite $10\times 3=30$ et enfin $30-21=9$.

En partant de 10 on obtient 30 et en parant de 12 on obtient 36.

(b) Il semble que le résultat soit toujours le triple du nombre de départ. Pour le démontrer, rien ne vaut un petit peu de x : si on part du nombre x, l'enchaînement est donné par la formule

$$\begin{aligned} x \\ x+7 \\ (x+7)\times 3=3\times x+21 \\ 3\times x+21-21=3x. \end{aligned}$$

(c) Le résultat en partant de 7001 est simple à trouver : c'est le triple de 7001 : $7001\times 3=21003$.

(d) Le nombre dont le triple est 21 est 7. Il faut donc partir de 7 pour obtenir 21.

Correction de l'exercice 340

Le plus simple pour trouver la réciproque d'un énoncé est de commencer par l'écrire sous la forme «Si ... alors ... » .

(a) La première affirmation, exprimée sous forme «Si ... alors ... » est :

> Si un quadrilatère a ses deux diagonales perpendiculaires, alors c'est un carré.

La réciproque est :

> Si un quadrilatère est un carré alors ses deux diagonales sont perpendiculaires.

Cette réciproque est vraie : c'est la propriété comme quoi tout carré a ses diagonales qui se coupent perpendiculairement.

(b) La réciproque est :

> Si un nombre peut être écrit sous forme fractionnaire, alors il est décimal.

Cette réciproque est fausse comme le montre le contre-exemple suivant : $\frac{1}{3}$ est fractionnaire, mais n'est pas décimal parce qu'il possède une infinité de chiffres derrière la virgule.

Note : à l'inverse une fraction comme $\frac{1}{4}$ est un nombre décimal : $\frac{1}{4} = 0.25$. Il n'y a que deux chiffres derrière la virgule.

Correction de l'exercice 341

Pour un contre-exemple, il faut trouver un nombre qui est divisible en même temps par 3 et 7 et qui n'est pourtant pas un multiple de 42. C'est le cas de 21 et de 63.

Note : le critère de divisibilité par 3 est que la somme des chiffres du nombre doit être divisible par 3.

Correction de l'exercice 342

Non : la séquence n'est pas bonne, entre autres parce que le signe de division ne fait que $\frac{2}{6}$ au lieu de diviser tout le numérateur $4+5\times 2$ par le dénominateur $6+1$.

En ce qui concerne les parenthèses, il faut faire ceci :

$$\boxed{(}\boxed{4}\boxed{+}\boxed{5}\boxed{\times}\boxed{2}\boxed{)}\boxed{\div}\boxed{(}\boxed{6}\boxed{+}\boxed{1}\boxed{)}$$

Note : il ne faut pas mettre 5×2 entre parenthèses parce que la multiplication est prioritaire.

Correction de l'exercice 343

(a) $15 + (-5) = 10$

(b) $\frac{-8}{2} = -4$

(c) $(-1) \times (-8) = 8$

(d) $8 \div (-2) = -4$. C'est le même que le (b).

(e) $-5 + 15 = 10$

Correction de l'exercice 344

Il suffit de remplacer tous les a par 3 et tous les b par -2 en faisant attention aux multiplications sous-entendues :

(a) Attention : la notation «$2a$» signifie $2 \times a$. Donc $2a = 2 \times 3 = 6$

(b) $7b = 7 \times (-2) = -14$

(c) $3 \times a + 4 = 3 \times 3 + 4 = 13$

(d) $-4 \times a = -4 \times 3 = -12$

(e) $\dfrac{a\times b}{-12}=\dfrac{3\times(-2)}{-12}=\dfrac{-6}{-12}=\dfrac{1}{2}$.

La dernière simplification mérite une explication. D'abord $\dfrac{-6}{-12}$ est un quotient de deux nombres de même signe ; le résultat sera donc positif. Nous pouvons donc écrire

$$\frac{-6}{-12}=\frac{6}{12}.$$

Ensuite 6 et 12 peuvent tous les deux être divisé par 6. Nous écrivons la simplification

$$\frac{6}{12}=\frac{6\div 6}{12\div 6}=\frac{1}{2}.$$

Correction de l'exercice 345

En ce qui concerne les phrases :

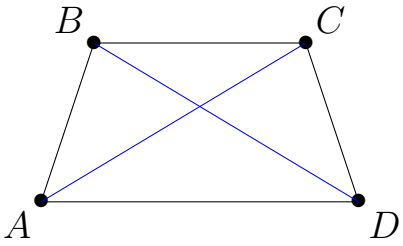
(a) Si il pleut alors il y a des nuages.

(b) Si une quadrilatère est un parallélogramme, alors il a deux diagonales de même longueurs.

Pour les questions :

(a) Non, on ne peut pas affirmer qu'il ait plu le 5 avril : il peut y avoir des nuages sans pluie.

(b) Il est possible d'avoir un quadrilatère dont les diagonales ont les mêmes longueurs sans qu'il soit un parallélogramme. Par exemple ceci :



Les segments $[AC]$ et $[BD]$ sont de même longueurs, mais le quadrilatère $ABCD$ n'est pas un parallélogramme.

Attention : un rectangle est un parallélogramme. Répondre «non parce que cela pourrait être un rectangle» est faux.

Correction de l'exercice 346

(a) Rembourser la moitié de sa dette demande de payer la moitié de 750 euros, soit 375 euros.

(b) Après cette opération, le compte de Pierre indiquera une dette moitié moins importante, c'est à dire

$$\frac{-750}{2}=-375.$$

Notez que la première réponse est 375 (positif) tandis que la seconde est -375 (négatif). Dire que vous «possédez» -375 euros est une façon de dire que vous avez une dette de 375 euros.

Correction de l'exercice 347

Le premier programme s'exprime avec le diagramme suivant :

$$\boxed{\cdots} \xrightarrow{\times 6} \boxed{\cdots} \xrightarrow{+11} \boxed{\cdots}$$

et le second par

$$\boxed{\cdots} \xrightarrow{+2} \boxed{\cdots} \xrightarrow{\times 6} \boxed{\cdots}$$

(a) **Programme 1**— En choisissant 2, on obtient 23.
— En choisissant -3, on obtient $-18 + 11 = -7$.
— En choisissant 4, on obtient $4 \times 6 + 11 = 24 + 11 = 35$.

Programme 2— En choisissant 2, on obtient 24.
— En choisissant -3, on obtient $(-3 + 2) \times 6 = -1 \times 6 = -6$.
— En choisissant 4, on obtient $6 \times 6 = 36$.

(b) Nous voyons que le second programme donne un résultat de un plus grand que le premier.

(c) Le plus simple est de suivre le chemin suivant :

$$\boxed{x} \xrightarrow{\times 6} \boxed{6x} \xrightarrow{+11} \boxed{6x + 11}$$

Nous avons donc $A = 6x + 11$. Les réponses suivante sont également correctes : $6 \times x + 11$ ou $x \times 6 + 11$.

(d) Nous suivant le chemin suivant :

$$\boxed{x} \xrightarrow{+2} \boxed{x + 2} \xrightarrow{\times 6} \boxed{(x + 2) \times 6}$$

Donc $B = (x+2) \times 6$. Il y a aussi moyen d'écrire cela sous la forme $6(x+2)$.

(e) Il s'agit de prouver que B est toujours A plus un. Pour cela nous pouvons développer l'expression de B :

$$B = (x + 2) \times 6 = 6x + 12.$$

La comparaison entre $A = 6x + 11$ et $B = 6x + 12$ montre que B vaut toujours 1 de plus que A :

$$A + 1 = 6x + 11 + 1 = 6x + 12,$$

ce qui signifie que $A + 1$ est B. Ou encore que le résultat du deuxième programme vaut un de plus que celui du premier.

Correction de l'exercice 348

Le côté le plus long est $[QR]$. Donc si le triangle est rectangle, il doit être rectangle en P. D'après le théorème de Pythagore, QRP sera rectangle si

$$QR^2 = QP^2 + RP^2,$$

et ne sera pas rectangle sinon. Nous calculons :

$$QR^2 = 289$$

et

$$QP^2 + RP^2 = 64 + 225 = 289.$$

La réciproque du théorème de Pythagore nous indique alors que le triangle QPR est rectangle.

Correction de l'exercice 349

Le côté le plus long est $[US]$. Donc nous devons vérifier si l'égalité de Pythagore

$$US^2 = ST^2 + UT^2$$

est vérifiée ou non.

Calcul :

$$US^2 = 625$$

et

$$ST^2 + UT^2 = 24^2 + 7^2 = 576 + 49 = 625.$$

L'égalité de Pythagore est donc vérifiée et le triangle STU est rectangle en T.

Correction de l'exercice 350

Le côté le plus long est $[TU]$. Donc nous devons vérifier si l'égalité de Pythagore

$$TU^2 = ST^2 + SU^2$$

est vérifiée ou non.

Calcul :

$$TU^2 = 576$$

et

$$ST^2 + SU^2 = 7^2 + 22^2 = 49 + 485 = 533.$$

L'égalité de Pythagore n'est donc pas vérifiée et le triangle STU n'est pas rectangle.

Correction de l'exercice 351

Le côté le plus long est $[PR]$. Donc si le triangle est rectangle, il doit être rectangle en Q. D'après le théorème de Pythagore, QRP sera rectangle si

$$PR^2 = QP^2 + QR^2,$$

et ne sera pas rectangle sinon. Nous calculons :

$$PR^2 = 15^2 = 225$$

et

$$QP^2 + QR^2 = 8^2 + 12^2 = 208.$$

La réciproque du théorème de Pythagore nous indique alors que le triangle QPR n'est pas rectangle.

Correction de l'exercice 352

Il faut remplacer x par 5 partout :

(a) $x + 5 = 5 + 5 = 10$

(b) $-x = -5$

(c) $4 \times x = 4 \times 5 = 20$

(d) $-2x = -2 \times 5 = -10$. Attention : lorsqu'on écrit $2x$, on sous-entend $2 \times x$.

(e) $x \times x = 5 \times 5 = 25$

Correction de l'exercice 353

(a) La formule de distribution (développement) donne

$$30 \times (10 - x) = 30 \times x - 30 \times x = 300 - 30x.$$

C'est donc la possibilité (a)(a1) qui est correcte.

(b) Le développement donne

$$3 \times (x + 2) = 3 \times x + 3 \times 2 = 3x + 6.$$

(c) Il y a plusieurs choses à faire. Une première est de remarquer que les deux termes sont multiples de 3 et d'écrire

$$6 \times a - 3 \times a^2 = 3 \times (2a - a^2).$$

Une autre possibilité est de remarquer que les deux termes sont multiples de a et d'écrire

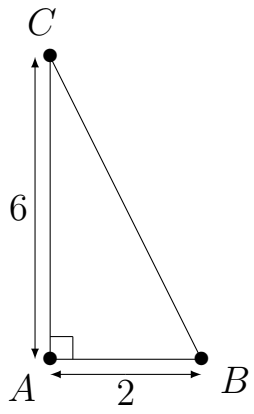
$$6 \times a - 3 \times a^2 = a \times (6 - 3a).$$

Le mieux est de faire les deux en même temps en mettant $3a$ en facteur :

$$6 \times a - 3 \times a^2 = 3a(2 - a).$$

Correction de l'exercice 354

Le dessin très schématique (et pas spécialement à l'échelle) est comme ceci :



Le côté $[CA]$ est la muraille, et $[AB]$ est la douve. La question revient à demander si $[CB]$ est ou non plus long que 7 m.

L'égalité de Pythagore dans le triangle rectangle ABC est :

$$CB^2 = 2^2 + 6^2 = 4 + 36 = 40.$$

Vu que $6^2 = 36$ et $7^2 = 49$, la longueur CB est entre 6 et 7. Par conséquent une échelle de 7 m suffit.

Note : pour cette question, il est également possible de répondre en faisant un dessin à l'échelle (par exemple 1 cm représente 1 m). Il n'est par contre pas possible de répondre par un dessin à la question «quelle est la longueur de $[AB]$» parce que le dessin est assez précis pour voir que cette longueur est plus grande que 7 cm, mais il n'est pas assez précis pour donner une valeur exacte.

Correction de l'exercice 355

(a) Le plus long côté est $[FG]$, donc si le triangle est rectangle, l'angle droit est au point H. Nous calculons :

$$GH^2 + FH^2 = 9^2 + 40^2 = 1681.$$

et

$$FG^2 = 41^2 = 1681.$$

Étant donné que l'égalité $GH^2 + FH^2 = FG^2$ est vérifiée, le théorème de Pythagore (sa réciproque) implique que le triangle FGH est rectangle en H.

(b) Le triangle KLM étant rectangle en K, l'égalité de Pythagore s'écrit

$$MK^2 + KL^2 = ML^2.$$

En remplaçant par les nombres donnés,

$$MK^2 + 12^2 = 20^2,$$

c'est à dire

$$MK^2 + 144 = 400.$$

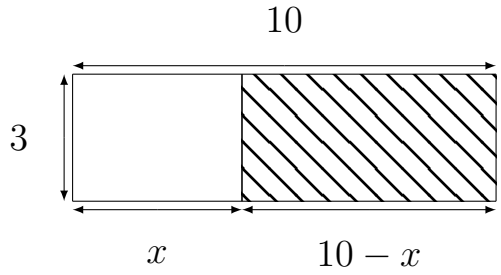
Nous en déduisons que

$$MK^2 = 256$$

et donc que $MK = 16$ parce que $16 \times 16 = 256$.

Correction de l'exercice 356

D'abord une lecture correcte de l'énoncé fait remarquer que la piscine est la partie hachurée, et non l'autre.



Correction de l'exercice 357

<+Corr2smath-0011+>

Correction de l'exercice 358

<+Corr2smath-0012+>

Correction de l'exercice 359

<+Corr2smath-0013+>

Correction de l'exercice 360

<+Corr2smath-0014+>

Correction de l'exercice 361

<+Corr2smath-0078+>

Correction de l'exercice 362

<+Corr2smath-0018+>

Correction de l'exercice 363

<+Corr2smath-0008+>

Correction de l'exercice 364

<+Corr2smath-0020+>

Correction de l'exercice 365

<+Corr2smath-0021+>

Correction de l'exercice 366

<+Corr2smath-0036+>

Correction de l'exercice 367

<+Corr2smath-0089+>

Correction de l'exercice 368

<+Corr2smath-0092+>

Correction de l'exercice 369

(a) Étant donné que (BC) est parallèle à (KL) et que la longueur du segment $[KL]$ est la moitié de celle de $[BC]$, la droite (KL) est une droite des milieux. Elle doit donc couper $[AB]$ et $[CA]$ en leurs milieux. Par conséquent $CL = LA = 5$.

(b) Si $BK = 2$ alors $BA = 4$ et le triangle ABC aurait pour mesures 3, 10 et 4. Cela n'est pas possible à cause de l'inégalité triangulaire (vue en cinquième).

Correction de l'exercice 370

(a) Diviser par une fraction revient à multiplier par l'inverse (voir la section 7.3). Il faut donc faire

$$\begin{aligned}\frac{10}{7} \div \frac{4}{5} &= \frac{10}{7} \times \frac{5}{4} \\ &= \frac{10 \times 5}{7 \times 4} \\ &= \frac{50}{28} \\ &= \frac{25}{14}.\end{aligned}$$

La dernière ligne est une simplification par 2 : $\dfrac{50 \div 2}{28 \div 2}$.

(b) Pour additionner ou soustraire des fractions, il faut passer par un dénominateur commun. Les dénominateurs étant 3 et 6, nous choisissons de convertir

$$\frac{6}{3} = \frac{6 \times 2}{3 \times 2} = \frac{12}{6}.$$

Alors

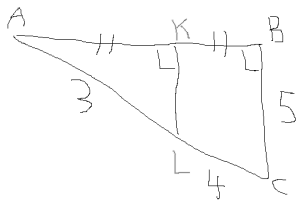
$$\begin{aligned}\frac{6}{3} - \frac{3}{6} &= \frac{12}{6} - \frac{3}{6} \\ &= \frac{12 - 3}{6} \\ &= \frac{9}{6} \\ &= \frac{3}{2}.\end{aligned}$$

Correction de l'exercice 371

Pour cet exercice, il ne suffit pas de répondre qu'on ne peut pas parce qu'on n'a pas la longueur du segment $[AB]$. En effet, il est demandé de dessiner un triangle *qui respecte tous les codages*, et non qui lit dans les pensées de Anne-Laure. La longueur de $[AB]$ est donc au choix[1].

La raison de l'impossibilité de dessiner le triangle de Anne-Laure est toute autre.

Commençons par donner des noms aux points qui en n'ont pas :



Le segment $[KL]$ est parallèle à $[BC]$ et passe par le milieux de $[AB]$. Elle est donc une droite des milieux du triangle ABC. Donc (KL) doit couper $[AC]$ en son milieu.

Or les codages indiquent que (KL) ne coupe pas $[AC]$ en son milieu (3 d'un côté et 4 de l'autre). Donc le dessin est impossible.

Correction de l'exercice 372

Justifier pas à pas pourquoi chacune des propositions fausses est fausse est un peu longuet. Le mieux est de trouver la bonne solution et de la justifier :

$$\frac{15}{21} = \frac{15 \div 3}{21 \div 3} = \frac{5}{7}.$$

La bonne solution est donc la (d).

Note : la proposition 0.71428571428571 n'est pas égale à $\frac{5}{7}$. Pour le justifier, il faut poser et effectuer la division $5 \div 7$ et remarquer que les décimales 571428 se répètent sans s'arrêter. Le fait que certaines calculatrices écrivent 5/7 lorsqu'on leur donne ce nombre doit inciter à la prudence lorsqu'on a une calculatrice en main.

Correction de l'exercice 373

(a) Il s'agit ici de bien faire la différence entre les élèves qui partent en vacance (deux sur cinq), et ceux qui partent en vacances *à l'étranger*. Ceux qui partent en vacances à l'étranger sont la moitiés de ceux qui partent en vacances, donc il sont un sur cinq (la moitié de 2/5).

1. Notons au passage que cette longueur n'est en réalité pas tout à fait au choix parce qu'elle peut se déduire avec Pythagore, mais c'est une autre histoire.

(b) Vu que deux élèves sur cinq partent en vacances, cela fait

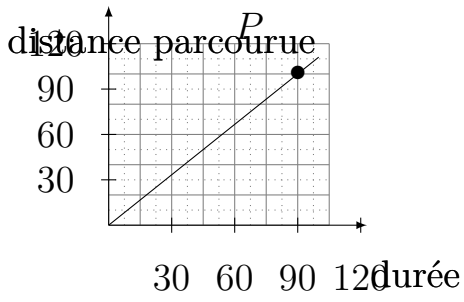
$$\frac{2}{5} \times 530 = 212$$

élèves. Les élèves qui restent sont donc $530 - 212 = 318$.

Correction de l'exercice 374

(a) Le bon graphe est le deuxième parce qu'il est le seul à être une droite passant par l'origine.

(b) Parmi les nombres demandés dans le tableau, le plus simple à aller chercher sur le graphique est le point P qui dit que 90 min correspondent à 100 km.



Nous pouvons donc compléter ceci :

Durée (min)	27	90	
Distance (km)		100	130

Pour le reste, il faut faire jouer la proportionnalité, ou des produits en croix. D'abord

$$\frac{x}{27} = \frac{100}{90},$$

qui donne $90 \times x = 27 \times 100$ et donc $x = \dfrac{27 \times 100}{90} = 30$ et ensuite

$$\frac{x}{130} = \frac{90}{100},$$

qui donne $x = \dfrac{90 \times 130}{100} = 117$. Au final le tableau est :

Durée (min)	27	90	117
Distance (km)	30	100	130

Correction de l'exercice 375

(a) Mise au même dénominateur :

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10},$$

donc

$$\begin{aligned}&\frac{7}{10}+\frac{-3}{5}\\=&\frac{7}{10}+\frac{-6}{10}\\=&\frac{7-6}{10}\\=&\frac{1}{10}.\end{aligned}$$

(b) La mise au même dénominateur est la même : seul le signe de l'opération change. Attention : soustraire un nombre négatif revient à additionner : $7-(-3)=7+3=10$:

$$\begin{aligned}&\frac{7}{10}-\frac{-3}{5}\\=&\frac{7}{10}+\frac{6}{10}\\=&\frac{13}{10}.\end{aligned}$$

(c) La multiplication de fraction est l'opération la plus simple :

$$\frac{7}{10}\times\frac{3}{5}=\frac{7\times 3}{10\times 5}=\frac{21}{50}.$$

(d) La division revient à multiplier par l'inverse :

$$\begin{aligned}&\frac{7}{10}\div\frac{3}{5}\\=&\frac{7}{10}\times\frac{5}{3}\\=&\frac{7\times 5}{10\times 3}\\=&\frac{35}{3}\\=&\frac{7}{10}.\end{aligned}$$

La dernière ligne est une simplification par 5.

Correction de l'exercice 376

<+Corr2smath-0132+>

Correction de l'exercice 377

<+Corr2smath-0133+>

Correction de l'exercice 378

<+Corr2smath-0134+>

Correction de l'exercice 379

<+Corr2smath-0135+>

Correction de l'exercice 380

<+Corr2smath-0155+>

Correction de l'exercice 381

<+Corr2smath-0175+>

Correction de l'exercice 382

(a) Il s'agit de la formule de double distributivité :

$$\begin{aligned}(x+3)(x-5) &= x^2+3x-5x-15\\ &= x^2-2x-15.\end{aligned}$$

(b) Il est possible de mettre 4 et x en facteur. Les trois réponses possibles sont donc, dans l'ordre de préférence : $4(x+3x^2)$, $x(4+12x)$ et $4x(1+3x)$.

Correction de l'exercice 383

(a) Si le triangle était rectangle, son hypoténuse serait 6 et nous aurions $6^2 = 3^2+4^2$, ce qui n'est pas vrai. Un triangle avec le longueurs proposées n'est donc pas rectangle.

(b) L'affirmation est fausse. Prendre par exemple $a = -1$ (il faut penser à prendre un nombre négatif).

(c) Oui, parce que (AD) est une droite des milieux : elle est parallèle à un côté et passe par le milieu d'un autre côté.

Correction de l'exercice 384

Les égalités de Thalès sont :

$$\frac{AO}{OD} = \frac{AB}{DC} = \frac{OB}{OC}.$$

Si $OD = 9$ alors ces égalités donnent

$$\frac{OA}{9} = \frac{7}{3}$$

et donc $3 \times OA = 9 \times 7$, ce qui donne $OA = 21$.

Pour des valeurs possibles à donner à OC et CB, rien n'empêche de prendre les mêmes que OD et DA. Tous les choix sont possibles tant que les deux conditions suivantes soient respectées :

— $\frac{OB}{OC} = \frac{7}{3}$

— les inégalités triangulaires dans ODC et OBA.

Correction de l'exercice 385
<+Corr2smath-0232+>

Correction de l'exercice 386
<+Corr2smath-0233+>

Correction de l'exercice 387
<+Corr2smath-0234+>

Correction de l'exercice 388
<+Corr2smath-0235+>

Correction de l'exercice 389
<+Corr2smath-0245+>

Correction de l'exercice 390
<+Corr2smath-0246+>

Correction de l'exercice 391
<+Corr2smath-0247+>

Correction de l'exercice 392
<+Corr2smath-0248+>

Correction de l'exercice 393
<+Corr2smath-0249+>

Correction de l'exercice 394
<+Corr2smath-0272+>

Correction de l'exercice 395
<+Corr2smath-0274+>

Correction de l'exercice 396
<+Corr2smath-0273+>

Correction de l'exercice 397
<+Corr2smath-0275+>

Correction de l'exercice 398
<+Corr2smath-0276+>

Correction de l'exercice 399
<+Corr2smath-0304+>

Correction de l'exercice 400
<+Corr2smath-0305+>

Correction de l'exercice 401
<+Corr2smath-0306+>

Correction de l'exercice 402
<+Corr2smath-0307+>

Correction de l'exercice 403
<+Corr2smath-0242+>

Correction de l'exercice 404
<+Corr2smath-0243+>

Correction de l'exercice 405
<+Corr2smath-0314+>

Correction de l'exercice 406
<+Corr2smath-0315+>

Correction de l'exercice 407
<+Corr2smath-0316+>

Correction de l'exercice 408
<+Corr2smath-0073+>

Correction de l'exercice 409
<+Corr2smath-0075+>

Correction de l'exercice 410
<+Corr2smath-0174+>

Correction de l'exercice 411
<+Corrsmath-0726+>

Correction de l'exercice 412
<+Corrsmath-0722+>

Correction de l'exercice 413
<+Corrsmath-0724+>

Correction de l'exercice 414
<+Corrsmath-0725+>

Correction de l'exercice 415
<+Corrsmath-0747+>

Correction de l'exercice 416
<+Corrsmath-0727+>

Correction de l'exercice 417
<+Corrsmath-0743+>

Correction de l'exercice 418
<+Corrsmath-0744+>

Correction de l'exercice 419
<+Corrsmath-0723+>

Correction de l'exercice 420
<+Corrsmath-0745+>

Correction de l'exercice 421
<+Corrsmath-0746+>

Correction de l'exercice 422
<+Corrsmath-0751+>

Correction de l'exercice 423
<+Corrsmath-0748+>

Correction de l'exercice 424
<+Corrsmath-0749+>

Correction de l'exercice 425
<+Corrsmath-0801+>

Correction de l'exercice 426
<+Corrsmath-0750+>

Correction de l'exercice 427
<+Corrsmath-0752+>

Correction de l'exercice 428
<+Corrsmath-0753+>

Correction de l'exercice 429
<+Corrsmath-0754+>

Correction de l'exercice 430
<+Corrsmath-0755+>

Correction de l'exercice 431
<+Corrsmath-0756+>

Correction de l'exercice 432
<+Corrsmath-0757+>

Correction de l'exercice 433

<+Corrsmath-0759+>

Correction de l'exercice 434

<+Corrsmath-0760+>

Correction de l'exercice 435

Le passage des degrés Fahrenheit aux degrés Celsius revient à appliquer le programme de calcul

— prendre la température en Fahrenheit,
— soustraire 32,
— diviser par 1.8.

(a) Pour savoir à quelle température en Celsius correspond 100 °F, on applique le programme :
— d'abord $100 - 32 = 68$,
— ensuite $\dfrac{68}{1.8} \simeq 37.7$
Pour être complet et réellement répondre à la question «donner une expression qui permet de calculer», il faut écrire

$$(100 - 32) \div 1.8$$

ou

$$\frac{100 - 32}{1.8}$$

(b) Il s'agit maintenant d'effectuer la conversion contraire : nous savons la température en Celsius et nous voulons savoir la température correspondante en Fahrenheit. Nous devons donc appliquer le programme à l'envers en partant de 20. Autrement dit nous devons compléter les cases dans l'enchaînement

$$\boxed{} \xrightarrow{-32} \boxed{} \xrightarrow{\div 1.8} \boxed{20}.$$

Cela revient à faire

$$\boxed{} \xleftarrow{+32} \boxed{} \xleftarrow{\times 1.8} \boxed{20}.$$

La réponse est :

$$\boxed{68} \xleftarrow{+32} \boxed{36} \xleftarrow{\times 1.8} \boxed{20}.$$

Donc 20 degrés Fahrenheit correspondent à 68 degrés Celsius.

(c) Il faut convertir 212°F en Celsius en suivant l'enchaînement

$$\boxed{212} \xrightarrow{-32} \boxed{} \xrightarrow{\div 1.8} \boxed{}.$$

C'est à dire :

$$\boxed{212} \xrightarrow{-32} \boxed{180} \xrightarrow{\div 1.8} \boxed{100}.$$

Adèle doit donc porter de l'eau à ébullition. Elle est donc en train de faire des pâtes ou de cuire un œuf dur ...

Correction de l'exercice 436
<+Corrsmath-0780+>

Correction de l'exercice 437
<+Corrsmath-0864+>

Correction de l'exercice 438
<+Corrsmath-0863+>

Correction de l'exercice 439
<+Corrsmath-0840+>

Correction de l'exercice 440
<+Corrsmath-0862+>

Correction de l'exercice 441
<+Corrsmath-0784+>

Correction de l'exercice 442
<+Corrsmath-0865+>

Correction de l'exercice 443
<+Corrsmath-0861+>

Correction de l'exercice 444
<+Corrsmath-0839+>

Correction de l'exercice 445
<+Corrsmath-0788+>

Correction de l'exercice 446
<+Corrsmath-0860+>

Correction de l'exercice 447
<+Corrsmath-0859+>

Correction de l'exercice 448
<+Corrsmath-0858+>

Correction de l'exercice 449
<+Corrsmath-0804+>

Correction de l'exercice 450
<+Corrsmath-0805+>

Correction de l'exercice 451
<+Corrsmath-0806+>

Correction de l'exercice 452
<+Corrsmath-0807+>

Correction de l'exercice 453
<+Corrsmath-0808+>

Correction de l'exercice 454
<+Corrsmath-0809+>

Correction de l'exercice 455
<+Corrsmath-0810+>

Correction de l'exercice 456
<+Corrsmath-0842+>

Correction de l'exercice 457
<+Corrsmath-0843+>

Correction de l'exercice 458
<+Corrsmath-0909+>

Correction de l'exercice 459
<+Corrsmath-0833+>

Correction de l'exercice 460
<+Corrsmath-0786+>

Correction de l'exercice 461
<+Corrsmath-0832+>

Correction de l'exercice 462
<+Corrsmath-0835+>

Correction de l'exercice 463
<+Corrsmath-0836+>

Correction de l'exercice 464
<+Corrsmath-0941+>

Correction de l'exercice 465
<+Corrsmath-0948+>

Correction de l'exercice 466
<+Corrsmath-0949+>

Correction de l'exercice 467
<+Corrsmath-0944+>

Correction de l'exercice 468
<+Corrsmath-0950+>

Correction de l'exercice 469
<+Corrsmath-0945+>

Correction de l'exercice 470
<+Corrsmath-0952+>

Correction de l'exercice 471
<+Corrsmath-0951+>

Correction de l'exercice 472
<+Corrsmath-0943+>

Correction de l'exercice 473
<+Corrsmath-0946+>

Correction de l'exercice 474
<+Corrsmath-0947+>

Correction de l'exercice 475
<+Corrsmath-0957+>

Correction de l'exercice 476
<+Corrsmath-0996+>

Correction de l'exercice 477
<+Corrsmath-0993+>

Correction de l'exercice 478
<+Corrsmath-0998+>

Correction de l'exercice 479
<+Corrsmath-0997+>

Correction de l'exercice 480
<+Corrsmath-0999+>

Correction de l'exercice 481
<+Corrsmath-1001+>

Correction de l'exercice 482
<+Corrsmath-1000+>

Correction de l'exercice 483
<+Corr2smath-0038+>

Correction de l'exercice 484
<+Corr2smath-0039+>

Correction de l'exercice 485
<+Corr2smath-0040+>

Correction de l'exercice 486
<+Corr2smath-0023+>

Correction de l'exercice 487
<+Corr2smath-0025+>

Correction de l'exercice 488
<+Corr2smath-0026+>

Correction de l'exercice 489
<+Corr2smath-0030+>

Correction de l'exercice 490
<+Corr2smath-0027+>

Correction de l'exercice 491
<+Corr2smath-0028+>

Correction de l'exercice 492
<+Corr2smath-0029+>

Correction de l'exercice 493
<+Corr2smath-0031+>

Correction de l'exercice 494
<+Corr2smath-0032+>

Correction de l'exercice 495
<+Corr2smath-0033+>

Correction de l'exercice 496
<+Corr2smath-0034+>

Correction de l'exercice 497
<+Corr2smath-0035+>

Correction de l'exercice 498
<+Corr2smath-0010+>

Correction de l'exercice 499
<+Corr2smath-0060+>

Correction de l'exercice 500

<+Corr2smath-0058+>

Correction de l'exercice 501

<+Corr2smath-0057+>

Correction de l'exercice 502

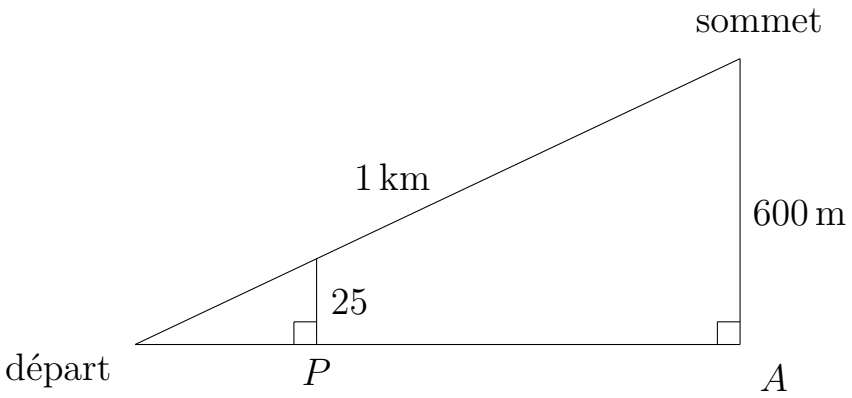
<+Corr2smath-0056+>

Correction de l'exercice 503

<+Corr2smath-0061+>

Correction de l'exercice 504

Le dessin :



Le coefficient de proportionnalité entre le petit et le grand triangle rectangle est de

$$\frac{600}{25} = 24.$$

D'autre part le théorème de Pythagore nous permet de trouver la longueur entre le départ et A qui vaut 800 m. Donc la distance entre le point de départ et P est

$$\frac{800}{25} \simeq 33.3\,\text{m}.$$

Correction de l'exercice 505

<+Corr2smath-0104+>

Correction de l'exercice 506

<+Corr2smath-0103+>

Correction de l'exercice 507

<+Corr2smath-0102+>

Correction de l'exercice 508

<+Corr2smath-0105+>

Correction de l'exercice 509
<+Corr2smath-0106+>

Correction de l'exercice 510
<+Corr2smath-0111+>

Correction de l'exercice 511
<+Corr2smath-0107+>

Correction de l'exercice 512
<+Corr2smath-0108+>

Correction de l'exercice 513
<+Corr2smath-0109+>

Correction de l'exercice 514
<+Corr2smath-0110+>

Correction de l'exercice 515
<+Corr2smath-0176+>

Correction de l'exercice 516
<+Corr2smath-0114+>

Correction de l'exercice 517
<+Corr2smath-0146+>

Correction de l'exercice 518
<+Corr2smath-0144+>

Correction de l'exercice 519
<+Corr2smath-0147+>

Correction de l'exercice 520
<+Corr2smath-0148+>

Correction de l'exercice 521
<+Corr2smath-0149+>

Correction de l'exercice 522
<+Corr2smath-0150+>

Correction de l'exercice 523
<+Corr2smath-0151+>

Correction de l'exercice 524
<+Corr2smath-0201+>

Correction de l'exercice 525
<+Corr2smath-0199+>

Correction de l'exercice 526
<+Corr2smath-0202+>

Correction de l'exercice 527
<+Corr2smath-0205+>

Correction de l'exercice 528
<+Corr2smath-0203+>

Correction de l'exercice 529
<+Corr2smath-0204+>

Correction de l'exercice 530
<+Corr2smath-0206+>

Correction de l'exercice 531
<+Corr2smath-0207+>

Correction de l'exercice 532
<+Corr2smath-0208+>

Correction de l'exercice 533
<+Corr2smath-0209+>

Correction de l'exercice 534
<+Corr2smath-0229+>

Correction de l'exercice 535
<+Corr2smath-0184+>

Correction de l'exercice 536
<+Corr2smath-0190+>

Correction de l'exercice 537
<+Corr2smath-0180+>

Correction de l'exercice 538
<+Corr2smath-0182+>

Correction de l'exercice 539
<+Corr2smath-0181+>

Correction de l'exercice 540

Correction de l'exercice 123

La procédure est toujours la même : déterminer l'aire de la base ainsi que la hauteur de la pyramide. À partir de là, utiliser la formule

$$\text{volume pyramide} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}.$$

parce que la pyramide entre trois fois dans le prisme correspondant.

(a) L'aire d'un carré de 4 cm de côté est $16\,\text{cm}^2$. Vu que la hauteur est 10 cm, le volume est

$$\frac{16\,\text{cm}^2 \times 10\,\text{cm}}{3} = \frac{160}{3}\text{cm}^3 \simeq 53.3\,\text{cm}^3$$

(b) L'aire de la base est donné par la formule de l'aire du disque : $\pi \times r^2$ c'est à dire

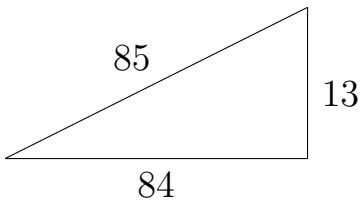
$$\pi \times 4^2 = 16\pi.$$

L'aire de la base est donc de $16\pi\,\text{mm}^2$. Pour le volume, on multiplie par la hauteur et on divise par 3 :

$$\frac{16\pi \times 9}{3} = 16 \times 3\pi = 48\pi.$$

Le volume du cône est donc de $48\pi\,\text{mm}^3$.

(c) Le plus long des trois côtés de la base est 85 cm ; la base se présente donc sous la forme



L'aire de ce triangle est

$$\frac{84\,\text{cm} \times 13\,\text{cm}}{3} = 546\,\text{cm}^2.$$

En ce qui concerne le volume de la pyramide,

$$\frac{546\,\text{cm}^2 \times 17\,\text{cm}}{3} = 3094\,\text{cm}^3.$$

(d) Note : dans cet exercice, aucune unité n'est donnée. Nous n'en notons donc pas [2].

La base est carrée et un de ses côtés mesure 4, donc l'aire de la base est 16. En ce qui concerne la hauteur, il faut étudier le triangle rectangle IBS, dont l'angle en I est droit. Par le théorème de Pythagore,

$$IB^2 + IS^2 = SB^2,$$

2. Si vous êtes mal à l'aise avec cela, considérez tout en centimètres par exemple.

et en remplaçant les longueurs connues,

$$15^2 + IS^2 = 17^2,$$

Donc $IS^2 = 64$ et nous déduisons $IS = 8$. C'est la hauteur de la pyramide.
Au final le volume est

$$V = \frac{16 \times 8}{3} = \frac{128}{3}.$$

En valeur approximative, $V \simeq 42.66$.

(e) En multipliant le rayon d'un cercle par k, on multiplie par k^2 son aire. En effet, au lieu d'avoir un rayon 4, le cercle a un rayon $4k$ et son aire devient

$$\pi \times (4k)^2 = \pi \times 4^2 \times k^2 = 16\pi k^2.$$

Par exemple, $(3 \times 4)^2 = 12^2 = 144$ ou $(6 \times 4)^2 = 24^2 = 576$.
Le volume du cône est donc également multiplié par k^2.
Le volume du nouveau cône est donc $48\pi \mathrm{k}^2\,\mathrm{cm}^3$.

Correction de l'exercice 541
<+Corr2smath-0185+>

Correction de l'exercice 542
<+Corr2smath-0186+>

Correction de l'exercice 543
<+Corr2smath-0189+>

Correction de l'exercice 544
<+Corr2smath-0187+>

Correction de l'exercice 545
<+Corr2smath-0183+>

Correction de l'exercice 546
<+Corr2smath-0221+>

Correction de l'exercice 547
<+Corr2smath-0258+>

Correction de l'exercice 548
<+Corr2smath-0259+>

Correction de l'exercice 549
<+Corr2smath-0260+>

Correction de l'exercice 550
<+Corr2smath-0261+>

Correction de l'exercice 551
<+Corr2smath-0262+>

Correction de l'exercice 552
<+Corr2smath-0263+>

Correction de l'exercice 553
<+Corr2smath-0264+>

Correction de l'exercice 554
<+Corr2smath-0277+>

Correction de l'exercice 555
<+Corr2smath-0282+>

Correction de l'exercice 556
<+Corr2smath-0285+>

Correction de l'exercice 557
<+Corr2smath-0279+>

Correction de l'exercice 558
<+Corr2smath-0287+>

Correction de l'exercice 559
<+Corr2smath-0288+>

Correction de l'exercice 560
<+Corr2smath-0281+>

Correction de l'exercice 561
<+Corr2smath-0280+>

Correction de l'exercice 562
<+Corr2smath-0286+>

Correction de l'exercice 563
<+Corr2smath-0278+>

Correction de l'exercice 564
<+Corr2smath-0289+>

Correction de l'exercice 565
<+Corrsmath-0826+>

Correction de l'exercice 566
<+Corrsmath-0825+>

Correction de l'exercice 567
<+Corrsmath-0781+>

Correction de l'exercice 568
<+Corrsmath-0837+>

Correction de l'exercice 569
<+Corrsmath-0985+>

Correction de l'exercice 570
<+Corr2smath-0019+>

Correction de l'exercice 571
<+Corr2smath-0024+>

Correction de l'exercice 572
<+Corr2smath-0000+>

Correction de l'exercice 573
<+Corr2smath-0022+>

Correction de l'exercice 574
<+Corr2smath-0256+>

Correction de l'exercice 575
<+Corr2smath-0037+>

Correction de l'exercice 576
<+Corrsmath-0890+>

Correction de l'exercice 577
<+Corrsmath-0986+>

Correction de l'exercice 578
<+Corrsmath-0891+>

Correction de l'exercice 579
<+Corr2smath-0094+>

Correction de l'exercice 580
<+Corr2smath-0131+>

Correction de l'exercice 581
<+Corrsmath-0900+>

Correction de l'exercice 582
<+Corrsmath-0901+>

Correction de l'exercice 583
<+Corr2smath-0255+>

Correction de l'exercice 584
<+Corr2smath-0230+>

Correction de l'exercice 585
<+Corr2smath-0257+>

Correction de l'exercice 586
<+Corr2smath-0231+>

Correction de l'exercice 587
<+Corr2smath-0236+>

Correction de l'exercice 588
<+CorrSeconde-0053+>

Correction de l'exercice 589

(a) Le point J est l'intersection de deux **médianes** du triangle, et donc l'intersection des trois. Ce point d'intersection est le **centre de gravité**[63] du triangle.

(b) Les trois médianes d'un triangle sont concourantes. La droite AJ est donc la troisième médiane du triangle ADC parce que cette troisième médiane est une droite passant par A et par J. Donc AJ coupe le côté opposé en son milieu.

Correction de l'exercice 590
<+Corrsmath-0010+>

Correction de l'exercice 591
<+Corrsmath-0118+>

Correction de l'exercice 592
<+CorrSeconde-0018+>

Correction de l'exercice 593
<+Corrsmath-0037+>

Correction de l'exercice 594
<+Corrsmath-0119+>

Correction de l'exercice 595

<+Corrsmath-0171+>

Correction de l'exercice 596

<+Corrsmath-0172+>

Correction de l'exercice 597

<+Corrsmath-0173+>

Correction de l'exercice 598

<+Corrsmath-0212+>

Correction de l'exercice 599

<+Corrsmath-0181+>

Correction de l'exercice 600

<+Corrsmath-0182+>

Correction de l'exercice 601

<+Corrsmath-0183+>

Correction de l'exercice 602

<+Corrsmath-0202+>

Correction de l'exercice 603

<+Corrsmath-0002+>

Correction de l'exercice 604

<+Corrsmath-0003+>

Correction de l'exercice 605

Nous allons passer en revue tous les nombres de zéro à 1000 et vérifier si il contient 3 chiffres. La difficulté est que si `a` est un *nombre*[3] alors `len(a)` ne fonctionne pas : la fonction `len` ne fonctionne que sur des chaînes de caractères. D'où le fait que le second programme ne fonctionnait pas.

Voici un programme qui résout l'exercice.

ex_comptage.py

```
# -*- coding: utf8 -*-
n=0
for i in range(0,1001):
    if len(str(i))==3:
        print(i,"oui")
        n=n+1

print("Quantité de nombres à 3 chiffres :",n)
```

3. `int` comme *integer* en anglais.

Notez que le test d'égalité se note avec un double égal : ==.

Correction de l'exercice 606

<+Corrsmath-0007+>

Correction de l'exercice 607

<+Corrsmath-0008+>

Correction de l'exercice 608

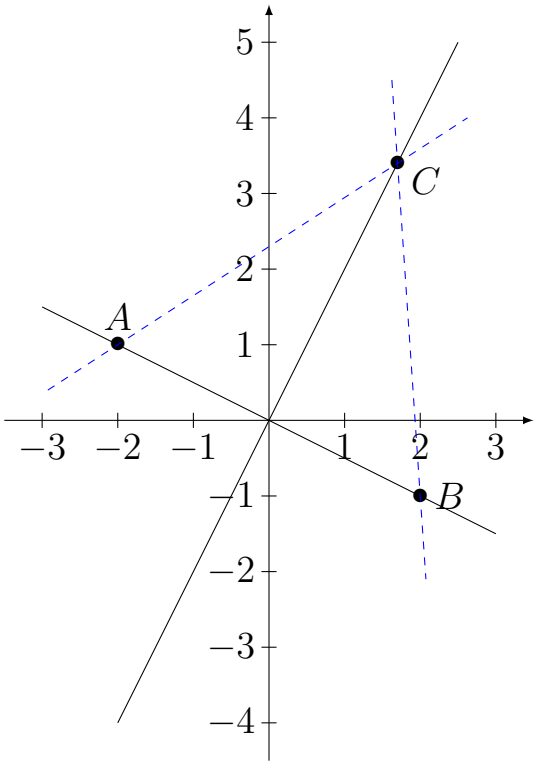
<+CorrSeconde-0096+>

Correction de l'exercice 609

<+CorrSeconde-0097+>

Correction de l'exercice 610

Le dessin (sur lequel C est volontairement mal placé) suivant montre la situation :



Étant donné que le point C doit se trouver sur la droite $y = 2x$, ses coordonnées sont $C = (x, 2x)$.

Pour prouver que tous les points de la droite d fournissent un triangle isocèle, une méthode est de monter que les droites $y = 2x$ et (AB) sont perpendiculaire et se coupent en $(0; 0)$ qui est le milieu de $[AB]$. Du coup $y = 2x$ est médiatrice de $[AB]$. Cependant, nous devrions de toutes façon calculer les longueurs plus bas ; nous n'entrerons donc pas dans le détail de cette méthode.

Pour exprimer que le triangle soit rectangle en C, il y a (au moins) deux méthodes. La première est d'écrire les coefficients angulaires de (AC) et de CB

et d'exprimer qu'ils sont inverse et opposés :

$$\frac{1-2x}{-2-x} = -\frac{1}{\frac{-1-2x}{2-x}}.$$

L'autre méthode est d'écrire le théorème de Pythagore. C'est cette deuxième méthode que nous allons suivre parce que de toutes façons il faudra calculer les longueurs pour le problème de triangle équilatéral.

Les longueurs sont (en fonction de x) :

$$\begin{aligned} AC^2 &= (-2-x)^2 + (1-2x)^2 \\ BC^2 &= (2-x)^2 + (-1-2x)^2 \\ AB^2 &= (-2-2)^2 + \big(-1-(-1)\big)^2 \end{aligned}$$

Après calculs :

$$\begin{aligned} AC^2 &= 5x^2 + 5 \\ BC^2 &= 5x^2 + 5 \\ AB^2 &= 20. \end{aligned}$$

Notez qu'on a déjà obtenu que pour tout x le triangle est isocèle en C. La condition

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

donne

$$20 = 10x^2 + 10,$$

et donc $x^2 = 1$, ce qui donne $x = \pm 1$. Il y a donc deux façons de placer le point C pour obtenir un triangle rectangle : $C = (1;2)$ et $C = (-1;-2)$.

D'autre part pour obtenir un triangle équilatéral, nous devons avoir $AB = AC = BC$, qui donne

$$5x^2 + 5 = 20,$$

ou encore $x^2 + 1 = 5$, ce qui donne $x = \pm\sqrt{5}$. Encore une fois il y a deux solutions : $C = (\sqrt{5}; 2\sqrt{5})$ ou $C = (-\sqrt{5}; -2\sqrt{5})$.

Correction de l'exercice 611

<+Corrsmath-0082+>

Correction de l'exercice 612

<+Corrsmath-0695+>

Correction de l'exercice 613

<+Corrsmath-0707+>

Correction de l'exercice 614

<+Corrsmath-0698+>

Correction de l'exercice 615

<+Corrsmath-0697+>

Correction de l'exercice 616

(a)

<++>

Correction de l'exercice 617

<+Corrsmath-0699+>

Correction de l'exercice 618

<+Corrsmath-0700+>

Correction de l'exercice 619

<+Corrsmath-0701+>

Correction de l'exercice 620

<+Corrsmath-0703+>

Correction de l'exercice 621

<+Corrsmath-0714+>

Correction de l'exercice 622

<+Corrsmath-0715+>

Correction de l'exercice 623

<+Corrsmath-0716+>

Correction de l'exercice 624

<+Corrsmath-0717+>

Correction de l'exercice 625

<+Corrsmath-0718+>

Correction de l'exercice 626

<+Corrsmath-0719+>

Correction de l'exercice 627

<+Corrsmath-0720+>

Correction de l'exercice 628

<+Corrsmath-0721+>

Correction de l'exercice 629

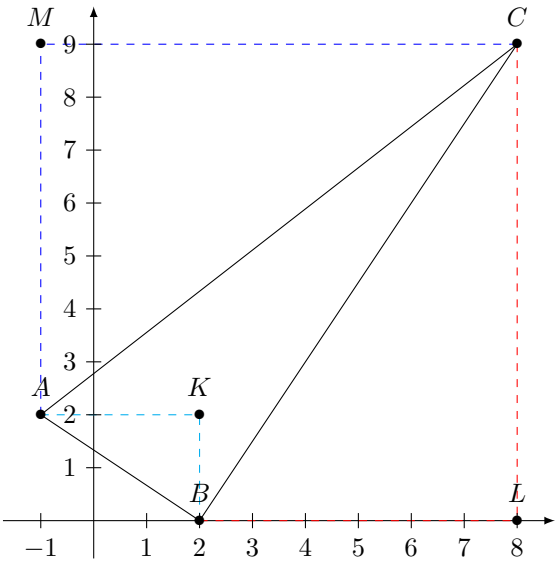
Il suffit d'utiliser la formule du milieu qui n'est autre que la formule de la moyenne :

$$\left(\frac{1+25}{2};\frac{1+37}{2}\right) = (13;19)$$

Les numéros écrits sur le siège du milieu sont donc 13 et 19.

Correction de l'exercice 630

Les longueurs se calculent en ajoutant des points de façon à pouvoir utiliser le théorème de Pythagore. Par exemple pour calculer la longueur AB nous construisons le point $K = (2;2)$ et nous calculons Pythagore dans le triangle ABK :



$$AB^2 = AK^2 + BK^2 = 3^2 + 2^2 = 13.$$

Donc $AB = \sqrt{13}$. Pour les deux autres longueurs c'est la même chose :

$$AC^2 = AM^2 + MC^2 = 9^2 + 7^2 = 130$$
$$AC = \sqrt{130}$$

et

$$BC^2 = BL^2 + LC^2 = 6^2 + 9^2 = 117$$
$$BC = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}.$$

Vu qu'il n'y a pas deux longueurs identiques, le triangle ABC n'est pas isocèle (et il n'est a fortiori pas équilatéral non plus). Est-ce qu'il est rectangle ? Le plus long côté est $[AC]$; donc si il est rectangle, il est rectangle en B. Testons cela avec la réciproque du théorème de Pythagore :

$$BC^2 + AB^2 = 117 + 13 = 130,$$

donc nous avons bien $AC^2 = BC^2 + AB^2$, ce qui signifie que le triangle est rectangle en B.

Correction de l'exercice 631

Nous laissons au lecteur le soin de faire un beau dessin.

(a) Le milieu de $[AC]$ est donné par la formule usuelle :

$$M\left(\frac{1+5}{2};\frac{1+0}{2}\right) = (3;\frac{1}{2}).$$

(b) Pour trouver le point D nous savons que M doit être le milieu de la diagonale $[BD]$ (parce que dans un parallélogramme, les deux diagonales ont le même milieu). En ce qui concerne les abscisses nous pouvons donc écrire

$$x_M = \frac{x_B + x_D}{2},$$

et en remplaçant par les nombres connus,

$$3 = \frac{4 + x_D}{2},$$

ce qui donne $x_D = 2$.

En ce qui concerne les ordonnées,

$$y_M = \frac{y_B + y_D}{2},$$

et en remplaçant par les nombres connus,

$$\frac{1}{2} = \frac{2 + y_D}{2},$$

ce qui donne $y_D = -1$.

Les coordonnée du point D sont donc $D = (2; -1)$.

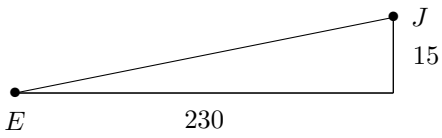
(c) Nous vérifions si ce parallélogramme est un rectangle en vérifiant si l'angle $\widehat{ABC}$ est droit. Pour cela nous vérifions la réciproque du théorème de Pythagore dans le triangle ABC dont l'hypoténuse serait $[AC]$. Les longueurs sont :

$$AB^2 = 3^2 + 1^2 = 10$$
$$AC^2 = 4^2 + 1^2 = 17$$
$$BC^2 = 1^2 + 2^2 = 5.$$

Donc $AC^2 = 17$ alors que $AB^2 + BC^2 = 15$, ce qui signifie que le triangle ABC n'est pas rectangle, et par conséquent que le parallélogramme $ABCD$ n'est pas un rectangle.

Correction de l'exercice 632

Le dessin ci-contre n'est pas à l'échelle, mais il montre comment il faut utiliser le théorème de Pythagore pour calculer la distance entre le joueur et l'ennemi. Le point J représente le joueur et le point E, l'ennemi. Le théorème de Pythagore donne que la distance est



$$EJ = \sqrt{15^2 + 230^2} = \sqrt{53125} \simeq= 230.5.$$

La distance étant de 230 m, le fusil est capable de le toucher.

Correction de l'exercice 633

Faire un dessin est fortement conseillé, bien qu'il soit possible de répondre sans.

(a) Nous appelons M le milieu du segment $[KR]$, qui sera également le milieu du parallélogramme. Ses coordonnées se calculent en utilisant la formule du milieu :

$$M = \left(\frac{x_K + x_R}{2}; \frac{y_K + y_R}{2}\right) = \left(\frac{-3 + (-2)}{2}; \frac{2 + 7}{2}\right) = \left(-\frac{5}{2}; \frac{9}{2}\right) = (-2.5; 4.5).$$

(b) Le point M doit être le milieu de la diagonale $[LQ]$; nous cherchons donc le point Q de telle sorte que M soit milieu de $[LQ]$. Il s'agit d'utiliser la formule du milieu «à l'envers». En ce qui concerne les abscisses :

$$x_M = \frac{x_Q + x_R}{2},$$

donc

$$-2.5 = \frac{x_Q + 0}{2},$$

ce qui donne $x_Q = -5$. Pour les ordonnées,

$$y_M = \frac{y_Q + y_R}{2},$$

donc

$$4.5 = \frac{y_Q + 4}{2},$$

ce qui donne $9 = y_Q + 4$ et donc $y_Q = 5$. Au final le point recherché est

$$Q = (-5; 5).$$

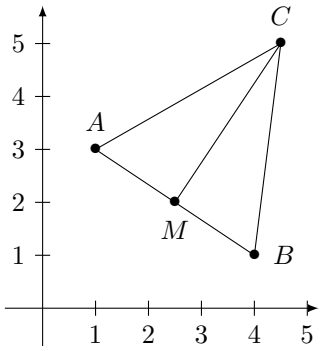
(c) Pour qu'un parallélogramme soit un rectangle, il suffit de vérifier qu'il ait un angle droit. Vérifions par exemple si l'angle $\hat{L}$ est droit en utilisant la réciproque du théorème de Pythagore dans le triangle KLR. D'abord nous calculons les longueurs des trois côtés :

$$\begin{aligned} KL &= \sqrt{(-3)^2 + 2^2} = \sqrt{13} \\ KR &= \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26} \\ LR &= \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}. \end{aligned}$$

Nous avons bien $KR^2 = KL^2 + LR^2$, ce qui prouve que l'angle $\hat{L}$ est droit. Le quadrilatère $KLRQ$ est donc bien un rectangle.

Il est de plus un carré parce qu'il a deux cotés adjacents de même longueurs : $KL = LR$.

Correction de l'exercice 634



Il existe deux grandes stratégies pour résoudre cet exercice.

(a) Se rappeler qu'un point est sur la médiatrice de $[AB]$ si et seulement si il est équidistant de A et B, c'est à dire si les distances CA et CB sont égales. Connaissant les coordonnées, ces longueurs sont faciles à calculer [4] :

$$AC^2 = \left(\frac{9}{2} - 1\right)^2 + (5-3)^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 2^2 = \frac{49}{4} + 4 = \frac{65}{4}.$$

et

$$BC^2 = \left(\frac{9}{2} - 4\right)^2 + (5-1)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4^2 = \frac{1}{4} + 16 = \frac{65}{2}.$$

Vu que $AC^2 = BC^2$ nous avons $AC = BC$ parce que de toutes façons AC et BC sont positifs.

Donc C est bien sur la médiatrice de $[AB]$.

(b) La seconde méthode consiste à trouver le milieu de $[AB]$ (que nous nommons M) et prouver que la droite (CM) est perpendiculaire à la droite (AB). Pour le milieu c'est un calcul classique :

$$M = \left(\frac{1+4}{2}; \frac{3+1}{2}\right) = (2.5; 2).$$

Pour vérifier que $(CM) \perp (AB)$ nous pouvons vérifier que le triangle MBC ou MAC est rectangle en M.

Notons qu'avec la première méthode il ne faut même pas calculer le milieu de $[AB]$.

Correction de l'exercice 635

Il faut commencer par prouver que $ABCD$ est un carré. Les longueurs des côtés se calculent facilement ; par exemple

$$AB^2 = 4^2 + 2^2 = 20,$$

donc $AB = \sqrt{20}$. En calculant de même les autres longueurs, on voit que tous les côtés mesurent $\sqrt{20}$. Notons que cela ne suffit pas pour prouver que le tout soit un carré parce que cela pourrait encore être un losange.

Nous devons de plus prouver qu'un des angles est droit. Pour cela nous prouvons que le triangle ABC est rectangle en utilisant la réciproque du théorème

4. Pourvu qu'on se souvienne comment il faut faire pour mettre une fraction au carré.

de Pythagore. Les carrés des longueurs des côtés de ABC sont :

$$AB^2 = \sqrt{20}$$
$$BC^2 = \sqrt{20}$$
$$AC^2 = 2^2 + 6^2 = 40.$$

Nous avons donc bien $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

En ce qui concerne la fenêtre, deux réponses sont possibles : le quart de $[DA]$ du côté de D et le quart de $[DA]$ su côté de A. Pour les calculer, nous appliquons le fait que le quart est le milieu du milieu. D'abord le milieu de $[DA]$ est :

$$M = \left(\frac{1+3}{2}; \frac{5+1}{2}\right) = (2; 3).$$

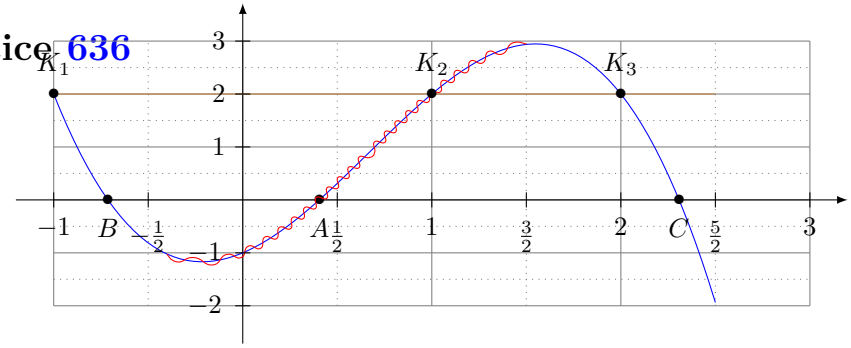
Ensuite il faut calculer soit le milieu de $[DM]$ soit le milieu de $[AM]$. Le premier est :

$$\text{milieu de } [DM] = \left(\frac{2+1}{2}; \frac{5+3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}; 4\right)$$

et

$$\text{milieu de } [AM] = \left(\frac{2+3}{2}; \frac{3+1}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}; 2\right).$$

Correction de l'exercice 636



Tout est lisible sur le graphique. Attention : si certains points ne tombent pas juste sur le quadrillage, il faut donner une approximation numérique cohérente avec le dessin. Plusieurs réponses sont donc parfois possible. Par exemple pour l'abscisse du point C, n'importe quelle valeur entre environ 2.2 et 2.4 sera acceptée.

(a) Les solutions de $f(x) = 0$ sont les abscisses des points où la courbe «vaut zéro», c'est à dire des points où la courbe touche l'axe des abscisses. Ce sont les points A, B et C sur le graphe. Les solutions de $f(x) = 0$ sont donc (approximativement) :

$$S = \{-0.7; 0.4; 2.25\}.$$

(b) La croissance de la fonction se lit sur un graphique comme étant la partie du graphe «qui monte». Elle est repassée en rouge sur le graphe. La fonction est donc croissante sur l'intervalle

$$[-0.4; \frac{3}{2}].$$

(c) Parmi les points dont les abscisses sont entre -1 et $\frac{1}{2}$, le plus haut est le point $(-1;2)$. Donc le maximum de la fonction sur l'intervalle $[-1,\frac{1}{2}]$ est 2. Attention : le maximum est l'ordonnée du point le plus haut et non le point lui-même.

(d) Entre $\frac{1}{2}$ et 2, le point le plus haut est $(\frac{3}{2};3)$ et le maximum de la fonction vaut donc 3.

(e) Étudier les variations signifie écrire le tableau de variations :

x	-1		0.4		$\frac{3}{2}$		$\frac{5}{2}$
$f(x)$	2	↘	-1.1	↗	3	↘	-2

(f) Les antécédents de -2 sont les x tels que $f(x)=2$. Ils correspondent aux points de la courbe qui sont à la hauteur 2 : les points K_1, K_2 et K_3 sur le graphe. Les antécédents sont donc les abscisses de ces points : -1, 1 et 2.

(g) L'image de -1 par la fonction f est la valeur de $f(-11)$, c'est à dire l'ordonnée du point d'abscisse -1 sur le graphe. L'image de -1 est donc 2. (cela correspond aussi au le point K_1 sur le graphe)

Correction de l'exercice 637

La règle d'or des graphiques dit que le point (a,b) est sur le graphe de f si et seulement si $f(a)=b$. Il suffit donc de calculer un peu.

(a) $f(0)=0$, donc le point $A(0;1)$ n'est pas sur le graphe (c'est le point $(0,0)$ qui est dessus).

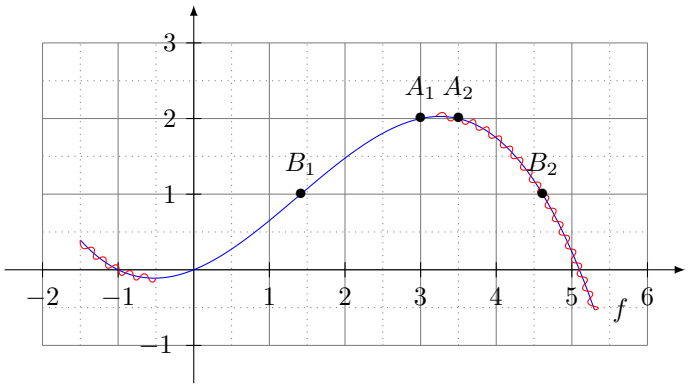
(b) $f(2)=4-6=-2$, donc le point $B(2;-2)$ est sur le graphe.

(c) $f(-3)=9-(-9)=9+9=18$, donc le point $C(-3;0)$ n'est pas sur le graphe (par contre le point $(-3;18)$ est dessus)

(d) $f(\frac{1}{2})=\frac{1}{4}-\frac{3}{2}=-\frac{5}{4}$. Donc le point D n'est pas sur le graphe.

Correction de l'exercice 638

Tout est lisible sur le dessin. Ce dessin n'étant pas très précis autour de la bosse entre $x=3$ et $x=3.5$, plusieurs réponses différentes ont été acceptées.



(a) Une fonction est décroissante sur un intervalle si le graphe est une courbe qui descend. Sur notre dessin ce sont les morceaux repassés en rouge.

(b) Les antécédents de 2 sont les abscisses pour lesquelles l'image vaut 2. Nous les repérons à partir des points A_1 et A_2 sur le graphe. Les solutions sont : $x = 3$ et $x = 3.5$.

(c) Le nombre $f(0)$ est donnée par la hauteur du graphe au dessus de $x = 0$. Le graphe passant par $(0; 0)$ nous avons $f(0) = 0$.

(d) Résoudre $f(x) = 1$ revient à trouver les antécédents de 1. Ce sont les abscisses des points de hauteur 1, c'est à dire des points B_1 et B_2. Les solutions de l'équation sont donc environ

$$S = \{1.4; 4.6\}$$

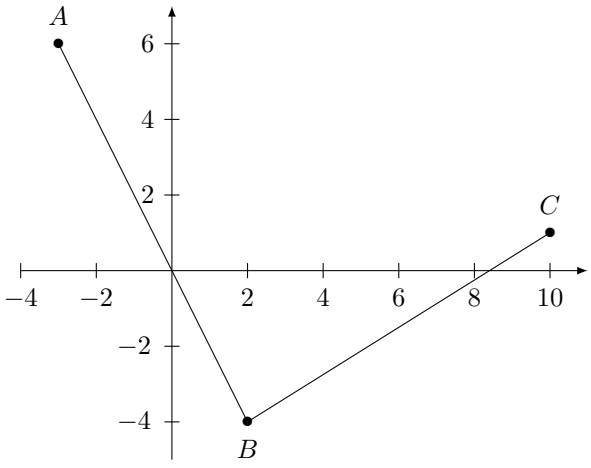
(e) Parmi les points d'abscisse entre -1 et 2, le point le plus haut est le point $(2; 1.5)$. Le maximum de la fonction sur cet intervalle est donc 2. Pour rappel, le maximum est la valeur atteinte et non le point lui-même.

(f) Étudier les variations signifie écrire le tableau de variations :

x	-1.5		-0.5		3.2		5.3
	1.4				2.1		
$f(x)$		↘		↗		↘	
			-0.2				-0.5

Correction de l'exercice 639

Il y a de nombreuses façons de procéder. En voici une particulièrement facile composée de deux morceaux de droite.

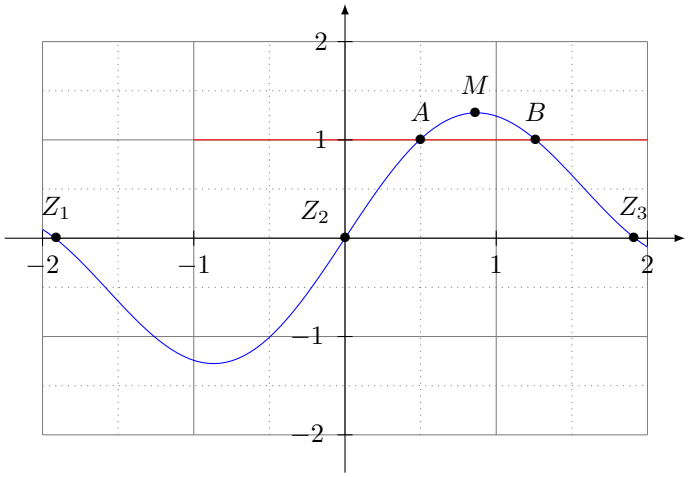


(a) Cette fonction passe par les points $(0; 0)$ et $A(-3; 6)$, ce qui donne bien $f(0) = 0$ et $f(-3) = 6$.

(b) Elle est décroissante sur $[0; 2]$. Et même sur $[-3; 2]$, mais ce n'est pas important.

(c) De tous les points d'abscisses dans $[2; 10]$, le plus haut est celui d'abscisse 10, c'est le point C.

Correction de l'exercice 640



(a) Pour résoudre graphiquement $f(x) = 1$ il faut trouver tous les points du graphe de f situés à la hauteur 1. Pour cela nous traçons la droite $y = 1$ (celle en rouge) et nous trouvons les intersections avec le graphe. Ce sont les points A et B. Les solutions à l'équation $f(x) = 1$ sont les abscisses de ces points :

$$S = \{0.5; 1.25\}.$$

En ce qui concerne l'équation $f(x) = 2$, il n'y a pas de solutions parce qu'à aucun moment le graphe de f n'arrive à la hauteur 2.

(b) Entre les abscisses -2 et 1, le graphe de f est une courbe qui descend, donc la fonction est décroissante.

(c) Les antécédents de zéro sont les solutions de $f(x) = 0$. Il s'agit de trouver les points où la courbe coupe l'axe horizontal ; ce sont les points Z_1, Z_2 et Z_3 sur le dessin. Les solutions sont

$$S = \{-1.9; 0; 1.9\}.$$

(d) Le point le plus haut d'abscisse entre -1 et 1 est le point noté M. Sa hauteur (ordonnée) est environ 1.25. Donc le maximum recherché est 1.25 et il est atteint pour $x = 0.8$.

(e) $f(0)$ vaut zéro. La courbe passe par l'origine.

(f) Le tableau de variations est celui avec les flèches (à ne pas confondre avec celui de signe) :

x	2		-0.8		0.8		2
	0.1				1.3		
$f(x)$		↘		↗		↘	
			-1.3				-0.1

(g) Certes le graphe de la fonction passe par les points $(0; 0)$ et $(\frac{1}{2}; 1)$, mais le graphe n'étant manifestement pas une droite, la fonction n'est ni linéaire ni affine. Albert se trompe du tout au tout.

Correction de l'exercice 641

Pour cet exercice nous ne donnons que les réponses. Les justifications sont les mêmes que pour les autres.

(a) Nous avons $f(x) = 2$ pour $x = -2.5$ et $x = -1$. Donc

$$S = \{-2.5; -1\}.$$

(b) Non. Le graphe monte puis descend ; la fonction n'est ni croissante ni décroissante sur cet intervalle.

(c) Il faut repérer les abscisses de tous les points pour lesquels le graphe de la courbe coupe l'axe horizontal :

$$S = \{-3; 0; 1\}$$

(d) L'image de -1 est 2.

(e)

x	-3.5		-1.9		0.5		1.5
			3				1.7
$f(x)$		↗		↘		↗	
	-4				-0.5		

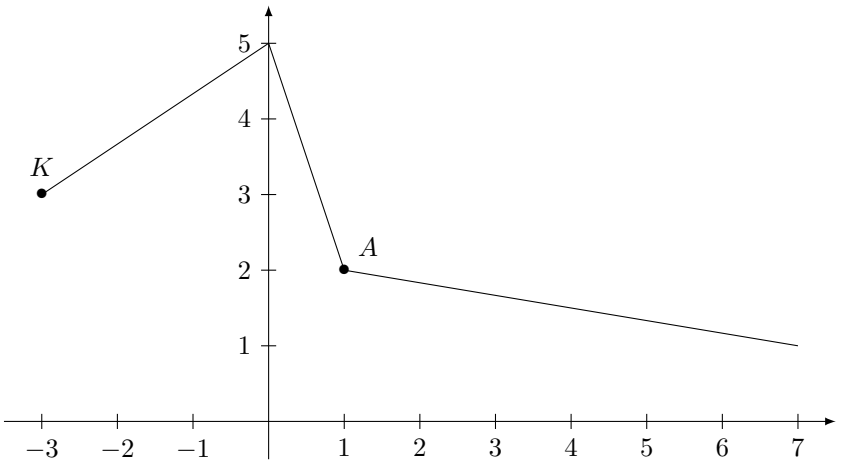
(f) Albert est complètement dans l'erreur : le graphe présenté n'est même pas une droite ; la fonction ne peut donc être linéaire (ni affine en général).

Correction de l'exercice 642

(a) Nous avons certainement $g(2) < 2$ parce que g est décroissante entre 1 et 7 alors que $g(1) = 2$. Par contre $g(-1) > 3$ parce que $g(-3) = 3$ et que g est croissante sur $[-3, 0]$.

Donc $g(-1) > g(2)$.

(b) Il y a de nombreuses possibilités. En voici une :



(c) Le tableau de variations de la fonction dessinée est :

x	-3		0		7
			5		
$g(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	
	3				1

(d) Le tableau de signes est encore plus simple parce que la fonction dessinée est toujours positive :

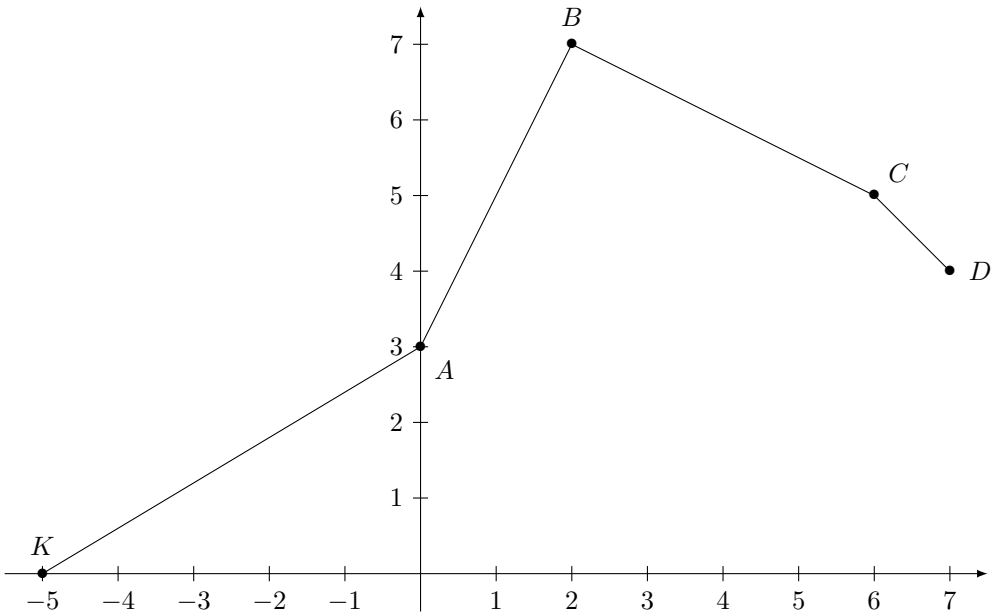
x	-3		7
$f(x)$	$+$	$+$	$+$

Correction de l'exercice 643

(a) Étant donné que g est croissante sur $[-5;0]$, que $g(-5)=0$ et que $g(0)=3$, le nombre $g(5)$ est compris entre 0 et 3 (voir tableau de variations).

(b) Par ailleurs $g(6)=5$ et entre $x=5$ et $x=6$ la fonction est décroissante ; donc $g(5)>g(6)=5$, c'est à dire $g(5)>5$. Nous avons donc $g(5)>g(-1)$.

(c) Il y a de nombreuses possibilités. En voici une :



(d) Pour ce graphique le tableau de variations est :

x	-5		2		7
			7		
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	
	0				4

Notez qu'il est inutile de mettre les points intermédiaires dans le tableau de variations.

(e) Pour le tableau de signe, il est facile parce que la fonction est toujours positive :

x	-5		7
$f(x)$	0	$+$	$+$

Correction de l'exercice 644

(a) Vu que M varie entre C et B, la distance CM varie entre 0 et 4. L'intervalle de variation de x est $[0;4]$.

(b) Le triangle DAN est rectangle en A ; son aire est donnée par

$$f(x) = \frac{AN \times DA}{2} = \frac{4x}{2} = 2x.$$

(c) Nous avons $NB = 6-x$ et $BM = 4-x$. L'aire du rectangle dont les côtés sont $6-x$ et $(4-x)$ est

$$g(x) = (6-x)(4-x) = x^2 - 10x + 24.$$

L'aire du triangle DCM (rectangle en C) est

$$h(x) = \frac{DC \times CM}{2} = \frac{6 \times x}{2} = 3x.$$

(d) Pour calculer l'aire de la zone grisé, il suffit de calculer celle du grand rectangle et de soustraire les aires que nous venons de calculer :

$$\begin{aligned} A(x) &= 6 \times 4 - f(x) - g(x) - h(x) \\ &= 24 - 2x - (x^2 - 10x + 24) - 3x \\ &= 24 - 2x - x^2 + 10x - 24 - 3x \\ &= -x^2 + 5x. \end{aligned}$$

(e) Le raisonnement de Bob est de résoudre $A(x) = 0$. Il est vrai que $x = 0$ et $x = 5$ sont des solutions (pour le vérifier, remplacer $x = 5$ et $x = 0$ dans l'expression de $A(x)$).

Lorsque $x = 0$, la zone grise est effectivement complètement plate, par contre la solution $x = 5$ n'est pas correcte parce que x n'a le droite de varier que dans l'intervalle $[0;4]$. Avec $x = 5$ le point M est au-dehors de $[BC]$.

Correction de l'exercice 645

C'est du calcul et de la résolution d'équations.

(a) $f(1) = -3 + 7 = 4$ et $f(\frac{4}{9}) = \frac{17}{3}$.

(b) Il faut trouver une valeur de x pour laquelle nous avons $f(x) = 19$, c'est à dire résoudre l'équation

$$-3x + 7 = 19,$$

dont la solution est $x = -4$.

(c) Il faut résoudre l'équation $-3x + 7 = -32$. La résolution se fait comme suit :

$$\begin{aligned} -3x + 7 &= -32 \\ -3x &= -32 - 7 = -39 \\ x &= \frac{39}{3} = 13. \end{aligned}$$

Correction de l'exercice 646

(a) Une fonction affine est croissante si et seulement si son coefficient directeur est positif. C'est le cas de la fonction f dont le coefficient directeur vaut 3. Donc elle est bien croissante.

(b) Le point $(7; 17)$ sera sur le graphe de g si et seulement si $g(7) = 17$. Il suffit donc de calculer :

$$g(7) = -14 + 3 = -11.$$

Le point $(7; 17)$ est donc bien sur le graphe de la fonction g.

(c) La fonction h n'est pas une fonction affine. Il ne peut pas y avoir de x en dénominateur dans une fonction affine. Donc faux.

Correction de l'exercice 647

(a) $f(0) = 0$, $f(1) = 2$, $f(2) = 4$ et $f(3) = 6$.

(b) $g(0) = 4$, $g(1) = 3$, $g(2) = 2$ et $g(3) = 1$.

(c) Les ordonnées à l'origine sont faciles : ce sont $f(0)$ et $g(0)$. Cherchons pour f. D'abord son coefficient directeur est $f(0) = 0$. Ensuite il faut trouver m pour que la droite mx soit celle représentée. Il est vite vu que c'est

$$f(x) = 2x.$$

En ce qui concerne g nous avons déjà 4 comme ordonnée à l'origine, ensuite nous cherchons m tel que la droite g représentée soit la droite $mx+4$. C'est

$$g(x) = -x + 4.$$

(d) La fonction h donnée est une fonction affine ; sa représentation graphique sera donc une droite. Il suffit alors d'en trouver deux points. Le plus facile est le point d'abscisse 0 : $h(0) = 2$, donc le point $(0; 2)$ est sur le graphe. Ensuite on peut calculer $f(1) = 6$, ce qui donne le point $(1; 6)$. Il faut donc tracer la droite passant par les points $(0; 2)$ et $(1; 6)$.

Correction de l'exercice 648

Nous écrivons les fonctions qui au nombre de semaines fait correspondre le nombre de bouteilles présentes dans chacune des deux caves. Vu que la première cave commence à 200 et perd 10 bouteilles par semaine, la première fonction est :

$$f_1(x) = 200 - 10x.$$

En ce qui concerne la seconde cave, elle gagne 9 bouteilles par semaine. Donc :

$$f_2(x) = 9x.$$

Pour trouver à quel moment on arrive à égalité, il faut résoudre l'équation $f_1(x) = f_2(x)$, c'est à dire

$$200 - 10x = 9x$$

dont la solution est $x = \frac{200}{19} \simeq 10.52$.

En conclusion, après 10 semaines, il y aura encore quelque bouteilles de plus dans la première cave et après la onzième semaine il en aura un peu plus dans la seconde. Notre buveur doit donc s'arrêter après 10 ou 11 semaines suivant ce qu'il préfère.

Correction de l'exercice 649

Le lièvre courant à 60 km/h, il termine la course en une minute. La tortue par contre doit encore parcourir deux mètres et aura besoin de deux minutes pour terminer lorsque le lièvre partira. Le lièvre gagne donc avec une minute d'avance.

Attention : cela ne signifie pas que le lièvre dépasse la tortue à un mètre de la ligne d'arrivée. La tortue est encore à un mètre de la ligne d'arrivée lorsque le lièvre termine ; donc le lièvre a dû dépasser la tortue un peu avant.

Pour savoir à quel moment et à quel endroit le lièvre dépasse la tortue, il faut poser quelque équations. Si f est la fonction qui donne la position du lièvre (en kilomètres depuis la ligne de départ) en fonction du temps (compté en minutes à partir du moment où le lièvre part), nous posons

$$f(x) = x.$$

Dans les mêmes unités, g sera la position de la tortue en fonction du temps :

$$g(x) = 0.998 + 0.001x.$$

La raison de cette fonction est que lorsque le lièvre part, la tortue est déjà à 0.998 km (c'est à dire 998 mètres) de la ligne de départ et qu'elle parcourt 0.001 km par minute.

Le moment où le lièvre dépasse la tortue est alors donné par l'équation

$$x = 0.998 + 0.001x,$$

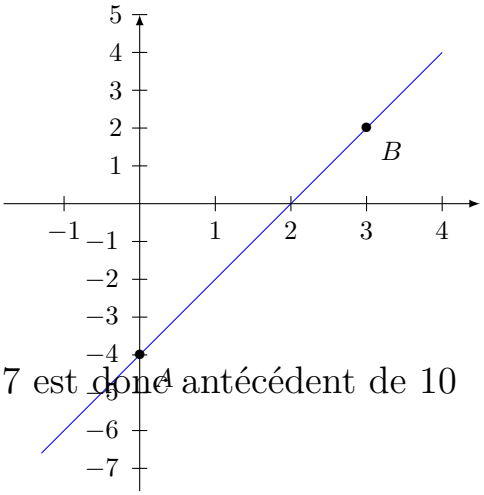
dont la solution est

$$x = \frac{0.998}{0.999} = \frac{998}{999}.$$

Cela est le moment, compté en minutes depuis le départ du lièvre, où le lièvre dépasse la tortue. À ce moment, la lièvre se trouve à environ 0.9989 km de la ligne de départ. C'est donc effectivement très peu avant 1 m de la ligne d'arrivée.

Correction de l'exercice 650

Le graphe est sur la figure ci-contre.



(a) L'image de 130 par g est le nombre $g(130)$ qui vaut $2 \times 130 - 4 = 256$. Trouver un antécédent de 10 revient à trouver une valeur de x pour laquelle $g(x) = 10$, c'est à dire résoudre l'équation

$$2x - 4 = 10.$$

La solution est donnée par $x = 7$. Le nombre 7 est donc antécédent de 10 par g.

(b) Pour tracer le graphe d'une fonction affine il suffit de trouver deux points. Nous avons par exemple $g(0) = -4$ et $g(3) = 2$, ce qui donne les deux points $A(0; -4)$ et $B(3; 2)$. Nous les plaçons dans un repère et nous traçons la droite à la règle.

(c) Étudier le signe signifie tracer le tableau de signe. L'antécédent de zéro se trouve en résolvant l'équation $g(x) = 0$, c'est à dire

$$2x - 4 = 0$$

dont la solution est $x = 2$. C'est donc le nombre 2 qui apparaît dans le tableau :

x		2	
$f(x)$	$-$	0	$+$

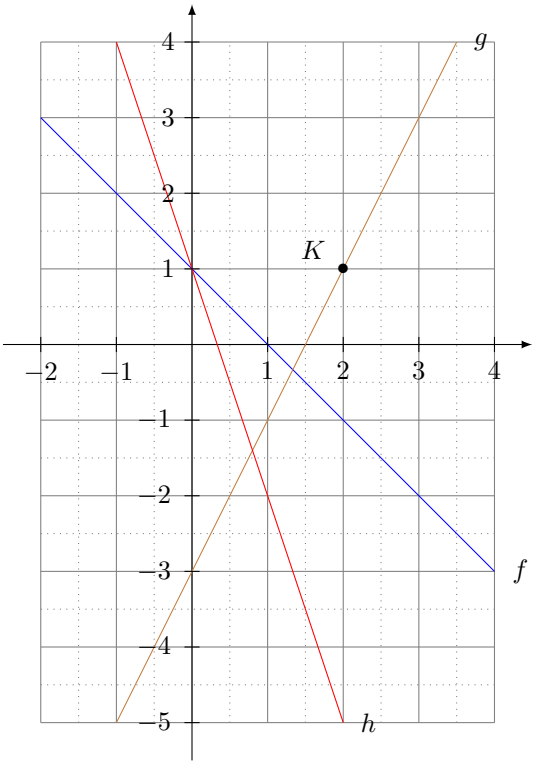
Le signe $-$ est à gauche et le $+$ à droite parce que la fonction est croissante.

(d) Résoudre l'équation $g(x) \geqslant 0$ revient à trouver pour quels x nous avons $2x - 4 \geqslant 0$. Il n'y a rien à faire : c'est déjà dans le tableau de signe : ce sont les $x \geqslant 2$. Donc la réponse est

$$x \in [2; \infty[.$$

Correction de l'exercice 651

Voir le dessin ci-contre.



(a) $f(-1) = 2$, $f(0) = 1$ et $f(\frac{5}{2}) = -1.5$.

(b) Commençons par la fonction f. La question revient à trouver pour quel m et p nous avons $f(x) = mx+p$. L'ordonnée à l'origine est l'ordonnée de la droite pour $x = 0$, c'est à dire 1. Nous avons donc $f(x) = mx + 1$. Il reste à trouver pour quelle valeur de m ça colle au graphe.

Pour ce faire nous savons par exemple que la droite passe par le point de coordonnées $(2; -1)$, donc $f(2) = -1$, c'est à dire

$$m \times 2 + 1 = -1$$

ce qui donne $m = -1$. Au final $f(x) = -x + 1$; l'ordonnée à l'origine est 1 et le coefficient directeur est -1.

Pour la fonction g nous faisons de même. Nous posons $g(x) = mx+p$. Du premier coup d'œil nous savons que $p = -3$: c'est l'ordonnée du point où la droite g coupe l'axe vertical. Il suffit maintenant de trouver pour quel m nous avons $g(x) = mx - 3$. Pour cela nous prenons par exemple le point $K(2; 1)$ par lequel passe le graphe de g. Par la règle d'or des graphiques nous avons $g(2) = 1$, c'est à dire

$$m \times 2 - 3 = 1$$

ou encore $m = 2$.

(c) La fonction h est celle dessinée en rouge.

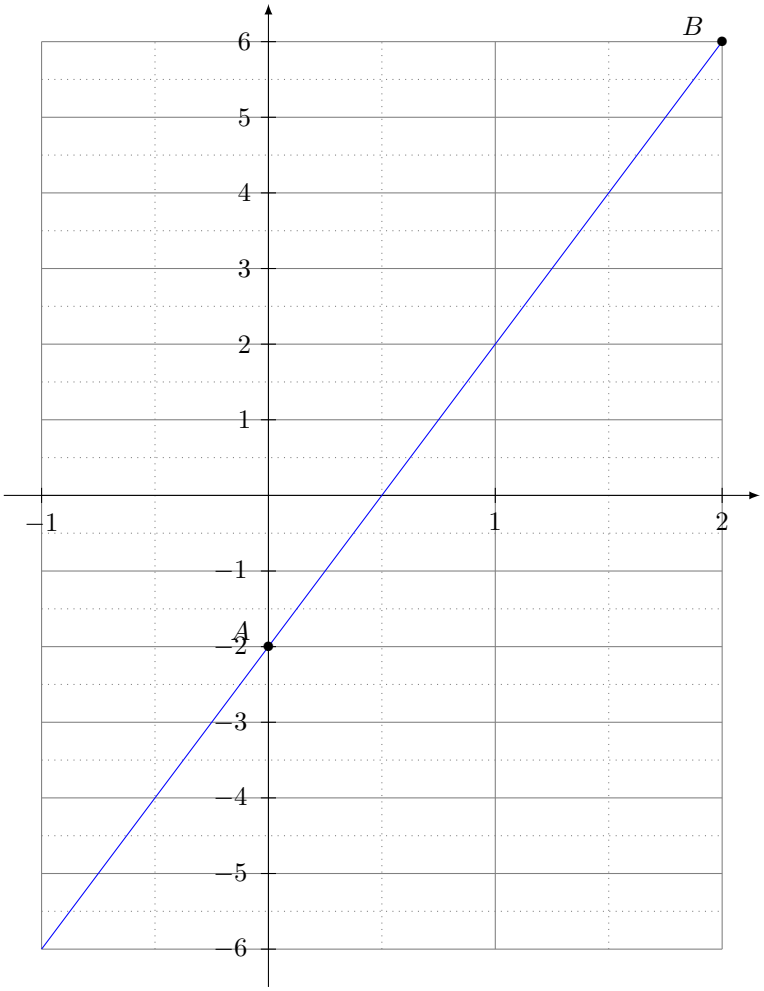
Correction de l'exercice 652

(a) Nous cherchons une fonction du type $f(x) = mx + p$. Vu que le coefficient directeur doit être 4, nous avons $m = 4$. Pour que 3 soit antécédent de 10, il faut $f(3) = 10$, ou encore

$$4 \times 3 + p = 10.$$

Cela demande $p = -2$. La réponse est donc $f(x) = 4x - 2$.

(b) La fonction proposée est affine et son graphe est donc une droite. Pour tracer une droite il faut savoir deux points. Le plus simple est de commencer par $g(0) = -2$; le graphe passe donc par le point $A(0;-2)$. Un autre facile est par exemple $g(2) = 6$ et donc le point $B(2;6)$. Le résultat est le suivant :



(c) Pour le tableau de signe d'une fonction affine, le plus compliqué est de trouver pour quelle valeur de x la fonction s'annule ; dans notre cas, cela se découvre en résolvant $4x - 2 = 0$; la solution est $x = \frac{1}{2}$. Le tableau de signe est :

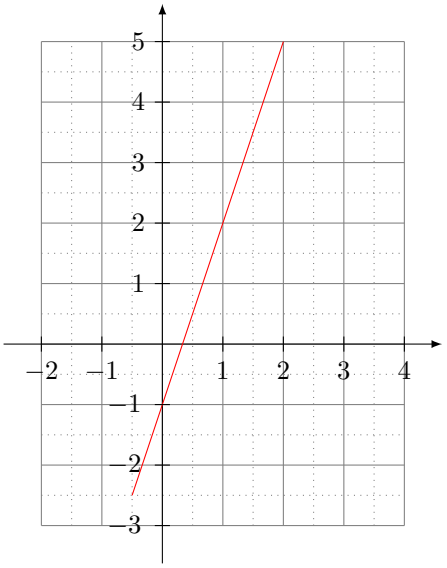
x		$\frac{1}{2}$	
$g(x)$	$-$	0	$+$

(d) Les solutions de $g(x) < 0$ se lisent dans le tableau de signe ; ce sont tous les nombres jusqu'à $\frac{1}{2}$ non compris : $x \in]-\infty, \frac{1}{2}[$.

Correction de l'exercice 653

(a) Vu que l'ordonnée à l'origine de la droite tracée est -1, cela ne peut être que la fonction f.

(b) Le dessin complet est :



(c) Il y a deux façons de résoudre l'équation $f(x) = g(x)$. La première, graphique, est de donner l'abscisse du point d'intersection entre les deux droites. C'est directement visible sur le dessin : $x = 1$.

La seconde est de résoudre l'équation

$$3x - 1 = -x + 3.$$

On passe tout les x à gauche et le reste à droite :

$$3x + x = 3 + 1$$

Donc $4x = 4$ et finalement $x = 1$.

Notons que les deux méthodes donnent le même résultat. Si les deux méthodes ne donnent pas le même résultat, c'est qu'on se trompe.

Correction de l'exercice 654

(a) Vu que la droite doit passer par l'origine $((0;0))$, la fonction que nous cherchons est une fonction linéaire, donc de la forme $f(x) = mx$. Le fait que le graphe de cette droite passe par le point $(6;3)$ nous dit que

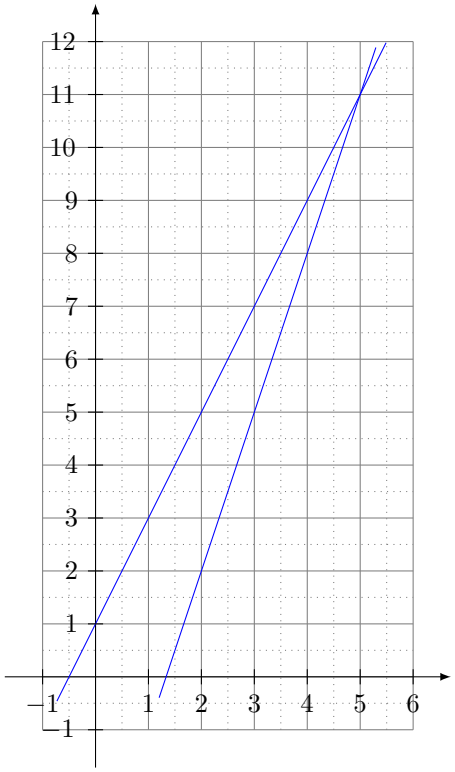
$$f(6) = 3,$$

donc $m \times 6 = 3$ et donc $m = \frac{1}{2}$. La fonction cherchée est donc

$$f(x) = \frac{x}{2}.$$

(b) Il suffit de calculer $f(20) = 10$, donc A est sur le graphe ; $f(2) = 1$ donc B n'y est pas (c'est le point $(2;1)$ qui y est) et $f(0) = 0$ donc le point C n'est pas non plus sur le graphe de f.

(c) Le dessin est ici :



(d) L'équation $g(x) = h(x)$ n'est autre que $2x+1 = 3x-4$. Pour la résolution, c'est

$$\begin{aligned} 2x + 1 &= 3x - 4 \\ -x &= -5 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

(e) La solution de l'équation $g(x) - h(x)$ donne l'abscisse du point d'intersection. Le point d'intersection est donc de la forme $I = (5; y)$. Pour trouver y il suffit de calculer $y = g(5)$ ou $y = h(5)$; dans les deux cas nous trouvons $I = (5; 11)$.

Notons que le dessin confirme le point d'intersection en $(5; 11)$.

Correction de l'exercice 655

La plus simple à trouver est d_4 qui correspond à la fonction $f_b(x) = -2x+2$: c'est la seule décroissante ($m = -2$). L'autre directement visible est d_3 qui correspond à $f_d(x) = 3x$: c'est la seule droite passant par l'origine et donc la seule fonction linéaire.

Les deux restantes sont $f_a(x) = 2x + 2$ et $f_c(x) = 2x - 2$, qui sont parallèles et qui sont donc d_1 et d_2. La fonction f_a est d_1 parce que l'ordonnée à l'origine est 2 (positive) et la fonction f_c est la droite d_2 parce que l'ordonnée à l'origine est négative (-2).

Correction de l'exercice 656

(a) Le nombre total de courriers interceptés est l'effectif total : $50 + 20 + 65 + 40 + \ldots + 13 + 5 = 285$.

(b) Pour calculer les fréquences cumulées croissantes, il est bon de commencer par faire la ligne des effectifs cumulés croissants ; ensuite il suffit de diviser par l'effectif total :

Nombre de caractères	200	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	450
Effectifs	50	20	65	40	15	12	20	17	28	13
ECC	50	70	135	175	190	202	222	239	267	280
FCC	0.17	0.24	0.47	0.61	0.66	0.70	0.77	0.83	0.93	0.98

(c) Le premier quartile est la valeur à partir de laquelle les fréquences cumulées dépassent 0.25. Dans ce cas c'est

$$Q_1 = 1000.$$

La médiane est la valeur sur laquelle tombe le 0.5. Ici :

$$\text{médiane} = 1500.$$

Le troisième quartile est la valeur pour laquelle les fréquences cumulées dépassent 0.75. Dans notre cas c'est

$$Q_3 = 3000.$$

Correction de l'exercice 657

(a) Voici le tableau complété avec la ligne des effectifs cumulés croissants :

Salaire	900	1100	1300	1500	1700	1900	2100	2500	3100	4500	total
Effectif	12	10	20	18	8	8	5	5	2	1	89
ECC	12	22	42	60	68	76	81	86	88	89	

(b) Le salaire moyen s'obtient comme moyenne pondérée par les effectifs :

$$m = \frac{900 \times 12 + 1100 \times 10 + \ldots + 2500 \times 5 + 3100 \times 2 + 4500}{89} = \frac{137300}{89} \simeq 1542.7.$$

(c) Il y a 60 personnes qui gagnent moins que la moyenne, c'est donc plus de la moitié des salariés.

(d) Le premier quartile vaut 1300 et le second vaut 1700. Il y a donc $20 + 18 + 8 = 46$ personnes gagnant un salaire dans l'intervalle interquartile. En pourcentage, cela fait

$$\frac{46}{89} \times 100 \simeq 51.68$$

Notons que le fait que cela soit très proche de 50% est logique : environ la moitié de la population est entre le premier et le troisième quartile.

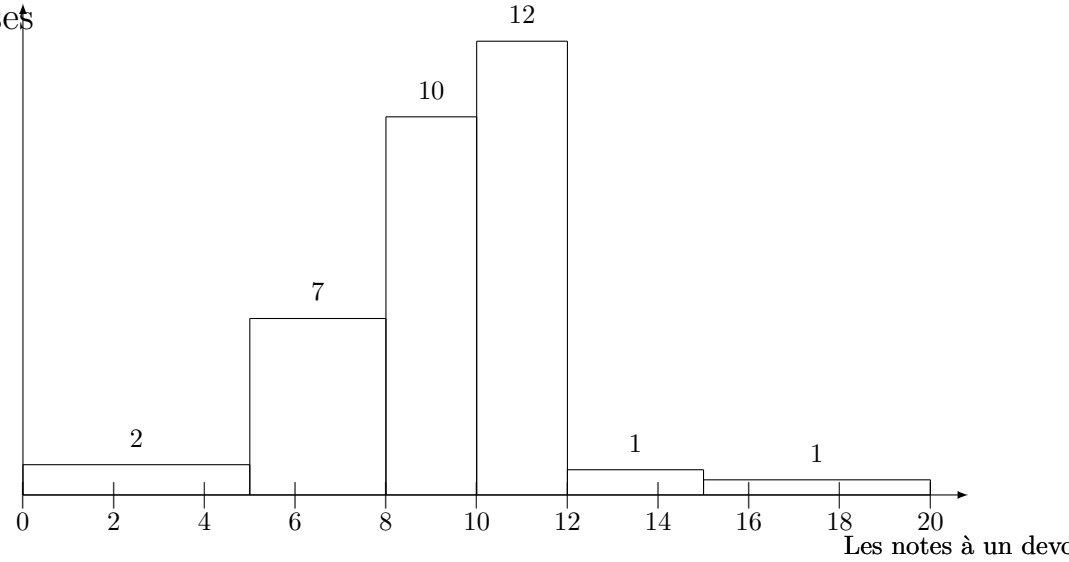
(e) En ce qui concerne la moyenne, elle augmente parce le changement revient à augmenter le salaire de 10 personnes de 1500 à 1700.

La médiane ne change pas parce que les 44e et 45e valeurs restent à 1500.

Correction de l'exercice 658

Les effectifs des classes sont comme suit :

Classe	Effectif
$[0;5[$	2
$[5;8[$	7
$[8;10[$	10
$[10;12[$	12
$[12;15[$	1
$[15;20]$	1



Attention : la notation $[0;5[$ dit que la classe contient toutes les notes de 0 à 5, le 5 n'étant pas compris.

En ce qui concerne l'histogramme, la première classe a une largeur de 5 et un effectif de 2, donc la hauteur devra être $\frac{2}{5}$. La classe $[8;10[$ a une largeur de 2 et un effectif de 10, donc une hauteur de $\frac{10}{2} = 5$.

Il est particulièrement visible que les deux dernières classes, bien que toutes deux d'effectifs 1 n'ont pas la même hauteur.

Correction de l'exercice 659

L'intersection de deux plans non confondus et non parallèles est une droite. Pour désigner une droite, il faut donner deux points.

(a) Pour donner l'intersection entre (BCD) et (DIJ), il faut trouver deux points de l'intersection.

Le plan (BCD) est celui de la base. Le point D fait partie de l'intersection parce qu'il est explicitement cité dans la définition des deux plans (BCD) et (DIJ). Le point I fait partie de la droite (BC) et est donc dans le plan (BCD) – si deux points sont dans un plan alors toute la droite passant par ces deux points est dans le plan.

Donc les points D et I sont tous deux à la fois dans (DIJ) et dans (BCD). La droite d'intersection est donc la droite (DI).

Notez bien qu'il y a quatre justifications à donner : $D \in (BCD)$, $D \in (DIJ)$, $I \in (BCD)$ et $I \in (DIJ)$ parce que *chacun* des deux points doit être dans les deux plans. Des quatre, seule la justification de $I \in (BCD)$ n'est pas immédiate.

(b) Ici encore il faut trouver deux points et donner quatre justifications. Le point D fait encore partie de l'intersection parce qu'il est par définition dans les deux plans.

Il faut trouver un deuxième point à être à la fois dans le plan (ABD) (qui est la face arrière) et dans le plan (DIJ). Ce point est J. Il est effectivement dans (DIJ) par définition et il est également dans (ABD) parce qu'il est sur la droite (AD).

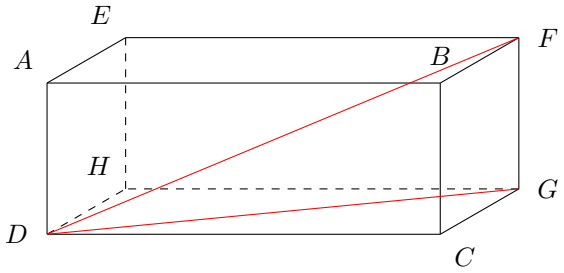
Correction de l'exercice 660

(a) Le bûcheron peut au mieux essayer de le mettre en diagonale ; la diagonale (le segment $[DF]$ du dessin plus bas) du camion fait selon Pythagore :

$$\sqrt{13^2 + 5^2} = \sqrt{194} \simeq 13.9\,\text{m}.$$

Il ne peut donc pas y rentrer le tronc d'arbre de 15 m.

(b) En essayant de placer le tronc le long de la *grande* diagonale :



Dans le triangle DFG nous savons que $GF = 6\,\text{m}$ et $DG = \sqrt{196}\,\text{m}$. Donc

$$DF^2 = DG^2 + GF^2 = 194 + 36 = 230.$$

La grande diagonale du camion a donc une longueur de $\sqrt{230} \simeq 15.16\,\text{m}$. Le tronc y rentre donc sans devoir couper.

Correction de l'exercice 661

(a) Réponse courte : (GHE) est le plan de la face arrière ; donc I est dedans et J n'y est pas.

Réponse longue : d'abord la droite (FG) est dans le plan (GHE) parce que c'est la parallèle à (EH) passant par G. Donc $F \in (GHE)$. Ensuite vu que E et F sont dans le plan (GHE), la droite (EF) y est aussi. En particulier le point I.

Le point J n'est pas dans le plan (GHE) parce que la droite (BF) intersecte ce plan en un seul point (et ce point est F).

(b) Ils sont sécants : comme cela se voit déjà dans leurs noms, le point A est dans l'intersection :

$$A \in (ABF) \cap (HGA).$$

Vu que ces deux plans sont sécants et non confondus, l'intersection est une droite, et pour la caractériser il nous faut un second point.

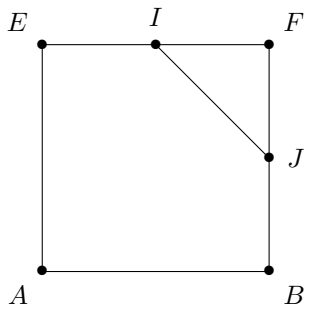
Le plan (ABF) est celui de la face du dessus. Le plan (HGA) est celui qui coupe le cube en deux parties égales de façon diagonale ; il contient entre autres le rectangle $ABGH$. Le second point d'intersection qu'il nous faut est B.

Donc

$$(ABF) \cap (HGA) = (AB);$$

c'est la droite horizontale située à l'avant du cube (en haut).

(c) Le plus simple est de dessiner le cube vu d'au dessus :



Vu l'énoncé nous avons $IF = FJ = 3.5\,\text{km}$. Une simple application du théorème de Pythagore nous indique alors que

$$IJ^2 = 2 \times (3.5)^2 = 24.5$$

et donc la longueur demandée est

$$IJ = \sqrt{24.5}\text{km}.$$

Correction de l'exercice 662

(a) Les points A, J, E et F sont dans le plan de la face supérieure du cube. Donc les droites (AJ) et (EF) sont coplanaires. Elles ne sont par ailleurs pas parallèles (par exemple parce que la droite parallèle à (EF) dans le plan (AEF) passant par A est (AB) et non (AJ)) et sont donc sécantes.

(b) Sur le dessin, oui : les traits se coupent. Mais dans la réalité les droites ne se coupent pas ; c'est une illusion. Dans la réalité les droites (IH) et (AD) ne se coupent pas parce que (IH) est contenue dans le plan de la face arrière tandis que la droite (AD) est dans le plan de la face avant. Ces deux plans étant parallèles, les droites ne peuvent pas se couper.

(c) Oui, ils sont sécants parce que A est dans les deux plans (cela est directement visible du nom des plans). Vu que deux plans sécants (non confondus) se coupent en une droite, l'intersection $(ABF) \cap (HGA)$ doit être une droite. Nous savons déjà que le point A est sur cette droite et nous devons donc encore trouver un point dans l'intersection pour caractériser la droite.

Le point B est dans (ABF) parce que (ABF) est le plan de la face supérieure. Mais il est aussi dans le plan (HGA) parce que la droite parallèle à (HG) passant par A est dans le plan (HGA) ; cette droite est (AB). Donc (AB) est la droite d'intersection cherchée.

(d) Voir la correction du point (c) de l'exercice 661.

Correction de l'exercice 663

(a) Pour savoir si le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme, il faut vérifier si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Ici nous avons

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 7-(-2) \\ 1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

et

$$\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 25-15 \\ 1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Étant donné que $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{DC}$, le quadrilatère $ABCD$ n'est pas un parallélogramme.

(b) Inutile de vérifier si $ABCD$ est un rectangle : si ce n'est pas un parallélogramme, ça n'a aucune chance d'être un rectangle.

Où aurait-on dû placer D pour avoir un parallélogramme ? Il faut le placer de telle façon à avoir $\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 9 \\ 0 \end{pmatrix}$ au lieu de $\begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}$. Il faut donc placer D une unité plus à droite, c'est à dire remplacer le 15 par un 16 : $D(16;3)$.

(c) Nous commençons par calculer

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} 9 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -18 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Si nous posons $E(x_E; y_E)$ alors nous devons fixer x_E et y_E de telle sorte à avoir

$$\begin{pmatrix} -9 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_E-(-2) \\ y_E-1 \end{pmatrix},$$

c'est à dire $x_E + 2 = -9$ et $y_E - 1 = -2$, et donc $E = (-11;-1)$.

(d) Il y a deux façons de prouver que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EB}$. La première est de calculer les coordonnées de ces deux vecteurs avec les nombres trouvés :

$$\overrightarrow{EB} = \begin{pmatrix} 7-(-11) \\ 1-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Pour le vecteur $\overrightarrow{BC}$ il ne faut pas faire de calculs parce que nous avons déjà fait $\overrightarrow{CB}$ qui est $-\overrightarrow{BC}$.

L'autre méthode est d'utiliser les relations de Chasles de façon intelligente :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AE} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} \\ \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{CB} \\ \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BA} &= \overrightarrow{CB} \\ \overrightarrow{BE} &= \overrightarrow{CB}. \end{aligned}$$

(e) Le point B est au milieu du segment $[CE]$ parce que le déplacement de E à B est le même que celui de B à E.

Correction de l'exercice 664

(a) Pour vérifier si le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme, nous vérifions si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Calcul :

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2-1 \\ -1-(-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

et

$$\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Nous avons donc un parallélogramme.

(b) Pour vérifier si nous avons un rectangle, nous vérifions si par exemple le triangle ABC serait rectangle en B. Pour cela nous calculons les longueurs des trois côtés :

$$\begin{aligned} AB^2 &= 1^2 + 4^2 = 17 \\ BC^2 &= 0^2 + 20^2 = 400 \\ AC^2 &= 1^2 + 24^2 = 576. \end{aligned}$$

Vu que $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$, le triangle ABC n'est pas rectangle et le parallélogramme $ABCD$ n'est pas un rectangle.

(c) Nous commençons par calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -16 \end{pmatrix}.$$

Nous devons donc placer le point E de telle sorte que $\overrightarrow{AE}$ soit $\begin{pmatrix}1\\-16\end{pmatrix}$. Le point E est donc le translaté de A par le vecteur $\begin{pmatrix}1\\-16\end{pmatrix}$ et a donc pour coordonnées

$$E = (1+1; -5-16) = (2; -21).$$

(d) Pour prouver que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EB}$, il suffit de calculer les coordonnées de ces deux vecteurs avec les nombres que l'on a trouvé ; nous obtenons

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EB} = \begin{pmatrix}0\\20\end{pmatrix}.$$

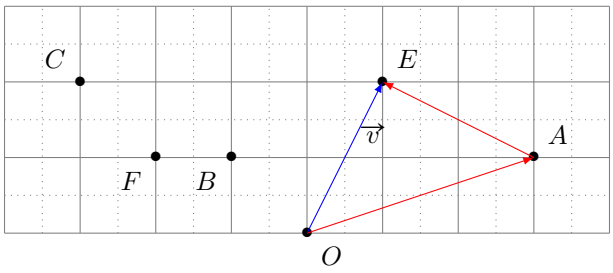
Une façon alternative de prouver $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EB}$ est de se souvenir de la définition de E : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$. En passant $\overrightarrow{AB}$ à gauche :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AE} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}\\ \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{CB}\\ \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BA} &= \overrightarrow{CB}\\ \overrightarrow{BE} &= \overrightarrow{CB}.\end{aligned}$$

Pour la dernière ligne nous avons utilisé les relations de Chasles.

(e) Étant donné que $\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{BC}$, le «trajet» de E à B est le même que le «trajet» de B à C. Donc B est le milieu de $[EC]$.

Correction de l'exercice 665



(a) Pour calculer $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC}$ nous mettons le vecteur $\overrightarrow{BC}$ «au bout de» $\overrightarrow{OA}$. C'est la construction en rouge. Le vecteur $\vec{v}$ est celui dessiné en bleu.

(b) Pour passer de E à F on bouge de 3 vers la gauche et de 1 vers le bas. Cela correspond à la translation de vecteur $\overrightarrow{AO}$.

(c) Étant donné que $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AO}$, le quadrilatère $OAEF$ est un parallélogramme ; les droite (AE) et (OF) sont donc également parallèles.

(d) Vérifions si l'angle $\hat{A}$ est droit en vérifiant la réciproque du théorème de Pythagore sur le triangle OAE. Les longueurs sont :

$$OA^2 = 3^2 + 1^2 = 10$$
$$OE^2 = 1^2 + 2^2 = 5$$
$$AE^2 = 2^2 + 1^2 = 5.$$

Étant donné que $OE^2 \neq OA^2 + AE^2$, l'angle $\hat{B}$ n'est pas droit. Notons que l'angle $\widehat{OEA}$ est droit, mais cela n'a aucun rapport avec le quadrilatère $OAEF$.

Correction de l'exercice 666

En ce qui concerne la proportion de gauchers, elle est de $p = 0.12$. La méthode des intervalles de fluctuations vue au cours n'étant valide que si p est entre 0.2 et 0.8, nous ne pouvons rien dire.

En ce qui concerne la proportion de femmes parmi les cadres, elle «devrait» être de $p = 0.5$ si il n'y avait aucun problèmes. La fréquence observée est $\frac{18}{60} = 0.3$ et l'intervalle de fluctuation pour un échantillon de taille 60 est

$$[0.5 - \frac{1}{\sqrt{60}}; 0.5 + \frac{1}{\sqrt{60}}] \simeq [0.37; 0.63].$$

La proportion de femmes observée (0.3) étant en dehors de cet intervalle nous concluons qu'il y a quelque chose d'anormal qui se passe.

Correction de l'exercice 667

(a) Il faut vérifier si l'inéquation donnée est correcte en remplaçant x par -5. Si $x = -5$, alors $-x = 5$ et l'inéquation proposée devient $5 \leqslant 2$, ce qui est faux. Donc $x = -5$ n'est pas solution de $-x \leqslant 2$.

(b) Nous avons $g(2) = 12$, donc le graphe de la fonction g ne passe pas par le point $A(2; 0)$. Vu que $g(1) = 7$ il passe bien par le point $(1; 7)$. La réponse est donc faux : il ne passe pas par les deux.

(c) Il suffit de vérifier la réciproque de Pythagore en sachant que le plus long côté serait l'hypoténuse. Est-ce que $7^2 = 5^2 + 6^2$? Non. Donc il n'est pas rectangle.

(d) Il faut récrire sous une forme qui nous permet mieux de voir la fonction affine :

$$k(x) = \frac{1 - 3x}{2} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}x.$$

Le coefficient directeur de cette fonction vaut $-\frac{3}{2}$, qui est négatif. Donc la fonction est décroissante et pas croissant

(e) e.

(f) Oui, elles sont parallèles parce que leurs coefficient directeur sont égaux (ils valent 25). Les ordonnées à l'origine (12 et -12) n'ont strictement aucune importance dans cette question.

Correction de l'exercice 668

(a) Attention : $x = -1$ n'est pas solution parce que $-(-1) + 2 = 3$ alors que l'inéquation demandée est stricte. La bonne réponse est que $x = -2$ est une solution parce que $-(-2) + 2 = 4$.

(b) La fonction $x \mapsto -2x-7$ est décroissante parce que son coefficient directeur vaut -2 qui est négatif.

(c) L'intervalle $]-12; 15]$ ne contient pas -12 parce que le crochet du côté de -12 l'exclu. La bonne réponse est que $]-12; 15]$ contient 0 parce que 0 est bien entre -12 et 15.

Correction de l'exercice 669

(a) Si l'utilisateur rentre $x = 12$, le programme ne fait rien parce que $x = 12$ ne vérifier aucune des deux conditions $x < 10$ et $x > 15$.

(b) En posant $x = 1$ dans l'expression proposée on obtient $(1-7)^2 = (-6)^2 = 36$. Donc c'est la possibilité (b)(b2) qui est correcte.

(c) La fraction

$$\frac{6a^2}{8a^2 + 4a}$$

peut être simplifiée par 2 et par a parce que tous les termes présents dans la fraction sont divisibles par 2 et par a.

(d) Seules les fonctions affines sont représentées par des droites. Ici les fonctions f et g ne sont pas affines (à cause des x^2), donc les représentations graphiques de f et g ne sont pas des droites.

Correction de l'exercice 670

(a) Si l'utilisateur rentre $x = -1$ alors la condition $x < 10$ est satisfaire et $k = -3$.

Note : si l'utilisateur rentre $x = 10$, la condition $x < 10$ n'est pas satisfaite et l'algorithme passe au «Sinon».

(b) Les solutions de l'équation $(x + 2)(x - 10)$ sont $x = -2$ et $x = 10$. Pour le vérifier on peut remplacer. Pour $x = -2$ on obtient

$$(-2 + 2)(-2 - 10) = 0.$$

Pour $x = 10$ on obtient

$$(10 + 2)(10 - 10) = 0$$

Une autre façon de vérifier est de résoudre «pour de vrai» en utilisant la règle du produit nul.

(c) La fraction

$$\frac{9a}{3a^2 + 6}$$

peut être simplifiée par 3 parce que 9, 3 et 6 le sont. Elle ne peut pas être simplifiée par a parce qu'il n'y a pas de a dans *tous* les termes du dénominateur.

La bonne réponse est donc la (c)(c2).

(d) La représentation graphique de g n'est pas une droite parce que ce n'est pas une fonction affine à cause du x^2. La réponse est donc (d)(d3).

Correction de l'exercice 671

(a) Le seul facteur commun à $3x^2$, $7x$ et $18x$ est x. Nous pouvons donc simplifier par x :

$$\frac{3x^2 + 7x}{18x} = \frac{3x + 7}{18}.$$

(b) L'aire d'un rectangle est donné par le produit des deux longueurs. La longueur de notre rectangle est $\frac{23}{6}$cm. Attention : c'est une valeur exacte. La valeur 3.8333 n'est pas exacte.

(c) Pour le vérifier il suffit de remplacer x par 1 dans l'expression $5x^2(x - 1)$ et voir si ça fait zéro. La réponse est oui parce que $x - 1 = 0$ lorsque $x = 1$.

(d) Il faut prendre quelque nombres très petits pour «plomber» la moyenne : 0, 1000, 1000. La médiane est 1000 et la moyenne est environ 666.

(e) Il faut remplacer x par -4 en n'oubliant pas que $-(-4) = 4$. Nous avons

$$f(-4) = \frac{-4 + 3}{-(-4)} = \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}.$$

Correction de l'exercice 672

(a) Nous pouvons commencer par simplifier tout par 3 :

$$\frac{3x^2 + 6x}{18x} = \frac{x^2 + 2x}{6x},$$

et ensuite par x :

$$\frac{3x^2 + 6x}{18x} = \frac{x^2 + 2x}{6x} = \frac{x + 2}{6}.$$

(b) Il n'y a pas grand chose à dire : $\sqrt{23}$. C'est une valeur exacte. Inutile de donner des approximations numériques.

(c) C'est un produit remarquable :

$$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9.$$

(d) Règle du produit nul : si un produit est nul, alors un des deux facteurs est nul. Pour résoudre il faut donc résoudre séparément $x-3=0$ et $x+12=0$. Les deux solutions sont donc

$$S = \{3, -12\}.$$

(e) Il faut remplacer x par -4 en n'oubliant pas que $(-4)^2 = 16$:

$$f(-4) = 16 - 8 = 8.$$

Correction de l'exercice 673

(a) Il s'agit d'un produit remarquable :

$$(x-4)^2 = x^2 - 8x + 16.$$

(b) Le seul facteur commun entre $12x$, 50 et $2x$ est 2 (et surtout pas x parce qu'il n'y a pas de x dans tous les termes du numérateur). Nous pouvons donc simplifier par 2 :

$$\frac{12x+50}{2x} = \frac{6c+25}{x}.$$

(c) Il suffit de remplacer x par -2 en faisant attention aux signes :

$$f(-2) = -3 \times (-2)^2 + 7 = -3 \times 4 + 7 = -12 + 7 = -5.$$

(d) Si le côté fait 6 km, alors le théorème de Pythagore nous donne la diagonale :

$$\sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}.$$

(e) Non parce que leurs coefficients directeurs ne sont pas égaux. Le premier vaut 7 et le second vaut -6.

Correction de l'exercice 674

(a) Règle du produit nul : soit $x+3=0$, soit $x-15=0$. Les deux solutions sont donc $x=-3$ et $x=15$.

(b) Il suffit de remplacer x par 7 :

$$f(7) = -2 \times 7 + 12 = -14 + 12 = -2.$$

(c) Le seul facteur commun à $6a$, a^2 et $3a$ est a et nous pouvons simplifier par a. Par exemple en mettant en facteur :

$$\frac{6a+a^2}{3a}=\frac{a(6+a)}{3a}=\frac{6+a}{3}.$$

(d) Il suffit d'appliquer Pythagore :

$$AB^2=6^2+9^2=36+81=117.$$

Donc $AB=\sqrt{117}=3\sqrt{13}$.

(e) L'aire étant le produit des deux côtés, si nous appelons x le côté cherché,

$$7x=2$$

donc $x=\frac{2}{7}$ est la longueur cherchée.

Correction de l'exercice 675

(a) Il n'est possible de simplifier que ce que l'on peut mettre en facteur :

$$\frac{a^2+2a}{8a}=\frac{a(a+2)}{8a}=\frac{a+2}{8}.$$

(b) Elle est décroissant parce que c'est une fonction affine dont le coefficient directeur est négatif ($m=-3$).

(c) **Le seul cas dans la vie où le «produit en croix» est utilisable**. Lorsqu'on a égalité entre deux fractions, on a égalité entre les deux termes du produit en croix :

$$\frac{1}{x}=\frac{4}{7}$$

donne

$$1\times 7=x\times 4,$$

et donc $x=\frac{7}{4}$.

(d) C'est un produit remarquable $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$:

$$(x-4)^2=x^2-8x+16.$$

(e) Le nombre -3 étant entre -4 et 0, le nombre $f(-3)$ sera entre 3 et 7. La réponse la plus précise est

$$x\in\,]3,7[.$$

Correction de l'exercice 676

(a) N'importe quelle fonction affine dont le coefficient directeur est -2 fait l'affaire. Par exemple $f(x)=-2x+7$, $h(x)=-2x-12$, $k(x)=-2x+1$, etc.

(b) Il y a moyen de simplifier par 3 parce que tant $9x$ que $6b$ sont divisibles par 3. Le résultat est :

$$\frac{9x+6b}{3} = 3x+2b$$

(c) La «distance horizontale» est de 10 à 15, donc 5 et la «distance verticale» est de 20 à 25, donc 5 aussi. La longueur AB vaut donc

$$AB = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = 2\sqrt{5}.$$

(d) Il suffit de remplacer x par 3 dans la fonction :

$$f(3) = -15 - 10 = -25,$$

donc le point $K(3,-25)$ est sur le graphe de f. La réponse est $y = 3$.

(e) Il y a énormément de possibilités. Une des plus simples serait $0, 1, 1, 1, 1$. La médiane est 1 (troisième valeur) tandis que la moyenne est un peu plus petite que 1 vu qu'il y a un zéro et tout des 1.

<++>

Correction de l'exercice 677

(a) Le dénominateur commun est a :

$$2 - \frac{2}{a} = \frac{2a}{a} - \frac{2}{a} = \frac{2a-2}{a}.$$

(b) Les plus simples sont les droites $y = 10$ et $x = 4$: les droites horizontales et verticales se croisant au point A. Sinon il y a aussi les droites $y = 2x+2$, $y = x+6$ et de nombreuses autres possibilités.

(c) Il suffit de vérifier si $f(-4) = 15$. Le calcul est :

$$f(-4) = (-4)^2 - 1 = 16 - 1 = 15.$$

Donc B est bien sur le graphe de f.

(d) Il faut remplacer x par -3 et voir si l'inéquation est satisfaite ou non. Lorsque $x = -3$ nous avons $x^2 + 1 = (-3)^2 + 1 = 10$, qui est plus grand que -1. Donc $x = -3$ est bien solution.

(e) Technique usuelle : mettre tous les x d'un côté et tous les termes sans x de l'autre :

$$4x + x = 10 - 3,$$

donc $5x = 7$ et au final $x = \frac{7}{5}$.

Correction de l'exercice 678

Une façon de compléter le programme est comme ceci :

Écrire « Première note :» ; demander a
Écrire « Seconde note :» ; demander b
Écrire « Troisième note :» ; demander c
Si `(a+b+c)/3>10` , alors :
    Écrire « Moyenne plus grande que 10/20»
Sinon :
    Écrire « Moyenne plus petite que 10/20»

Dans ce cas nous avons écrit une condition *stricte*, de telle sorte que lorsque la moyenne est exactement 10, le programme tombe dans le «Sinon» et écrit «Moyenne plus petite que 10/20».

En ce qui concerne le deuxième, le programme doit demander le rayon de la base et la hauteur :

Écrire «Combien vaut `la rayon de la base` ?» ; Demander `r`
Écrire «Combien vaut `la hauteur` ?» ; Demander `h`
$V = \pi r^2 h$
Écrire V

Correction de l'exercice 679
<+Corrsmath-0480+>

Correction de l'exercice 680
<+Corrsmath-0481+>

Correction de l'exercice 681
<+Corrsmath-0482+>

Correction de l'exercice 682
<+CorrSeconde-0007+>

Correction de l'exercice 683
<+CorrSeconde-0008+>

Correction de l'exercice 684
<+Corrsmath-0483+>

Correction de l'exercice 685
<+Corrsmath-0475+>

Correction de l'exercice 686
<+Corrsmath-0627+>

Correction de l'exercice 687
<+Corrsmath-0293+>

Correction de l'exercice 688
<+CorrSeconde-0006+>

Correction de l'exercice 689
<+CorrSeconde-0009+>

Correction de l'exercice 690
<+Corrsmath-0484+>

Correction de l'exercice 691
<+Corrsmath-0485+>

Correction de l'exercice 692
<+Corrsmath-0019+>

Correction de l'exercice 693
<+Corrsmath-0486+>

Correction de l'exercice 694
<+Corrsmath-0487+>

Correction de l'exercice 695
<+Corrsmath-0624+>

Correction de l'exercice 696
<+CorrSeconde-0012+>

Correction de l'exercice 697
<+Corrsmath-0488+>

Correction de l'exercice 698
<+CorrSeconde-0004+>

Correction de l'exercice 699
<+CorrSeconde-0056+>

Correction de l'exercice 700
<+Corrsmath-0476+>

Correction de l'exercice 701
<+Corrsmath-0478+>

Correction de l'exercice 702

Nous devons vérifier que les segments $[AC]$ et $[BD]$ ont même milieu. Le milieu de $[AC]$ est le point

$$(\frac{3+8}{2}, \frac{6+5}{2}) = (\frac{11}{2}, \frac{11}{2}),$$

tandis que le centre du segment $[DB]$ est le point

$$(\frac{4+7}{2},\frac{4+7}{2}) = (\frac{11}{2},\frac{11}{2}).$$

Les deux segments s'intersectent donc en leur milieu et le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

Correction de l'exercice 703

Le milieu de $[AC]$ est le point

$$(\frac{9+2}{2},\frac{5+2}{2}) = (\frac{11}{2},\frac{7}{2}). \tag{2.24}$$

Nous donnons à D les coordonnées $D = (x, y)$ et nous allons chercher à déterminer x et y de telle sorte que les segments $[AC]$ et $[DB]$ aient même milieu. Le milieu de $[BD]$ est

$$(\frac{x+6}{2},\frac{y}{2}).$$

Pour que ce point soit le même que le point (2.24), il faut avoir en même temps

$$\frac{x+6}{2} = \frac{11}{2}$$

et

$$\frac{y}{2} = \frac{7}{2}.$$

En multipliant par deux, la seconde équation donne tout de suite $y = 2$; la première donne $x + 6 = 11$ et donc $x = 5$. Le seul point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme est le point $D = (5; 7)$.

Correction de l'exercice 704

<+Corrsmath-0125+>

Correction de l'exercice 705

Pour plus de facilité, nous nommons les points $A = (1; 1)$, $B = (4; -1)$ et $C = (-1; 5)$. Pour savoir si ils forment un triangle isocèle, il suffit de calculer les longueurs des trois côtés et de voir si deux sont identiques.

$$\begin{aligned} AB^2 &= (4-1)^2 + (-1-1)^2 = 9 + 4 = 13. \\ AC^2 &= (-1-1)^2 + (5-1)^2 = 4 + 16 = 20 \\ BC^2 &= (-1-4)^2 + (5+1)^2 = 25 + 36 = 61. \end{aligned}$$

Donc les trois longueurs sont $\sqrt{13}$, $\sqrt{20}$ et $\sqrt{61}$. Ce triangle n'est donc pas isocèle.

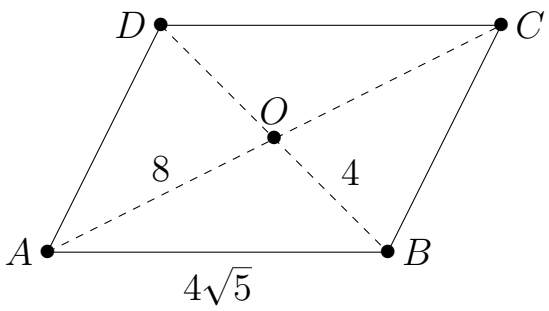
Correction de l'exercice 706

Le dessin ci-contre n'est volontairement pas à l'échelle. Le quadrilatère sera un losange si les diagonales se coupent à angle droit. Autrement dit si le triangle AOB est rectangle en O. Le théorème de Pythagore permet de vérifier cela : nous aurons un triangle rectangle si $AO^2 + OB^2 = AB^2$. En remplaçant nous trouvons

$$AO^2 + OB^2 = 64 + 16 = 80,$$

tandis que $AB^2 = 16 \times 5 = 80$. Le compte y est donc le quadrilatère est un losange.

Notons que le dessin n'est pas du tout à l'échelle.



Correction de l'exercice 707
<+CorrSeconde-0005+>

Correction de l'exercice 708
<+CorrSeconde-0010+>

Correction de l'exercice 709
<+CorrSeconde-0020+>

Correction de l'exercice 710
<+Corrsmath-0020+>

Correction de l'exercice 711
<+Corrsmath-0514+>

Correction de l'exercice 712
<+Corrsmath-0149+>

Correction de l'exercice 713
<+Corrsmath-0513+>

Correction de l'exercice 714
<+Corrsmath-0500+>

Correction de l'exercice 715
<+Corrsmath-0494+>

Correction de l'exercice 716
<+Corrsmath-0491+>

Correction de l'exercice 717
<+Corrsmath-0127+>

Correction de l'exercice 718
<+Corrsmath-0490+>

Correction de l'exercice 719
<+Corrsmath-0016+>

Correction de l'exercice 720

(a) faux

(b) vrai

(c) vrai

(d) vrai

(e) vrai : $x = 1$.

Correction de l'exercice 721
<+Corrsmath-0148+>

Correction de l'exercice 722
<+Corrsmath-0001+>

Correction de l'exercice 723
<+Corrsmath-0502+>

Correction de l'exercice 724
<+Corrsmath-0625+>

Correction de l'exercice 725
<+Corrsmath-0492+>

Correction de l'exercice 726
<+Corrsmath-0497+>

Correction de l'exercice 727
<+Corrsmath-0496+>

Correction de l'exercice 728
<+Corrsmath-0626+>

Correction de l'exercice 729
<+Corrsmath-0499+>

Correction de l'exercice 730
<+Corrsmath-0498+>

Correction de l'exercice 731
<+Corrsmath-0501+>

Correction de l'exercice 732
<+Corrsmath-0504+>

Correction de l'exercice 733
<+Corrsmath-0503+>

Correction de l'exercice 734
<+Corrsmath-0134+>

Correction de l'exercice 735
<+Corrsmath-0322+>

Correction de l'exercice 736
<+corrSeconde-0072+>

Correction de l'exercice 737
<+Corrsmath-0629+>

Correction de l'exercice 738
<+CorrSeconde-0070+>

Correction de l'exercice 739
<+Corrsmath-0209+>

Correction de l'exercice 740
<+CorrSeconde-0049+>

Correction de l'exercice 741
<+Corrsmath-0298+>

Correction de l'exercice 742
<+CorrSeconde-0043+>

Correction de l'exercice 743
<+Corrsmath-0489+>

Correction de l'exercice 744
<+CorrSeconde-0075+>

Correction de l'exercice 745
<+Corrsmath-0439+>

Correction de l'exercice 746
<+Corrsmath-0505+>

Correction de l'exercice 747
<+CorrSeconde-0069+>

Correction de l'exercice 748
<+Corrsmath-0534+>

Correction de l'exercice 749
<+Corrsmath-0536+>

Correction de l'exercice 750
<+Corrsmath-0537+>

Correction de l'exercice 751

(a) On nous dit que l'effectif de la classe $[17; 19[$ est égal à 2. Or, cette classe est représentée par un rectangle de 4 carreaux. On en déduit que l'échelle est : 2 carreaux pour un effectif de 1 (autrement dit, l'unité d'aire correspond à 2 carreaux). On en déduit les effectifs des autres classes.

Classe	$[4; 10[$	$[10; 11[$	$[11; 15[$	$[15; 17[$	$[17; 19[$	$[19; 29[$
Aire en carreaux	18	12	24	16	4	10
Effectif	9	6	12	8	**2**	5

Remarque : l'effectif total de la série est égal à 42.

(b) La classe modale est la classe qui a le plus grand effectif (autrement dit, celle qui a l'aire la plus grande). D'après le tableau, c'est la classe $[11; 15[$.

Attention : ce n'est pas la classe $[10, 11[$, malgré qu'elle ait le rectangle le plus haut.

Correction de l'exercice 752
<+Corrsmath-0538+>

Correction de l'exercice 753
<+CorrSeconde-0028+>

Correction de l'exercice 754
<+CorrSeconde-0073+>

Correction de l'exercice 755

<+Corrsmath-0532+>

Correction de l'exercice 756

<+Corrsmath-0533+>

Correction de l'exercice 757

<+Corrsmath-0530+>

Correction de l'exercice 758

<+Corrsmath-0535+>

Correction de l'exercice 759

Une façon de résoudre l'exercice en utilisant python.

bacca.py

```
#! /usr/bin/sage -python
# -*- coding: utf8 -*-

from __future__ import division

effectifs={0:0,1:0,2:1,3:2,4:2,5:4,6:6,7:5,8:4,9:5,10:11,11:5,12:6,
        13:6,14:5,15:4,16:3,17:5,18:2,19:1,20:0}

nombre_candidats=sum(effectifs.values())
print nombre_candidats

frequences={  i:effectifs[i]/nombre_candidats for i in range(0,21) }

print "La somme des fréquences vaut 1 :",sum(frequence.values())
```

Correction de l'exercice 760

(a) Le tableau suivant donne les effectifs cumulés croissants de cette série.

Salaire	900	1 100	1 300	1 500	1 700	1 900	2 100	2 500	3 100	4 500
Effectif	12	10	20	18	8	8	5	5	2	1
ECC	12	22	42	60	68	76	81	86	88	89

Cette entreprise a 89 salariés.

(b) Le calcul du salaire moyen brut noté $\bar{s}$ donne

$$\bar{s} = \frac{900 \times 12 + 1\,100 \times 10 + 1\,300 \times 20 + \ldots + 2\,500 \times 5 + 3\,100 \times 2 + 4\,500}{89}$$

$$\bar{s} \approx 1\,543$$

Le salaire moyen brut de cette entreprise est de 1 543 euros environ.

(c) L'étendue du salaire dans cette entreprise est de $4\,500 - 900 = 3\,600$ euros.

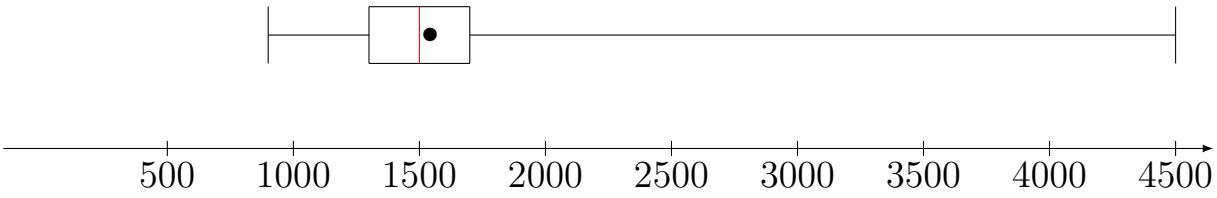
(d) L'effectif total (89) est impair, le salaire médian est donc la donnée de rang 45 (valeur arrondie par excès de $89/2 = 44{,}5$), ce qui donne un salaire médian de 1 500 euros.

Le premier quartile est la donnée de rang 23 (valeur arrondie par excès de $89/4 = 22{,}25$), ce qui donne $Q_1 = 1\,300$ euros.

Le troisième quartile est la donnée de rang 67 (valeur arrondie par excès de $(3 \times 89)/4 = 66{,}75$), ce qui donne $Q_3 = 1\,700$ euros.

(e) Le nombre de salaires compris dans l'intervalle interquartile est le nombre de salaires compris entre 1 300 euros (inclus) et 1 700 euros (inclus). Il y en a donc : $20 + 18 + 8 = 46$, soit un pourcentage du total correspondant à $\frac{46}{89} \times 100 \approx 52$ % en arrondissant à 1 % près comme demandé.

(f) Le diagramme en boîte de la série des salaires est le suivant :



Le point représente le salaire moyen.

(g) Cette erreur ne concerne pas les valeurs extrêmes de la série et ne change donc pas l'étendue de la série qui reste de 3 600 euros.

Le salaire médian est toujours la donnée de rang 45 de la série, qui reste toujours égale à 1 500 euros d'après le tableau ci-dessous où l'on a commencé à calculer les effectifs cumulés croissants :

Salaire	900	1 100	1 300	1 500	1 700	1 900	2 100	2 500	3 100	4 500
Effectif	12	10	20	8	18	8	5	5	2	1
ECC	12	22	42	50						

Le salaire médian ne change donc pas.

En revanche, le salaire moyen augmente, puisque dix salaires sont passés de 1 500 à 1 700 euros.

Correction de l'exercice 761

(a) Nous considérons le plan (ACS). Ce plan (vertical sur le dessin) contient évidemment les points A, C, mais aussi les points I et J parce qu'ils sont respectivement sur les droites (AS) et (CS).

Donc les droites (IJ) et (AC) sont coplanaires. Comme elles ne sont pas parallèles, elles sont sécantes.

(b) Où que l'on mette I sur (AS), les droites (IJ) et (AC) seront toujours coplanaires. L'unique moyen pour qu'elles ne soient pas sécantes est donc qu'elles soient parallèles.

Nous regardons le triangle ACS ; pour qu'un segment soit parallèle à (AC), il faut qu'il intersecte les autres côtés aux mêmes proportions (voir théorème des milieux). Il faut donc mettre I au tiers de $[AS]$.

Correction de l'exercice 762
<+CorrSeconde-0087+>

Correction de l'exercice 763
<+Corrsmath-0525+>

Correction de l'exercice 764
<+Corrsmath-0079+>

Correction de l'exercice 765
<+Corrsmath-0115+>

Correction de l'exercice 766
<+Corrsmath-0523+>

Correction de l'exercice 767
<+Corrsmath-0524+>

Correction de l'exercice 768
<+Corrsmath-0114+>

Correction de l'exercice 769
<+Corrsmath-0009+>

Correction de l'exercice 770

La boîte doit faire 3.2 cm de rayon pour 3×6.4 centimètres de hauteur, c'est à dire 19.2 cm. Le volume de cette boîte est donné par la formule du volume du cylindre $V = \pi r^2 h$:

$$V = \pi \times (3.2)^2 \times 19.2 \simeq 617.66\,\text{cm}^3.$$

Ici nous avons un peu arrondi, mais c'est raisonnable : nous ne sommes pas à un dixième de centimètre cube près lorsqu'on parle de mettre de l'eau dans une boîte de 600 centimètres cubes.

Le volume d'une balle est donné par le volume d'une sphère :

$$V_b = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(3.2)^3 = 137.26\,\text{cm}^3.$$

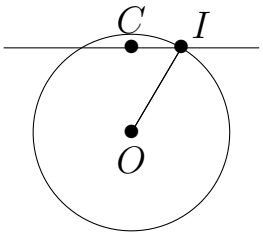
Les trois balles ensemble prennent alors $411.77\,\text{cm}^3$ et l'espace vide restant dans la boîte est de

$$V_{vide} = 617.66 - 411.77 = 205.88\,\text{cm}^3.$$

Combien de litres d'eau nous avons dans 205 centimètres cube ? Un lite c'est $1\,\text{dm}^3$ et donc $1000\,\text{cm}^3$. Pour remplir $205\,\text{cm}^3$ il nous faut donc $0.205\,\text{L}$.

Correction de l'exercice 771

La figure explicative est ci-contre.



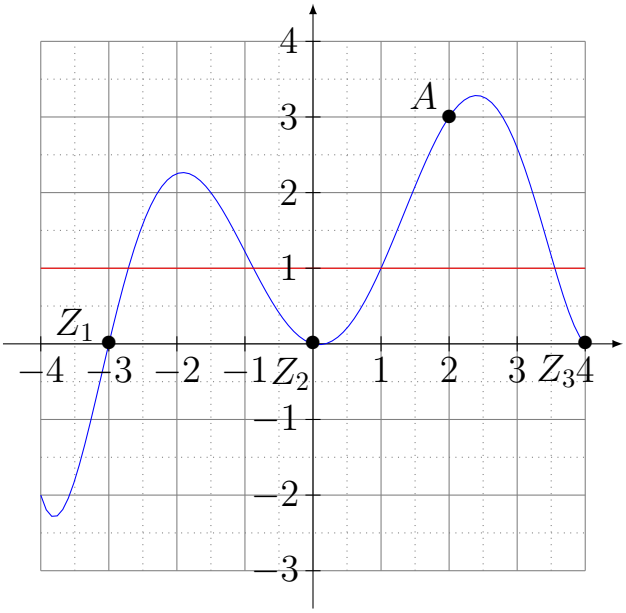
(a) Nous coupons la sphère par un plan situé à une hauteur de 56 cm, comme montré sur la figure ci-contre. La longueur OC est 56 cm et la longueur OI est le rayon de la sphère, c'est à dire 65 cm. En appliquant Pythagore dans le triangle OCI (rectangle en C) nous trouvons $CI = 33\,\text{cm}$.

(b) Le rayon du cylindre est, comme nous venons de le voir, 33 cm et sa hauteur est de 112 cm. Donc son volume est de $V = \pi R^2 h = \pi \times 1089 \times 112 = 121968\,\text{cm}^3$. Cela fait environ $1.22\,\text{dm}^3$.

Correction de l'exercice 772

<+Corrsmath-0529+>

Correction de l'exercice 773



(a) L'ensemble de définition de la fonction est $[-4; 4]$.

(b) $f(2) = 3$: c'est l'ordonnée du point d'abscisse 2 : le point A.

(c) Les antécédents de 0 sont les abscisses des points situés sur l'axe des abscisses : 3, 0 et 4. Cela correspond aux points Z_1, Z_2 et Z_3.

(d) Le nombre 3 a exactement deux antécédents : il y a exactement deux points sur le graphe de f à avoir une ordonnée 3 : les points $(2; 3)$ et $(2.7; 3)$.

(e) Le tableau de variations de f est :

x	-4		-4.2		-2.1		0		-2.4		4
	-2				2.3				3.3		
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
			2.2				0				0

(f) Il faut trouver toutes les abscisses au dessus desquelles la fonction est entre 0 et 1. Autrement dit les abscisses pour lesquelles le graphe est entre l'axe des abscisses et la ligne horizontale. Les valeurs de x qui satisfont à l'inéquation proposée sont :

$$x \in [3; 3.2] \cup [-0.9; 1] \cup [3.5; 4].$$

(g)— Le maximum de f sur D_f est 3.3 et il est atteint pour $x = 2.4$.
— Le minimum de f sur D_f est -2.3 et il est atteint pour $x = -3.7$.
— Le maximum de f sur $[-3; 1]$ est 2.3 et il est atteint pour $x = -2$.
— Le minimum de f sur $[-3; 1]$ est 0 et il est atteint pour $x = -3$ et $x = 0$.

(h) Le tableau de signes de f est :

x	-4		-3		0		4
$f(x)$	$-$	$+$	0	$+$	0	$+$	$+$

Correction de l'exercice 774
<+Corrsmath-0552+>

Correction de l'exercice 775
<+Corrsmath-0548+>

Correction de l'exercice 776
<+Corrsmath-0549+>

Correction de l'exercice 777
<+Corrsmath-0546+>

Correction de l'exercice 778
<+Corrsmath-0550+>

Correction de l'exercice 779
<+Corrsmath-0553+>

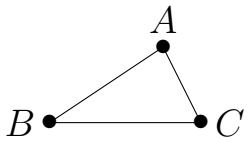
Correction de l'exercice 780
<+Corrsmath-0554+>

Correction de l'exercice 781
<+Corrsmath-0594+>

Correction de l'exercice 782
<+Corrsmath-0593+>

Correction de l'exercice 783
<+Corrsmath-0592+>

Correction de l'exercice 784
Voici déjà le dessin du triangle de départ.



Correction de l'exercice 785
<+Corrsmath-0595+>

Correction de l'exercice 786
<+Corrsmath-0590+>

Correction de l'exercice 787
<+Corrsmath-0103+>

Correction de l'exercice 788
<+Corrsmath-0332+>

Correction de l'exercice 789
<+Corrsmath-0067+>

Correction de l'exercice 790
<+Corrsmath-0596+>

Correction de l'exercice 791
<+Corrsmath-0591+>

Correction de l'exercice 792
<+Corrsmath-0106+>

Correction de l'exercice 793
<+Corrsmath-0063+>

Correction de l'exercice 794

(a) Le point D est obtenu en translatant le point A avec le vecteur $\overrightarrow{BC}$. Ce dernier a pour coordonnées $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ et donc $D = (0 + (-4); 0 + 2) = (-4; 2)$.

(b) Il suffit de calculer les coordonnées des deux vecteurs :

$$\overrightarrow{AE} = \begin{pmatrix} -3 - 0 \\ -2 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix},$$

tandis que

$$\overrightarrow{FC} = \begin{pmatrix} -2-1 \\ 3-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Les coordonnées de ces deux vecteurs étant égales, les vecteurs sont égaux.

(c) Lorsque $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{FC}$, le quadrilatère $AECF$ est un parallélogramme.

(d) Il suffit de calculer les milieux :

$$\text{milieu de } [FE] = \left(\frac{1-3}{2}; \frac{5-2}{2}\right) = (-1; \frac{3}{2}),$$

et

$$\text{milieu de } [BD] = \left(\frac{2-4}{2}; \frac{1+2}{2}\right) = (-1; \frac{3}{2}).$$

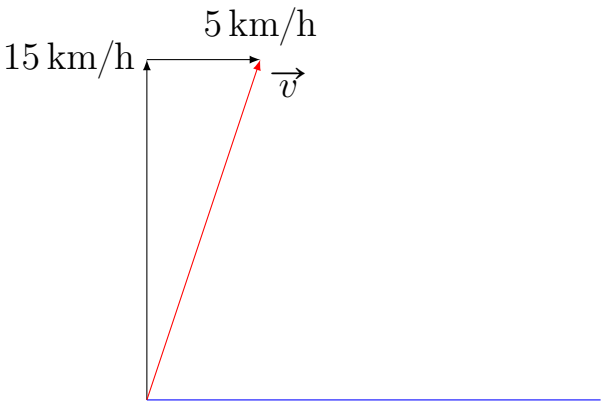
Correction de l'exercice 795

Il y a plusieurs façon de résoudre l'exercice parlant du poisson. En voici une originale.

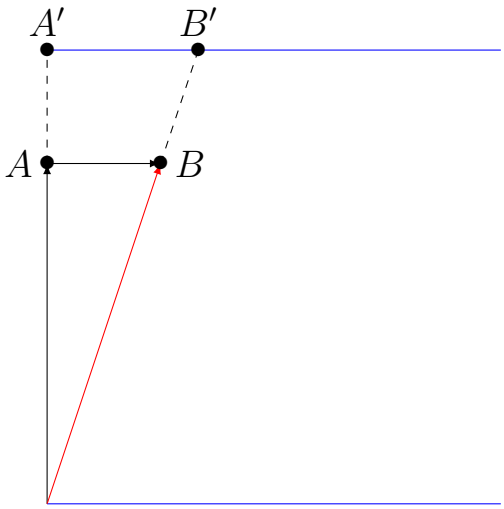
La vitesse du poisson est composée d'une composante verticale de 15 km/h et d'une horizontale de 5 km/h. Donc sa vitesse est donnée par le vecteur

$$\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ 15 \end{pmatrix}.$$

Il s'agit donc de savoir à quel point de la seconde berge arrive la droite portée par le vecteur $\overrightarrow{v}$.



Pour cela nous pouvons utiliser le théorème de Thalès.



Il nous donne

$$\frac{A'O}{AO} = \frac{B'O}{BO} = \frac{A'B'}{AB},$$

et donc

$$\frac{0.025}{15} = \frac{A'B'}{5},$$

ce qui donne $A'B' = 8.3\,\text{m}$.

Correction de l'exercice 796

<+Corrsmath-0142+>

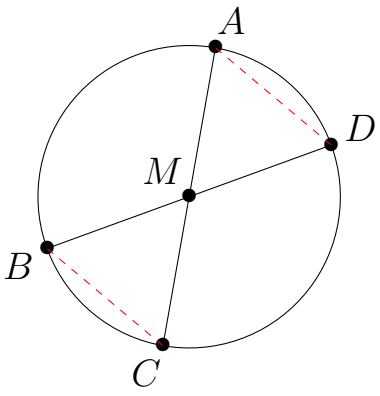
Correction de l'exercice 797

<+Corrsmath-0085+>

Correction de l'exercice 798

Soit M le point d'intersection de deux diamètres. Le point M est le centre du cercle et donc le milieu de $[AC]$ et de $[BD]$. Par conséquent le quadrilatère $ADCB$ est un parallélogramme et nous avons les égalités vectorielles $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Donc

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}.$$



Correction de l'exercice 799

<+Corrsmath-0661+>

Correction de l'exercice 800

<+Corrsmath-0607+>

Correction de l'exercice 801
<+Corrsmath-0613+>

Correction de l'exercice 802
<+Corrsmath-0608+>

Correction de l'exercice 803
<+Corrsmath-0620+>

Correction de l'exercice 804
<+Corrsmath-0130+>

Correction de l'exercice 805
<+Corrsmath-0615+>

Correction de l'exercice 806
<+Corrsmath-0616+>

Correction de l'exercice 807
<+Corrsmath-0614+>

Correction de l'exercice 808
<+Corrsmath-0603+>

Correction de l'exercice 809
<+Corrsmath-0605+>

Correction de l'exercice 810
<+Corrsmath-0200+>

Correction de l'exercice 811
<+Corrsmath-0606+>

Correction de l'exercice 812
<+Corrsmath-0609+>

Correction de l'exercice 813
<+Corrsmath-0610+>

Correction de l'exercice 814
<+Corrsmath-0622+>

Correction de l'exercice 815
<+Corrsmath-0611+>

Correction de l'exercice 816
<+Corrsmath-0612+>

Correction de l'exercice 817
<+Corrsmath-0617+>

Correction de l'exercice 818
<+Corrsmath-0618+>

Correction de l'exercice 819

(a) On a besoin que $\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$ soit un vecteur directeur de la droite. Donc on peut prendre par exemple le translaté par $\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$ du point $(4;1)$, c'est à dire $E=(5;4)$.

(b) $a=3$.

Correction de l'exercice 820
<+Corrsmath-0084+>

Correction de l'exercice 821
<+Corrsmath-0623+>

Correction de l'exercice 822
<+Corrsmath-0619+>

Correction de l'exercice 823
<+Corrsmath-0621+>

Correction de l'exercice 824
<+Corrsmath-0451+>

Correction de l'exercice 825
<+Corrsmath-0450+>

Correction de l'exercice 826
<+Corrsmath-0234+>

Correction de l'exercice 827
<+Corrsmath-0649+>

Correction de l'exercice 828
<+Corrsmath-0413+>

Correction de l'exercice 829
<+Corrsmath-0348+>

Correction de l'exercice 830

<+Corrsmath-0329+>

Correction de l'exercice 831

<+Corrsmath-0328+>

Correction de l'exercice 832

<+Corrsmath-0376+>

Correction de l'exercice 833

<+Corrsmath-0576+>

Correction de l'exercice 834

<+Corrsmath-0349+>

Correction de l'exercice 835

<+Corrsmath-0702+>

Correction de l'exercice 836

<+Corrsmath-0681+>

Correction de l'exercice 837

<+Corrsmath-0441+>

Correction de l'exercice 838

Un sondage effectué sur 500 personne donnant un résultat de 37% à un candidat signifie qu'il y a 95% de chances que le *vrai* résultat du candidat soit dans l'intervalle

$$\left[0.37 - \frac{1}{\sqrt{500}}; 0.37 + \frac{1}{\sqrt{500}}\right] = [0.325; 0.414].$$

Étant donné que le résultat effectif de K. est de 0.36 et que ce nombre est bien dans l'intervalle, on ne peut pas parler de chance.

En ce qui concerne le résultat du candidat J. l'intervalle de confiance du sondage est

$$\left[0.31 + \frac{1}{\sqrt{500}}; 0.13 + \frac{1}{\sqrt{500}}\right] = [0.265; 0.354].$$

Vu que le résultat de 36.5% n'est pas dans cet intervalle, on peut conclure soit que le candidat a eu de la chance, soit que le sondage a été mal fait, soit qu'une promesse de dernière minute lui a rapporté des voix. En tout cas, il y a moins de 5% de chances que le résultat soit dû fait fait qu'on ait interrogé les mauvaises personnes.

Correction de l'exercice 839

<+Corrsmath-0686+>

Correction de l'exercice 840
<+Corrsmath-0651+>

Correction de l'exercice 841
<+Corrsmath-0689+>

Correction de l'exercice 842
<+Corrsmath-0687+>

Correction de l'exercice 843
<+Corrsmath-0688+>

Correction de l'exercice 844
<+Corrsmath-0692+>

Correction de l'exercice 845

(a) Nous calculons $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$, donc il faut placer M de telle sorte que $\overrightarrow{MC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4/3 \end{pmatrix}$. Si nous notons $(x_M; y_M)$ les coordonnées de M, nous avons les équations

$$x_C - x_M = 2$$
$$y_C - y_M = \frac{4}{3}$$

ou encore $5 - x_M = 2$ et $5 - y_M = \frac{4}{3}$. Nous trouvons

$$M(3; \frac{11}{3}).$$

(b) Le point D est le translaté du point A par le vecteur $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, c'est à dire $D = (-1; 3)$.

(c) Le milieu de $[CD]$ se calcule avec la formule du milieu :

$$I = (\frac{x_C + x_D}{2}; \frac{y_C + y_D}{2}) = (2; 4).$$

(d) Pour prouver que I, B et C sont alignés, nous calculons les vecteurs $\overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{IM}$:

$$\overrightarrow{IB} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{IM} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1/3 \end{pmatrix}.$$

Nous voyons que $\overrightarrow{IM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IB}$, donc les points sont alignés.

Correction de l'exercice 846
<+Corrsmath-0691+>

Correction de l'exercice 847
<+Corrsmath-0653+>

Correction de l'exercice 848
<+Corrsmath-0663+>

Correction de l'exercice 849
<+Corrsmath-0664+>

Correction de l'exercice 850
<+Corrsmath-0705+>

Correction de l'exercice 851
<+Corrsmath-0665+>

Correction de l'exercice 852
<+Corrsmath-0667+>

Correction de l'exercice 853
<+Corrsmath-0704+>

Correction de l'exercice 854
<+Corrsmath-0706+>

Correction de l'exercice 855
<+Corrsmath-0662+>

Correction de l'exercice 856
<+Corrsmath-0255+>

Correction de l'exercice 857
<+Corrsmath-0650+>

Correction de l'exercice 858
<+Corrsmath-0656+>

Correction de l'exercice 859
<+Corrsmath-0655+>

Correction de l'exercice 860
<+Corrsmath-0657+>

Correction de l'exercice 861
<+Corrsmath-0658+>

Correction de l'exercice 862

<+Corrsmath-0180+>

Correction de l'exercice 863

<+Corrsmath-0659+>

Correction de l'exercice 864

<+Corrsmath-0660+>

Correction de l'exercice 865

<+Corrsmath-0666+>

Correction de l'exercice 866

<+Corrsmath-0139+>

Correction de l'exercice 867

<+Corrsmath-0177+>

Correction de l'exercice 868

<+Corrsmath-0141+>

Correction de l'exercice 869

<+Corrsmath-0252+>

Correction de l'exercice 870

<+Corrsmath-0253+>

Correction de l'exercice 871

<+Corrsmath-0176+>

Correction de l'exercice 872

<+Corrsmath-0175+>

Correction de l'exercice 873

<+Corrsmath-0140+>

Correction de l'exercice 874

(a)— Les côtés du carré $MCNP$ ont longueur $1-x$. Donc l'aire du carré $MCNP$ vaut $(1-x)^2$.
— Le triangle ABM a pour base 5 et pour hauteur x, donc l'aire est : $\frac{5x}{2}$.
— Le triangle ADN a les mêmes dimensions que ABM, et l'aire est donc également $\frac{5x}{2}$.

(b) Le calcul de l'aire de la zone grise est effectué en soustrayant les trois aires calculées de l'aire du carré (qui vaut 25). Donc

$$A(x) = 25 - (5-x)^2 - \frac{5x}{2} - \frac{5x}{2}.$$

Pour le calcul il faut faire un peu attention. D'abord une identité remarquable : $(5-x)^2 = 25 - 10x + x^2$. Mais attention : dans l'expression de $A(x)$ elle arrive avec un signe moins :

$$A(x) = 25 - \big(25 - 10x + x^2\big) - 5x = 25 - 25 + 10x - x^2 - 5x = 5x = x^2,$$

ce qui est bien la formule annoncée pour $A(x)$.

(c) Il suffit de développer l'expression $-(x-2.5)^2 + 6.25$ et remarquer que l'on tombe sur la même chose que $A(x)$:

$$-(x-2.5)^2+6.25 = -\big(x^2-5x+6.25\big)+6.25 = -x^2+5x-6.25+6.25 = -x^2+5x,$$

qui est bien $A(x)$.

(d) La stratégie pour résoudre $A(x) \geqslant 5.25$ et de faire le tableau de signe de $f(x) = A(x) - 5.25$. En effet les solutions de $f(x) \geqslant 0$ sont les mêmes que celles de $A(x) \geqslant 5.25$.

(d1) Il suffit de développer le membre de droite et voir que l'on trouve bien le membre de gauche :

$$(x-3.5)(1.5-x) = 1.5x - x^2 - 3.5 \times 1.5 + 3.5x = 5x - x^2 - 5.25.$$

(d2) Pour dresser le tableau de signe de f, on commence par mettre les zéros :

x		1.5		3.5	
$(x-2.5)(1.5-x)$		0		0	

et ensuite on complète les cases vides par des + et des − que l'on trouve en «essayant» des valeurs. Il faut calculer $f(x)$ pour un x plus petit que 1.5 pour un entre 1.5 et 3.5 et un plus grand que 3.5. Par exemple

i. $f(0) = -3.5 \times 1.5 < 0$. En réalité il ne faut même pas calculer la valeur exacte : le signe seul importe.

ii. $f(2) = (2-3.5) \times (1.5-2) > 0$

iii. $f(10) = (10-3.5) \times (1.5-10) < 0$.

Donc les signes à ajouter sont −, + et − :

x		1.5		3.5	
$(x-2.5)(1.5-x)$	−	0	+	0	−

(d3) Les solutions à $A(x) \geqslant 5.25$ étant les mêmes que celles de $f(x) > 0$, le tableau de signe nous indique que les x correspondants sont :

$$x \in [1.5; 3.5].$$

Correction de l'exercice 875

(a) L'univers est l'ensemble de toutes les cartes.

(b1) Il y a une seule dame de cœur, donc 1/52.

(b2) Il y a 26 cartes rouges, donc $26/52 = 1/4$.

(b3) Il y a quatre dix, donc 1/13.

(b4) Il y a 26 cartes rouges, et parmi les quatre as, seul l'as de trèfle et de pique ne sont pas encore comptés dans les rouges. Donc il y a 26 + 2 bonnes cartes et la probabilité d'en tirer une est $28/52 = 7/13$.

Correction de l'exercice 876

<+Corrsmath-0359+>

Correction de l'exercice 877

<+Corrsmath-0396+>

Correction de l'exercice 878

<+Corrsmath-0712+>

Correction de l'exercice 879

(a) Le 150 représente le nombre de téléphones retournés ayant une batterie défectueuse mais un écran non griffé. Le tableau complété est :

	batterie ok	batterie défectueuse	total
écran ok	200	150	350
écran griffé	200	50	250
total	400	200	600

(b1) $K = E \cap \bar{B}$: ce sont les téléphones qui sont dans E (écran griffé) mais pas dans B (batterie correcte). La probabilité de tirer un tel téléphone est de

$$P(K) = \frac{200}{600} = \frac{1}{3}.$$

(b2) $L = E \cup B$: tous les téléphones qui ont soit l'écran griffé soit la batterie défectueuse. Pour calculer le nombre de téléphones qui sont dans ce cas, il ne faut pas faire l'erreur de somme 200 (batterie défectueuse) et 250 (écran griffé) parce que ainsi nous comptons deux fois les téléphones

qui ont à la fois la batterie défectueuse et l'écran griffé. Il faut donc décompter ces téléphones doublement défectueux, c'est à dire utiliser la formule $P(E \cup B) = P(E) + P(B) - P(E \cap B)$:

$$P(L) = \frac{200 + 250 - 50}{600} = \frac{400}{600} = \frac{2}{3}.$$

(b3) Les téléphones ayant un défaut autre que l'écran griffé ou la batterie défectueuse sont ceux qui ne sont ni dans E ni dans B : $M = \bar{E} \cap \bar{B}$. La probabilité est donnée par

$$P(M) = \frac{200}{600} = \frac{1}{3}.$$

Correction de l'exercice 880

<+Corrsmath-0708+>

Correction de l'exercice 881

Le tableau complété est :

	musique	pas musique	total
sport	100	250	350
pas sport	100	50	150
total	200	300	500

Correction de l'exercice 882

Écrivons un tableau des différentes possibilités :

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Ce tableau contient 36 cases qui sont les possibilités de résultats lorsqu'on jette deux dés. De ces cases, 11 contiennent un six. La probabilité d'obtenir au mois un six est donc de $\frac{11}{36}$.

Correction de l'exercice 883

<+Corrsmath-0280+>

Correction de l'exercice 884

<+Corrsmath-0287+>

Correction de l'exercice 885
<+Corrsmath-0347+>

Correction de l'exercice 886
<+Corrsmath-0358+>

Correction de l'exercice 887
<+Corrsmath-0357+>

Correction de l'exercice 888
<+Corrsmath-0192+>

Correction de l'exercice 889
<+Corrsmath-0198+>

Correction de l'exercice 890
<+Corrsmath-0188+>

Correction de l'exercice 891
<+Corrsmath-0281+>

Correction de l'exercice 892
<+Corrsmath-0282+>

Correction de l'exercice 893

(a) L'expérience aléatoire consiste à tirer un point au hasard dans la grille de la figure 2.1(a). Il y a 100 points possibles et un seul «gagnant». La probabilité de tirer le point $(3;7)$ est donc de $\frac{1}{100}$.

(b) Sur la seconde figure, nous avons représenté la droite $y = x + 5$ et mis en plus gros les points de cette droites qui pourraient être tirés lors de l'expérience aléatoire. Sur les 100 points possibles, 5 sont sur la droite $y = x + 5$, donc la probabilité de tirer un point sur cette droite est de $\frac{5}{100}$.

(c) Nous avons représenté sur la figure 2.1(c) la droite passant par $(0;0)$ et par $(1;2)$. Et en rouge le point $(1;2)$ lui-même.

Pour réussir l'expérience qui consiste à ce que le point $(1;2)$ soit sur la droite (OA), il faut tirer un des points de cette droite. Il y en a 5, donc la probabilité est de $\frac{5}{100}$.

Correction de l'exercice 894
<+Corrsmath-0334+>

Correction de l'exercice 895
<+Corrsmath-0379+>

Correction de l'exercice 896
<+Corrsmath-0368+>

Correction de l'exercice 897
<+Corrsmath-0316+>

Correction de l'exercice 898
<+Corrsmath-0377+>

Correction de l'exercice 899
<+Corrsmath-0137+>

Correction de l'exercice 900
<+Corrsmath-0144+>

Correction de l'exercice 901
<+Corrsmath-0335+>

Correction de l'exercice 902
<+Corrsmath-0336+>

Correction de l'exercice 903
<+Corrsmath-0341+>

Correction de l'exercice 904
<+Corrsmath-0324+>

Correction de l'exercice 905
<+Corrsmath-0343+>

Correction de l'exercice 906
<+Corrsmath-0340+>

Correction de l'exercice 907
<+Corrsmath-0325+>

Correction de l'exercice 908
<+Corrsmath-0319+>

Correction de l'exercice 909

Il s'agit de faire le tableau de signe des trois monômes dans le même tableau en faisant attention à

(a) Mettre les «valeurs pivot» dans l'ordre croissant.

(b) Bien noter les valeurs interdites.

Ici la seule valeur interdite est $x = -3$ parce que $x + 3$ est au dénominateur.

Le tableau est :

x		-3		-1		1	
$x+1$	$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$1-x$	$+$	$\vert$	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$x+3$	$-$	$\vert$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$+$	$\vert$	$-$	0	$+$	0	$-$

Nous avons mis une barre verticale à travers toute la colonne du -3 parce que c'est la valeur interdite.

Pour votre culture générale, la figure 2.2 montre le graphe de cette fonction.

Correction de l'exercice 910

<+Corrsmath-0320+>

Correction de l'exercice 911

<+Corrsmath-0342+>

Correction de l'exercice 912

<+Corrsmath-0352+>

Correction de l'exercice 913

<+Corrsmath-0353+>

Correction de l'exercice 914

<+Corrsmath-0370+>

Correction de l'exercice 915

<+Corrsmath-0711+>

Correction de l'exercice 916

<+Corrsmath-0372+>

Correction de l'exercice 917

<+Corrsmath-0360+>

Correction de l'exercice 918

<+Corrsmath-0361+>

Correction de l'exercice 919

<+Corrsmath-0467+>

Correction de l'exercice 920

<+Corrsmath-0470+>

Correction de l'exercice 921

<+Corrsmath-0362+>

Correction de l'exercice 922

<+Corrsmath-0363+>

Correction de l'exercice 923

<+Corrsmath-0366+>

Correction de l'exercice 924

<+Corrsmath-0367+>

Correction de l'exercice 925

<+Corrsmath-0444+>

Correction de l'exercice 926

<+Corrsmath-0373+>

Correction de l'exercice 927

<+Corrsmath-0443+>

Correction de l'exercice 928

<+Corrsmath-0445+>

Correction de l'exercice 929

<+Corrsmath-0447+>

Correction de l'exercice 930

<+Corrsmath-0469+>

Correction de l'exercice 931

L'aire des boîtes doit être proportionnelle à leurs effectifs. Étant donné que la largeur est fixée, nous devons jouer sur la hauteur pour obtenir le résultat. Pour un rectangle,

$$\text{hauteur} = \frac{\text{surface}}{\text{largeur}}.$$

Donc en divisant l'effectif d'une boîte par sa largeur, nous trouvons sa hauteur (il sera loisible de mettre à l'échelle plus tard). Les calculs sont :

(a) $\frac{137}{0.25} = 548$

(b) $\frac{106}{0.25} = 424$

(c) $\frac{112}{0.5} = 224$

(d) $\frac{154}{1.5} \approx 102.66$

(e) $\frac{100}{2.5} = 40$

(f) $\frac{33}{5} = 6.6$

Ces nombres sont les hauteurs des boîtes. Il est évidemment impensable de les compter en centimètres : 548 serait beaucoup trop grand. Nous devons choisir une échelle dans laquelle le 548 devient quelque chose de raisonnable.

Une échelle de 2% fait revenir la première boîte sur 11 cm. Donc pour trouver les hauteurs «réelles» des boîtes, nous pouvons multiplier tous les nombres par 0.02.

Un autre possibilités serait de se fixer a priori la hauteur de la plus haute boîte, et choisir l'échelle. Si par exemple nous voulons que la plus haute boîte (le 548) soit de 10 cm sur le dessin, nous prenons comme échelle $\frac{10}{548}$.

Si nous choisissons l'échelle de 2%, nous trouvons les hauteurs

(a) $\frac{2}{100} \times 548 \approx 11$ cm
(b) $\frac{2}{100} \times 424 \approx 8.5$ cm
(c) $\frac{2}{100} \times 224 \approx 4.5$ cm
(d) $\frac{2}{100} \times 102.66 \approx 2$ cm
(e) $\frac{2}{100} \times 40 \approx 0.8$ cm
(f) $\frac{2}{100} \times 6.6 \approx 0.13$ cm

L'histogramme est à la figure 2.3.

Correction de l'exercice 932

<+CorrSeconde-0015+>

Correction de l'exercice 933

En ce qui concerne la moyenne de la série statistique :

$$\frac{5+8+6+5+7+6+8+5+7+7}{10} = \frac{64}{10} = 6.4.$$

La moyenne est donc 6.4.

Il y a 10 valeurs dans la série, ce qui est un nombre pair. La médiane est donc la moyenne des *deux* valeurs centrales, c'est à dire de 6 et 7. La médiane est donc $\frac{6+7}{2} = 6.5$.

Pour les quartiles, nous avons dix valeurs. Étant donné que $\frac{10}{4} = 2.5$, le premier quartile est la troisième valeur, c'est à dire 5. Étant donné que $\frac{3*10}{4} = 7.5$, le troisième quartile est la septième valeur, à savoir 7.

Correction de l'exercice 934

<+Corrsmath-0012+>

Correction de l'exercice 935

<+Corrsmath-0011+>

Correction de l'exercice 936

<+CorrSeconde-0029+>

Correction de l'exercice 937

La première chose à faire est d'ordonner les valeurs : 0, 0, 2, 2, 5, 5, 5, 6, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 11, 11, 12, 12, 13, 14, 16, 17, 18.

(a) En ce qui concerne la moyenne, on fait la somme (240) et on divise par le nombre de données (27) : la moyenne est $\frac{240}{27} \approx 8.88$.

(b) Étant donné que le nombre de valeurs est impair (27), la médiane est simplement la valeur centrale, c'est à dire la 14^{e}, qui vaut 9.

(c) Pour le premier quartile, nous divisons les effectifs par 4 et nous prenons le premier entier *supérieur* ; cela donne le rang du quartile :

$$\frac{24}{4} = 6.75,$$

donc le premier quartile est la septième valeur, c'est à dire 5.

(d) Pour le troisième quartile, nous faisons la même chose, mais en utilisant 3/4 au lieu de 1/4 :

$$\frac{3}{4} \times 27 = 20.25,$$

donc le troisième quartile est la 21^{e} valeur, c'est à dire 12.

(e) Le graphique des effectifs cumulés est donné à figure 2.4.

Les fautes courantes :

(a) Il faut trier les notes par ordre croissant avant de chercher les médianes et quartiles.

(b) Le graphe des effectifs cumulés est *croissante* : elle ne montre pas combien d'élèves ont obtenu une certaine note, mais bien combien d'élèves ont obtenu *au moins* la note.

(c) Il ne faut pas relier les points par des segments de droites (et encore moins par des courbes !). Le graphe doit être en escalier.

Si vous voulez vous aider de python pour faire les calculs, voici quelque lignes.

exo_mediane.py

```
>>> l=[10,13,0,2,18,10,16,9,0,9,9,5,5,6,5,8,12,12,8,11,11,2,8,17,10,10,14]
>>> len(l)
27              # La liste contient 27 valeurs
>>> l.sort()    # Pour trier la liste
>>> l
[0, 0, 2, 2, 5, 5, 5, 6, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 10,
       10, 10, 10, 11, 11, 12, 12, 13, 14, 16, 17, 18]
>>> sum(l)
240             # La somme des nombres de la liste

# Pour le premier quartile

>>> len(l)/4
6.75            # Il faut prendre la septième valeur.
>>> l[6]        # !!!! La septième valeur est l[6] et non l[7]
                # parce que la première valeur est l[0] et non l[1].
5
```

```
# Pour le second quartile

>>> 3*len(l)/4
20.25
>>> l[20]
12

# Pour la médiane

>>> 27/2
13.5        # Il faut prendre la douzième valeur
>>> l[11]   # Et non l[12]
9
```

Des fonctions toutes faites pour calculer médiane et quartiles sont données à la section 4.3.

Correction de l'exercice 938

<+Corrsmath-0147+>

Correction de l'exercice 939

<+CorrSeconde-0032+>

Correction de l'exercice 940

En nous inspirant des tableaux de la question 2, nous pouvons proposer la répartition suivante qui laisse le salaire médian 1 500 euros :

Salaire	900	1 100	1 300	1 500	1 700	1 900	2 100	2 500	3 100	4 500
Effectif	10	10	10	20	5	5	5	2	2	20
ECC	10	20	30	50	55	60	65	67	69	89

(On rappelle qu'avec 89 valeurs, la médiane est la donnée de rang 45).

Une repartions moins réaliste mais qui convient également serait la suivante :

Salaire	900	1500	5400
Effectif	20	49	20

Correction de l'exercice 941

(a) Vrai. D'ailleurs il est possible qu'un peu plus de la moitié des hommes ait 38 ans ou moins.

(b) Vrai. D'ailleurs il est possible qu'un peu plus de la moitié des femme ait 41 ans ou plus.

(c) Faux. Moins de la moitié des hommes ont plus que 41 ans, et en même temps au maximum la moitié des femmes ont plus de 41 ans.

(d) Vrai. Au moins la moitié des femmes ont 41 ans ou plus alors qu'au maximum la moitié des hommes y sont [5].

Correction de l'exercice 942

L'histogramme est à la figure 2.5.

Nous ne pouvons pas calculer la moyenne. En ce qui concerne la médiane, nous savons qu'elle est entre 500 et 1000.

Correction de l'exercice 943

L'histogramme est à la figure 2.6.

Correction de l'exercice 944

L'histogramme de la France est donné à la figure 2.7.

L'histogramme pour le Kenya est donné à la figure 2.8.

Correction de l'exercice 945

(a) En comptant les coefficients, Pierre a obtenu $(9+7)\times 3+(8+12)\times 2+16+15=119$ points sur un total de $40\times 3+40\times 2+40\times 1=240$. Sa moyenne est donc de $\frac{119}{240}\approx 0.4958$, qui vaut environ 9.91 sur 20.

(b) Si les notes n'étaient pas pondérées, Pierre aurait eu $9+8+15+12+7+16=67$ points sur un total de $6\times 20=120$. Cela donnerait donc une moyenne de $\frac{67}{120}\approx 0.558$ qui vaut environ 11.16 sur 20.

(c) Étant donné que Pierre est le plus fort dans ses devoirs à la maison, il faut tenter de les «avantager» par rapport aux devoirs surveillés. Remarquons aussi que si les coefficients sont égaux, Pierre a la moyenne (c'est la question précédente). Une première idée serait de mettre des pondérations quasiment identiques, par exemple : 1, 1.1 et 1.2. Étant donné que nous devons avoir des coefficients entiers, nous essayons 10, 11 et 12 comme coefficients. Le nouveau tableau de notes serait alors

Note	9	8	15	12	7	16
Coefficient	12	11	10	11	12	10

Dans ce cas de figure, Pierre obtient $(9+7)\times 12+(8+12)\times 11+(15+16)\times 10=722$ points, sur un total de $(40\times 12)+(40\times 11)+40\times 10=1320$. Sa moyenne est alors $\frac{722}{1320}\approx 0.547$, qui vaut approximativement 10.93 sur 20.

(d) Notons x la note que Pierre obtient. Le tableau de notes est

Note	9	8	15	12	7	16	x
Coefficient	3	2	1	2	3	1	6

En reprenant les calculs de la question (a), Pierre obtient $119+6x$ points sur un total de $240+6\times 20=360$. Sa moyenne est donc de

$$\frac{119+6x}{360}=\frac{119}{360}+\frac{6x}{360}=\frac{119}{360}+\frac{1}{60}x.$$

5. Pour que exactement la moitié des hommes y soient il faudrait une distribution des âges en pratique complètement impossible, mais mathématiquement pas exclue.

Si Pierre faisait 20 sur 20 à ce devoir surveillé, il obtiendrait une moyenne de
$$\frac{119+6\times 20}{360}=\frac{239}{360}\simeq 0.663,$$
et donc il obtiendrait approximativement 13.27 sur 20. Donc oui, il peut réussir et même faire 12. Par contre, il n'est pas possible que Pierre obtienne 14 de moyenne.

Voyons la note minimale à avoir pour que la moyenne soit de 10 sur 20. Nous cherchons x de telle sorte à avoir
$$\frac{119+6x}{360}=\frac{1}{2}.$$
La solution est $x=\frac{61}{6}$, qui vaut approximativement 10.16. En faisant 11, Pierre réussi son trimestre.

Remarque : les notes sont entières, donc si le *minimum* est 10.16, Pierre doit bien faire 11 pour réussir.

Pour obtenir 12, il faut résoudre
$$\frac{119+6x}{360}=\frac{12}{20}.$$
La solution est $x=\frac{97}{6}\approx 16.16$, et donc Pierre doit faire 17 au dernier devoir surveillé pour obtenir 12 de moyenne.

Correction de l'exercice 946

<+Corrsmath-0250+>

Correction de l'exercice 947

<+Corrsmath-0315+>

Correction de l'exercice 948

<+Corrsmath-0531+>

Correction de l'exercice 949

<+Corrsmath-0479+>

Correction de l'exercice 950

<+Corrsmath-0021+>

Correction de l'exercice 951

<+Corrsmath-0028+>

Correction de l'exercice 952

<+CorrSeconde-0100+>

Correction de l'exercice 953

<+CorrSeconde-0085+>

Correction de l'exercice 954

<+CorrSeconde-0083+>

Correction de l'exercice 955

<+CorrSeconde-0003+>

Correction de l'exercice 956

<+CorrSeconde-0084+>

Correction de l'exercice 957

<+CorrSeconde-0099+>

Correction de l'exercice 958

<+CorrSeconde-0013+>

Correction de l'exercice 959

<+CorrSeconde-0021+>

Correction de l'exercice 960

(a) La distance entre $(0;0)$ et $(1;3)$ est $\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$. C'est le rayon du cercle.

(b) Le point $(3;1)$ est à distance $\sqrt{10}$ du centre du cercle.

(c) Le point $(3;1)$ est donc sur le cercle parce qu'il est à distance du centre égale au rayon.

(d) Le point $(2;1)$ n'est pas sur le cercle parce que sa distance à $(0;0)$ est $\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{10}$ au lieu de $\sqrt{10}$.

(e) Le point $(-3;1)$ est sur le cercle (le point $(0;\sqrt{10})$ aussi par exemple). Le point $(10,10)$ est hors du cercle et le point $(0;0)$ est à l'intérieur.

Correction de l'exercice 961

(a)

(b)

(c) Le sommet de la tour est à la hauteur h par rapport au sol qui lui-même est à la distance R du centre de la Terre. Donc

$$OS = OA + AS = R + h.$$

(d)

(e) R

(f) Le théorème de Pythagore s'écrit $SB^2 + OB^2 = OS^2$ qui donne, en remplaçant par ce qu'on vient de voir :

$$SB^2 + R^2 = (R+h)^2$$
$$SB = \sqrt{(R+h)^2 - R^2}.$$

(g) En isolant SB dans l'équation précédente, et en développant $(R+h)^2 = R^2 + 2Rh + h^2$,

$$SB = \sqrt{R^2 + h^2 + 2Rh - R^2} = \sqrt{h^2 + 2Rh}.$$

(h) Le théorème de Pythagore dit que $SB^2 = AS^2 + AB^2$ et en remplaçant, $h^2 + 2Rh = h^2 + AB^2$, donc

$$AB = \sqrt{2Rh}.$$

(i) Dans le cas de la tour Eiffel, il ne faut pas oublier de convertir les unités : $h = 0.324\,\text{km}$ et $R = 6300$, donc

$$AB \simeq 63.89\,\text{km}.$$

Donc environ 64 kilomètres.

Correction de l'exercice 962

Première chose à dire : il ne suffit pas de montrer que les quatre côtés ont même longueur, parce que les losanges ont quatre côtés de même longueur.

Une méthode directe sans difficultés majeures serait de

(a) Calculer les quatre longueurs et remarquer qu'elles sont les même

(b) Montrer que les angles sont droits en utilisant le théorème de Pythagore dans les triangle DAC, DAB, ACB et DCB.

Cette méthode a au moins le mérite de ne pas se poser trop de questions, mais elle entraine une foule de calculs inutiles.

Une méthode plus rapide est d'utiliser les propriétés connues des quadrilatères.

(a) D'abord on montre que $ABCD$ est un parallélogramme en montrant que les diagonales se coupent en leur milieu.

(b) Ensuite on montre qu'il y a un angle droit (n'importe lequel). Dans ce cas nous aurons un rectangle parce qu'un parallélogramme contenant un angle droit est un rectangle.

(c) Enfin nous prouvons que deux côtés consécutifs ont même longueur.

(d) Pour conclure, un rectangle dont deux côtés consécutifs ont même longueur est un carré.

Nous allons donner le détail de cette méthode.

(a) Le milieu de la diagonale $[AC]$ est le point

$$\left(\frac{3+2}{2};\frac{5+2}{2}\right)=\left(\frac{5}{2},\frac{7}{2}\right);$$

la milieu de la diagonale $[DB]$ est le point

$$\left(\frac{4+1}{2};\frac{3+4}{2}\right)=\left(\frac{5}{2};\frac{7}{2}\right).$$

Donc c'est gagné pour dire qu'ils se coupent en leur milieu.

(b) Montrons que l'angle D est droit en utilisant (la réciproque de) Pythagore dans le triangle ACD. Nous devons calculer les trois longueurs :

$$DA^2=(1-3)^2+(4-5)^2=4+1=5 \tag{2.29a}$$
$$DC^2=(1-2)^2+(4-2)^2=1+4=5 \tag{2.29b}$$
$$AC^2=(2-3)^2+(2-5)^2=1+9=10.$$

Nous avons donc bien la relation $AC^2=DA^2+DC^2$ qui montre que le triangle ACD est rectangle en D. Nous sommes dont en présence d'un parallélogramme contenant un angle droit, c'est à dire un rectangle.

(c) Comme déjà calculé aux équations (2.29a) et (2.29b), nous avons $AD=DC=\sqrt{5}$. Nous avons donc deux côtés consécutifs de même longueur. Le rectangle est donc un carré.

Correction de l'exercice 963

<+Corrsmath-0029+>

Correction de l'exercice 964

<+CorrSeconde-0081+>

Correction de l'exercice 965

<+CorrSeconde-0077+>

Correction de l'exercice 966

Pour qu'un quadrilatère soit un parallélogramme, il suffit que ses diagonales se coupent en leur milieu. Les diagonales sont $[BD]$ et $[AC]$. Le milieu de $[AC]$ est

$$\left(\frac{1+5}{2};\frac{1+3}{2}\right)=(3;8).$$

Nous devons donc fixer le point D de telle façon à ce que $(3;8)$ soit le milieu de $[BD]$. C'est le point $D=(4;2)$ qui fonctionne.

Pour vérifier que le quadrilatère ainsi construit soit ou non un rectangle, nous pouvons vérifier si le triangle ABC est rectangle en utilisant le théorème de Pythagore. Nous avons

$$AC^2 = 4^2 + 2^2 = 20$$
$$AB^2 = 1^2 + 2^2 = 5$$
$$BC^2 = 3^2 + 1^1 = 10,$$

donc nous n'avons pas $AC^2 = AB^2 + BC^2$ et le parallélogramme n'est pas un rectangle.

Correction de l'exercice 967

L'angle A du triangle ABC est coupé par les deux droites parallèles LK et BC ; nous sommes donc dans la situation du théorème de Thalès. Nous avons donc les égalités

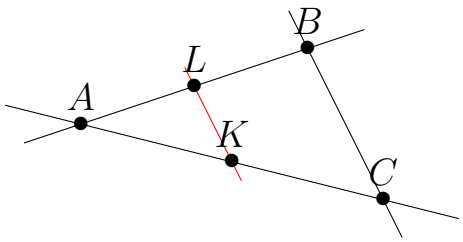
$$\frac{AB}{AL} = \frac{AC}{AK} = \frac{BC}{LK}.$$

Étant donné que K est au milieu de $[AC]$, nous avons

$$\frac{AC}{AK} = 2$$

et donc aussi $\frac{AB}{AL} = 2$ et donc L est au milieu de $[AB]$.

Toujours pour la même raison de proportionnalité, $[LK]$ a une longueur moitié de $[BC]$ et donc a une longueur 8.



Correction de l'exercice 968

<+CorrSeconde-0001+>

Correction de l'exercice 969

<+CorrSeconde-0062+>

Correction de l'exercice 970

(a) La formule est

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A + y_B)^2}.$$

(b) Il suffit d'utiliser la formule *en faisant attention aux signes* :

$$AB = \sqrt{(-1-5)^2 + (7-1)^2} = \sqrt{36+36} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}.$$

(c) Le dessin est à la figure 2.9.

Nous cherchons la longueur x. Par le théorème de Pythagore (et le fait que le triangle soit rectangle en B), nous avons

$$\begin{aligned} 17^2 &= x^2 + 8^2, \\ 289 &= x^2 + 64 \\ x^2 &= 289 - 64 \\ x^2 &= 225, \end{aligned}$$

et donc $x = \sqrt{225} = 15$.

Correction de l'exercice 971

<+CorrSeconde-0042+>

Correction de l'exercice 972

<+CorrSeconde-0048+>

Correction de l'exercice 973

(a) Il y a un seul chiffre dans «5», donc $f(5) = 1$.

(b) Il y a quatre chiffres dans «5200», donc $f(5200) = 4$.

(c) N'importe quel nombre de 5 chiffres fait l'affaire. Par exemple 12000, ou bien 99999.

(d) Combien de nombres s'écrivent avec un seul chiffre ? Réponse : 10. Il y a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.

(e) Combien y a-t-il de nombres à 3 chiffres ? Le premier nombre à 3 chiffres est 100 ; le dernier est 999. Ça en fait 900.

On pourrait croire qu'il y en a seulement 899 parce que $999 - 100 = 899$. Mais en réalité la différence $999 - 100$ compte le nombre de nombres *entre* 100 et 999, alors qu'ici on veut savoir tous les nombres *y compris* 100 et 999.

Si vous n'avez pas compris le paragraphe précédent, voici une autre explication. Si le dernier nombre était 101, il y aurait eu deux nombres : 100 et 101.

(f) Presque tous les nombres vont bien. Par exemple avec $n = 54$ on a $f(54 + 1) = f(55) = 2$ et $f(54) = 2$.

(g) $n = 99$ répond à la question. En effet $f(99) = 2$ alors que $f(99 + 1) = f(100) = 3$.

Correction de l'exercice 974

<+CorrSeconde-0051+>

Correction de l'exercice 975

Il s'agit de résoudre l'équation

$$x^2 + 1 = 3,$$

c'est à dire $x^2 = 2$. Cette équation *a deux solutions* : $x = \sqrt{2}$ et $x = -\sqrt{2}$.

Correction de l'exercice 976

(a) En écrivant étape par étape, nous trouvons la formule

$$\Big(3(x+5) - 2\Big) \times \frac{3}{2}.$$

Pour la simplifier, nous effectuons les distributivités :

$$\begin{aligned}\Big(3(x+5) - 2\Big) \times \frac{3}{2} &= \big(3x + 15 - 2\big) \times \frac{3}{2} \\ &= \frac{3}{2}(3x - 13) = \frac{9}{2}x - \frac{39}{2}.\end{aligned}$$

(b) Pour trouver les images, il suffit de remplacer x par les valeurs demandées. L'image de 0 par le programme est $-\frac{39}{2}$. L'image de 1 est

$$\frac{9}{2} - \frac{39}{2} = \frac{9-39}{2} = -\frac{30}{2}.$$

L'image de $\frac{2}{9}$ est

$$\frac{9}{2} \times \frac{2}{9} - \frac{39}{2} = 1 - \frac{39}{2} = \frac{2-39}{2} = -\frac{37}{2}.$$

(c) Il s'agit de résoudre l'équation

$$\frac{9}{2}x - \frac{39}{2} = \frac{9}{2}.$$

qui se transforme successivement en

$$\begin{aligned}\frac{9}{2}x - \frac{39}{2} &= \frac{9}{2} \\ \frac{9}{2}x &= \frac{9+39}{2} = 24 \\ \frac{9}{2}x &= 24 \\ x &= 24 \times \frac{2}{9} = \frac{48}{9}.\end{aligned}$$

Un antécédent de $\frac{9}{2}$ est $x = \frac{48}{9}$.

(d) Un antécédent de $\frac{1}{2}$ est donné par la solution à l'équation

$$\frac{9}{2}x - \frac{39}{2} = \frac{1}{2}.$$

En multipliant les deux membres par 2 nous trouvons à résoudre l'équation

$$9x - 39 = 1,$$

ou encore $9x = 40$, c'est à dire $x = \frac{40}{9}$.

Correction de l'exercice 977

La hauteur d'un rectangle de $12\,\text{cm}^2$ et de base x est $\frac{12}{x}\,\text{cm}$. Exprimé sous forme de fonction, nous avons

$$h(x) = \frac{12}{x}.$$

L'ensemble de définition de cette fonction est l'ensemble des nombres *strictement* positifs : $x > 0$.

Note : bien entendu, il est possible de calculer la valeur de $h(x)$ pour $x = -1$, mais la fonction représentant des longueurs, elle n'accepte pas les négatifs.

Correction de l'exercice 978

Le dessin est sur la figure 2.10.

Le segment $[BH]$ est la moitié du segment $[BC]$ et est donc de longueur $\frac{x}{2}$. Le triangle étant équilatéral, le côté $[AB]$ a la même longueur que le côté $[BC]$ et donc $AB = x$.

Le triangle ABH est rectangle en H ; le théorème de Pythagore s'écrit donc

$$x^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = AH^2.$$

L'aire d'un triangle est donnée par la formule

$$\text{surface} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}.$$

Ici la base vaut x et la hauteur est AH qui vaut $\sqrt{x^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2}$. La formule de l'aire du triangle donne

$$\begin{aligned} S(x) &= \frac{1}{2}x\sqrt{x^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2} \\ &= \frac{x}{2}\sqrt{\frac{5x^2}{4}} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{2}x^2. \end{aligned}$$

La résolution de $S(x) = \sqrt{5}$ donne $x = \pm\sqrt{2}$. Mais attention : ici x doit être positif parce que c'est une longueur. Donc l'unique solution acceptable est $x = \sqrt{2}$.

Correction de l'exercice 979
<+CorrSeconde-0061+>

Correction de l'exercice 980
<+CorrSeconde-0067+>

Correction de l'exercice 981
<+Corrsmath-0295+>

Correction de l'exercice 982
<+Corrsmath-0015+>

Correction de l'exercice 983
<+Corrsmath-0210+>

Correction de l'exercice 984
<+Corrsmath-0004+>

Correction de l'exercice 985
<+Corrsmath-0005+>

Correction de l'exercice 986
<+Corrsmath-0006+>

Correction de l'exercice 987
<+CorrSeconde-0046+>

Correction de l'exercice 988
<+Corrsmath-0186+>

Correction de l'exercice 989
<+Corrsmath-0078+>

Correction de l'exercice 990
<+Corrsmath-0013+>

Correction de l'exercice 991

(a) Avec $v = 1$ nous avons $E(3) = a \times 1^3 = a$.

(b) Avec $v = 3$ nous avons $E(3) = a \times 3^3 = 27a$.

(c) Les 13 janvier, l'énergie produite était de $E(v_0) = av_0^3$. Le 14 janvier, la production était de $E(2v_0) = a \times (2v_0)^2 = 8av_0^3$.

(d) Le rapport entre les deux est

$$\frac{8av_0^3}{av_0^3} = 8.$$

<++>

<++>

L'énergie produite par l'éolienne en fonction de la vitesse du vent est donnée par $E(v) = av^3$. Si la vitesse du vent est v_0, alors l'énergie produite est $E(v_0) = av_0^3$; si la vitesse du vent est $2v_0$, alors l'énergie produite sera $a(2v_0)^2$.

Correction de l'exercice 992

<+CorrSeconde-0064+>

Correction de l'exercice 993

<+CorrSeconde-0044+>

Correction de l'exercice 994

<+CorrSeconde-0066+>

Correction de l'exercice 995

<+CorrSeconde-0076+>

Correction de l'exercice 996

<+CorrSeconde-0059+>

Correction de l'exercice 997

<+CorrSeconde-0060+>

Correction de l'exercice 998

(a) Nous remplaçons x par -1 :

$$f(-1) = \frac{1}{(-1)^2 + 4 \times (-1)} = \frac{1}{1-5} = \frac{1}{-4}.$$

Rappel : $(-1)^2 = 1$. Donc $f(-1) = -\frac{1}{4}$.
Pour calculer $f(0)$, nous remplaçons x par zéro :

$$f(0) = \frac{1}{0^2 + 4 \times 0} = \frac{1}{0}.$$

Et là, c'est le problème : ON NE PEUT PAS DIVISER PAR ZÉRO!! Donc $f(0)$ n'existe pas. Autrement dit, il n'est pas possible de calculer $f(0)$. Zéro n'est donc pas dans l'ensemble de définition de f.

(b) Pour l'ensemble de définition, nous nous souvenons de la règle 15.22 : il faut exclure de l'ensemble de définition les valeurs qui annulent le dénominateur. Ici les valeurs de x à exclure sont les solutions de l'équation

$$x^2 + 4x = 0. \tag{2.35}$$

Pour résoudre cette équation, le mieux est de mettre x en évidence :

$$x^2 + 4x = x(x+4).$$

Ensuite la règle du produit nul nous dit que $x = 0$ ou $x = -4$ sont les deux solutions de (2.35).

Au final, l'ensemble de définition de f est $\mathbb{R}$ moins les nombres 0 et -4.

Correction de l'exercice 999

<+Corrsmath-0378+>

Correction de l'exercice 1000

<+Corrsmath-0243+>

Correction de l'exercice 1001

<+Corrsmath-0244+>

Correction de l'exercice 1002

Le tableau complété est

Mois	Année 2003	Année 2004	Année 2005
Janvier	330	380	415
Février	450	485	510
Mars	645	660	700
Avril	795	810	845
Mai	975	960	990
Juin	1125	1125	1150
Juillet	330	360	390
Août	285	270	385
Septembre	420	470	525
Octobre	540	615	670
Novembre	1155	1125	1090
Décembre	1740	1610	1370
Total	8790	8868	9036
Moyenne	732.5	739	753
Écart type	424	383	319

Correction de l'exercice 1003

<+Corrsmath-0246+>

Correction de l'exercice 1004

<+Corrsmath-0247+>

Correction de l'exercice 1005

<+Corrsmath-0248+>

Correction de l'exercice 1006

<+Corrsmath-0249+>

Correction de l'exercice 1007

(a) La somme de toutes les fréquences doit faire 1, donc celle qui manque est 0.2.

Chiffre obtenu	1	2	3	4	5	6
Brice (effectifs)	9	12	8	7	5	9
Marie (fréquence)	0.24	0.12	0.2	0.17	0.08	0.19

(b) Marie a obtenu 12% de 2.

(c) 7 fois sur 50 lancers signifie 14%.

(d) 0.2

(e)— Vrai : le 3 est obtenu avec une fréquence 0.2 tandis que le 1 est obtenu avec une fréquence 0.24.
— Faux : Brice a obtenu 24% tandis que Marie a obtenu 12%.

(f) En ce qui concerne Brice, la moyenne est :

$$m = \frac{9 \times 1 + 12 \times 2 + \ldots + 9 \times 6}{50} = 3.28,$$

et l'écart-type s'obtient à la calculatrice en insérant les valeurs et les effectifs :

$$\sigma \simeq 1.744.$$

Pour Marie, vu qu'on ne connaît pas les effectifs, mais seulement les fréquences, la moyenne se calcule comme ceci :

$$0.24 \times 1 + 0.12 \times 2 + \ldots + 0.19 \times 6 = 3.3.$$

En ce qui concerne son écart-type, il faudrait des effectifs au lieu des fréquences. Une chose de bien avec l'écart-type est qu'on peut inventer les effectifs qu'on veut pourvu qu'on respecte les fréquences. Nous pouvons par exemple prendre

Chiffre obtenu	1	2	3	4	5	6
Marie (effectifs)	24	12	20	17	8	19

En utilisant ces chiffres, nous obtenons l'écart-type de Marie : $\sigma \simeq 1.786$.

Correction de l'exercice 1008

<+Corrsmath-0392+>

Correction de l'exercice 1009

Nous dessinons le tableau des possibilités de tirage :

	0	1	3
0	0	1	3
2	2	3	5
4	4	5	7

Les nombres 0, 1, 2, 3, 4 et 7 arrivent une fois et ont donc une probabilité 1/9 d'arriver. Par contre le nombre 5 arrive deux fois et a une probabilité 2/9 d'arriver et le nombre 6 n'arrive pas, donc il est impossible à obtenir. En fin de compte, le tableau est :

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	total
p_i	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	2/7	0	1/7	1

Correction de l'exercice 1010

<+Corrsmath-0189+>

Correction de l'exercice 1011

Les ensembles en question sont :

$$A = \{15, 16, 17, 18, 19, 20\}$$

et

$$B = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18\}.$$

En comptant nous avons $p(A) = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$ et $p(B) = \frac{1}{3}$. En ce qui concerne l'intersection,

$$A \cap B = \{15, 18\},$$

donc $p(A \cap B) = \frac{2}{21}$.

Pour l'union,

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{11}{21}.$$

Correction de l'exercice 1012

<+Corrsmath-0355+>

Correction de l'exercice 1013

<+Corrsmath-0190+>

Correction de l'exercice 1014

<+Corrsmath-0197+>

Correction de l'exercice 1015

Vu qu'il n'y a que deux couleurs possibles, dès qu'on a trois chaussette, il y en a automatiquement au moins deux de la même couleur.

Attention : la question n'est pas «combien de chaussettes faut-il tirer pour être sûr d'avoir au moins une de chaque couleur ?».

Correction de l'exercice 1016

<+Corrsmath-0194+>

Correction de l'exercice 1017

<+Corrsmath-0380+>

Correction de l'exercice 1018

<+Corrsmath-0386+>

Correction de l'exercice 1019

La proportion d'utilisateurs de ce réseau social sur Terre est de $p = 0.12$. Elle est donc trop faible pour rentrer dans les hypothèses permettant d'utiliser l'intervalle de fluctuation connu.

Nous ne pouvons rien dire.

Correction de l'exercice 1020

<+CorrSeconde-0091+>

Correction de l'exercice 1021

<+CorrSeconde-0088+>

Correction de l'exercice 1022

<+CorrSeconde-0089+>

Correction de l'exercice 1023

<+CorrSeconde-0095+>

Correction de l'exercice 1024

<+CorrSeconde-0094+>

Correction de l'exercice 1025

<+Corrsmath-0095+>

Correction de l'exercice 1026

<+CorrSeconde-0092+>

Correction de l'exercice 1027

<+Corrsmath-0093+>

Correction de l'exercice 1028
<+CorrSeconde-0090+>

Correction de l'exercice 1029
<+Corrsmath-0184+>

Correction de l'exercice 1030
<+Corrsmath-0468+>

Correction de l'exercice 1031
<+Corrsmath-0464+>

Correction de l'exercice 1032
<+Corrsmath-0465+>

Correction de l'exercice 1033
<+Corrsmath-0053+>

Correction de l'exercice 1034
<+Corrsmath-0196+>

Correction de l'exercice 1035
<+Corrsmath-0065+>

Correction de l'exercice 1036
<+Corrsmath-0297+>

Correction de l'exercice 1037
<+Corrsmath-0068+>

Correction de l'exercice 1038
<+CorrSeconde-0093+>

Correction de l'exercice 1039
<+Corrsmath-0072+>

Correction de l'exercice 1040
<+Corrsmath-0052+>

Correction de l'exercice 1041
<+Corrsmath-0075+>

Correction de l'exercice 1042
<+Corrsmath-0432+>

Correction de l'exercice 1043
<+Corrsmath-0112+>

Correction de l'exercice 1044
<+Corrsmath-0107+>

Correction de l'exercice 1045
<+Corrsmath-0199+>

Correction de l'exercice 1046
<+Corrsmath-0074+>

Correction de l'exercice 1047
<+Corrsmath-0071+>

Correction de l'exercice 1048
<+Corrsmath-0055+>

Correction de l'exercice 1049
<+Corrsmath-0105+>

Correction de l'exercice 1050
<+CorrSeconde-0098+>

Correction de l'exercice 1051
<+Corrsmath-0221+>

Correction de l'exercice 1052
<+Corrsmath-0059+>

Correction de l'exercice 1053
<+Corrsmath-0104+>

Correction de l'exercice 1054
<+Corrsmath-0066+>

Correction de l'exercice 1055
<+Corrsmath-0070+>

Correction de l'exercice 1056
<+Corrsmath-0213+>

Correction de l'exercice 1057
<+Corrsmath-0076+>

Correction de l'exercice 1058
<+Corrsmath-0299+>

Correction de l'exercice 1059
<+Corrsmath-0108+>

Correction de l'exercice 1060

<+Corrsmath-0061+>

Correction de l'exercice 1061

<+Corrsmath-0109+>

Correction de l'exercice 1062

<+Corrsmath-0060+>

Correction de l'exercice 1063

Nous allons prouver que les vecteurs $\overrightarrow{NP}$ et $\overrightarrow{PM}$ sont colinéaires, c'est à dire qu'ils sont multiples l'un de l'autre.

Faire un dessin!!

D'abord par les relations de Chasles

$$\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{BP}$$
$$\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CM}.$$

En utilisant l'énoncé,

$$\overrightarrow{NP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$
$$\overrightarrow{PM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}.$$

Afin de comparer ces deux vecteurs, nous allons les exprimer tous deux dans la même base, par exemple la base $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\}$. Nous devons remplacer le vecteur $\overrightarrow{BC}$ apparaissant dans les expressions (2.37). Il est vite vu que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$, et donc

$$\overrightarrow{NP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$
$$\overrightarrow{PM} = -\frac{1}{2}(-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}.$$

Donc nous avons bien $\overrightarrow{NP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PM}$.

Correction de l'exercice 1064

<+Corrsmath-0331+>

Correction de l'exercice 1065

<+Corrsmath-0466+>

Correction de l'exercice 1066

<+Corrsmath-0632+>

Correction de l'exercice 1067

<+Corrsmath-0238+>

Correction de l'exercice 1068
<+Corrsmath-0201+>

Correction de l'exercice 1069
<+Corrsmath-0220+>

Correction de l'exercice 1070
<+Corrsmath-0251+>

Correction de l'exercice 1071
<+Corrsmath-0146+>

Correction de l'exercice 1072
<+Corrsmath-0143+>

Correction de l'exercice 1073
<+Corrsmath-0087+>

Correction de l'exercice 1074
<+Corrsmath-0088+>

Correction de l'exercice 1075
<+Corrsmath-0131+>

Correction de l'exercice 1076
<+Corrsmath-0133+>

Correction de l'exercice 1077
<+Corrsmath-0267+>

Correction de l'exercice 1078
<+Corrsmath-0269+>

Correction de l'exercice 1079
<+Corrsmath-0270+>

Correction de l'exercice 1080
<+Corrsmath-0271+>

Correction de l'exercice 1081
<+Corrsmath-0050+>

Correction de l'exercice 1082
<+Corrsmath-0051+>

Correction de l'exercice 1083
<+Corrsmath-0391+>

Correction de l'exercice 1084
<+Corrsmath-0174+>

Correction de l'exercice 1085
<+Corrsmath-0179+>

Correction de l'exercice 1086
<+Corrsmath-0178+>

Correction de l'exercice 1087
<+Corrsmath-0266+>

Correction de l'exercice 1088
<+Corrsmath-0652+>

Correction de l'exercice 1089
<+Corrsmath-0254+>

Correction de l'exercice 1090
<+Corrsmath-0323+>

Correction de l'exercice 1091
<+Corrsmath-0327+>

Correction de l'exercice 1092
<+Corrsmath-0226+>

Correction de l'exercice 1093
<+Corrsmath-0227+>

Correction de l'exercice 1094
<+Corrsmath-0228+>

Correction de l'exercice 1095

(a)

(b)

(c)

(d) Le système pour u et v est

$$\begin{cases} 3u - 5v = -2 \\ -2u + 4v = 1. \end{cases}$$

Ses solutions sont $u = -3/2$ et $v = -1/2$. Il n'existe évidemment aucun réel x tel que $x^2 = -3/2$, ni de y tels que $y^2 = -1/2$. Le système de départ n'a donc pas de solutions dans $\mathbb{R}$.

Correction de l'exercice 1096

Le point B est aux coordonnées $(4;3)$. Le point K se calcule comme le milieu :

$$K = \left(\frac{0+4}{2}; \frac{3+3}{2}\right) = (2;3).$$

Pour déterminer les coordonnées du point E, nous allons suivre les étapes suivantes :

— Trouver les équations des droites (OK) et CA

— Calculer leur intersection.

L'équation de la droite CA Un vecteur directeur est $\overrightarrow{CA} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$, donc le coefficient directeur est $a = \frac{-3}{4}$. La droite (CA) a pour équation $y = -\frac{3}{4}x + b$ où b est encore inconnu. Pour le trouver, nous savons que la droite passe par les points $(4;0)$ et $(0;3)$, donc

$$\begin{cases} 0 = -\dfrac{3}{4} \times 4 + b \\ 3 = -\dfrac{3}{4} \times 0 + b, \end{cases}$$

dont nous tirons que $b = 3$. Au final, la droite (CA) a pour équation

$$y = -\frac{3}{4}x + 3.$$

L'équation de la droite KO Étant donné que cette droite passe par l'origine, nous savons qu'elle est le graphe d'une fonction linéaire (et non seulement affine), c'est à dire que nous savons d'emblée que $b = 0$. La vecteur directeur que nous trouvons est $\overrightarrow{OK} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et donc le coefficient directeur est $a = \frac{3}{2}$. Donc la droite (OK) a pour équation

$$y = \frac{3}{2}x.$$

Calcul de l'intersection Nous savons que le point E est sur les deux droites en même temps, donc ses coordonnées $(x;y)$ vérifient le système

$$\begin{cases} y = -\dfrac{3}{4}x + 3 \\ y = \dfrac{3}{2}x, \end{cases}$$

donc l'équation pour x est

$$= \frac{3}{4}x + 3 = \frac{3}{2}x,$$

donc nous tirons $x = \frac{4}{3}$. Pour trouver le y, nous récrivons les équations en remplaçant x par la valeur que nous venons de trouver :

$$\begin{cases} y = -\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} + 3 = 2 \\ y = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = 2. \end{cases}$$

Au final nous avons

$$E = (\frac{4}{3}; 2).$$

En ce qui concerne le point F, nous suivons les mêmes étapes :

— Trouver les équations des droites OB et KA.

— Calculer les coordonnées de leur point d'intersection.

Nous ne donnons pas ici tous les détails (mais c'est un exercice à faire). Les résultats sont :

$$\begin{aligned} (AC) &\equiv y = -\frac{3}{4}x + 3 \\ (OK) &\equiv y = \frac{3}{2}x \\ (OB) &\equiv y = \frac{3}{4}x \\ (KA) &\equiv y = -\frac{3}{2}x + 6. \end{aligned}$$

Les points d'intersection sont

$$E = (AC) \cap (OK) = \left(\frac{4}{3}; 2\right)$$

et

$$F = (OB) \cap (KA) = \left(\frac{8}{3}; 2\right)$$

En ce qui concerne les vecteurs :

$$\overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} \frac{8}{3} - \frac{4}{3} \\ 2 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{3} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

En même temps nous avons

$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 0 - 4 \\ 3 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

et nous avons donc bien $\overrightarrow{BC} = -3\overrightarrow{EF}$.

Correction de l'exercice 1097

<+Corrsmath-0157+>

Correction de l'exercice 1098

<+Corrsmath-0185+>

Correction de l'exercice 1099

<+Corrsmath-0000+>

Correction de l'exercice 1100

<+Corrsmath-0339+>

Correction de l'exercice 1101

Choisissons un repère orthonormé dans lequel le point A se situe en $(0;0)$. L'équation de son tir de plasma est

$$y = x$$

parce que d'une part le dessin montre que le coefficient directeur est 1 et que la fonction doit être affine vu que le graphe passe par l'origine.

L'autre rayon de plasma est une droite qui passe par le point $B = (4;0)$ et de coefficient directeur -3. L'équation de la droite doit être de la forme

$$y = -3x + b$$

et pour fixer le b, on impose que le point $(4;0)$ soit sur la droite :

$$0 = -3 \times 4 + b,$$

c'est à dire $b = 12$. Le rayon de plasma du joueur B a donc pour équation

$$y = -3x + 12.$$

Le point d'intersection de ces deux droites est donné par la résolution du système

$$\begin{cases} y = x \\ y = -3x + 12. \end{cases}$$

L'abscisse du point d'intersection est alors donné par l'équation $x = -3x + 12$, c'est à dire $x = 3$. Le point d'intersection est donc le point d'abscisse 3 sur l'une ou l'autre des deux droites, à savoir $(3;3)$.

L'exercice consiste maintenant à savoir qui des joueurs A et B sont dans le cercle de centre $(3;3)$ et de rayon 4.

La distance entre $A = (0;0)$ et le centre $(3;3)$ est de $\sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18}$ qui est grand que 4. Donc le joueur A survit.

Par contre la distance entre $B = (4;0)$ et le centre de L'explosion est $\sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{10}$ qui est plus petit que 4. Donc le joueur B meurt.

Correction de l'exercice 1102

<+Corrsmath-0047+>

Correction de l'exercice 1103

<+Corrsmath-0048+>

Correction de l'exercice 1104
<+CorrPremiere-0020+>

Correction de l'exercice 1105
<+CorrPremiere-0021+>

Correction de l'exercice 1106
<+Corrsmath-0145+>

Correction de l'exercice 1107
<+Corrsmath-0317+>

Correction de l'exercice 1108
<+Corrsmath-0318+>

Correction de l'exercice 1109
<+Corrsmath-0462+>

Correction de l'exercice 1110
<+Corrsmath-0262+>

Correction de l'exercice 1111
<+Corrsmath-0257+>

Correction de l'exercice 1112
<+Corrsmath-0258+>

Correction de l'exercice 1113
<+Corrsmath-0369+>

Correction de l'exercice 1114
<+Corrsmath-0350+>

Correction de l'exercice 1115

La première chose à faire est de bien noter que $x \neq 0$. Donc si zéro arrive dans les solutions, il faudra l'exclure. Les points qui nous intéressent sur le graphe de la courbe $y = \frac{1}{x}$ sont ceux dont les ordonnées sont comprises entre $-1/10$ et $3/4$. Sur la figure[6] 2.11, nous avons repéré en cyan les ordonnées de $-1/10$ à $3/4$ et en rouge les points correspondants de l'hyperbole.

Une simple lecture de graphique nous donne donc les solutions :

$$x \in]-\infty, -10] \cup [\frac{4}{3}, \infty[.$$

Il se fait que $x = 0$ n'est pas dans cet ensemble ; nous ne devons donc rien exclure.

6. Qui n'est pas dessinée à l'échelle ; d'ailleurs il est sans espoir de dessiner une hyperbole à l'échelle correctement.

Correction de l'exercice 1116
<+Corrsmath-0260+>

Correction de l'exercice 1117
<+Corrsmath-0259+>

Correction de l'exercice 1118
<+Corrsmath-0261+>

Correction de l'exercice 1119
<+Corrsmath-0265+>

Correction de l'exercice 1120
<+Corrsmath-0268+>

Correction de l'exercice 1121
<+Corrsmath-0272+>

Correction de l'exercice 1122
<+Corrsmath-0273+>

Correction de l'exercice 1123
<+Corrsmath-0274+>

Correction de l'exercice 1124
<+Corrsmath-0275+>

Correction de l'exercice 1125
<+Corrsmath-0277+>

Correction de l'exercice 1126
<+Corrsmath-0278+>

Correction de l'exercice 1127
<+Corrsmath-0292+>

Correction de l'exercice 1128
<+Corrsmath-0294+>

Correction de l'exercice 1129
<+Corrsmath-0346+>

Correction de l'exercice 1130
<+Corrsmath-0364+>

Correction de l'exercice 1131
<+Corrsmath-0256+>

Correction de l'exercice 1132
<+Corrsmath-0406+>

Correction de l'exercice 1133
<+Corrsmath-0412+>

Correction de l'exercice 1134
<+Corrsmath-0018+>

Correction de l'exercice 1135
<+CorrPremiere-0019+>

Correction de l'exercice 1136
<+CorrPremiere-0022+>

Correction de l'exercice 1137
<+Corrsmath-0205+>

Correction de l'exercice 1138
<+Corrsmath-0206+>

Correction de l'exercice 1139
<+Corrsmath-0207+>

Correction de l'exercice 1140
<+Corrsmath-0208+>

Correction de l'exercice 1141
<+Corrsmath-0204+>

Correction de l'exercice 1142
<+Corrsmath-0222+>

Correction de l'exercice 1143
<+Corrsmath-0223+>

Correction de l'exercice 1144
<+Corrsmath-0224+>

Correction de l'exercice 1145
<+Corrsmath-0225+>

Correction de l'exercice 1146
N'importe quel vecteur $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ avec $b/a = -2$ fait l'affaire. Par exemple $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ fait l'affaire.

Correction de l'exercice 1147

<+Corrsmath-0330+>

Correction de l'exercice 1148

Réponse : $y = -4x - 1$.

Correction de l'exercice 1149

-6 et 2.

Correction de l'exercice 1150

(a) Elle est affine avec $a = 3$ et $b = 8$.

(b) Elle n'est pas affine parce qu'il y a un x dans un dénominateur.

(c) Elle est affine avec $a = -1$ et $b = 1$.

(d) Elle est affine avec $a = -\frac{1}{2}$ et $b = 0$.

Correction de l'exercice 1151

<+Corrsmath-0069+>

Correction de l'exercice 1152

<+Corrsmath-0394+>

Correction de l'exercice 1153

(a) Il s'agit de trouver des équations de droites en connaissant leurs graphiques. Commençons par f. La droite passe par les points $(1;2)$ et $(4;4)$, donc son coefficient directeur est $\frac{4-1}{4-2} = \frac{3}{2}$. Son ordonnée à l'origine se lit graphiquement : environ 1.25. Donc l'équation de la droite est

$$y = \frac{3}{2}x + 1.25$$

En ce qui concerne g, nous faisons le même jeu et nous trouvons

$$y = -x + 3.$$

Attention au signe : le coefficient directeur est bien négatif parce que la droite descend.

(b) L'équation de la droite étant $y = \frac{3}{2}x + 1.25$, l'ordonnée du point d'abscisse 27 est

$$\frac{3}{2} \times 27 + 1.25 = 41.75.$$

Le point recherché est donc $(27; 41.75)$.

(c)

(d) Les coordonnées $(x;y)$ du point d'intersection vérifient

$$\begin{cases} y = \frac{3}{2}x + 1.25 \\ y = -x + 3, \end{cases}$$

donc

$$\frac{3}{2}x + 1.25 = -x + 3,$$

ce qui a pour solution $x = 0.7$. Le point d'intersection a pour ordonnée $g(0.7) = 2.3$.

Notons que ce ne sont pas les valeurs exactes lues sur le graphique ; cela est simplement dû au fait que nous avons pris 1.25 comme ordonnée à l'origine de f ; cela n'est qu'une approximation.

Correction de l'exercice 1154

Un vecteur directeur est le vecteur

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

Donc le coefficient directeur de la droite cherchée est $\frac{6}{2} = 3$. La fonction cherchée est donc de la forme

$$f(x) = 3x + b$$

pour un certain b encore inconnu.

Vu les points par lesquels la droite doit passer, il faut avoir $f(1) = 4$ et $f(3) = 10$, c'est à dire

$$\begin{cases} 3 + b = 4 \\ 9 + b = 10. \end{cases}$$

Nous voyons alors que $b = 1$ fait l'affaire. Au final, l'équation de la droite demandée est

$$f(x) = 3x + 1.$$

Correction de l'exercice 1155

(a) $y = 5x - 7$.

(b) Un vecteur directeur de la droite passant par les points $(1;2)$ et $(4;4)$ est $\begin{pmatrix} 4-1 \\ 4-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$. Donc dans l'équation de la droite $y = axb$ nous avons $a = \frac{2}{3}$. Nous devons donc chercher une équation de droite

$$f(x) = \frac{2}{3}x + b$$

qui passe par les points $(1;2)$ et $(4;4)$. Nous devons donc fixer b de telle sorte que $f(1) = 2$ et $f(4) = 4$. Nous calculons

$$f(1) = \frac{2}{3} + b,$$

et cela donne l'équation suivante pour b :

$$\frac{2}{3} + b = 2,$$

et donc $b = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$. Au final l'équation de la droite est

$$f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}.$$

(c) Vu le vecteur directeur, nous avons $f(x) = ax + b$ avec $a = 3$. Il reste à fixer le b en sachant que la droite doit passer par $(-1;0)$. Nous devons avoir $f(-1) = 0$ et donc

$$3 \times (-1) + b = 0,$$

c'est à dire $b = 3$. Donc au final $f(x) = 3x + 3$. Un autre point sur la droite est par exemple $B = (0;3)$.

Au final le tableau est :

A	B	Équation	Vecteur directeur
$(1;-2)$	$(4;13)$	$y=5x-7$	$\begin{pmatrix}3\\15\end{pmatrix}$
$(1;2)$	$(4;4)$	$y=\frac{2}{4}x+\frac{4}{3}$	$\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$
$(-1;0)$	$(0;3)$	$y=3x+3$	$\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$
		$y=-x+3$	
$(0;0)$	$(-1;1)$	$y=-x$	$\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$
$(8;129)$	$(7;128)$	$y=x+121$	$\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}$
$(-1;-1)$	$(0;0)$	$y=x$	$\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$
		$y=-x$	
$(1;1)$	$(2;5)$	$y=4x-3$	$\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$
		$y=x$	
$(-1;7)$	$(7;1)$	$y=-\frac{3}{4}x+\frac{25}{4}$	$\begin{pmatrix}8\\-6\end{pmatrix}$
$(1;1)$	$(4;1)$	$y=1$	$\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}$

Correction de l'exercice 1156

(a) $y=-5x+3$

(b) $y=\frac{5}{3}x$

(c) $y=\frac{x}{2}+\frac{5}{2}$

(d) $y=7$

(e) $f(x)=\frac{8}{9}x+\frac{10}{9}$.

Correction de l'exercice 1157

<+Corrsmath-0086+>

Correction de l'exercice 1158

(a) La fonction proposée est n'est pas correcte. En effet, dans la seconde ligne, x représente le nombre total de jours de location, et non le nombre de jours de location *supplémentaires* à une semaine. Le nombre de jours supplémentaires est $x-7$. Donc si qui loue le véhicule pour x jours avec $x>7$,

paye $150 - 25(x-7) = 25x - 25$. La fonction correcte est alors

$$f_1(x) = \begin{cases} 150 & \text{si } x \leqslant 7 \\ 25x - 25 & \text{si } x > 7. \end{cases}$$

(b) Pour trois jours de location (moins d'une semaine), il faut payer 150 euros. Pour louer dix jours (plus d'une semaine), il faut payer $f_1(10) = 250 - 25 = 225$€.

(c) Les fonctions des options deux et trois sont

$$f_2(x) = 30x$$

et

$$f_3(x) = 50 + 25x.$$

(d) Les graphiques sont sur la figure 2.12.

Notez que les graphiques rouges et bleus (la seconde partie) sont parallèles. Voyez-vous pourquoi ?

(e) Le prix le plus intéressant est la fonction qui suit en permanence la courbe la plus basse. Elle est en ondulée sur la figure 2.12.

Correction de l'exercice 1159

<+Corrsmath-0233+>

Correction de l'exercice 1160

<+Corrsmath-0153+>

Correction de l'exercice 1161

<+CorrSeconde-0019+>

Correction de l'exercice 1162

<+Corrsmath-0573+>

Correction de l'exercice 1163

<+smath-0083+>

Correction de l'exercice 1164

<+Corrsmath-0129+>

Correction de l'exercice 1165

<+Corrsmath-0235+>

Correction de l'exercice 1166

<+Corrsmath-0236+>

Correction de l'exercice 1167
<+Corrsmath-0237+>

Correction de l'exercice 1168
<+Corrsmath-0239+>

Correction de l'exercice 1169
<+Corrsmath-0345+>

Correction de l'exercice 1170
<+Corrsmath-0132+>

Correction de l'exercice 1171

x	$-\infty$		$1/3$		$+\infty$
$-3x+1$		$+$	0	$-$	

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$2x+4$		$-$	0	$+$	

Pour l'inéquation, nous voyons dans le tableau de signe que les solutions sont $x < \frac{1}{3}$. Sous forme d'intervalle, ça donne

$$x \in]-\infty; \frac{1}{3}[.$$

Correction de l'exercice 1172
<+Corrsmath-0241+>

Correction de l'exercice 1173
<+Corrsmath-0242+>

Correction de l'exercice 1174
<+Corrsmath-0448+>

Correction de l'exercice 1175
<+Corrsmath-0449+>

Correction de l'exercice 1176
<+Corrsmath-0452+>

Correction de l'exercice 1177
<+Corrsmath-0453+>

Correction de l'exercice 1178
<+Corrsmath-0440+>

Correction de l'exercice 1179

<+Corrsmath-0472+>

Correction de l'exercice 1180

<+Corrsmath-0473+>

Correction de l'exercice 1181

<+Corrsmath-0696+>

Correction de l'exercice 1182

<+CorrSeconde-0022+>

Correction de l'exercice 1183

Le facteur multiplicatif est $\frac{3}{2} = 1.5$. En vertu de la règle qu'en cas d'augmentation, le pourcentage est la partie du facteur multiplicatif derrière la virgule, nous avons une augmentation de $0.5 = 50\%$.

Correction de l'exercice 1184

La population totale est $E = 7 \times 10^9$, et la sous-population des «ayant un comte» est de 900×10^6. La proportion est donc de

$$\frac{900 \times 10^6}{7 \times 10^9} = \frac{9}{70} \simeq 0.12.$$

Facebook concerne donc 12% de la population mondiale.

Si a est la proportion des lettrés dans une population de 7×10^9 humains, la sous-population des lettrés est de $7a \times 10^9$ personnes. La proportion demandé est donc

$$\frac{900 \times 10^6}{7a \times 10^9} \simeq \frac{0.12}{a}.$$

Correction de l'exercice 1185

<+CorrPremiere-0008+>

Correction de l'exercice 1186

<+CorrPremiere-0009+>

Correction de l'exercice 1187

<+CorrPremiere-0010+>

Correction de l'exercice 1188

Une augmentation de 300% revient à une multiplication par 4. Donc notre commerçant payera $5000 \times 4 = 20000$ euros.

Correction de l'exercice 1189

<+CorrPremiere-0011+>

Correction de l'exercice 1190
<+CorrPremiere-0012+>

Correction de l'exercice 1191
<+CorrSeconde-0026+>

Correction de l'exercice 1192
<+CorrPremiere-0014+>

Correction de l'exercice 1193

(a) Il y a 6 élèves de 18 ans (20% de 30) et donc 3 élèves de 16 ans.

(b) Si nous raisonnons par exemple sur $Q = 100$, le nouveau prix est $0.75 \times 100 = 75$. Il s'agit donc d'une diminution de 25%.

(c) Si V_I est le prix de départ, nous avons

$$1000 = V_I \times \frac{95}{100},$$

donc

$$V_I = 1000 \times \frac{100}{95} = 1052.63.$$

Donc la réponse la plus proche était 1053.

Correction de l'exercice 1194
<+CorrPremiere-0015+>

Correction de l'exercice 1195
<+CorrSeconde-0034+>

Correction de l'exercice 1196

Soit x le prix de l'ancien assureur. Le nouvel assureur dit que 30% de x font 240 euros. Donc

$$\frac{30}{100}x = 240,$$

et par conséquent

$$x = \frac{240 \times 100}{30} = 800.$$

Correction de l'exercice 1197

Les achats hebdomadaires coûtaient 70 euros au magasin X.

Correction de l'exercice 1198
<+Corrsmath-0230+>

Correction de l'exercice 1199
<+Corrsmath-0231+>

Correction de l'exercice 1200

<+CorrPremiere-0065+>

Correction de l'exercice 1201

<+Corrsmath-0097+>

Correction de l'exercice 1202

(a)

	billets Corail	billets TGV	total
billet première classe	322	119	441
billet seconde classe	1278	731	2009
total	1600	850	2450

<++>

Correction de l'exercice 1203

<+CorrPremiere-0005+>

Correction de l'exercice 1204

<+Corrsmath-0090+>

Correction de l'exercice 1205

Les données de l'énoncé permettent de remplir le tableau suivant :

	internet	pas internet	total
DVD	35		65
pas DVD			
total	48		100

Ensuite, il suffit de compter pour remplir les cases restantes :

	internet	pas internet	total
DVD	35	30	65
pas DVD	13	22	35
total	48	52	100

Il y a donc 22% des ménages qui n'ont ni lecteur DVD ni internet.

Correction de l'exercice 1206

<+Corrsmath-0232+>

Correction de l'exercice 1207

<+Corrsmath-0356+>

Correction de l'exercice 1208

<+Corrsmath-0438+>

Correction de l'exercice 1209
<+Corrsmath-0030+>

Correction de l'exercice 1210
<+CorrPremiere-0073+>

Correction de l'exercice 1211
<+CorrPremiere-0030+>

Correction de l'exercice 1212
<+CorrPremiere-0063+>

Correction de l'exercice 1213
<+CorrPremiere-0062+>

Correction de l'exercice 1214
<+CorrPremiere-0024+>

Correction de l'exercice 1215
<+CorrPremiere-0061+>

Correction de l'exercice 1216
<+CorrPremiere-0089+>

Correction de l'exercice 1217

(a) Connaissant la factorisation, les racines sont immédiates : c'est -1 et 7. Encore une fois, attention au signe.

(b) Le tableau de signe est :

x		-1		7	
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-7$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$(x+1)(x-1)$	$+$	0	$-$	0	$+$

(c) L'inéquation $f(x) \geqslant 0$ consiste à regarder dans le tableau les cases pour lesquelles $f(x)$ a un signe $+$ ou un zéro. Les solutions sont donc

$$x \in]-\infty; -1] \cup [7, +\infty[.$$

<++>

<++>

Correction de l'exercice 1218
<+Corrsmath-0123+>

Correction de l'exercice 1219

<+CorrPremiere-0031+>

Correction de l'exercice 1220

<+CorrPremiere-0041+>

Correction de l'exercice 1221

Les paramètres de x^2+4x-5 sont $a=1$, $b=4$ et $c=-5$.

(a) Le sommet est en $x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2} = -2$. Les coordonnées du point sont donc $\big(-2; f(-2)\big) = (-2;-9)$.

(b) Les calculs sont :

(b1) $f(-1) = (-1)^2+4\times(-1)-5 = -8$

(b2) $f(-5) = (-5)^2 + 4 \times (-5) - 5 = 25 - 20 - 5 = 0$

(b3) $f(0) = -5$

(b4) $f(1) = 1^2 + 4 - 5 = 0$

(b5) $f(7) = 49+4\times7-5 = 49+28-5 = 77 - 5 = 72$

Attention à ne pas écrire $-(A)^2$ lorsqu'il faut écrire $(-1)^2$. Parmi les nombres proposés, -5 et 1 vérifient $x^2+4x-5=0$.

(c) Nous savons que la factorisation d'un polynôme du second degré se fait avec les racines x_1 et x_2 en écrivant $(x-x_1)(x-x_2)$. Ici les racines sont connues : ce sont les nombres qui satisfont à $f(x)=0$, c'est à dire 1 et -5. Donc

$$f(x) = (x-1)(x+5).$$

Attention aux signes.

(d) La vérification consiste à effectuer le produit :

$$(x-1)(x+5) = x^2+5x-x-5 = x^2+4x-5.$$

Étant donné que nous retrouvons le polynôme de départ, la factorisation est correcte.

Correction de l'exercice 1222

<+CorrPremiere-0032+>

Correction de l'exercice 1223

<+CorrPremiere-0059+>

Correction de l'exercice 1224

<+CorrPremiere-0060+>

Correction de l'exercice 1225

<+CorrPremiere-0040+>

Correction de l'exercice 1226

<+CorrPremiere-0069+>

Correction de l'exercice 1227

<+CorrPremiere-0046+>

Correction de l'exercice 1228

<+CorrPremiere-0097+>

Correction de l'exercice 1229

(a) Il suffit de remplacer $a = 6$, $b = 15$, $c = -9$ dans les formules. On a

$$\Delta = (15)^2 - 4 \times 6 \times (-9) = 441.$$

Ensuite

$$x_1 = \frac{-15 + 21}{12} = \frac{1}{2}$$
$$x_2 = \frac{-15 - 21}{12} = -3$$

(b)

x		-3		$\frac{1}{2}$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Dans ce tableau, les 0 se mettent sur les racines, et nous savons que les $+$ se mettent à l'extérieur des racines parce que $a < 0$.

(c) La factorisation est

$$f(x) = 6(x + 3)(x - \frac{1}{2}).$$

Correction de l'exercice 1230

<+Corrsmath-0122+>

Correction de l'exercice 1231

L'abscisse du sommet est donnée par la formule $x_0 = -\frac{b}{2a}$. Ici, l'abscisse du sommet est $x_0 = -\frac{1}{2}$. Les coordonnées du sommet sont alors

$$S = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{25}{4}\right).$$

Les racines sont données par les formules à connaître :

$$\frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \times (-6)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2}.$$

Les racines sont

$$x_1 = 2$$
$$x_2 = -3.$$

Le tableau de signe est le suivant :

x		-3		2	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

parce que le signe du coefficient de x^2 est positif.

Correction de l'exercice 1232

(a) Les racines du polynôme $f(x) = ax^2 + bx + c$ sont données par les formules

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

(b) Pour calculer les racines du polynôme nous commençons par calculer le discriminant :

$$\Delta = 1 - 4 \times 1 \times (-6) = 1 + 24 = 25.$$

Les racines sont donc

$$x_1 = \frac{-1 + 5}{2} = 2$$
$$x_2 = \frac{-1 - 5}{2} = -3.$$

Correction de l'exercice 1233

<+CorrPremiere-0047+>

Correction de l'exercice 1234

Nous devons écrire le tableau de signe, et pour cela nous devons savoir les deux racines. D'abord nous identifions

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = -4 \\ c = 5 \end{cases}$$

et nous calculons le discriminant

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times (-1) \times 5 = 16 + 20 = 36,$$

et $\sqrt{\Delta} = \sqrt{36} = 6$. Nous avons alors

$$x_1 = \frac{4 + 6}{-2} = -5$$
$$x_2 = \frac{4 - 6}{-2} = 1.$$

La factorisation est donc

$$-x^2 - 4x + 5 = -(x + 5)(x - 1).$$

À ce niveau, vous êtes vivement encouragés à développer le membre de droite pour être sûr qu'il est bien égal au membre de gauche. Le tableau de signe est alors

x		-5		1	
-1	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$
$x+5$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$-(x+5)(x-1)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Les valeurs de x pour lesquelles $f(x) \geqslant 0$ sont les valeurs sur lesquelles nous lisons un $+$ ou un 0 dans le tableau. Cela donne :

$$x \in [-5, 1].$$

Correction de l'exercice 1235

<+CorrPremiere-0085+>

Correction de l'exercice 1236

<+Corrsmath-0025+>

Correction de l'exercice 1237

Si nous ajoutons la longueur x aux trois côtés, nous trouvons un triangle de côtés de longueurs $3+x$, $4+x$ et $6+x$. Il sera rectangle si et seulement si

$$(3+x)^2 + (4+x)^2 = (6+x)^2$$

En développant tous les carrés (par exemple $(3+x)^2 = 9+6x+x^2$), et en mettant tout d'un côté, nous tombons sur l'équation

$$x^2 + 2x - 11 = 0$$

dont le solutions sont $x = -2\sqrt{3} - 1$ et $2\sqrt{3} - 1$. La première est exclue parce qu'elle rendrait négative la longueur d'un des côtés. Nous avons donc le triangle de côtés $2+2\sqrt{3}$, $3+2\sqrt{3}$ et $5+2\sqrt{3}$.

Correction de l'exercice 1238

Soit x le nombre de gagnants et n le nombre d'euros de la cagnotte. Si 5 personnes de moins avaient gagnés, alors les gagnants auraient gagné $\frac{n}{x-5}$ euros : la cagnotte divisée en $x-5$ personnes. L'énoncé nous dit que cette somme est égale à celle effectivement gagnée plus 200 ; nous avons donc l'équation

$$\frac{n}{x-5} = \frac{n}{x} + 200$$

parce que $\frac{n}{x}$ est la somme effectivement gagnée par gagnants. De la même manière nous avons l'équation

$$\frac{n}{x-8} = \frac{n}{x} + 400. \tag{2.51}$$

L'équation 2 se transforme de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\frac{n}{x-5}-\frac{n}{x}&=200\\ n\left(\frac{1}{x-8}-\frac{1}{x}\right)&=200\\ n\frac{n-(x-5)}{x(x-5)}&=200\\ n\frac{5}{x(x-5)}&=200.\end{aligned}$$

Nous transformons l'équation (2.51) de la même façon et nous avons le système

$$\begin{cases}n\dfrac{5}{x(x-5)}=200\\ n\dfrac{8}{x(x-8)}=400.\end{cases}$$

La résolution de ce système se fait de façon «classique» : nous isolons une variable dans une équation et nous injectons dans l'autre. La première équation nous permet d'exprimer n en termes de x :

$$n=\frac{200x(x-5)}{5}=40x(x-5). \tag{2.54}$$

Si nous remplaçons le n de la seconde équation par $40x(x-5)$, alors nous trouvons une équation pour x seul :

$$4x(x-5)\frac{8}{x(x-8)}=400.$$

Dans le membre de gauche nous pouvons simplifier par x et nous pouvons diviser les deux membres par 40 :

$$\begin{aligned}\frac{8(x-5)}{x-8}&=10\\ \frac{4(x-5)}{x-8}&=5\\ 4x-20&=5x-40\\ x&=20.\end{aligned}$$

Maintenant que nous savons que $x=20$, trouver n est simple, par exemple en utilisant la relation (2.54). Nous trouvons

$$n=40\times 20\times 15=12000.$$

Les vingt gagnants ont donc dû se partager douze mille euros.

Correction de l'exercice 1239

<+CorrPremiere-0028+>

Correction de l'exercice 1240

<+CorrPremiere-0029+>

Correction de l'exercice 1241

(a) Il suffit de remplacer x par -1 dans l'expression donnée et de voir que l'on obtient zéro.

(b) Vu que -1 est racine et que le coefficient de x^2 est $(m-2)$, le polynôme peut s'écrire sous la forme

$$(m-2)(x+1)(x+A)$$

pour un certain A. Nous devons donc fixer A de telle façon à avoir

$$(m-2)\big(x^2+(A+1)x+A\big) = (m-2)x^2+5x+7-m.$$

En égalisant les termes de même degré nous trouvons les équations

$$\begin{aligned} m-2 &= m-2 \\ (m-2)(A+1) &= 5 \\ (m-2)A &= 7-m. \end{aligned}$$

La première est automatiquement satisfaite. La troisième donne

$$A = \frac{7-m}{m-2}.$$

Nous vérifions que ce A fonctionne aussi pour la seconde équation :

$$(m-2)\left(\frac{7-m}{m-2}+1\right) = 5.$$

Un peu de calcul montre que c'est bon. Donc la seconde racine est

$$-A = -\frac{7-m}{m-2}.$$

(c) llmklm

<++>

Correction de l'exercice 1242

(a) La formule est $x_0 = -\frac{b}{2a}$.

(b) Ici nous avons $a=1$, $b=-3$ et $c=5$, donc le sommet est en

$$x_0 = -\frac{-3}{2\times 1} = \frac{3}{2}.$$

Cela est l'abscisse. Pour trouver l'ordonnée du sommet, il faut encore calculer $y = f(x_0) = \frac{11}{2}$. Donc le sommet a pour coordonnées

$$(\frac{3}{2}, \frac{11}{2}).$$

Correction de l'exercice 1243

Tout développer consiste à faire la (double) distribution

$$(x-8)(-2x-2) = -2x^2 - 2x + 16x + 16$$

et le produit remarquable

$$(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16.$$

Nous avons donc l'équation

$$-2x^2 - 2x + 16x + 16 = x^2 + 8x + 16.$$

En mettant tout dans le membre de gauche nous trouvons l'équation

$$-3x^2 + 6x = 0.$$

La résolution de cette équation demande de mettre x en évidence :

$$x(-3x+6) = 0.$$

En appliquant la règle du produit nul, nous savons que soit $x = 0$ (c'est une première solution de l'équation de départ), soit

$$-3x + 6 = 0,$$

et dans ce cas c'est $x = 2$.

Les deux solutions d l'équation de départ sont $x = 0$ et $x = 2$.

Correction de l'exercice 1244

<+CorrPremiere-0026+>

Correction de l'exercice 1245

<+CorrPremiere-0043+>

Correction de l'exercice 1246

<+CorrSeconde-0052+>

Correction de l'exercice 1247

<+Corrsmath-0096+>

Correction de l'exercice 1248

L'intervalle de tous les nombres entre 0 et 2 est de longueur 2. Les nombres qui sont plus petit ou égal à 0.7 forment un intervalle de longueur 0.7. Donc la probabilité est de $\frac{0.7}{2} = 0.35$.

Correction de l'exercice 1249

<+CorrPremiere-0071+>

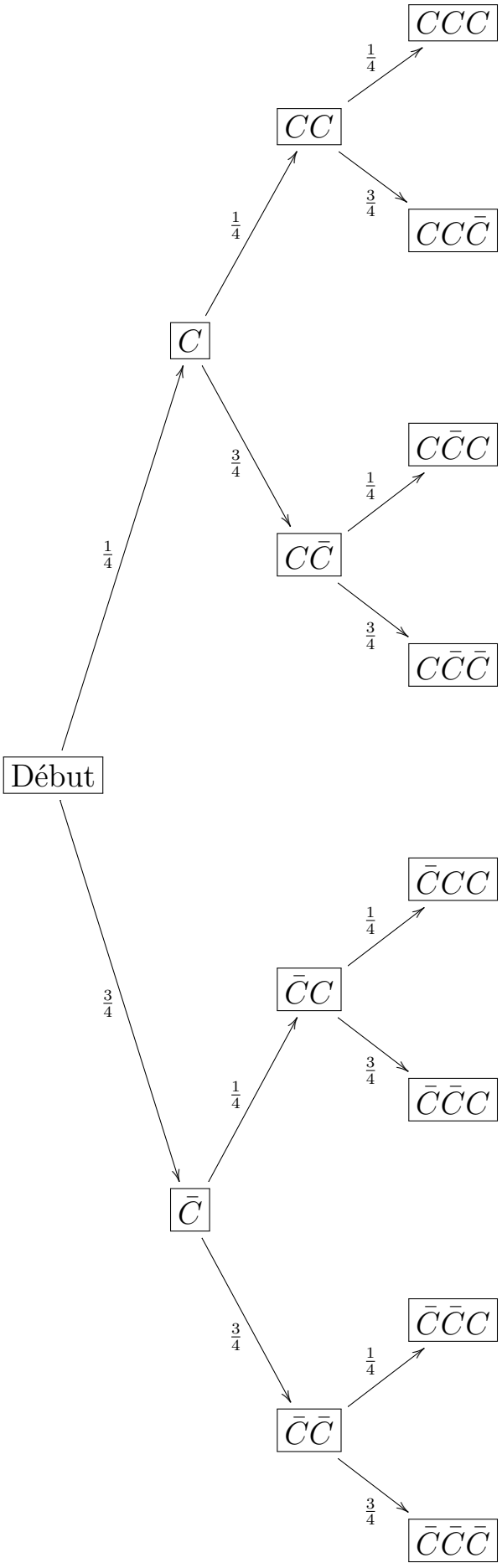
Correction de l'exercice 1250

<+CorrPremiere-0094+>

Correction de l'exercice 1251

(a) L'arbre est le suivant. Nous avons noté C le fait d'obtenir un cœur et $\bar{C}$ le fait d'obtenir autre chose. Par exemple la case $\bar{C}C$ correspond à avoir tiré

d'abord autre chose qu'un cœur et ensuite un cœur.



(b) La seule case qui correspond à avoir trois fois le cœur est la case CCC qui a une probabilité $\left(\frac{1}{4}\right)^3$ qui vaut donc $\frac{1}{64}$.

(c) De la même façon, la seule case qui correspond à aucun cœur est la case $barC\bar{C}\bar{C}$ dont la probabilité est $\left(\frac{3}{4}\right)^3 \approx 0.42$.

(d) Il y a trois cases qui contiennent deux fois le cœur : $CC\bar{C}$, $C\bar{C}C$, $\bar{C}CC$. Elles ont toutes les trois une probabilité

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \approx 0.047.$$

En multipliant par trois, la probabilité d'avoir deux cœurs est 0.14.

Correction de l'exercice 1252

<+CorrPremiere-0075+>

Correction de l'exercice 1253

<+CorrPremiere-0083+>

Correction de l'exercice 1254

(a) La probabilité de succès est $4/6 = 2/3$. Le nombre d'essais est 3.

(b) L'arbre est un peu trop long à écrire ici, mais ressemble à celui de l'exemple 3.6.

(c1) Il y a une seule façon d'avoir $X = 0$, c'est de rater les trois essais : c'est la case EEE. La probabilité est de $(2/6)^3 = 1/27$.

(c2) Il y a trois cases correspondantes à un seul succès : SEE, ESE et EES. Chacune a une probabilité $(2/6)^2 \times (4/6)$. Au total $P(X = 1) = 2/9$

(c3) Il y a trois cases correspondantes à deux succès : ESS, SES et SSE. Chacune a une probabilité $(4/6)^2 \times (2/6)$. Au total, $P(X = 2) = 4/9$.

(c4) Il y a une seule case avec $X = 3$ c'est EEE. Donc $P(X = 3) = (4/6)^3 = 8/27$.

(c5) Il n'y a évidemment pas moyen de réussis quatre ou cinq fois en seulement 3 essais.

Correction de l'exercice 1255

Les paramètres sont $p = 2/6 = 1/3$ et $n = 3$.

Correction de l'exercice 1256

<+CorrPremiere-0090+>

Correction de l'exercice 1257

(a) Chaque choix de résistance peut donner deux résultats : défectueux ou non. La probabilité de «réussite» est 0.02. Notons qu'ici la «réussite» est l'obtention d'une pièce défectueuse ; il n'y a pas spécialement de caractère péjoratif au mot «échec» ni de connotation positive au mot «succès». Donc chaque résistance est une épreuve de Bernoulli de paramètre $p = 0.02$.

Vu que les 50 prélèvement de résistances sont effectués de façon indépendante et que la variable aléatoire x est le nombre de succès parmi les 50 tests, le tout forme un schéma de Bernoulli de paramètres $n = 50$ et $p = 0.02$.

(b) L'espérance est $E(X) = np = 50 \times 0.02 = 1$.

(c) Si on effectue un grand nombre de tests de qualité (chacun portant sue 50 résistances), alors en moyenne nous devrions trouver une pièce défectueuse à chaque test.

Ce type de calculs est surtout à utiliser dans le sens inverse. D'une part si lors de trois contrôles de qualité d'affilée nous trouvons 2 pièces défectueuses, alors le responsable de l'usine devra commencer à se poser des questions sur sa chaîne de production.

D'autre part c'est en effectuant ce genre de tests et en regardant le nombre de pièces défectueuses que l'usine détermine sa proportion de pièces défectueuses.

Correction de l'exercice 1258

Chaque lancer a une chance sur 6 de retourner le 4. Donc nous nous attendons à obtenir autour de $\frac{246}{6} = 41$.

Correction de l'exercice 1259

(a) Chaque pomme a une chance sur 20 d'être mangée par une chenille. Donc pour chacune des pommes prises, nous avons une chance sur 20 de trouver une chenille et en tout nous devrions avoir autour de $100 \times \frac{1}{20} = 5$ pommes avec chenille.

(b) Le verger compte $150 \times 5000 = 750000$ pommes. La probabilité de reprendre deux fois la même étant très petite, nous pouvons considérer que le tirage est avec remise.

Correction de l'exercice 1260

(a) La nombre $P(X = 10)$ est la probabilité que parmi les 2000 vaches, 10 sont malades ; ni plus ni moins.

(b) Nous savons que les probabilités sont à peu près symétriques par rapport à la moyenne, c'est à dire par rapport à $2000 \times \frac{1}{100}$. La moyenne est 20 ; le nombre 18 est à 2 de distance alors que 25 est à 5 de distance, donc $P(X = 18)$ est plus grand que $P(X = 25)$.

Correction de l'exercice 1261

(a) En ce qui concerne les tests proprement dit, l'usine en effectue dix mille par jour à 0.1 euro le tests. Le coût des tests est donc de $0.1 \times 10000 = 1000$ euros par jour. En ce qui concerne les destructions, l'usine en effectue en moyenne $0.002 \times 10000 = 20$ par jour. Le tout coûte 1020 euros par jour.

(b) Un lot donné sera détruit si au moins un condensateur est défectueux. Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre de condensateurs défectueux dans un lot. Cette variable aléatoire suit la loi $B(10; 0.002)$. La probabilité de détruire le lot est donné par

$$P(X \geqslant 1) = 1 - P(X = 0).$$

Cette dernière probabilité se calcule simplement :

$$P(X \geqslant 1) = 1 - P(X - 0) = 1 - \left(\frac{998}{1000}\right)^{10} \approx 0.01982$$

Chaque lot a une probabilité 0.01982 d'être détruit et l'usine produit 1000 lots donc ne moyenne l'usine en détruit

$$1000 \times 0.01982 = 19.82.$$

L'usine dépense donc 19.82 euros de destruction par jour (ce qui ne représente presque pas d'économie par rapport à l'ancien système). Les contrôles par contre coûtent nettement moins cher vu qu'on en effectue seulement mille au lieu de dix mille. Le coût total moyen par jour est

$$1000 \times 0.1 + 19.82 = 119.82.$$

Correction de l'exercice 1262

(a) Étant donné que nous sommes intéressés par les fautes qui restent (et non celles qui sont corrigées), nous allons considérer que le succès est de laisser la faute (et non de la corriger). Une correction correspond à n épreuves de Bernoulli, chacune ayant 20% de chance de réussite.

L'espérance du nombre de succès, et donc du nombre de fautes restantes après une correction, est de $n \times \frac{20}{100} = 0.2n$.

(b) Si nous effectuons k corrections, nous allons changer un peu de point de vue. Nous allons considérer une faute et estimer sa probabilité de rester après k corrections. Autrement dit, la faute subit k épreuves de Bernoulli ayant chacune une probabilité 0.8 d'échec. La probabilité qu'a une faute de résister à k correcteurs est donc

$$p = (0.2)^k.$$

Maintenant que nous considérons les n erreurs, le passage de k correcteurs correspond à n épreuves de Bernoulli, chacune ayant une probabilité $(0.2)^k$ de réussir. En moyenne, il va donc rester

$$n(0.2)^k$$

erreurs.

Correction de l'exercice 1263

<+Corrsmath-0381+>

Correction de l'exercice 1264

<+Corrsmath-0382+>

Correction de l'exercice 1265

<+CorrPremiere-0091+>

Correction de l'exercice 1266

<+Corrsmath-0049+>

Correction de l'exercice 1267

<+CorrPremiere-0087+>

Correction de l'exercice 1268

<+CorrPremiere-0088+>

Correction de l'exercice 1269

(a) Chaque question est une expérience aléatoire ayant une probabilité $\frac{1}{4}$ de succès. Les différentes questions étant indépendantes, le nombre total de succès après 5 tels expériences suit une loi binomiale $B(5; 0.25)$.

(b) Le programme suivant donne les probabilités $P(X < k)$ pour k entre 0 et 5 :

ex_binomiale2.py

```
from scipy import stats

X=stats.binom(5,0.25)

for k in range(0,6):
    print(k,X.cdf(k))
```

Le résultat est :

Résultat

```
0 0.2373046875
1 0.6328125
2 0.896484375
3 0.984375
4 0.9990234375
5 1.0
```

Nous voyons que la probabilité d'obtenir zéro réponses correctes est 0.23. La probabilité d'en obtenir au maximum une est de 0.63. Cela signifie qu'avec une probabilité 0.63, un élève ne peut pas obtenir deux réponses correctes.

Enfin, la ligne qui nous intéresse est celle qui dit que $P(X \leqslant 3) \approx 0.98$. C'est à dire qu'avec une probabilité 0.98 l'élève ne pourra pas dépasser les 3/5.

(c) ex_binomiale3.py

```
from scipy import stats

for N in range(4,10):
    print("Questionnaire à ",N," questions")
    X=stats.binom(N,0.25)
    for k in range(0,N+1):
        print("P(X<=",k,")=",X.cdf(k))
```

donne

Résultat

```
Questionnaire à  4  questions
P(X<= 0 )= 0.31640625
P(X<= 1 )= 0.73828125
P(X<= 2 )= 0.94921875
P(X<= 3 )= 0.99609375
P(X<= 4 )= 1.0
Questionnaire à  5  questions
P(X<= 0 )= 0.2373046875
P(X<= 1 )= 0.6328125
P(X<= 2 )= 0.896484375
P(X<= 3 )= 0.984375
P(X<= 4 )= 0.9990234375
P(X<= 5 )= 1.0
Questionnaire à  6  questions
P(X<= 0 )= 0.177978515625
P(X<= 1 )= 0.533935546875
P(X<= 2 )= 0.83056640625
P(X<= 3 )= 0.96240234375
P(X<= 4 )= 0.995361328125
P(X<= 5 )= 0.999755859375
P(X<= 6 )= 1.0
Questionnaire à  7  questions
P(X<= 0 )= 0.133483886719
P(X<= 1 )= 0.444946289063
P(X<= 2 )= 0.756408691406
P(X<= 3 )= 0.929443359375
P(X<= 4 )= 0.987121582031
P(X<= 5 )= 0.998657226562
P(X<= 6 )= 0.999938964844
P(X<= 7 )= 1.0
Questionnaire à  8  questions
P(X<= 0 )= 0.100112915039
P(X<= 1 )= 0.367080688477
P(X<= 2 )= 0.67854309082
P(X<= 3 )= 0.886184692383
P(X<= 4 )= 0.972702026367
P(X<= 5 )= 0.99577331543
P(X<= 6 )= 0.999618530273
P(X<= 7 )= 0.999984741211
P(X<= 8 )= 1.0
Questionnaire à  9  questions
P(X<= 0 )= 0.0750846862793
P(X<= 1 )= 0.300338745117
P(X<= 2 )= 0.600677490234
P(X<= 3 )= 0.834274291992
P(X<= 4 )= 0.951072692871
P(X<= 5 )= 0.990005493164
P(X<= 6 )= 0.998657226562
```

```
P(X<= 7 )= 0.999893188477
P(X<= 8 )= 0.999996185303
P(X<= 9 )= 1.0
```

Étudions les lignes correspondantes au questionnaire à 6 questions. Ce que nous voulons est d'avoir une probabilité 0.95 que l'élève réussisse deux questions ou moins. Or avec le questionnaire à 6 questions, nous voyons qu'il n'y a que environ 83% de chances de faire 2/6 ou moins. Pour le questionnaire à 7 questions, le professeur veut une probabilité 0.95 que l'élève ne réussisse que au maximum 3 questions ; mais nous voyons que cette probabilité n'est que de 0.92.

Nous continuons ainsi jusqu'au questionnaire à 9 questions. Pour celui-là nous voyons que $P(X \leqslant 4) \approx 0.951$. Cela nous convient.

Conclusion : si un QCM avec 4 choix par questions fait 9 questions ou plus, alors en tapant au hasard, il n'y a pas 5% de réussir.

Correction de l'exercice 1270

<+CorrPremiere-0099+>

Correction de l'exercice 1271

La probabilité d'obtenir au moins un six en lançant 4 fois le dé est «l'opposé» de la probabilité de n'obtenir aucun six en lançant quatre fois le dé :

$$P(X \geqslant 1) = 1 - P(X = 0)$$

où X est une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres $p = 1/6$ et $n = 4$. Avec cela $P(X = 0) = \left(\frac{5}{6}\right)^4$ et

$$P(X \geqslant 1) \approx 0.51.$$

Par ailleurs, la probabilité d'obtenir au moins deux fois le 6 en 8 lancers est

$$1 - P(X = 0) - P(X = 1)$$

où X est une binomiale de paramètres $n = 8$, $p = 1/6$. Le calcul est rapide :

$$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^8 - 8 \times \left(\frac{5}{6}\right)^7 \left(\frac{1}{6}\right) \approx 0.39.$$

La première est donc plus grande.

Correction de l'exercice 1272

<+Corrsmath-0022+>

Correction de l'exercice 1273

<+Corrsmath-0203+>

Correction de l'exercice 1274

(a) L'espérance est le nombre d'essais multiplié par la probabilité :

$$1000 \times \frac{1}{50} = 20.$$

(b) Nous sommes dans le cas d'une loi binomiale avec nombre d'essais égal à 1000 et probabilité de succès égale à 1/50. Nous avons (calculatrice) :

$$P(X \geqslant 40) = 1 - P(X \leqslant 39) = 4.33 \times 10^{-5},$$

autant dire très proche de zéro.

(c) Ici le calcul est

$$P(x \leqslant 10) \simeq 0.0102 \simeq 1\%.$$

Correction de l'exercice 1275

<+Corrsmath-0040+>

Correction de l'exercice 1276

<+Corrsmath-0116+>

Correction de l'exercice 1277

<+Corrsmath-0117+>

Correction de l'exercice 1278

<+Corrsmath-0100+>

Correction de l'exercice 1279

Hausse ou baisse	coefficient multiplicateur	taux d'évolution
baisse	0.75	-25%
hausse	3	200%
hausse	1.13	13%
stable	1	0%
hausse	2	100%
baisse	0.8	-20%
hausse	4.15	315%

Correction de l'exercice 1280

<+Corrsmath-0099+>

Correction de l'exercice 1281

<+Corrsmath-0098+>

Correction de l'exercice 1282

<+Corrsmath-0036+>

Correction de l'exercice 1283
<+Corrsmath-0032+>

Correction de l'exercice 1284
<+Corrsmath-0034+>

Correction de l'exercice 1285
<+Corrsmath-0031+>

Correction de l'exercice 1286
<+Corrsmath-0033+>

Correction de l'exercice 1287
<+Corrsmath-0035+>

Correction de l'exercice 1288
<+Corrsmath-0041+>

Correction de l'exercice 1289

Les 25 euros dont il est question dans l'énoncé est un prix TTC. Nous avons

$$25 = HT + TVA = \frac{105.5}{100} \times HT.$$

Donc le prix HT est

$$HT = \frac{100 \times 25}{105.5} \simeq 23.6966.$$

La TVA (ce que le gouvernement récupère) est 5.5% du prix HT, c'est à dire

$$TVA = 23 \times \frac{5.5}{100} = 1.3033.$$

Ces 1.3033 euros représentent quel pourcentage du prix TTC payé par le client ? Pour le savoir, il suffit de faire

$$\frac{1.3033}{25} \simeq 0.052,$$

donc 5.2%.

Donc dans le cas de cette viande, 5.2% du prix payé par le client est intercepté par l'état sous forme de TVA.

Correction de l'exercice 1290
<+Corrsmath-0136+>

Correction de l'exercice 1291
<+Corrsmath-0152+>

Correction de l'exercice 1292

Prix de départ HT	120		Prix de départ HT	120
TVA (19.6%)	23.52		Augmentation de 20%	24
Prix TTC avant augmentation	143.52		Prix HT avant augmentation	144
Augmentation de 20%	28.74		TVA (19.6%)	28.224
Prix TTC avec augmentation	172.224		Prix TTC avec augmentation	172.224

Dans les deux cas de figure, le client paye 172.224 euros. Dans le premier cas, l'état prend 23.52 et le commerçant prend 148.703 ; alors que dans le second l'état prend 28.24 et le commerçant 143.98€.

Correction de l'exercice 1293

<+Corrsmath-0436+>

Correction de l'exercice 1294

<+Corrsmath-0039+>

Correction de l'exercice 1295

<+Corrsmath-0102+>

Correction de l'exercice 1296

<+CorrPremiere-0004+>

Correction de l'exercice 1297

Entre le 8 novembre et le 9 novembre, le nombre d'auditeurs a été multiplié par 1.15. Le nombre d'auditeurs a donc été *divisé* par 1.15 entre le 9 et le 10 novembre.

La question est donc de savoir à quel taux correspond une division par 1.15. Le coefficient multiplicateur est $C = \frac{1}{1.15} \simeq 0.8695$ que nous arrondirons à 0.87. Nous avons déjà vu qu'un coefficient multiplicateur de 0.87 correspond à un taux de variation de -13%.

Correction de l'exercice 1298

Si a est le chiffre d'affaire de départ, au bout de la première année, le chiffre d'affaire est de

$$a\frac{105}{100}$$

Durant la seconde année, l'entreprise gagne encore 5%, c'est à dire qu'elle vaudra à la fin de la seconde année 105% de ce qu'elle valait au début de la seconde année, c'est à dire

$$a\frac{105}{100}\frac{105}{100} = \frac{441}{400} \simeq 1.1025a.$$

Que signifie ce nombre 1.1025 ?

Correction de l'exercice 1299

Mauvaise affaire. En effet les 20% perdus sont 20% de la valeur *de départ* (de lundi matin) tandis que les 20% gagnés sont les 20% de la valeur de mardi matin, qui est moindre.

Correction de l'exercice 1300

<+CorrPremiere-0017+>

Correction de l'exercice 1301

<+CorrSeconde-0024+>

Correction de l'exercice 1302

<+Corrsmath-0421+>

Correction de l'exercice 1303

<+Corrsmath-0437+>

Correction de l'exercice 1304

<+Corrsmath-0458+>

Correction de l'exercice 1305

<+CorrPremiere-0007+>

Correction de l'exercice 1306

<+CorrPremiere-0016+>

Correction de l'exercice 1307

<+Corrsmath-0264+>

Correction de l'exercice 1308

<+Corrsmath-0219+>

Correction de l'exercice 1309

<+Corrsmath-0217+>

Correction de l'exercice 1310

<+Corrsmath-0218+>

Correction de l'exercice 1311

<+Corrsmath-0158+>

Correction de l'exercice 1312

<+Corrsmath-0291+>

Correction de l'exercice 1313

<+Corrsmath-0160+>

Correction de l'exercice 1314
<+Corrsmath-0168+>

Correction de l'exercice 1315
<+Corrsmath-0161+>

Correction de l'exercice 1316
<+Corrsmath-0162+>

Correction de l'exercice 1317
<+Corrsmath-0159+>

Correction de l'exercice 1318
<+Corrsmath-0337+>

Correction de l'exercice 1319
<+Corrsmath-0365+>

Correction de l'exercice 1320
<+Corrsmath-0314+>

Correction de l'exercice 1321
<+Corrsmath-0312+>

Correction de l'exercice 1322
<+Corrsmath-0313+>

Correction de l'exercice 1323
<+Corrsmath-0304+>

Correction de l'exercice 1324
<+Corrsmath-0375+>

Correction de l'exercice 1325
<+Corrsmath-0163+>

Correction de l'exercice 1326
<+Corrsmath-0164+>

Correction de l'exercice 1327
<+Corrsmath-0309+>

Correction de l'exercice 1328
<+Corrsmath-0165+>

Correction de l'exercice 1329
<+Corrsmath-0166+>

Correction de l'exercice 1330
<+Corrsmath-0211+>

Correction de l'exercice 1331
<+Corrsmath-0167+>

Correction de l'exercice 1332
<+Corrsmath-0169+>

Correction de l'exercice 1333
<+Corrsmath-0170+>

Correction de l'exercice 1334
<+Corrsmath-0303+>

Correction de l'exercice 1335
<+Corrsmath-0388+>

Correction de l'exercice 1336
<+Corrsmath-0389+>

Correction de l'exercice 1337
<+Corrsmath-0393+>

Correction de l'exercice 1338
<+Corrsmath-0390+>

Correction de l'exercice 1339
<+Corrsmath-0395+>

Correction de l'exercice 1340
<+Corrsmath-0354+>

Correction de l'exercice 1341
<+Corrsmath-0414+>

Correction de l'exercice 1342
<+Corrsmath-0397+>

Correction de l'exercice 1343
<+Corrsmath-0387+>

Correction de l'exercice 1344
<+Corrsmath-0405+>

Correction de l'exercice 1345

Nous partons de l'équation générale $f(x) = ax^2 + bx + c$. Le fait que la droite d'équation $y = 2x - 5$ soit tangente en abscisse $x = 3$ impose que la parabole passe par le point $(3; 1)$. Nous avons donc

$$9a + 3b + c = 1.$$

En ce qui concerne le coefficient directeur de la tangente, c'est 2. Donc il faut que la dérivée de f en $x = 2$ soit égale à 2, ce qui donne

$$f'(3) = 6a + b = 2.$$

Nous devons donc trouver a, b et c vérifiant les équations

$$\begin{cases} 9a + 3b + c = 1 \\ 6a + b = 2. \end{cases}$$

Il y a beaucoup de solutions possibles. Une façon d'en trouver une est de poser d'emblée $b = 0$ et voir ce qu'il se passe. Nous obtenons alors $a = 3$ et $c = -26$. Donc la fonction suivante répond à la question :

$$f(x) = 3x^2 - 26.$$

Correction de l'exercice 1346

<+Corrsmath-0400+>

Correction de l'exercice 1347

<+Corrsmath-0401+>

Correction de l'exercice 1348

<+Corrsmath-0402+>

Correction de l'exercice 1349

<+Corrsmath-0403+>

Correction de l'exercice 1350

<+Corrsmath-0407+>

Correction de l'exercice 1351

<+Corrsmath-0434+>

Correction de l'exercice 1352

<+Corrsmath-0435+>

Correction de l'exercice 1353

<+Corrsmath-0306+>

Correction de l'exercice 1354
<+Corrsmath-0307+>

Correction de l'exercice 1355

(a) 4000, 3200, 2560.

(b) C'est une suite géométrique.

(c) Le premier terme est $u_0 = 5000$ et sa raison est 0.8. Ici nous prenons l'année 1990 comme année zéro.

(d) Le nombre de dieux restants est donné par la formule

$$u_n = 500 \times (0.8)^n.$$

L'année 2013 correspond à u_{23} et donc

$$u_{23} = 5000 \times (0.8)^{23} \simeq 29.5$$

Correction de l'exercice 1356
<+Corrsmath-0308+>

Correction de l'exercice 1357
<+Corrsmath-0302+>

Correction de l'exercice 1358
<+Corrsmath-0305+>

Correction de l'exercice 1359
<+Corrsmath-0310+>

Correction de l'exercice 1360
<+corrsmath-0311+>

Correction de l'exercice 1361
<+Corrsmath-0374+>

Correction de l'exercice 1362
<+Corrsmath-0398+>

Correction de l'exercice 1363
<+Corrsmath-0404+>

Correction de l'exercice 1364
<+Corrsmath-0422+>

Correction de l'exercice 1365
<+Corrsmath-0713+>

Correction de l'exercice 1

<+CorrPremiere-0037+>

Correction de l'exercice 2

<+CorrPremiere-0033+>

Correction de l'exercice 3

<+CorrPremiere-0034+>

Correction de l'exercice 4

<+CorrPremiere-0066+>

Correction de l'exercice 5

<+CorrPremiere-0068+>

Correction de l'exercice 6

<+CorrPremiere-0067+>

Correction de l'exercice 7

<+CorrPremiere-0070+>

Correction de l'exercice 8

<+CorrPremiere-0051+>

Correction de l'exercice 9

ex_triple2.py

```
texte="""Ceci est un texte
de plusieurs lignes.

Et avec même une ligne vide.
"""

print(texte)
A=texte.split("\n")
print(A)
```

donne

Résultat

```
Ceci est un texte
de plusieurs lignes.

Et avec même une ligne vide.

['Ceci est un texte', 'de plusieurs lignes.', '', 'Et avec même une ligne vide.', '']
```

Correction de l'exercice 10

<+CorrPremiere-0048+>

Correction de l'exercice 11

<+CorrPremiere-0049+>

Correction de l'exercice 12

<+CorrPremiere-0050+>

Correction de l'exercice 13

<+CorrPremiere-0053+>

Correction de l'exercice 14

<+CorrPremiere-0072+>

Correction de l'exercice 15

<+CorrPremiere-0027+>

Correction de l'exercice 16

<+CorrPremiere-0056+>

Correction de l'exercice 17

<+CorrPremiere-0039+>

Correction de l'exercice 18

<+CorrPremiere-0057+>

Correction de l'exercice 19

<+CorrPremiere-0058+>

Correction de l'exercice 20

<+CorrPremiere-0055+>

Correction de l'exercice 21

<+CorrPremiere-0035+>

Correction de l'exercice 22

<+CorrPremiere-0036+>

Correction de l'exercice 23

Il y a bien entendu de nombreuses possibilités. Voici quelque programmes pour vous donner des idées.

Le programme suivant écrit la moyenne de la liste des tailles de chaussures de l'exemple 4.2 :

chaussures.py

```
print("Bonjour !")

liste=[]                  # liste vide
liste.extend(3*[40])      # 3*[40] est la liste [40,40,40]
liste.extend(5*[41])
liste.extend(10*[42])
liste.extend(8*[43])
liste.extend(2*[44])
liste.extend(4*[45])
```

```
print(liste)            # Afficher liste

#   [40,40,40,41,41,41,41,41,42,42,42,42,42,42,42,42,42,42,43,
#   43,43,43,43,43,43,43,44,44,45,45,45,45]

n=len(liste)          # len(liste) est la longueur de la liste
somme=sum(liste)      # la somme de la liste

print(n)          # 32
print(somme)      # 1357

moyenne=somme/n       # diviser la somme la la longueur donne la moyenne

print(moyenne)   # 42.40625
```

Pour le premier quartile.

premier_quartile.py

```
import math                     # On importe les fonctions mathématiques de base

def premier_quartile(liste):
    liste.sort()                # 'to sort' : trier an anglais
    n=len(liste)                # 'len' donne la longueur de la liste
    a=n/4
    numero=math.ceil(a)         # 'ceiling' signigie "plafond" en anglais

    return liste[numero-1]      # en python, les listes sont numérotées
                                # à partir de 0 et non de 1.


Q1=premier_quartile([1,5,2,4,3,8,6,7,9])
print(Q1)
```

Et voici pour la médiane :

mediane.py

```
import math                        # On importe les fonctions mathématiques de base

def mediane(liste):
    liste.sort()                # 'to sort' : trier an anglais
    n=len(liste)               # 'len' donne la longueur de la liste

    if n%2 == 0:          # teste si n est pair
        numero=int(n/2)
        Me = (liste[numero-1]+liste[numero])/2
        return Me
    else :
        numero=math.ceil(n/2)
        Me=liste[numero-1]
        return Me


M=mediane([1,2,3,4])
print(M)                        # 2.5
M= mediane([1,2,3,4,5])
print(M)                        # 3
```

Correction de l'exercice 24

<+CorrPremiere-0079+>

Correction de l'exercice 25

<+CorrPremiere-0080+>

Correction de l'exercice 26

<+CorrPremiere-0081+>

Correction de l'exercice 27

<+Corrsmath-0042+>

Correction de l'exercice 28

<+Corrsmath-0043+>

Correction de l'exercice 29

<+Corrsmath-0044+>

Correction de l'exercice 30

<+Corrsmath-0045+>

Correction de l'exercice 31

<+Corrsmath-0046+>

Correction de l'exercice 32

<+CorrSeconde-0023+>

Correction de l'exercice 33

<+Corrsmath-0296+>

Correction de l'exercice 34

(a) La première chose à faire est de séparer les termes en x de termes sans x :

$$110 - 105 = 105\frac{x}{100}.$$

Le terme $105\frac{x}{100}$ s'écrit tout aussi bien $\frac{105}{100}x$ et nous avons donc l'équation

$$5 = \frac{105}{100}x.$$

Pour isoler x il suffit alors de multiplier les deux membres par l'inverse de $\frac{105}{100}$, c'est à dire par $\frac{100}{105}$:

$$5 \times \frac{100}{105} = x.$$

Il ne s'agit plus maintenant que de simplifier la fraction. En simplifiant le 5 avec le 105,

$$x = \frac{100}{21}.$$

Il vaut mieux s'abstenir de donner une approximation numérique lorsque vous n'avez pas de contexte !

(b) Le même schéma de résolution s'applique :

$$\begin{aligned} 90 &= 110 + 110\frac{x}{100} \\ 90 - 110 &= \frac{110}{100}x \\ -20 &= \frac{11}{10}x \\ x &= -\frac{200}{11}. \end{aligned}$$

Correction de l'exercice 35

<+CorrSeconde-0025+>

Correction de l'exercice 36

<+Corrsmath-0338+>

Correction de l'exercice 37

<+Corrsmath-0385+>

Correction de l'exercice 38

<+Corrsmath-0604+>

Correction de l'exercice 39

<+Corrsmath-0056+>

Correction de l'exercice 40

<+Corrsmath-0057+>

Correction de l'exercice 41

<+Corrsmath-0058+>

Correction de l'exercice 42

Si X est le nombre de candidats se présentant, X est une variable aléatoire de type binomiale de paramètres $n = 200$ et $p = 0.6$. La probabilité que moins de 100 candidats se présentent est

$$P(X \leqslant 100) = 0.00263,$$

et la probabilité que plus de 140 se présentent est de

$$P(X \geqslant 140) = 1 - P(X \leqslant 139) = 1 - 0.99786 = 0.00213.$$

Donc le service de recrutement, en convoquant tous les candidats aura trop peu de candidats dans environ 2.6% des cas et trop de candidats dans environ 2.1% des cas. En tout ils auront des problèmes d'organisation avec une probabilité d'un peu moins de 5%.

Correction de l'exercice 43
<+Corrsmath-0383+>

Correction de l'exercice 44
<+Corrsmath-0384+>

Correction de l'exercice 45
<+Corr2smath-0390+>

Correction de l'exercice 46
<+Corr2smath-0330+>

Correction de l'exercice 47
<+Corr2smath-0396+>

Correction de l'exercice 48
<+Corr2smath-0369+>

Correction de l'exercice 49
<+Corr2smath-0358+>

Correction de l'exercice 50
<+Corr2smath-0364+>

Correction de l'exercice 51
<+Corr2smath-0397+>

Correction de l'exercice 52
<+Corr2smath-0166+>

Correction de l'exercice 53
<+Corr2smath-0334+>

Correction de l'exercice 54
<+Corr2smath-0386+>

Correction de l'exercice 55
<+Corrsmath-0559+>

Correction de l'exercice 56
<+Corr2smath-0365+>

Correction de l'exercice 57
<+Corrsmath-0326+>

Correction de l'exercice 58
<+Corr2smath-0360+>

Correction de l'exercice 59
<+Corr2smath-0398+>

Correction de l'exercice 60
<+Corr2smath-0354+>

Correction de l'exercice 61
<+Corr2smath-0375+>

Correction de l'exercice 62

(a) La fonction dessinée est plus grande que zéro entre $x = -1$ et $x = 2$. L'énoncé demande l'inégalité stricte, donc l'ensemble des solutions est

$$]-1, 2[.$$

(b) La fonction est toujours strictement positive, donc il n'y a pas de solutions à l'inéquation demandée.

(c) La fonction passe au dessus de 2 à deux moments. D'abord entre $x = -3$ et $x = -\frac{1}{2}$; et ensuite entre $x = 1$ et $x = 2.5$. L'ensemble des solutions est donc

$$[-3, -\frac{1}{2}] \cup [1, \frac{5}{2}].$$

(d) La fonction passe à deux reprises en dessous de -1. D'abord entre $x = -2.5$ et $x = -1$; et ensuite entre $x = 2.5$ et $x = 3.5$. L'ensemble des solutions est donc

$$]-2.5, -1[\cup]2.5, 3.5[.$$

Correction de l'exercice 63
<+Corr2smath-0331+>

Correction de l'exercice 64
<+Corr2smath-0373+>

Correction de l'exercice 65
<+Corrsmath-0017+>

Correction de l'exercice 66
<+Corr2smath-0335+>

Correction de l'exercice 67
<+Corr2smath-0379+>

Correction de l'exercice 68
<+Corrsmath-0913+>

Correction de l'exercice 69
<+Corr2smath-0394+>

Correction de l'exercice 70
<+Corr2smath-0368+>

Correction de l'exercice 71
<+Corr2smath-0391+>

Correction de l'exercice 72
<+Corrsmath-0584+>

Correction de l'exercice 73
<+Corrsmath-0556+>

Correction de l'exercice 74
<+Corrsmath-0915+>

Correction de l'exercice 75
<+Corr2smath-0346+>

Correction de l'exercice 76
<+Corr2smath-0353+>

Correction de l'exercice 77
<+Corr2smath-0356+>

Correction de l'exercice 78
<+Corr2smath-0362+>

Correction de l'exercice 79

(a) $\displaystyle\int_0^1 \cos\left(x\frac{\pi}{2}\right) + x^4\,dx = \left[\frac{2}{\pi}\sin\left(x\frac{\pi}{2}\right) + \frac{x^5}{5}\right]_0^1 = \frac{2}{\pi} + \frac{1}{5}$;

(b) Le changement de variable à utiliser est $y = x^2$. On obtient $\displaystyle\int_0^1 xe^{x^2}\,dx = \int_0^1 \frac{e^y}{2}\,dy = \frac{e-1}{2}$;

(c) $\displaystyle\int_0^1 x^2e^x\,dx = \left[x^2e^x\right]_0^1 - \int_0^1 2xe^x\,dx = \left[x^2e^x\right]_0^1 - \left[2xe^x\right]_0^1 + 2\int_0^1 e^x\,dx = e - 2e + 2e - 2 = e - 2.$

(d) La valeur de $\displaystyle\int_{\pi/2}^{\pi} \cos^2(x)\,dx$ est $\dfrac{\pi}{4}$. Il y a plusieurs méthodes pour obtenir ce résultat mais celle qui nous parait la plus rapide est de se souvenir du fait que $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ et intégrer les deux côtés de cette égalité par rapport à x. On obtient alors $\displaystyle\int_{\pi/2}^{\pi} \cos^2(x)\,dx + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$.

Correction de l'exercice 80
<+Corr2smath-0367+>

Correction de l'exercice 81
<+Corr2smath-0361+>

Correction de l'exercice 82
<+Corrsmath-0942+>

Correction de l'exercice 83
<+Corr2smath-0384+>

Correction de l'exercice 84
<+Corr2smath-0363+>

Correction de l'exercice 85
<+Corrsmath-0628+>

Correction de l'exercice 86
<+Corr2smath-0392+>

Correction de l'exercice 87
<+Corr2smath-0376+>

Correction de l'exercice 88
<+Corr2smath-0382+>

Correction de l'exercice 89
<+Corr2smath-0348+>

Correction de l'exercice 90
<+Corr2smath-0351+>

Correction de l'exercice 91
<+Corr2smath-0340+>

Correction de l'exercice 92
<+Corr2smath-0333+>

Correction de l'exercice 93
<+Corr2smath-0393+>

Correction de l'exercice 94
<+Corr2smath-0377+>

Correction de l'exercice 95
<+Corr2smath-0339+>

Correction de l'exercice 96

<+Corrsmath-0587+>

Correction de l'exercice 97

<+Corrsmath-0460+>

Correction de l'exercice 98

L'équation $x' = tx^2$ peut se résoudre par séparation de variables parce que le membre de droite de l'équation est le produit d'une fonction de t, à l'occurrence l'identité, et une fonction qui ne dépend explicitement que de x : x^2.

La seule solution constante de l'équation est $x(t) = 0$.

Si x n'est pas nulle on peut écrire l'équation sous la forme

$$\frac{1}{x^2}x' = t,$$

et intégrer par rapport à t les deux côtés. Suite au changement de variable classique $x = x(t)$ dans l'intégrale à gauche, on obtient

$$\int \frac{1}{x^2}\,dx = \int t\,dt,$$

et donc

$$-\frac{1}{x} = \frac{t^2}{2} + C, \qquad C \in \mathbb{R}.$$

La solution générale de l'équation est alors $x(t) = -\dfrac{1}{\frac{t^2}{2} + C}$.

La solution du problème de Cauchy

$$\begin{cases} x' = tx^2, \\ x(2) = 1, \end{cases}$$

n'est pas la solution constante. Il faut alors supposer qu'elle soit de la forme $x(t) = -\dfrac{1}{\frac{t^2}{2} + C}$ et calculer $x(2) = -\dfrac{1}{2 + C}$. La condition $-\dfrac{1}{2 + C} = 1$ nous permet de trouver la valeur de la constante C qui détermine l'unique solution du problème de Cauchy. Ici : $C = -3$.

Correction de l'exercice 99

<+Corr2smath-0370+>

Correction de l'exercice 100

<+Corr2smath-0366+>

Correction de l'exercice 101

<+CorrSeconde-0065+>

Correction de l'exercice 102
<+CorrSeconde-0041+>

Correction de l'exercice 103
<+Corr2smath-0380+>

Correction de l'exercice 104
<+Corr2smath-0357+>

Correction de l'exercice 105
<+Corr2smath-0328+>

Correction de l'exercice 106
<+Corr2smath-0341+>

Correction de l'exercice 107
<+Corr2smath-0336+>

Correction de l'exercice 108
<+Corr2smath-0381+>

Correction de l'exercice 109

(a) La fonction f_1 est partout strictement croissante parce que sa dérivée, $f_1'(x) = 3x^2$, est partout positive. Notez que $f'(0) = 0$, mais comme cela n'arrive qu'à un seul point et la dérivée ne change pas de signe à droite et à gauche de $x = 0$, la fonction reste strictement croissante.

La fonction réciproque se trouve en résolvant par rapport à x l'équation

$$y = x^3 + 1.$$

La solution est

$$x = \sqrt[3]{y - 1}.$$

(b) La fonction f_2 demande immédiatement $x \neq 2$. En ce qui concerne la dérivée,

$$f_2'(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{x}{(x-2)^2} = \frac{-2}{(x-2)^2}.$$

La fonction est toujours décroissante (sauf évidemment en $x = 2$ où la fonction n'existe pas). En ce qui concerne la fonction réciproque, il faut résoudre

$$y = \frac{x}{x-2}$$

pour obtenir y en fonction de x. Nous avons successivement

$$\begin{aligned} y &= \frac{x}{x-2} \\ y(x-2) &= x \\ yx - 2y - x &= 0 \\ x(y-1) &= 2y \\ x &= \frac{2y}{y-1} \end{aligned}$$

La fonction réciproque est donc

$$f_2^{-1}(y) = \frac{2y}{y-1}.$$

Correction de l'exercice 110

<+Corr2smath-0378+>

Correction de l'exercice 111

(a) En dérivant la fonction proposée par rapport à t, nous trouvons

$$x'(t) = -te^{\ln(c/2\pi)\cos(t)}\ln(c/2\pi)\sin(t) + e^{\ln(c/2\pi)\cos(t)}.$$

Nous vérifions maintenant l'équation différentielle

$$x'(t) = -x\ln(c/2\pi)\sin(t) + \frac{x}{t}$$

en remplaçant x et x' par leurs valeurs.

$$-te^{\ln(c/2\pi)\cos(t)}\ln(c/2\pi)\sin(t)+e^{\ln(c/2\pi)\cos(t)} \stackrel{?}{=} -te^{\ln(c/2\pi)\cos(t)}\ln(c/2\pi)\sin(t)+\frac{te^{\ln(x)\cos(}}{t}$$

Un peu de calcul montre que cela est correct.

(b) Lorsque $t \to \infty$, le facteur exponentiel ne tend vers rien de précis (parce que $\cos(t)$ oscille). Il est cependant toujours positif et inférieur à $c/2\pi$. Le facteur t par contre tend vers l'infini.

Nous avons par conséquent

$$\lim_{t\to\infty} x(t) = \infty.$$

(c) $t = 2\pi$.

Correction de l'exercice 112

(a) ∞

(b) $x^2 - x^4 = x^2(1-x^4) \to -\infty$.

(c) ∞

(d) 0

(e) Non déterminé.

(f) 0

(g) Par mise en évidence de x^2 sous la racine,

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{x}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} \to 1.$$

La limite est donc 1.

Correction de l'exercice 113

<+Corr2smath-0329+>

Correction de l'exercice 114

<+Corrsmath-0014+>

Correction de l'exercice 115

<+CorrPremiere-0064+>

Correction de l'exercice 116

<+Corrsmath-0062+>

Correction de l'exercice 117

<+Corrsmath-0506+>

Correction de l'exercice 118

<+Corr2smath-0385+>

Correction de l'exercice 119

<+Corr2smath-0117+>

Correction de l'exercice 120

<+Corr2smath-0337+>

Correction de l'exercice 121

Primitive $\int f(x)\,dx$	Fonction $f(x)$	Dérivée $f'(x)$
$\sin(x)+C$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$
$-\frac{1}{3}\cos(3x)+C$	$\sin(3x)$	$3\cos(3x)$
$\ln(x)+Cx+D$	$\frac{1}{x}+C$	$-\frac{1}{x^2}$
$x\ln(x)-x+C$	$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\frac{x^{\alpha+2}}{\alpha+2}+Cx+D$	$x^{\alpha+1}+C$	$(\alpha+1)x^{\alpha}$
$\frac{e^{5x}}{5}+C$	e^{5x}	$5e^{5x}$
$-\ln\left(\lvert\cos(x)\rvert\right)+C$	$\tan(x)=\frac{\sin(x)}{\cos(x)}$	$\tan^2(x)+1=\frac{1}{\cos^2(x)}$
$x\arcsin(x)+\sqrt{1-x^2}+C$	$\arcsin(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Correction de l'exercice 122

<+Corr2smath-0387+>

Correction de l'exercice 123

<+Corr2smath-0342+>

Correction de l'exercice 124

<+Corr2smath-0136+>

Correction de l'exercice 125

<+Corr2smath-0371+>

Correction de l'exercice 126
<+Corr2smath-0389+>

Correction de l'exercice 127
<+CorrSVT-0004+>

Correction de l'exercice 128
<+Corr2smath-0372+>

Correction de l'exercice 129
<+CorrPremiere-0013+>

Correction de l'exercice 130
<+Corr2smath-0349+>

Correction de l'exercice 131
<+Corr2smath-0345+>

Correction de l'exercice 132
<+Corr2smath-0343+>

Correction de l'exercice 133
<+Corrsmath-0585+>

Correction de l'exercice 134
<+Corr2smath-0338+>

Correction de l'exercice 135
<+Corr2smath-0352+>

Correction de l'exercice 136
<+Corr2smath-0042+>

Correction de l'exercice 137
<+Corrsmath-0418+>

Correction de l'exercice 138
<+Corr2smath-0383+>

Correction de l'exercice 139
<+Corrsmath-0586+>

Correction de l'exercice 140
<+Corrsmath-0565+>

Correction de l'exercice 141
<+Corrsmath-0933+>

Correction de l'exercice 142
<+Corr2smath-0395+>

Correction de l'exercice 143
<+Corr2smath-0359+>

Correction de l'exercice 144
<+CorrSeconde-0002+>

Correction de l'exercice 145
<+Corr2smath-0347+>

Correction de l'exercice 146
<+Corr2smath-0355+>

Correction de l'exercice 147

(a) $f(x) = x^3 - 1$.

(a1) Le domaine est $\mathbb{R}$.

(a2) La fonction n'est pas périodique.

(a3) La fonction n'est ni paire ni impaire :

$$f(-x) = (-x)^3 - 1 = -x^3 - 1,$$

qui n'est ni $f(x)$ ni $-f(x)$.

(a4) Les bords du domaine sont $\pm\infty$. Les limites sont

$$\lim_{x\to\infty} x^3 - 1 = \infty$$
$$\lim_{x\to-\infty} x^3 - 1 = -\infty.$$

(a5) La dérivée est $f'(x) = 3x^2$.

(b) $f(x) = e^{\cos(x)}$

(b1) Le domaine est $\mathbb{R}$ entier.

(b2) La fonction est périodique de période 2π.

(b3) Elle est paire parce que

$$f(-x) = e^{\cos(-x)} = e^{\cos(x)} = f(x).$$

Ici ce qui joue est $\cos(-x) = \cos(x)$.

(b4) Les bords du domaine sont $x = \pm\infty$. La fonction cosinus oscillant sans fin entre 1 et -1, la fonction oscille entre e^1 et e^{-1}. Les limites n'existent donc pas.

(b5) La dérivée :

$$f'(x) = -\sin(x)e^{\cos(x)}.$$

(c) $f_3(x) = \frac{x}{x-2}$.

(c1) Le domaine est $\mathbb{R}\backslash\{2\}$.

(c2) La fonction n'est pas périodique.

(c3) Ni paire ni impaire :

$$f(-x) = \frac{-x}{-x-2} = \frac{x}{x+2},$$

qui est ni $f(x)$ ni $f(-x)$.

(c4) Les bords du domaine sont $x = \pm\infty$ et $x = 2$. Nous avons les limites

$$\begin{aligned}\lim_{x\to-\infty} f_3(x) &= 1\\ \lim_{x\to\infty} f_3(x) &= 1\\ \lim_{x\to 2} f_3(x) &= \text{n'existe pas.}\end{aligned}$$

La troisième limite n'existe pas parce que la limite à gauche et à droite ne coïncident pas.

(c5) La dérivée est

$$f_3'(x) = \frac{1}{x-2} - \frac{x}{(x-2)^2} = \frac{-2}{(x-2)^2}.$$

Correction de l'exercice 148

<+Corr2smath-0399+>

Correction de l'exercice 149

<+Corrsmath-0371+>

Correction de l'exercice 150

Histoire d'avoir des notations qui ressemblent à ce qu'on a d'habitude, nous écrivons y pour u_C et nous mettons l'équation différentielle sous la forme

$$y' = -\frac{y}{RC} + \frac{V}{RC}. \tag{2.62}$$

Cela est une équation différentielle «presque» à variables séparée. Nous commençons par résoudre l'équation homogène associée

$$y' = -\frac{y}{RC}.$$

Nous avons successivement

$$\begin{aligned} y' &= -\frac{y}{RC} \\ \frac{dy}{y} &= -\frac{1}{RC}dt \\ \ln(y) &= -\frac{t}{RC} + A \\ y(t) &= Ke^{-t/RC}. \end{aligned}$$

Affin de trouver la solution de l'équation complète nous utilisons la méthode de variation des constantes. Nous posons

$$y(t) = K(t)e^{-t/RC}$$

et nous récrivons l'équation (2.62) :

$$\begin{aligned} K'e^{-t/RC} - \frac{1}{RC}Ke^{-t/RC} &= -\frac{1}{RC}Ke^{-t/RC} + \frac{V}{RC} \\ K' &= \frac{V}{RC}e^{t/RC} \\ K &= Ve^{t/RC} + B \end{aligned}$$

où nous avons noté B la constante d'intégration. La solution complète s'écrit donc

$$y(t) = \big(Ve^{t/RC} + B\big)e^{-t/RC} = V + Be^{-t/RC}$$

où B est une constante arbitraire. La fonction $q(t)$ est obtenue en multipliant par C la fonction $u_C(t)$:

$$q(t) = VC + BCe^{-t/RC}.$$

Afin d'avoir $q(0) = 0$ nous devons fixer $B = V$, c'est à dire

$$q(t) = VC(1 + e^{-t/RC}).$$

Cela est la quantité de charges électriques sur le condensateur après un temps t. Nous avons

$$\lim_{t\to\infty} q(t) = VC,$$

qui correspond à la formule connue de la charge d'un condensateur lorsque le système est à l'équilibre.

Correction de l'exercice 151

<+Corr2smath-0344+>

Correction de l'exercice 152

<+Corr2smath-0085+>

Correction de l'exercice 153
<+Corr2smath-0388+>

Correction de l'exercice 154
<+Corr2smath-0332+>

Correction de l'exercice 155
<+Corr2smath-0137+>

Correction de l'exercice 156
<+Corr2smath-0374+>

Correction de l'exercice 157
<+Corr2smath-0350+>

Correction de l'exercice 158
<+Corrsmath-0283+>

Correction de l'exercice 159
<+Corrsmath-0284+>

Correction de l'exercice 160
<+Corrsmath-0285+>

Correction de l'exercice 161
<+Corrsmath-0286+>

Correction de l'exercice 162
<+Corrsmath-0415+>

Correction de l'exercice 163
<+Corrsmath-0416+>

Correction de l'exercice 164
<+Corrsmath-0461+>

Correction de l'exercice 165
<+Corrsmath-0300+>

Correction de l'exercice 166
<+Corrsmath-0301+>

Correction de l'exercice 1
<+Corrsmath-0539+>

Correction de l'exercice 2
<+Corrsmath-0540+>

Correction de l'exercice 3
<+Corrsmath-0589+>

Correction de l'exercice 4
<+Corrsmath-0583+>

Correction de l'exercice 5
<+Corrsmath-0581+>

Correction de l'exercice 6
<+Corrsmath-0580+>

Correction de l'exercice 7
<+Corrsmath-0582+>

Correction de l'exercice 8
<+Corrsmath-0579+>

Correction de l'exercice 9
<+Corrsmath-0526+>

Correction de l'exercice 10
<+Corrsmath-0555+>

Correction de l'exercice 11
<+Corrsmath-0578+>

Correction de l'exercice 12
<+Corrsmath-0551+>

Correction de l'exercice 13
<+Corrsmath-0577+>

Correction de l'exercice 14
<+Corrsmath-0528+>

Correction de l'exercice 15
<+Corrsmath-0527+>

Correction de l'exercice 1
<+Corrsmath-0637+>

Correction de l'exercice 2
<+Corrsmath-0638+>

Correction de l'exercice 3
<+Corrsmath-0639+>

Correction de l'exercice 4
<+Corrsmath-0640+>

Correction de l'exercice 5
<+Corrsmath-0643+>

Correction de l'exercice 6
<+Corrsmath-0641+>

Correction de l'exercice 7
<+Corrsmath-0642+>

Correction de l'exercice 8
<+Corrsmath-0644+>

Correction de l'exercice 9
<+Corrsmath-0645+>

Correction de l'exercice 10
<+Corrsmath-0646+>

Correction de l'exercice 11
<+Corrsmath-0647+>

Correction de l'exercice 1
<+Corrsmath-0557+>

Correction de l'exercice 2
<+CorrPremiere-0006+>

Correction de l'exercice 3
<+Corrsmath-0558+>

Correction de l'exercice 4
<+Corrsmath-0399+>

Correction de l'exercice 1
<+Corrsmath-0560+>

Correction de l'exercice 2
<+Corrsmath-0561+>

Correction de l'exercice 3
<+Corrsmath-0562+>

Correction de l'exercice 4
<+Corrsmath-0563+>

Correction de l'exercice 5
<+Corrsmath-0564+>

Correction de l'exercice 6
<+Corrsmath-0433+>

Correction de l'exercice 7
<+Corrsmath-0471+>

Correction de l'exercice 1
<+Corrsmath-0541+>

Correction de l'exercice 2
<+Corrsmath-0545+>

Correction de l'exercice 3
<+Corrsmath-0543+>

Correction de l'exercice 4
<+Corrsmath-0544+>

Correction de l'exercice 5
<+Corrsmath-0542+>

Correction de l'exercice 1
<+Corrsmath-0648+>

Correction de l'exercice 2
<+Corrsmath-0678+>

Correction de l'exercice 3
<+Corrsmath-0679+>

Correction de l'exercice 4
<+Corrsmath-0677+>

Correction de l'exercice 5
<+Corrsmath-0680+>

Correction de l'exercice 6
<+Corrsmath-0682+>

Correction de l'exercice 7
<+Corrsmath-0683+>

Correction de l'exercice 8
<+Corrsmath-0684+>

Correction de l'exercice 9
<+Corrsmath-0685+>

Correction de l'exercice 1
<+Corrsmath-0764+>

Correction de l'exercice 2
<+Corrsmath-0765+>

Correction de l'exercice 3
<+Corrsmath-0766+>

Correction de l'exercice 4
<+Corrsmath-0763+>

Correction de l'exercice 5
<+Corrsmath-0767+>

Correction de l'exercice 1
<+Corrsmath-0904+>

Correction de l'exercice 2
<+Corrsmath-0905+>

Correction de l'exercice 3
<+Corrsmath-0906+>

Correction de l'exercice 4
<+Corr2smath-0015+>

Correction de l'exercice 5
<+Corr2smath-0016+>

Correction de l'exercice 6
<+Corrsmath-0797+>

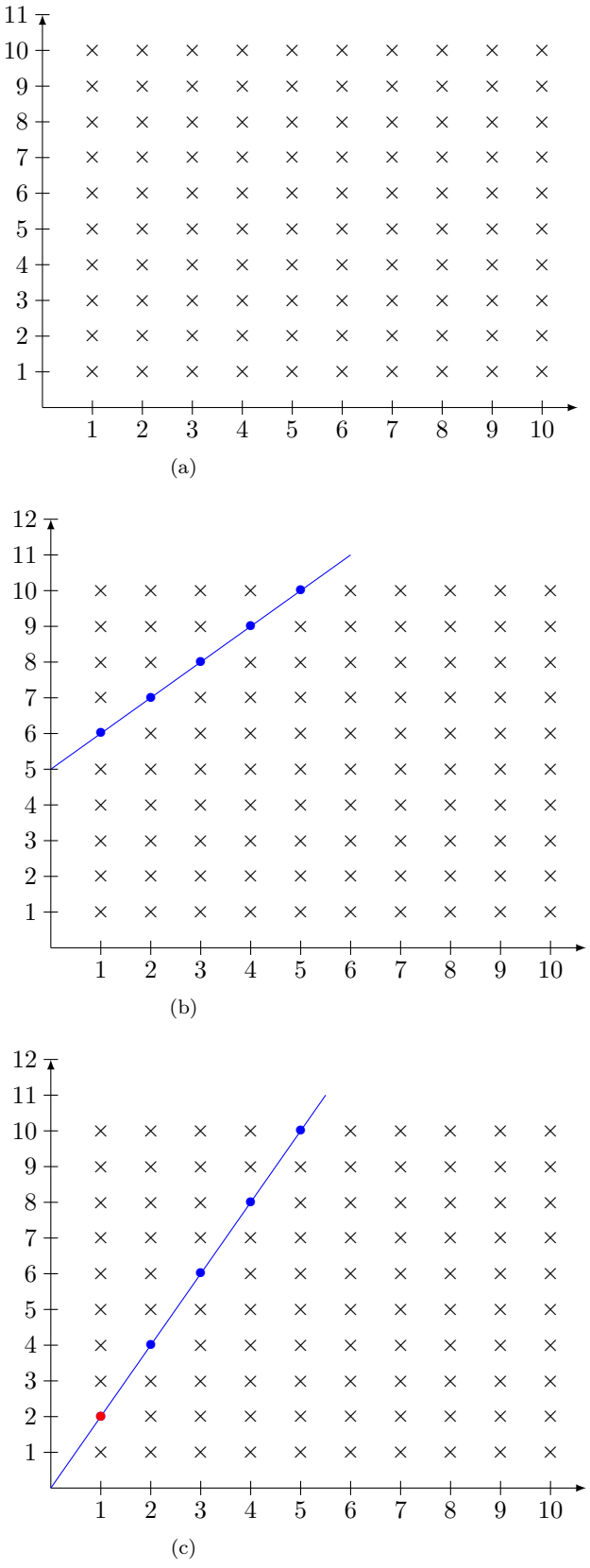


FIGURE 2.1 – Les dessins de l'exercice 893.

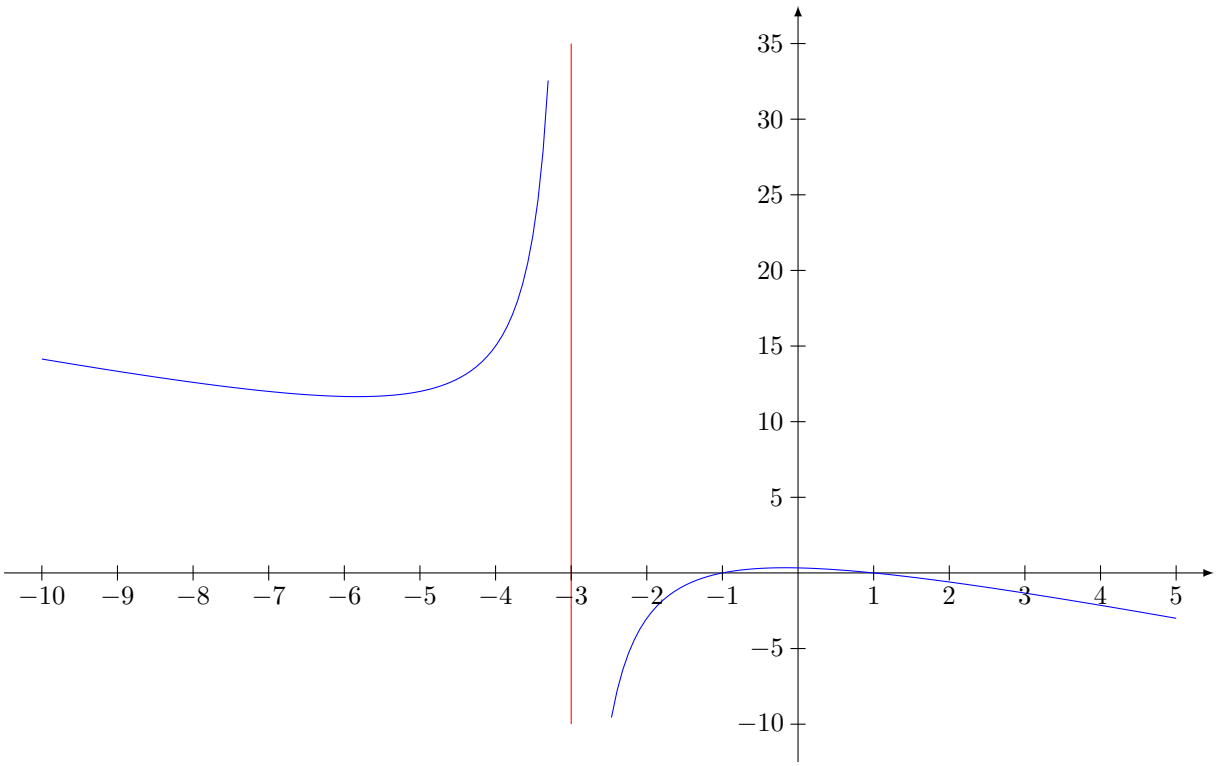


FIGURE 2.2 – La fonction dont on étudie le signe dans l'exercice 909.

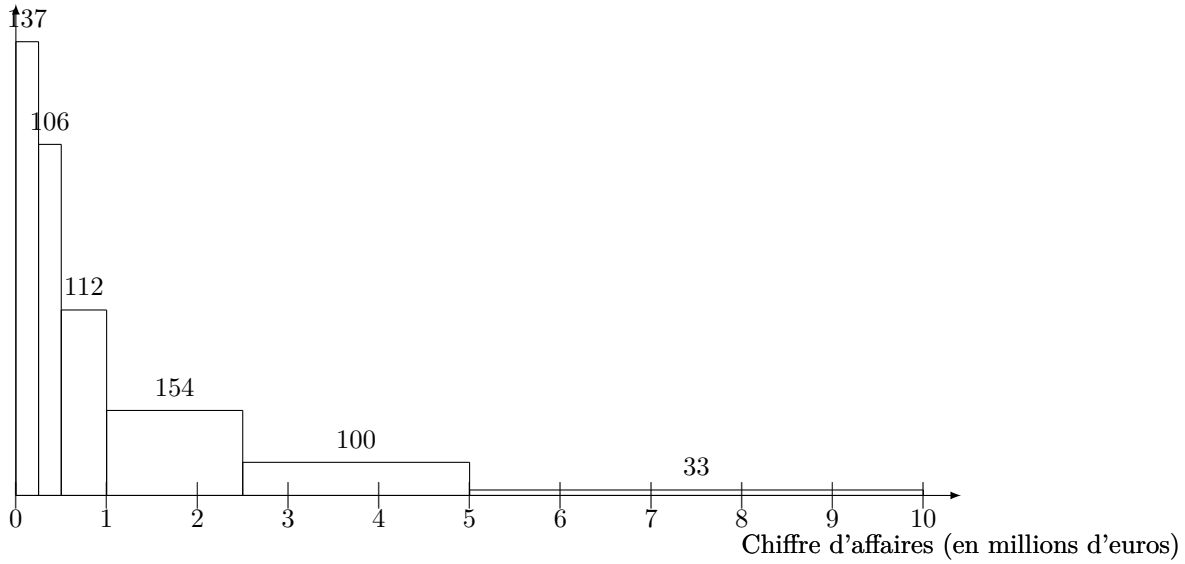


FIGURE 2.3 – L'histogramme de l'exercice 931.

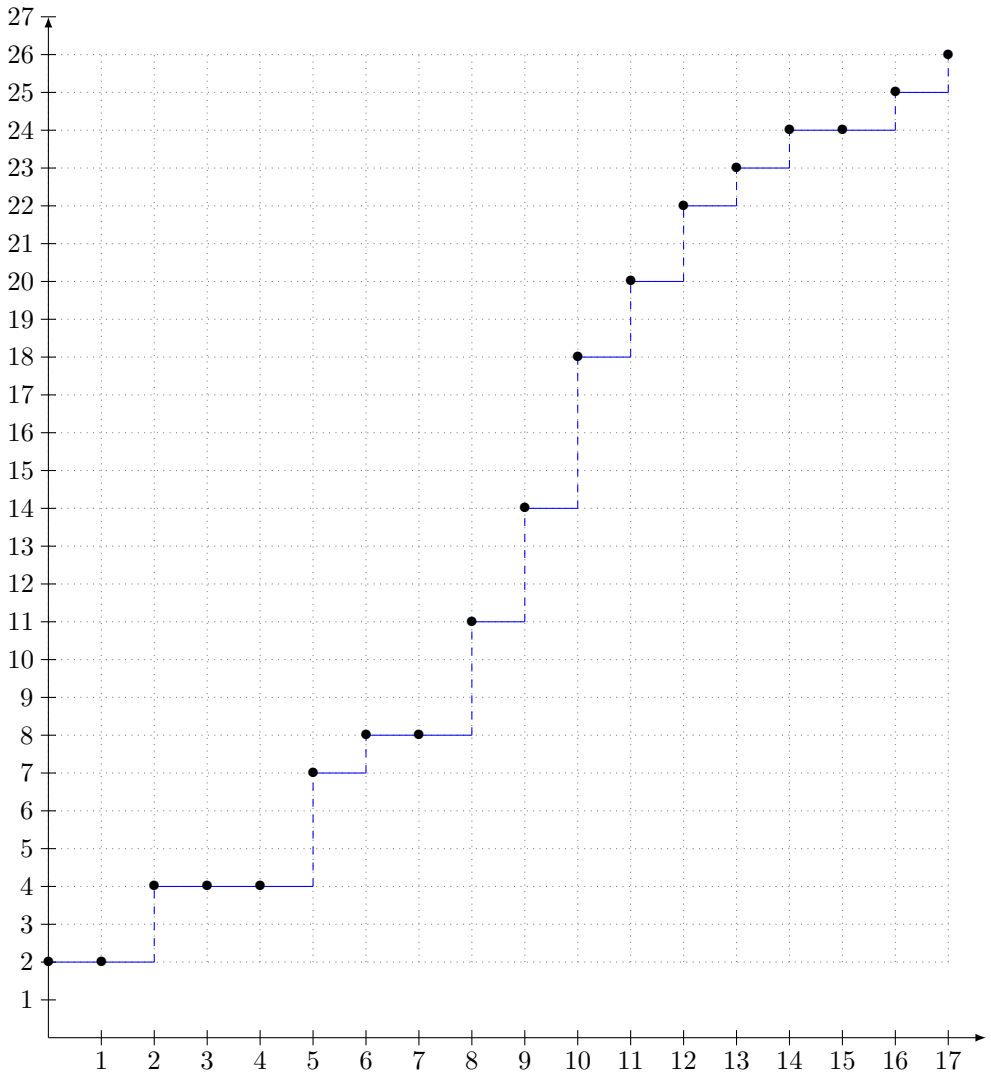


FIGURE 2.4 – Le graphique des effectifs cumulés de l'exercice 937.

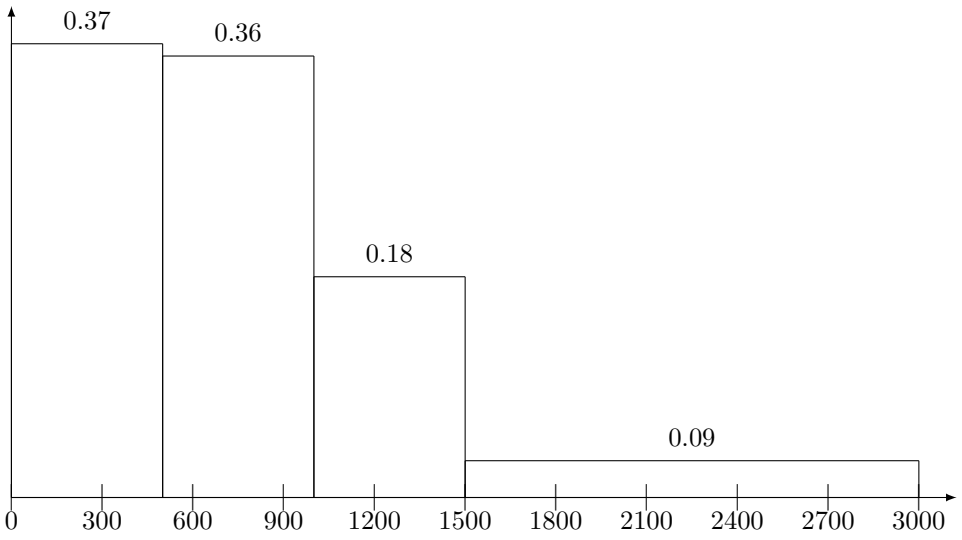


FIGURE 2.5 – L'histogramme de la question 942.

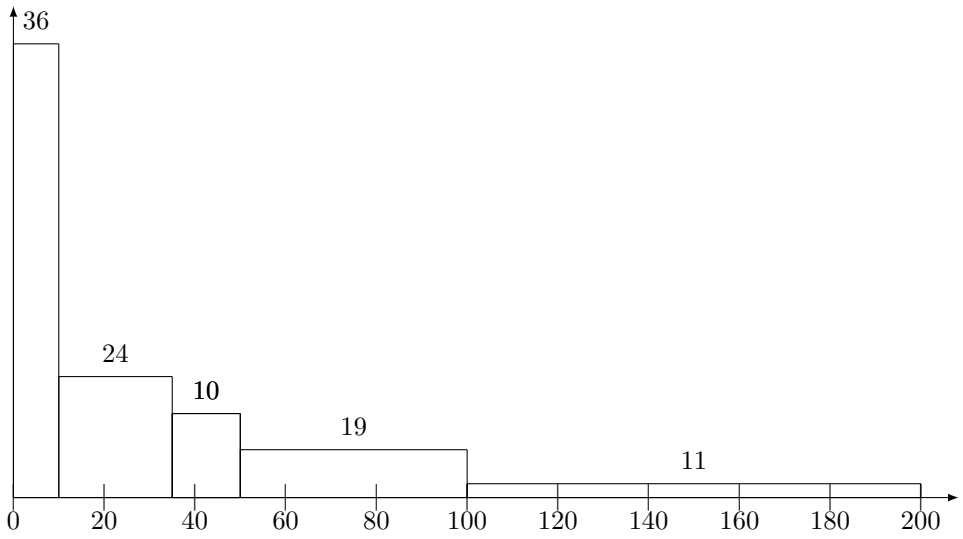


FIGURE 2.6 – L'histogramme de l'exercice 943.

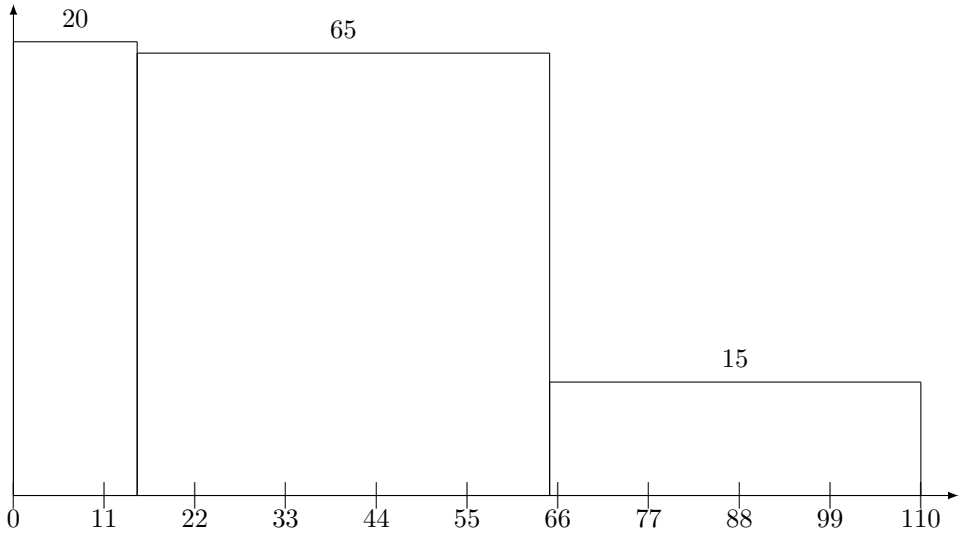


FIGURE 2.7 – Histogramme des âges en France pour l'exercice 944.

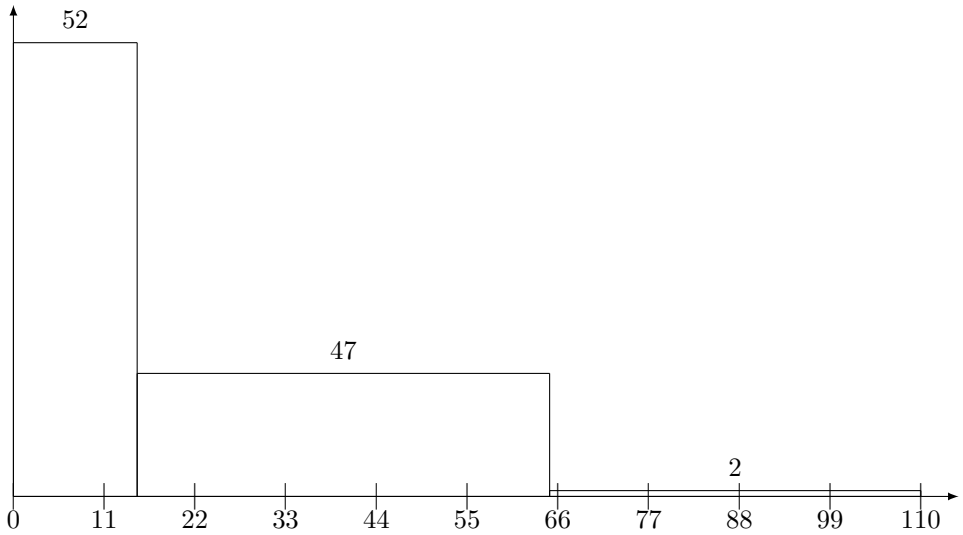


FIGURE 2.8 – Histogramme des âges au Kenya pour l'exercices 944.

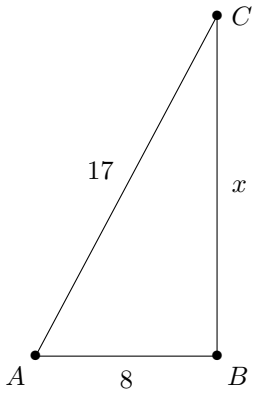


FIGURE 2.9 – Le triangle de l'exercice 970.

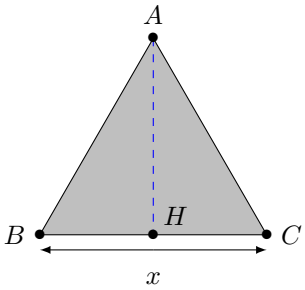
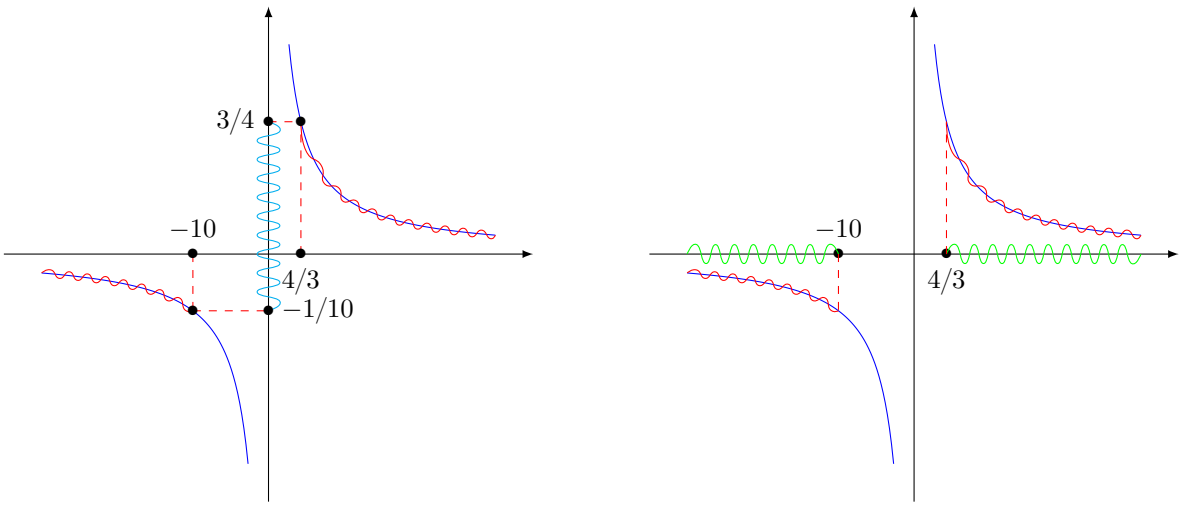


FIGURE 2.10 – Le triangle équilatéral de l'exercice 978.



(a) Les points intéressants sur les ordonnées et sur la courbe. (b) Les points intéressants sur l'hyperbole et sur les abscisses.

FIGURE 2.11 – Résolution de l'exercice 1115.

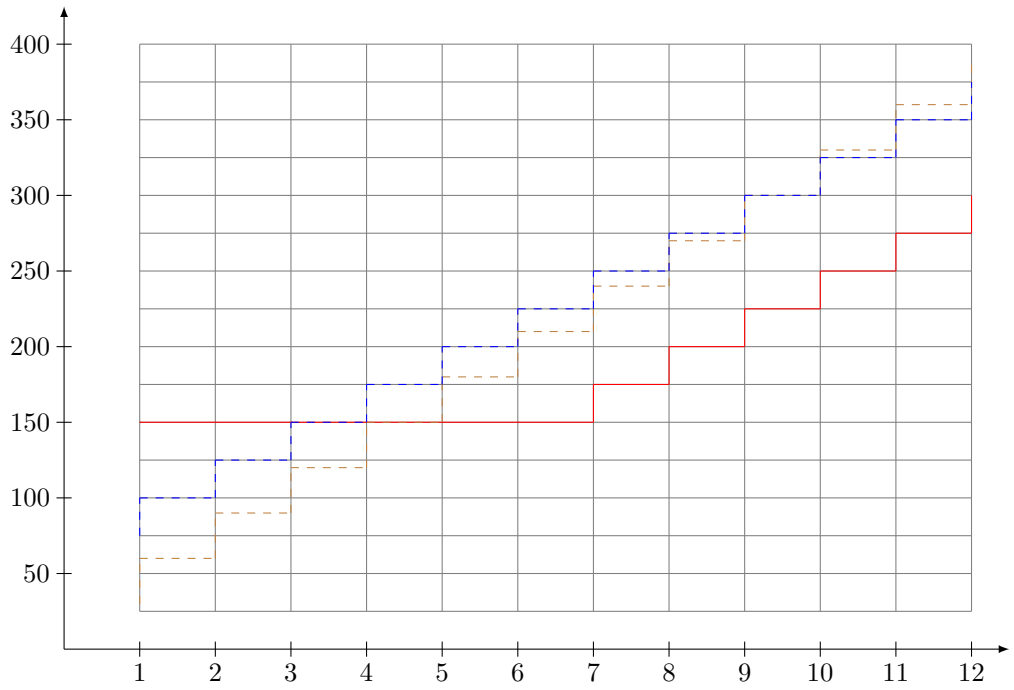


FIGURE 2.12 – Les prix comparés des différentes options de location pour l'exercice 1158.

Chapitre 3

GNU Free Documentation License

Version 1.3, 3 November 2008
Copyright © 2000, 2001, 2002, 2007, 2008 Free Software Foundation, Inc.

http://fsf.org/

Everyone is permitted to copy and distribute verbatim copies of this license document, but changing it is not allowed.

Preamble

The purpose of this License is to make a manual, textbook, or other functional and useful document "free" in the sense of freedom : to assure everyone the effective freedom to copy and redistribute it, with or without modifying it, either commercially or noncommercially. Secondarily, this License preserves for the author and publisher a way to get credit for their work, while not being considered responsible for modifications made by others.

This License is a kind of "copyleft", which means that derivative works of the document must themselves be free in the same sense. It complements the GNU General Public License, which is a copyleft license designed for free software.

We have designed this License in order to use it for manuals for free software, because free software needs free documentation : a free program should come with manuals providing the same freedoms that the software does. But this License is not limited to software manuals ; it can be used for any textual work, regardless of subject matter or whether it is published as a printed book. We recommend this License principally for works whose purpose is instruction or reference.

APPLICABILITY AND DEFINITIONS

This License applies to any manual or other work, in any medium, that contains a notice placed by the copyright holder saying it can be distributed

under the terms of this License. Such a notice grants a world-wide, royalty-free license, unlimited in duration, to use that work under the conditions stated herein. The "**Document**", below, refers to any such manual or work. Any member of the public is a licensee, and is addressed as "**you**". You accept the license if you copy, modify or distribute the work in a way requiring permission under copyright law.

A "**Modified Version**" of the Document means any work containing the Document or a portion of it, either copied verbatim, or with modifications and/or translated into another language.

A "**Secondary Section**" is a named appendix or a front-matter section of the Document that deals exclusively with the relationship of the publishers or authors of the Document to the Document's overall subject (or to related matters) and contains nothing that could fall directly within that overall subject. (Thus, if the Document is in part a textbook of mathematics, a Secondary Section may not explain any mathematics.) The relationship could be a matter of historical connection with the subject or with related matters, or of legal, commercial, philosophical, ethical or political position regarding them.

The "**Invariant Sections**" are certain Secondary Sections whose titles are designated, as being those of Invariant Sections, in the notice that says that the Document is released under this License. If a section does not fit the above definition of Secondary then it is not allowed to be designated as Invariant. The Document may contain zero Invariant Sections. If the Document does not identify any Invariant Sections then there are none.

The "**Cover Texts**" are certain short passages of text that are listed, as Front-Cover Texts or Back-Cover Texts, in the notice that says that the Document is released under this License. A Front-Cover Text may be at most 5 words, and a Back-Cover Text may be at most 25 words.

A "**Transparent**" copy of the Document means a machine-readable copy, represented in a format whose specification is available to the general public, that is suitable for revising the document straightforwardly with generic text editors or (for images composed of pixels) generic paint programs or (for drawings) some widely available drawing editor, and that is suitable for input to text formatters or for automatic translation to a variety of formats suitable for input to text formatters. A copy made in an otherwise Transparent file format whose markup, or absence of markup, has been arranged to thwart or discourage subsequent modification by readers is not Transparent. An image format is not Transparent if used for any substantial amount of text. A copy that is not "Transparent" is called "**Opaque**".

Examples of suitable formats for Transparent copies include plain ASCII without markup, Texinfo input format, LaTeX input format, SGML or XML using a publicly available DTD, and standard-conforming simple HTML, Post-

Script or PDF designed for human modification. Examples of transparent image formats include PNG, XCF and JPG. Opaque formats include proprietary formats that can be read and edited only by proprietary word processors, SGML or XML for which the DTD and/or processing tools are not generally available, and the machine-generated HTML, PostScript or PDF produced by some word processors for output purposes only.

The "**Title Page**" means, for a printed book, the title page itself, plus such following pages as are needed to hold, legibly, the material this License requires to appear in the title page. For works in formats which do not have any title page as such, "Title Page" means the text near the most prominent appearance of the work's title, preceding the beginning of the body of the text.

The "**publisher**" means any person or entity that distributes copies of the Document to the public.

A section "**Entitled XYZ**" means a named subunit of the Document whose title either is precisely XYZ or contains XYZ in parentheses following text that translates XYZ in another language. (Here XYZ stands for a specific section name mentioned below, such as "**Acknowledgements**", "**Dedications**", "**Endorsements**", or "**History**".) To "**Preserve the Title**" of such a section when you modify the Document means that it remains a section "Entitled XYZ" according to this definition.

The Document may include Warranty Disclaimers next to the notice which states that this License applies to the Document. These Warranty Disclaimers are considered to be included by reference in this License, but only as regards disclaiming warranties : any other implication that these Warranty Disclaimers may have is void and has no effect on the meaning of this License.

VERBATIM COPYING

You may copy and distribute the Document in any medium, either commercially or noncommercially, provided that this License, the copyright notices, and the license notice saying this License applies to the Document are reproduced in all copies, and that you add no other conditions whatsoever to those of this License. You may not use technical measures to obstruct or control the reading or further copying of the copies you make or distribute. However, you may accept compensation in exchange for copies. If you distribute a large enough number of copies you must also follow the conditions in section 3.

You may also lend copies, under the same conditions stated above, and you may publicly display copies.

COPYING IN QUANTITY

If you publish printed copies (or copies in media that commonly have printed covers) of the Document, numbering more than 100, and the Document's license notice requires Cover Texts, you must enclose the copies in covers that carry, clearly and legibly, all these Cover Texts : Front-Cover Texts on the front cover, and Back-Cover Texts on the back cover. Both covers must also clearly and legibly identify you as the publisher of these copies. The front cover must present the full title with all words of the title equally prominent and visible. You may add other material on the covers in addition. Copying with changes limited to the covers, as long as they preserve the title of the Document and satisfy these conditions, can be treated as verbatim copying in other respects.

If the required texts for either cover are too voluminous to fit legibly, you should put the first ones listed (as many as fit reasonably) on the actual cover, and continue the rest onto adjacent pages.

If you publish or distribute Opaque copies of the Document numbering more than 100, you must either include a machine-readable Transparent copy along with each Opaque copy, or state in or with each Opaque copy a computer-network location from which the general network-using public has access to download using public-standard network protocols a complete Transparent copy of the Document, free of added material. If you use the latter option, you must take reasonably prudent steps, when you begin distribution of Opaque copies in quantity, to ensure that this Transparent copy will remain thus accessible at the stated location until at least one year after the last time you distribute an Opaque copy (directly or through your agents or retailers) of that edition to the public.

It is requested, but not required, that you contact the authors of the Document well before redistributing any large number of copies, to give them a chance to provide you with an updated version of the Document.

MODIFICATIONS

You may copy and distribute a Modified Version of the Document under the conditions of sections 2 and 3 above, provided that you release the Modified Version under precisely this License, with the Modified Version filling the role of the Document, thus licensing distribution and modification of the Modified Version to whoever possesses a copy of it. In addition, you must do these things in the Modified Version :

A. Use in the Title Page (and on the covers, if any) a title distinct from that of the Document, and from those of previous versions (which should, if there were any, be listed in the History section of the Document). You may use

the same title as a previous version if the original publisher of that version gives permission.

B. List on the Title Page, as authors, one or more persons or entities responsible for authorship of the modifications in the Modified Version, together with at least five of the principal authors of the Document (all of its principal authors, if it has fewer than five), unless they release you from this requirement.

C. State on the Title page the name of the publisher of the Modified Version, as the publisher.

D. Preserve all the copyright notices of the Document.

E. Add an appropriate copyright notice for your modifications adjacent to the other copyright notices.

F. Include, immediately after the copyright notices, a license notice giving the public permission to use the Modified Version under the terms of this License, in the form shown in the Addendum below.

G. Preserve in that license notice the full lists of Invariant Sections and required Cover Texts given in the Document's license notice.

H. Include an unaltered copy of this License.

I. Preserve the section Entitled "History", Preserve its Title, and add to it an item stating at least the title, year, new authors, and publisher of the Modified Version as given on the Title Page. If there is no section Entitled "History" in the Document, create one stating the title, year, authors, and publisher of the Document as given on its Title Page, then add an item describing the Modified Version as stated in the previous sentence.

J. Preserve the network location, if any, given in the Document for public access to a Transparent copy of the Document, and likewise the network locations given in the Document for previous versions it was based on. These may be placed in the "History" section. You may omit a network location for a work that was published at least four years before the Document itself, or if the original publisher of the version it refers to gives permission.

K. For any section Entitled "Acknowledgements" or "Dedications", Preserve the Title of the section, and preserve in the section all the substance and tone of each of the contributor acknowledgements and/or dedications given therein.

L. Preserve all the Invariant Sections of the Document, unaltered in their text and in their titles. Section numbers or the equivalent are not considered part of the section titles.

M. Delete any section Entitled "Endorsements". Such a section may not be included in the Modified Version.

N. Do not retitle any existing section to be Entitled "Endorsements" or to

conflict in title with any Invariant Section.

O. Preserve any Warranty Disclaimers.

If the Modified Version includes new front-matter sections or appendices that qualify as Secondary Sections and contain no material copied from the Document, you may at your option designate some or all of these sections as invariant. To do this, add their titles to the list of Invariant Sections in the Modified Version's license notice. These titles must be distinct from any other section titles.

You may add a section Entitled "Endorsements", provided it contains nothing but endorsements of your Modified Version by various parties—for example, statements of peer review or that the text has been approved by an organization as the authoritative definition of a standard.

You may add a passage of up to five words as a Front-Cover Text, and a passage of up to 25 words as a Back-Cover Text, to the end of the list of Cover Texts in the Modified Version. Only one passage of Front-Cover Text and one of Back-Cover Text may be added by (or through arrangements made by) any one entity. If the Document already includes a cover text for the same cover, previously added by you or by arrangement made by the same entity you are acting on behalf of, you may not add another ; but you may replace the old one, on explicit permission from the previous publisher that added the old one.

The author(s) and publisher(s) of the Document do not by this License give permission to use their names for publicity for or to assert or imply endorsement of any Modified Version.

COMBINING DOCUMENTS

You may combine the Document with other documents released under this License, under the terms defined in section 4 above for modified versions, provided that you include in the combination all of the Invariant Sections of all of the original documents, unmodified, and list them all as Invariant Sections of your combined work in its license notice, and that you preserve all their Warranty Disclaimers.

The combined work need only contain one copy of this License, and multiple identical Invariant Sections may be replaced with a single copy. If there are multiple Invariant Sections with the same name but different contents, make the title of each such section unique by adding at the end of it, in parentheses, the name of the original author or publisher of that section if known, or else a unique number. Make the same adjustment to the section titles in the list of Invariant Sections in the license notice of the combined work.

In the combination, you must combine any sections Entitled "History" in the various original documents, forming one section Entitled "History" ; likewise

combine any sections Entitled “Acknowledgements”, and any sections Entitled “Dedications”. You must delete all sections Entitled “Endorsements”.

COLLECTIONS OF DOCUMENTS

You may make a collection consisting of the Document and other documents released under this License, and replace the individual copies of this License in the various documents with a single copy that is included in the collection, provided that you follow the rules of this License for verbatim copying of each of the documents in all other respects.

You may extract a single document from such a collection, and distribute it individually under this License, provided you insert a copy of this License into the extracted document, and follow this License in all other respects regarding verbatim copying of that document.

AGGREGATION WITH INDEPENDENT WORKS

A compilation of the Document or its derivatives with other separate and independent documents or works, in or on a volume of a storage or distribution medium, is called an “aggregate” if the copyright resulting from the compilation is not used to limit the legal rights of the compilation’s users beyond what the individual works permit. When the Document is included in an aggregate, this License does not apply to the other works in the aggregate which are not themselves derivative works of the Document.

If the Cover Text requirement of section 3 is applicable to these copies of the Document, then if the Document is less than one half of the entire aggregate, the Document’s Cover Texts may be placed on covers that bracket the Document within the aggregate, or the electronic equivalent of covers if the Document is in electronic form. Otherwise they must appear on printed covers that bracket the whole aggregate.

TRANSLATION

Translation is considered a kind of modification, so you may distribute translations of the Document under the terms of section 4. Replacing Invariant Sections with translations requires special permission from their copyright holders, but you may include translations of some or all Invariant Sections in addition to the original versions of these Invariant Sections. You may include a translation of this License, and all the license notices in the Document, and any Warranty Disclaimers, provided that you also include the original English version of this License and the original versions of those notices and disclaimers. In case of a

disagreement between the translation and the original version of this License or a notice or disclaimer, the original version will prevail.

If a section in the Document is Entitled "Acknowledgements", "Dedications", or "History", the requirement (section 4) to Preserve its Title (section 1) will typically require changing the actual title.

TERMINATION

You may not copy, modify, sublicense, or distribute the Document except as expressly provided under this License. Any attempt otherwise to copy, modify, sublicense, or distribute it is void, and will automatically terminate your rights under this License.

However, if you cease all violation of this License, then your license from a particular copyright holder is reinstated (a) provisionally, unless and until the copyright holder explicitly and finally terminates your license, and (b) permanently, if the copyright holder fails to notify you of the violation by some reasonable means prior to 60 days after the cessation.

Moreover, your license from a particular copyright holder is reinstated permanently if the copyright holder notifies you of the violation by some reasonable means, this is the first time you have received notice of violation of this License (for any work) from that copyright holder, and you cure the violation prior to 30 days after your receipt of the notice.

Termination of your rights under this section does not terminate the licenses of parties who have received copies or rights from you under this License. If your rights have been terminated and not permanently reinstated, receipt of a copy of some or all of the same material does not give you any rights to use it.

FUTURE REVISIONS OF THIS LICENSE

The Free Software Foundation may publish new, revised versions of the GNU Free Documentation License from time to time. Such new versions will be similar in spirit to the present version, but may differ in detail to address new problems or concerns. See http://www.gnu.org/copyleft/ .

Each version of the License is given a distinguishing version number. If the Document specifies that a particular numbered version of this License "or any later version" applies to it, you have the option of following the terms and conditions either of that specified version or of any later version that has been published (not as a draft) by the Free Software Foundation. If the Document does not specify a version number of this License, you may choose any version ever published (not as a draft) by the Free Software Foundation. If the Document specifies that a proxy can decide which future versions of this License can

be used, that proxy's public statement of acceptance of a version permanently authorizes you to choose that version for the Document.

RELICENSING

"Massive Multiauthor Collaboration Site" (or "MMC Site") means any World Wide Web server that publishes copyrightable works and also provides prominent facilities for anybody to edit those works. A public wiki that anybody can edit is an example of such a server. A "Massive Multiauthor Collaboration" (or "MMC") contained in the site means any set of copyrightable works thus published on the MMC site.

"CC-BY-SA" means the Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 license published by Creative Commons Corporation, a not-for-profit corporation with a principal place of business in San Francisco, California, as well as future copyleft versions of that license published by that same organization.

"Incorporate" means to publish or republish a Document, in whole or in part, as part of another Document.

An MMC is "eligible for relicensing" if it is licensed under this License, and if all works that were first published under this License somewhere other than this MMC, and subsequently incorporated in whole or in part into the MMC, (1) had no cover texts or invariant sections, and (2) were thus incorporated prior to November 1, 2008.

The operator of an MMC Site may republish an MMC contained in the site under CC-BY-SA on the same site at any time before August 1, 2009, provided the MMC is eligible for relicensing.

ADDENDUM : How to use this License for your documents

To use this License in a document you have written, include a copy of the License in the document and put the following copyright and license notices just after the title page :

> Copyright © YEAR YOUR NAME. Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document under the terms of the GNU Free Documentation License, Version 1.3 or any later version published by the Free Software Foundation ; with no Invariant Sections, no Front-Cover Texts, and no Back-Cover Texts. A copy of the license is included in the section entitled "GNU Free Documentation License".

If you have Invariant Sections, Front-Cover Texts and Back-Cover Texts, replace the "with ... Texts." line with this :

> with the Invariant Sections being LIST THEIR TITLES, with the Front-Cover Texts being LIST, and with the Back-Cover Texts being LIST.

If you have Invariant Sections without Cover Texts, or some other combination of the three, merge those two alternatives to suit the situation.

If your document contains nontrivial examples of program code, we recommend releasing these examples in parallel under your choice of free software license, such as the GNU General Public License, to permit their use in free software.

Bibliographie

[1] M. Lenzen. Cours 2nde. http://www.capes-de-maths.com/2nde/Cours2nde.pdf.

[2] Emmanuel Royer, Michèle Nourigat, and Richard Varro. fiche d'exercices 3 : statistique descriptive (suite). 2005-2006. http://www.univ-montp3.fr/miap/ens/AES/L1/optionmath/td3AesOption.pdf.

[3] Sésamath, le manuel de cinquième. Avril 2011. URL http://manuel.sesamath.net/send_file.php?file=files/ms5_2010.pdf.

[4] Mathématiques au collège. Mediane et triangle rectangle. URL http://maths-college.fr/cours-mathematiques-4eme/cc8_02-mediane-triangle-rectangle.html.

[5] Marie91270. Une activité complète pour découvrir la soustraction des nombres relatifs. 28 décembre 2013. URL http://www.neoprofs.org/t70102-une-activite-complete-pour-decouvrir-la-soustraction-des-nombr

[6] J. Hoffarth. Activité parallélogramme. URL http://mathhoffarth.voila.net/pages/cinquieme/activites/cinq_c11_act.pdf.

[7] Carole Dording. Aire d'un disque. URL http://i2geo.net/xwiki/bin/view/Coll_cdording/Airedundisque?bc=.

[8] Diverses idées données en formation. <++>. URL <++>.

[9] Wikipédia. Charpente.et.jambettes. . URL http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Charpente.et.jambettes.png.

[10] LE FUR Denis. Les maths libres. URL http://mathsp.tuxfamily.org/.

[11] Wikipédia. Fausse équerre — wikipédia, l'encyclopédie libre, 2012. URL http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Fausse_%C3%A9querre&oldid=84638189. [En ligne ; Page disponible le 11-septembre-2014].

[12] Eduscol. Raisonnement et démonstration. 2009. URL http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/50/0/doc_acc_clg_raisonnementetdemonstration_223500.pdf.

[13] Sésamath, le manuel de quatrième. 2011. URL http://manuel.sesamath.net/send_file.php?file=/files/ms4_2011.pdf.

[14] Médiatrice et cercle circonscrit : exercices de maths cinquième. URL http://www.mathematiques-web.fr/mediatrice-et-cercle-circonscrit-exercices-de-maths-cinquieme-5eme-25

[15] URL http://www.mathematiques-web.fr/symetrie-centrale-exercices-de-maths-en-cinquieme-5eme-2509.

[16] Xavier Andrieu, Jean-Luc Fourton, Alain Lanoëlle, Sébastien Maimaran, and Jean-Claude Perrinaud. *Dimathème 4*. Les éditions Didier, 2007. ISBN 978-2-278-06106-8.

[17] Wikipédia. . URL http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pediculus_humanus_var_capitis.jpg.

[18] Tableau noir. Devoir surveillé numéro 8. URL http://www.bruno-garcia.net/www/TableauNoir/CCinquieme/Controles/DS8-51.doc.

[19] Eduscol. Géométrie au collège. juillet 2007. URL http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Programmes/17/0/doc_acc_clg_geometrie_109170.pdf.

[20] Jean-Luc Fourton, Alain Lanoëlle, and Jean-Claude Perrinaud. *Dimathème, classe de cinquième*. Les éditions Didier, 2006. ISBN 2-278-05541-0.

[21] Denis Le Fur. Les maths au collège : Cours, techniques et exercices. 11 mars 2004. URL http://mathsp.tuxfamily.org/IMG/pdf/manuel.pdf.

[22] Émilie Diop. Conversations privées et documents échangés. 2014-2015.

[23] URL http://mdkaddouri.free.fr/cours/cinquieme_cours/geometrie/ch2_triangles_droites/06_correction.pdf.

[24] Joël Malava, Denise Courbon, Monique Maze, Christiane Planchat, Frédéric Puigredo, and Philippe Sérès. Transmath, quatrième. 2007.

[25] Wikipédia. Vénus (planète) — wikipédia, l'encyclopédie libre, 2014. URL http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=V%C3%A9nus_(plan%C3%A8te)&oldid=106513457. [En ligne ; Page disponible le 7-septembre-2014].

[26] URL http://www.ilemaths.net/maths_4_proportionnalite_9exos.php.

[27] Pascal Tom and Océane. Le théorème de milieux. 2014. URL http://www.ilemaths.net/maths_4_milieu_8exos.php.

[28] Mathovore. Droite des milieux et ses propriétés. . URL http://www.mathovore.fr/droite-des-milieux-et-ses-proprietes-exercices-maths-423.php.

[29] Mathovore. Théorème des milieux. . URL http://www.mathovore.fr/theoreme-des-milieux-exercices-maths-411.php.

[30] Vrai ou faux ? URL http://ddata.over-blog.com/xxxyyy/4/39/08/01/Defis-mathematiques/JeuSetEtMaths-IREM-Thales.pdf.

[31] Pyramide et cône : exerices. URL http://mathecailloux.ile.nc/data/documents/quatrieme/Cours/chapitre15/exercice1.pdf.

[32] Dennis Hill and friends. 10,000+ free photos. URL http://www.fontplay.com/freephotos/fifthn/fp081206-28.jpg.

[33] La taverne de l'Irlandais. Triangles isométriques et semblables. URL http://tanopah.jo.free.fr/seconde/trianglesisometriques.pdf.

[34] Emmanuel Royer, Michèle Nourigat, and Richard Varro. fiche d'exercices 2 : statistiques descriptives. 2005-2006.
http://www.univ-montp3.fr/miap/ens/AES/L1/optionmath/td2AesOption.pdf
Voir aussi le site
http://www.univ-montp3.fr/miap/ens/AES/L1/optionmath/.

[35] Eduscol. Mathématiques série STG, exemples d'exercices. 28 avril 2006.
http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Lycee/79/8/maths-STG-ex2006_111798.pdf.

[36] Xavier Delahaye. xmaths.
http://xmaths.free.fr/1S/exos/1SstatexA2.pdf.

[37] Guillaume Connan. Divers DM de seconde. http://tehessin.tuxfamily.org/?page=35.

[38] Nathalie Daval. Statistiques. 2010.
http://mathematiques.daval.free.fr/IMG/pdf/Statistiques_Cours.pdf.

[39] M. Lenzen. Contrôle numéro 8. 31 mai 2012.
http://www.capes-de-maths.com/2nde/Devoirs1112/2cont8_C.pdf.

[40] Ministère de l'éducation nationale. Statistiques et probabilités. Février 2012.
http://media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/59/6/Ressource_Statistiques_Probabilites_1eres_208596.pdf.

[41] Pauline Klein. Cours de seconde. Les notes manuscrites et les DM tapés que Pauline Klein m'a fait parvenir.

[42] Nathalie Daval. Devoir surveillé numéro 11. 26 avril 2010. http://mathematiques.daval.free.fr.

[43] 23 septembre 2012. http://www.ilemaths.net/forum-sujet-506527.html.

[44] 23 septembre 2012. http://www.ilemaths.net/forum-sujet-506588.html.

[45] Pierre Ribereau. Schéma de bernoulli. http://www.math.univ-montp2.fr/~ribereau/203/6.pdf.

[46] Éducation nationale. Statistiques et probabilités. Juin 2011. http://media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/12/7/LyceeGT_Ressources_Maths_1_Statistiques_Probabilites_182127.pdf.

[47] Yoann Morel. Divers cours et devoirs. 2010. http://xymaths.free.fr/.

[48] Christian S. Quelque placements. http://www.ac-strasbourg.fr/fileadmin/pedagogie/mathematiques/TICE/Activites/placements.pdf.

[49] Jean-Marcj Jancovici. Que pouvons nous émettre comme CO_2 si nous voulons lutter efficacement contre le réchauffement climatique ? http://www.manicore.com/documentation/serre/quota_GES.html.

[50] Les nations unies. Objectif 7 : assurer un développement durable. https://www.un.org/fr/millenniumgoals/pdf/goal7.pdf.

[51] http://fr.wikiversity.org/wiki/Cours_de_mathématiques_de_première_STG/Suites_arithmétiques_et_géométriques/Définitions.

[52] Eduscol. Ressources pour la classe de première générale et technologique. Analyse. http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/85/8/doc-accompagnement-analyse-premiere-final_212858.pdf.

[53] Jean-Luc Dianoux and Muriel Dorembus. *Mathématiques première stmg*. 2012.

[54] http://fr.wikiversity.org/wiki/Cours_de_mathématiques_de_première_STG/Suites_arithmétiques_et_géométriques/Suites_géométriques.

[55] http://www.ilemaths.net/forum-sujet-520145.html.

[56] http://www.ilemaths.net/forum-sujet-530132.html.

[57] Provient, paraît-il d'un exercice de bac. 1989. http://qotsaupload.free.fr/1STI/suite/cours.PDF.

[58] Divers exercices et ressources distribuées durant les journées de formations. 2012-2013.

[59] Colette Perrot. Divers conseils et exercices donnés.

[60] APMEP. Entrainement pour le rallye apmep 2012. 2012. URL http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Entrainement_APMEP_2012.pdf.

[61] IREM de Dijon. Rallye mathématique des collèges de Bourgogne. 2014. URL http://rallyemath.u-bourgogne.fr/.

[62] Département d'informatique de l'école polytechnique Paris SAclay. Inf580 programmation par contraintes, examen écrit. mars 2011. URL http://www.enseignement.polytechnique.fr/informatique/INF580/exams/examen_11.pdf.

[63] http://www.ilemaths.net/maths_5-triangles-cours.php.